

# Слово об А.Г. Кусраеве

С. С. Кутателадзе

Институт математики  
им. С. Л. Соболева, Новосибирск

1 марта 2023 г.



# Школа Канторовича

- А.Г. Кусраев принадлежит к школе Л.В. Канторовича в том смысле, что его исследования лежат в русле общих установок этой школы.
- Канторович вошел в науку под влиянием Г.М. Фихтенгольца и В.И. Соболева в первой трети прошлого века. Это было время революционных перемен в математике, перестраивавшейся в рамках аксиоматического метода и теоретико-множественной установки. Рождались общая топология, и функциональный анализ, принципиально изменялись все разделы математики. Велись поиски комбинаций математических структур, моделей и приложений к новым проблемам науки и техники.

Научным руководителем Канторовича был Фихтенгольц, выдающийся профессор, который понимал известные дефекты своего революционного по тем временам курса дифференциального и интегрального исчисления. Неслучайно его трехтомник завершается дополнением «Общий взгляд на предел», в котором первые после введения параграфы посвящены упорядоченным множествам.

## Идеи Канторовича

Синтезируя идеи Банаха и упорядочения, Канторович погрузился в развитие теории полуупорядоченных векторных пространств и ввел в рассмотрение  $K$ -пространства, т. е. дедекиндово полные векторные решетки. Идеи частичного порядка родственны экономическим задачам, где фигурируют многомерные показатели, недопускающие однопараметрического сравнения. Отношение порядка естественно связано с проблемами поиска максимума или минимума, среди которых простейшими являются задачи линейного программирования, открытого Канторовичем. Если говорить на элементарном языке, направление исследований школы Канторовича — линейные неравенства. Под это общее название попадают выпуклый и негладкий анализ, теория пространств Рисса, Канторовича и банаховых решеток, теория положительных и мажорированных операторов и многие родственные направления математики.

# Linearity and Convexity

Inequality precedes equality, as the mind of a human starts with discerning differences. The next step consists in distinguishing between great and small. That is how order enters mentality. Understanding sameness, an alias of equality, is much harder. Despite this peculiarity, inequality had formally entered mathematics later than equality. “Linear” is older than “convex.” The appearance of the former adjective in the English language is assigned to the 1640s. Although lines are everywhere in Euclid’s *Elements*, the linearity of processes entered mathematics at the Age of Enlightenment with the discovery of the infinitesimal calculus. Differentiation and integration are linear operations, which starts the history of linearity in sciences.

# Linear Inequalities

Inequalities were hidden in Euclidean geometry which deals primarily with closed convex figures. However, the intrinsic connections between inequality and convexity became obvious much later. Even the word “convex” belongs to the sixteenth century. *The Oxford English Dictionary* claims that the first appearance of the word occurred in the book of 1571 *A Geometricall Practise Named Pantometria* by Thomas Digges. Stemming from the remote ages, convexity reigns in functional analysis and optimizations. Convexity embraces generation, separation, calculus, and approximation. Generation appears as duality; separation, as optimality; calculus, as representation; and approximation, as stability. Linearity and order lead to ordered vector spaces whose study began in the twentieth century, inaugurating the modern theory of linear inequalities.

# Вклад Кусраева в выпуклый анализ

В области выпуклого анализа А.Г. принадлежат такие достижения как введение и исследование топологического общего положения разнообразных выпуклых объектов, развитие общего субдифференцирования и теории Кларка, исследования вариантов дискретного принципа максимума, динамических экстремальных задач и проблем квазидифференцируемости.



## Вклад Кусраева в функциональный анализ

А.Г. существенно осовременил технику школы Канторовича, развивая и разрабатывая методы булевозначного анализа, т. е. нестандартной техники булевозначных моделей теории множеств. Напомню, что место пространств Канторовича в современной математике было обнаружено Е.И. Гордоном, который доказал, что расширенные  $K$ -пространства и только они представляют собой поля вещественных чисел в подходящей булевозначной модели. Тем самым  $K$ -пространства приобрели бессмертие как новые реализации числовой прямой, что открывает необъятные перспективы исследований и демонстрирует неизбежность концепций школы Канторовича. В области булевозначного анализа А.Г. — бесспорный лидер, которому принадлежат прекрасные результаты по теории мажорированных операторов, векторному интегрированию, строению модулей Капланского — Гильберта,  $C^*$ -модулей и операторных алгебр, пространств со смешанной нормой, инъективных банаховых решеток и прочих циклических объектов и феноменов, неизвестных ранее.

Математика А.Г. отвечает критериям совершенства, сформулированным Маклейном. Его исследования неизбежны, проясняющи, глубоки, уместны, отвечают на вопросы и своевременны.

## Юбилейные даты

- Жизнь человека — уникальный эксперимент, последовательность событий, законы управления которыми от нас скрыты. Имеются разнообразные технологии распознавания, например, в криптографии. Увидеть зашифрованное часто помогает разбиение исследуемой последовательности на кусочки и их попарное сравнение. Юбилеи — дни камеральной обработки данных и поиска скрытых закономерностей пройденного пути.
- Человек эгоцентричен и потому эгоистичен по природе. Однако быть человеком без людей нельзя. В этом трагедия личности. Собственные дни рождения и юбилеи — транквилизаторы, смягчающие ужас и боль противоречия эгоизма и зависимости.

# Праздник узнавания

Юбилей не репетиция панихиды, а праздник узнавания. Редкий человек присутствует на своем столетнем юбилее. Столетие — повод новому поколению узнать об уроках жизни достойного человека. Другое дело юбилей здравствующего современника. Юбиляр — единственный человек, который о жизни юбиляра знает все. Юбилей — его праздник, событие, когда он больше узнает о том, каким его видят близкие ему окружающие.

## Манин и Кусраев

Наши мировые линии с А.Г. близки уже почти полвека и мы друг про друга немало знаем и понимаем. Думая в начале января о том, как поздравить А.Г. с 70-летием, я узнал о кончине Юрия Ивановича Манина. Это был выдающийся математик-мыслитель нашего времени. Мало кто знает, что важнейшая часть творческого пути Анатолия Георгиевича связана с Маниным. Именно Манин ознакомил математическую общественность Советского Союза с решением первой проблемы Гильберта, свершенным Коэном. По рекомендации Канторовича А.Г. рассказывал свои первые результаты по булевозначному анализу на семинаре Манина. Мне довелось быть и на первом докладе Манина о первой проблеме Гильберта и иметь честь эпистолярного общения с ним последние пятнадцать лет. Думая о Манине и Кусраеве, я не мог избавиться от понимания того, что оба они ученые по убеждениям.

## Две стороны науки

Наука едина, но у нее есть две стороны. В первую очередь, наука — система знаний и представлений. Это наука-1. В то же время наука — система сохранения и воспроизводства знаний. Это наука-2.

## Наука-1 и наука-2

Наука-1 — феномен во многом индивидуальный, надклассовый, наднациональный и надсоциальный. Кем там были Птолемей, Бэкон, Лейбниц, Гейзенберг или Петровский, какие у них индексы цитирования и сколько они получали денег и прочих благ — обстоятельства, которые для науки-1 никакого значения не имеют. Наука-1 есть служение истине. Наука-2 — институт национальный и социальный. Наука-2 — служанка и содержанка общества. В ней важно, кто ректор, а кто студент, кто академик, а кто реципиент мегагранта. Две науки уживаются в каждом ученом что в нашей стране, что не в нашей. Наука-1 для всех одна, ну а наука-2 очень от страны к стране меняется. Путать науку-1 и науку-2 не стоит ни в тучные, ни в тощие годы.

## Наука и личность

Наука-1 без личности невозможна, но и личность ученого определяется наукой-1. В науке-1 нет места ни для фанатерии, ни для ксенофобии, ни для зависти, ни для рвачества и хамства. Где нет науки-1, там нет ни задач, ни результатов, ни школы, ни лаборатории, ни института. Остаются только имитации, чины и звания, распил бюджета, конкурсы, премии, индексы цитирования, лесть и самовосхваление, радение родственным душам и танцы живота у властной вертикали. Наука-2 обезличена, а обезличенность ничего, кроме вреда, науке-1 не приносит. Будущие и настоящие гиганты науки-1 сравнимы с героями прошлого. Они столь велики, что их не заметить нельзя, и им первым от карликов, людоедов и динозавров достается. Палки ставят обычно в чужие колеса. И пробавляются этим либо те, у кого своих колес нет и в проекте, либо те, кому чужие колеса омерзительны. Людские пороки проникают в ученых через науку-2.



# Императивы науки

Императив науки-1 — служение истине. Гильберт формулировал этот императив как лозунг *anti-ignorabimus*: «мы должны знать, мы будем знать». Императив науки-2 – служение человечеству. А.Д. Александров формулировал этот императив как универсальную человечность. Великий русский язык различает понятия ученого и деятеля науки. Ученый служит науке-1, а деятель науки — науке-2. Подобное лингвистическое разделение представлено и английскими терминами *scholar* и *scientist*.

## Ученый по убеждениям

- Ученый по убеждениям — деятельный мыслитель, для которого принципы обеих ипостасей науки императивны.
- Ученого по убеждениям формирует школа. Приоритет и положение в иерархической структуре научного сообщества — вещи для него важные, но второстепенные. Радость ученого по убеждениям от завершённой работы коротка, ему очевидна недостаточность собственных знаний и умений. Наука связана с неудачами. Ученый по убеждениям скромн, понимая мизерность собственных возможностей по сравнению с величием духа человеческой популяции. Ученому по убеждениям чужда лженаука, его отличает ответственность не только за свою сторожевую башню на границе с неизвестным, а за все поле науки, спасающей человека от окружающей среды и от себя самого.

## Кусраев — ученый по убеждениям

- А.Г. Кусраев — ученый по убеждениям, внесший капитальный вклад в ряд разделов современной математики и существенно обогативший научную среду родной республики.
- Коллеги, друзья, ученики и сотрудники Анатолия Георгиевича желают ему и его родным и близким счастливого долголетия и новых успехов в его служении науке и людям.