



Программа
XVI Владикавказской молодежной
математической школы
(ВММШ, онлайн)
24-27 сентября 2021 года



Schedule of the
Vladikavkaz Young Researchers
Mathematical School, XVI
(online)
24-27 September, 2021

Moderator/ Модератор	Time: UTC+03.00/ Время Московское	Lecturer / Лектор	Summary /Содержание	
	Day 1: Friday / День 1: Пятница (24.09.2021)			
	10.45-11.00	Opening / Открытие		
Moderator: Zhanna D. Totieva / Модератор: Тотиева Жанна Дмитриевна	11.00-11.50 * In Russian / Лекция на русском языке	д.ф.-м.н., профессор Голубятников Владимир Петрович / Professor Golubyatnikov Vladimir	Периодические траектории в моделях генных сетей. Лекция 1: Трёхмерные динамические системы, моделирующие простейшие генные сети. Особые точки таких систем, дискретизация их фазовых портретов, разбиение на блоки. Диаграммы переходов траекторий из блока в блок. Линеаризация системы в окрестности особой точки. Теорема Гробмана-Хартмана. Теорема Боля-Брауэра о неподвижной точке. Условия существования цикла в трёхмерной модели генной сети.	Periodic trajectories in gene network models. Lecture 1: Three-dimensional dynamical systems that simulate the simplest gene networks. Singular points of such systems, discretization of their phase portraits, partition into blocks. Diagrams of trajectory transitions from block to block. Linearization of the system in the vicinity of a singular point. Grobman-Hartman theorem. The Bohl-Brauer fixed point theorem. Conditions for the existence of a cycle in a three-dimensional model of a gene network.
	12.00-12.50 * In Russian / Лекция на русском языке		Периодические траектории в моделях генных сетей. Лекция 2: Многомерные модели кольцевых генных сетей. Особые точки, дискретизация фазовых портретов, диаграммы переходов траекторий из блока в блок. Валентность блока. Шестимерная модель Еловица-Лейблера и её многомерные аналоги. Одновалентные инвариантные области в фазовых портретах. Условия существования циклов.	Periodic trajectories in gene network models. Lecture 2: Multidimensional models of gene ring networks. Singular points, discretization of phase portraits, diagrams of trajectory transitions from block to block. Block valence. The six-dimensional Elovitz-Leibler model and its multi-dimensional analogs. Monovalent Invariant Regions in Phase Portraits. Conditions for the existence of cycles.

13.00-13.51 *In English/ Лекция на английском языке	Professor Anke Kalauch/ Профессор Анке Калуш	<p style="text-align: center;">Частично упорядоченные векторные пространства. Лекция 1:</p> <p>В первой лекции вводится понятие порядка и конуса в векторных пространствах и приводятся примеры, иллюстрирующие эти понятия. Особое внимание уделяется геометрическому описанию данных понятий. Далее вводятся архимедовы направленные частично упорядоченные векторные пространства и их связь с замкнутыми конусами в упорядоченных нормированных пространствах. Будут изучены понятия порядковых единиц и двойственных конусов.</p>	<p style="text-align: center;">Partially ordered vector spaces. Lecture 1:</p> <p>We introduce vector space orders and cones and illustrate these concepts with several examples, where we focus on a geometrical insight. We discuss Archimedean directed partially ordered vector spaces and their relation to closed cones in ordered normed spaces. We study order unit spaces and dual cones.</p>
13.55-14.35 *In English/ Лекция на английском языке		Break/Перерыв	
14.35-15.10	д.ф.-м.н., профессор Назаров Александр Ильич/ Professor Nazarov Alexander	<p style="text-align: center;">Малые отклонения гауссовских процессов и спектральные асимптотики дифференциальных и интегро-дифференциальных операторов. Лекция 1-2:</p> <p>Задача о малых отклонениях в различных пространствах относится к классическим задачам теории случайных процессов. Мы рассмотрим случай гауссовских процессов с нулевым средним и гильбертовой нормой (для определенности, L_2). В этом случае задача усилиями многих исследователей сведена к вычислению достаточно точной асимптотики собственных чисел ковариационного оператора исходного процесса.</p> <p>Для так называемых гриновских гауссовских процессов, когда функция ковариации является функцией Грина обыкновенного дифференциального оператора на отрезке, можно воспользоваться хорошо развитой теорией Биркгофа-Тамаркина и получить двучленную асимптотику спектра с оценкой остатка, что дает возможность вычислить точную асимптотику малых отклонений, используя принцип сравнения Венбо Ли.</p>	<p style="text-align: center;">Small deviations of Gaussian processes and spectral asymptotics of differential and integro-differential operators. Lectures 1-2:</p> <p>The problem of small deviations in various spaces belongs to the classical problems of the theory of random processes. We consider the case of zero mean Gaussian processes and Hilbert norm (say L_2). In this case, due to the efforts of many researchers, the problem has been reduced to calculating a sufficiently accurate asymptotics of the eigenvalues of the covariance operator of the original process.</p>
15.10-16.00 * In Russian / Лекция на русском языке		<p>Для так называемых гриновских гауссовских процессов, когда функция ковариации является функцией Грина обыкновенного дифференциального оператора на отрезке, можно воспользоваться хорошо развитой теорией Биркгофа-Тамаркина и получить двучленную асимптотику спектра с оценкой остатка, что дает возможность вычислить точную асимптотику малых отклонений, используя принцип сравнения Венбо Ли.</p>	<p>For the so-called Green's Gaussian processes, when the covariance function is the Green's function of an ordinary differential operator on an interval, one can use the well-developed Birkhoff-Tamarkin theory and obtain a two-term asymptotics of the spectrum with an estimate for the remainder, which makes it possible to calculate the exact asymptotics of small deviations using the Wenbo Li comparison principle.</p>
16.10-17.00 * In Russian / Лекция на русском языке			

Moderator: Zhanna D. Totieva / Модератор: Тотиева Жанна Дмитриевна	17.10-18.00 * In Russian / Лекция на русском языке	д.ф.-м.н., профессор Троицкий Владимир Георгиевич / Professor Troitsky Vladimir	Векторные и банаховы решетки. Определения, примеры и базовые свойства. Лекция 1: Большинство пространств функций, изучаемых в функциональном анализе, являются частично упорядоченными множествами: для функций f и g , мы полагаем $f \leq g$ если $f(t) \leq g(t)$ для каждого t (или, в случае пространств измеримых функций, для «почти» каждого t). Классические понятия векторных и банаховых решеток не включают порядковую структуру. Векторная решетка — это векторное пространство с порядком, который образует решетку и хорошо согласован с линейной структурой. Добавляя порядковую структуру к банахову пространству, мы получаем понятие банаховой решетки. Большинство классических банаховых пространств являются банаховыми решетками, включая пространства вида l_p , c_0 , $L_p(\mu)$ и $C(K)$, а также пространства Орлича и Лоренца.	Vector and Banach lattices. Definitions, examples and basic properties. Lecture 1: Most of the function spaces studied in functional analysis are partially ordered sets: for functions f and g , we put $f \leq g$ if $f(t) \leq g(t)$ for each t (or, in the case of spaces of measurable functions, for “almost” all t). The classical concepts of vector and Banach spaces do not include an order structure. A vector lattice is a vector space with an order relation that forms a lattice and matches well with the linear structure. By adding a structure of a vector lattice to Banach spaces, we get the concept of a Banach lattice. Most classical Banach spaces are Banach lattices, including spaces of the form вида l_p , c_0 , $L_p(\mu)$, and $C(K)$, as well as Orlicz and Lorentz spaces.
	Day 2: Saturday / День 2: Суббота (25.09.2021)			
Moderator: Dmitry M. Polyakov / Модератор: Поляков Дмитрий Михайлович	10:00-10:50 * In Russian / Лекция на русском языке	д.ф.-м.н., профессор Назаров Александр Ильич / Professor Nazarov Alexander	Малые отклонения гауссовских процессов и спектральные асимптотики дифференциальных и интегро-дифференциальных операторов. Лекция 3-4: Для более сложного класса дробных гауссовских процессов до недавнего времени была известна лишь одночленная спектральная асимптотика, основанная на классических результатах Видома и Бирмана-Соломяка и достаточная для получения логарифмической асимптотики малых отклонений. Несколько лет назад Клепцына и Чиганский сумели получить двучленную спектральную асимптотику для некоторых дробных процессов, используя тонкую технику, основанную на задаче Римана-Гильберта. Опишем несколько более общий подход, развивающий идею Клепцыной-Чиганского, применимый к более широкому классу дробных процессов.	Small deviations of Gaussian processes and spectral asymptotics of differential and integro-differential operators. Lectures 3-4: Until recently, for a more complicated class of fractional Gaussian processes, only one-term spectral asymptotics was known, based on the classical results of Widom and Birman-Solomyak and sufficient to obtain the logarithmic asymptotics of small deviations. Several years ago, Kleptsyna and Chigansky were able to obtain two-term spectral asymptotics for some fractional processes using a very sophisticated technique based on the Riemann-Hilbert problem. We describe a somewhat more general approach that develops the Kleptsyna-Chigansky idea and is applicable to a wider class of fractional processes.
	11:00-11:50 * In Russian / Лекция на русском языке			

12.00-15.00

Break/Перерыв

15.00-16.00

***In English/
Лекция на английском
языке**

Professor
Anke Kalauch /
Профессор
Анке Калуш

Порядковые вложения и предриссовских пространств. Лекция 2:

В этой лекции обсуждаются два классических порядковых вложения частично упорядоченных векторных пространств в векторные решетки. Во-первых, мы имеем дело с функциональным представлением Кадисона для пространств с порядковой единицей. Во-вторых, мы рассматриваем Дедекиндово пополнение для архимедовых направленных частично упорядоченных векторных пространств. Оба вложения являются порядково плотными.

Таким образом, зарождается мотивация для введения нового понятия предриссовских пространств.

**Order embeddings and pre-Riesz spaces.
Lecture 2:**

We discuss two classical order embeddings of partially ordered vector spaces into vector lattices. First, we deal with Kadison's functional representation for order unit spaces. Second, we consider the Dedekind completion for Archimedean directed partially ordered vector spaces. Both are order dense embeddings. This motivates to introduce the concept of pre-Riesz spaces and their vector lattice covers.

16.00-16.40

***In English/
Лекция на английском
языке**

16.40-17.00

Break/Перерыв

17.00-17.50

*** In Russian
/ Лекция на русском
языке**

д.ф.-м.н.,
профессор
**Троицкий
Владимир
Георгиевич**/
Professor
Troitsky Vladimir

Представления векторных решеток непрерывными функциями. Лекция 2:

Подрешеткой векторной решетки называется подмножество, замкнутое относительно всех операций и, следовательно, само являющееся векторной решеткой. Подрешетка Y замкнутая по мажорированию называется идеалом. Идеал, порожденный одним элементом, вкладывается (как подрешетка) в $C(K)$ для какого-то компакта K . Это позволяет локально реализовать любую векторную решетку как пространство непрерывных функций на каком-то компакте, и позволяет использовать методы топологии для изучения векторных решеток.

**Representations of vector lattices by
continuous functions. Lecture 2:**

A sublattice of a vector lattice is a subset that is closed with respect to all operations and, therefore, is itself a vector lattice. A majorization-closed sublattice is called an ideal. The ideal generated by one element can be embedded (as a sublattice) into $C(K)$ for some compact set K . This makes it possible to realize locally any vector lattice as a space of continuous functions on some compact set, and enables one to use topological methods to study vector lattices.

**Day 3: Sunday / День 3: Воскресенье
(26.09.2021)**

Moderator: Zalina A. Kusraeva / Модератор: Кусраева Залина Анатольевна	15.00-16.00 *In English/ Лекция на английском языке	Professor Anke Kalauch / Профессор Анке Калуш	<p align="center">Структуры в предриссовских пространствах. Лекция 3:</p> <p>В третьей лекции вводятся понятия дизъюнктивности, идеала и полосы в предриссовских пространствах (которые хорошо известны в теории векторных решеток (пространств Рисса)). Обсуждаются основные свойства этих понятий. Особое внимание уделяется связи между объектами в предриссовских пространствах и в их решеточных пополнениях.</p>	<p align="center">Structures in pre-Riesz spaces. Lecture 3:</p> <p>We introduce structures as disjointness, ideals and bands (that are well-known from Riesz space theory) in pre-Riesz spaces. Basic properties of these notions are discussed. We focus on the relation between the structures in a pre-Riesz space and its vector lattice cover, respectively.</p>
	16.00-16.35 *In English/ Лекция на английском языке			
	16.35-17.00	Break/Перерыв		
	17.00-17.50 * In Russian / Лекция на русском языке	д.ф.-м.н., профессор Троицкий Владимир Георгиевич / Professor Troitsky Vladimir	<p align="center">Порядковая полнота и порядковая сходимост. Лекция 3:</p> <p>В этой лекции мы обсудим несколько естественных сходимостей возникающих в векторных решетках: равномерную, порядковую, и неограниченно порядковую. Мы исследуем примеры и приложения этих сходимостей, а также их связь с порядковой полнотой.</p>	<p align="center">Order completeness and order convergence. Lecture 3:</p> <p>In this lecture we discuss several natural convergences arising in vector lattices: uniform, order, and unbounded order. We investigate examples and applications of these convergence, as well as their relationship with order completeness.</p>

**Day 4: Monday/День 4: Понедельник
(27.09.2021)**

Moderator: Batradz V. Taseev/ Модератор: Тасев Багратз Богатович	10:00-10:50 * In Russian / Лекция на русском языке	д.ф.-м.н., профессор Голубятников Владимир Петрович / Professor Golubyatnikov Vladimir	<p align="center">Периодические траектории в моделях генных сетей. Лекция 3:</p> <p>Блочно-линейные модели генных сетей. Гибридные динамические системы. Формулы перехода траекторий с грани на грань. Монотонность отображения Пуанкаре и его аналитические свойства. Единственность циклов в одновалентных инвариантных областях фазовых портретов.</p>	<p align="center">Periodic trajectories in gene network models. Lecture 3:</p> <p>Block-linear models of gene networks. Hybrid dynamical systems. Formulas for the transition of paths from face to face. Monotonicity of the Poincaré map and its analytic properties. Uniqueness of cycles in univalent invariant domains of phase portraits.</p>
	11:00-11:50 * In Russian / Лекция на русском языке		<p align="center">Периодические траектории в моделях генных сетей. Лекция 4:</p> <p>Устойчивость циклов в одновалентных областях фазовых портретов. Блочно-линейных моделей кольцевых генных сетей. Неединственность циклов в моделях генных сетей. Некольцевые генные сети.</p>	<p align="center">Periodic trajectories in gene network models. Lecture 4:</p> <p>Stability of cycles in monovalent regions of phase portraits of Block-linear models of ring gene networks. Non-uniqueness of cycles in gene network models. Non-ring gene networks.</p>

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);"> Moderator: Batradz B. Tasoev / Модератор: Тасоев Батрадз Ботагозович </p>	12.00-16.00	Break/Перерыв		
	<p style="text-align: center;"> 16.00-17.00 *In English / Лекция на английском языке </p>	<p style="text-align: center;"> Professor Anke Kalauch / Профессор Анке Калуш </p>	<p style="text-align: center;"> Операторы в пре-риесовских пространствах. Лекция 4: Основываясь на терминологии, введенной в лекции 3, изучаются операторы, сохраняющие дизъюнктность и сохраняющие полосу, в пре-риесовских пространствах. Кроме того, рассматриваются несколько обобщений гомоморфизмов в пре-риесовских пространствах. Поскольку данные пространства являются достаточно новым предметом исследования, в данной лекции рассматриваем лишь частичные результаты и открытые проблемы. В частности, мы имеем дело с операторами, обратными к операторам, сохраняющим дизъюнктность. </p>	<p style="text-align: center;"> Operators on pre-Riesz spaces. Lecture 4: Using the notions from Lecture 3, we study disjointness preserving and band preserving operators in pre-Riesz spaces. Moreover, several generalizations of Riesz homomorphisms in pre-Riesz spaces are considered. As this subject of research is rather new, we survey partial results and open problems. In particular, we deal with inverses of disjointness preserving operators. </p>
	<p style="text-align: center;"> 17.00-17.50 * In Russian / Лекция на русском языке </p>	<p style="text-align: center;"> д.ф.-м.н., профессор Троицкий Владимир Георгиевич / Professor Troitsky Vladimir </p>	<p style="text-align: center;"> Представление векторных решеток интегрируемыми функциями. Лекция 4: При некоторых относительно слабых допущениях, векторная решетка может быть реализована как подрешетка пространства классов эквивалентности измеримых по некоторой мере функций. Это позволяет сводить задачи о векторных и банаховых решетках к теории меры. В частности, этот подход оказывается удобным для исследования банаховых решеток с порядково непрерывной нормой. </p>	<p style="text-align: center;"> Representation of vector lattices by integrable functions. Lecture 4: Under some relatively weak assumptions, the vector lattice can be realized as a sublattice of the space of equivalence classes of functions integrable with respect to a measure. This enables one to reduce the problems of vector and Banach lattices to measure theory. In particular, this approach turns out to be convenient for studying Banach lattices with order-continuous norm. </p>
17.50-18.00	Closing / Закрытие			