О совместной научной работе с М.Л. Гольдманом

В.И. Буренков

Будет представлена информация о 14 совместных научных публикациях В.И. Буренкова и М.Л. Гольдмана по теории функциональных пространств.

По поводу нашей совместной научной работы Михаил Львович сказал так: "Когда мы работаем вместе, наши усилия не складываются — они умножаются."

1. . Буренков В. И., Гольдман М. Л. О продолжении функций из L_p. Труды МИАН 150 (1979), 31-51. Перевод на английский язык в Proc. Steklov Inst. Math., American Mathematical Society, Providence, Rhode Island 150 (1981, issue 4).

Доказывается теорема продолжения для пространств Никольского-Бесова $B^r_{p,\theta}(\mathbb{R}^n)$:

$$L_p(\mathbb{R}^m) \to B^r_{p,\theta}(\mathbb{R}^n),$$

где

$$r = (r_1, \dots, r_n), \quad 1 \le m < n, \ \ 1 \le p, \theta \le \infty, \qquad \frac{1}{p} \sum_{i=m+1}^{n} \frac{1}{r_i} = 1,$$

обращающая при $\theta = 1$ теорему вложения

$$B^r_{p,1}(\mathbb{R}^n) \to L_p(\mathbb{R}^m).$$

При $\theta = 1$ оператор продолжения нелинейный, а при $\theta > 1$ при продолжении в немного более широкое пространство – линейный. Напомним, что пространство $B^r_{p,\theta}(\mathbb{R}^n)$ обладает монотонностью по параметру θ:

$$B^r_{p,\theta_1}(\mathbb{R}^n) \subset B^r_{p,\theta_2}(\mathbb{R}^n), \ 1 \le \theta_1 < \theta_2 \le \infty\,.$$

Установлено, что при $\theta = 1$ линейный оператор продолжения не существует.

2. Буренков В. И., Гольдман М. Л. О нормировке периодических аналогов нормированных функциональных пространств. Доклады АН СССР 264 (1982), 271-274. Перевод на английский язык в Soviet Math. Dokl. 30 (1982).

3. Буренков В. И., Гольдман М. Л. Об оценках норм операторов в пространствах периодических и апериодических функций. Доклады АН СССР 267 (1982), 1289-1293. Перевод на английский язык в Soviet Math. Dokl. 26 (1982).

4. Буренков В. И., Гольдман М. Л. О взаимосвязи между операторными нормами для периодических и непериодических функциональных пространств. Труды МИАН 161 (1983), 47-105. Перевод на английский язык в Proc. Steklov. Inst. Math., American Mathematical Society, Providence, Rhode Island 161 (1984, issue 3).

В анализе часто возникает ситуация, когда те или иные результаты, известные для функциональных пространств, определенных на $\mathbb{R}^n$, нужно перенести на периодический случай или наоборот. Достаточно вспомнить теоремы вложения, теоремы о следах и продолжении и их периодические аналоги; теоремы о мультипликаторах для рядов и интегралов Фурье (типа Марцинкевича или Михлина—Хермандера); оценки для целых функций и тригонометрических полиномов типа С.М. Никольского, С.Н. Бернштейна Бора—Фавара и др.; вопросы равносходимости разложений в ряды и интегралы Фурье и более общо оценки норм операторов, действующих в непериодических пространствах, и их периодических аналогов.

Обычным путем решения задачи о перенесении известного результата на периодический случай или, наоборот, с периодического случая на непериодическийявляется параллельное создание в этом случае аналогичного технического аппарата, позволяющего получить ожидаемый аналог известного результата. Если исходный результат был достаточно сложен, то столь же сложным оказывается путь доказательства аналогичного результата. Более того, иногда при этом возникают трудности принципиального характера, связанные с тем, что свойства, на которые мы опирались, например, в периодическом случае, не имеют непериодического аналога. С подобной ситуацией нам пришлось столкнуться при изучении рассмотренного выше вопроса о несуществовании линейного ограниченного оператора продолжения из $L_p(\mathbb{R}^m)$ в случае $\theta = 1$.

В приведенных работах другой путь получения в периодическом или непериодическом случае аналога известного результата: прямой вывод одного результата из другого. Во многих случаях этот путь оказывается значительно проще, поскольку, хотя сами результаты достаточно сложны, между ними существует тесная взаимосвязь, выходящая за рам ки простой аналогии.

При минимальных предположениях о непериодическом функциональном пространстве $Z(\mathbb{R}^n)$ дано определение его периодического аналога $Z^*(\mathbb{R}^n, a)$, состоящего из функций периода $a > 0$ по всем переменным и даны общие условия, обеспечивающие взаимные оценки норм операторов

$$S : Z(\mathbb{R}^n) \to Z^*(\mathbb{R}^n, a) \quad \text{и} \quad S_a^* : Z^*(\mathbb{R}^n) \to Z(\mathbb{R}^n, a),$$

(S_a^* – периодический аналог оператора S), а также общие условия, обеспечивающие справедливость равенств

$$||S|| = \lim_{a\to\infty} ||S_a^*|| = \sup_{a>0} ||S_a^*|| \,.$$

Эти общие результаты конкретизированы, в частности, для теорем вложения, теорем о следах, теорем продолжения, установления взаимосвязи оценок для целых функций экспоненцтального типа и тригонометрических полиномов.

5. Буренков В. И., Гольдман М. Л. Функциональные пространства. Решения задач по разделам “Пространства L_p $(0 < p < \infty)$ и L_∞”. Неравенство Гельдера. Неравенство Минковского. Сходимость в L_p. Полнота пространств L_p. Классификация пространств L_p”. Российский университет дружбы народов. Москва (1989), 52 стр.

6. Буренков В. И., Гольдман М. Л. Функциональные пространства. Решения задач по разделам “Обобщенное неравенство Минковского. Неравенства Харди”. Российский университет дружбы народов. Москва (1990), 76 стр.

7. Буренков В. И., Гольдман М. Л. Функциональные пространства. Решения задач по разделам “Неравенство Юнга для сверток. Функция распределения, перестановки. Интер-поляционные теоремы”. Российский университет дружбы народов. Москва (1992), 72 стр.

Эти учебные пособия, а также

Буренков В. И. Функциональные пространства. Решения задач по разделам “Нормированные, полунормированные, квазинормированные пространства. Пространства дифференцируемых функций. Основные свойства интеграла Лебега”. Российский университет дружбы народов. Москва (1988), 60 стр.

Буренков В. И., Гусаков В. А. Функциональные пространства. Решения задач по разделам “Неравенства для максимальной функции. Непрерывность относительно сдвига в L_p. Теорема Лебега о дифференцировании интегралов. Неравенства для интегралов типа потенциала”. Российский университет дружбы народов. Москва (1992), 24 стр.

являются дополнениями к учебным пособиям

Буренков В. И. Функциональные пространства. Пространства L_p. Российский университет дружбы народов. Москва (1987), 80 стр.

Буренков В. И. Функциональные пространства. Основные интегральные неравенства для пространств L_p. Российский университет дружбы народов. Москва (1989), 96 стр.

посвященным теории пространств L_p.

В них приведены подробные доказательства и пояснения к многочисленным упражнениям и задачам по теории пространств L_p, от самых простых до весьма сложных.

8. Буренков В. И., Гольдман М. Л. Оценка нормы положительного оператора на конусе монотонных функций. Труды МИАН 210 (1995), 21-45.

Перевод на английский язык в Proc. Steklov Inst. Math. 292 (1995).

Приведен ряд полезных формул для вычисления норм l_r-выпуклых положительных операторов на конусах неотрицательных невозрастающих функций на конечном или бесконечном интервале (a, b).

9. Burenkov V.I., Evans W.D., Goldman M.L. On weighted Hardy and Poincaré-type inequalities for differences. J. of Inequalities & Applications **1** (1997), 1–10.

10. Буренков В. И., Гольдман М. Л. О точных аналогах неравенства Харди для разностей в случае связанных весов. Доклады РАН. Математика 366 (1999), 155-157. Перевод на английский язык в Russian Acad. Sci. Dokl. Math. 59 (1999).

11. Буренков В. И., Гольдман М. Л. Неравенства типа Харди для модулей непрерывности. Труды МИАН 227 (1999), 92-108. Перевод на английский язык в Proc. Steklov Inst. Math., American Mathematical Society, Providence, Rhode Island 227 (1999).

12. Burenkov V. I.,. Goldman M.L, Laneev E.B., Stepanov (editors). Progress in analysis. Proceedings of the 8th Congress of the International Society for analysis, its applications and computation (ISAAC), held in Moscow in August 2011. Vol. 1. Moscow, Peoples' Friendship University of Russia (2012). 511 pp. ISBN 978-5-209-04582-3.

13. Burenkov V. I., Goldman M.L., Laneev E.B., Stepanov V.D. (editors). Progress in analysis. Proceedings of the 8th Congress of the International Society for analysis, its applications and computation (ISAAC), held in Moscow in August 2011. Vol. 2. Moscow, Peoples' Friendship University of Russia (2012). 335 pp. ISBN 978-5-209-04590-8.

14. Burenkov V. I., Goldman M. L. Necessary and suffcient conditions for boundedness of the maximal operator from Lebesgue spaces to Morrey-type spaces. Mathematical Inequalities and Applications, 17 (2014), no. 2, 401-418. doi:10.7153/mia-17-30