

Математические методы в социологии и политологии

ЛЕКЦИЯ 1

Общие соображения

Определения в интернете:

- «наука – это система знаний о закономерностях в развитии природы, общества и мышления, а также отдельная отрасль таких знаний»;
- «математика – это совокупность наук, изучающих величины, количественные отношения, а также пространственные формы».

Возникает вопрос: а зачем все это изучать? Вопрос не совсем тривиальный. Именно из-за неопределенности формулировок и возникают не совсем стандартные ответы. Академик Л.А. Арцимович говорил, что наука – это способ удовлетворения собственного любопытства за счет государства (в настоящее время за счет разных источников финансирования). Кембриджские математики на застольях между мировыми войнами поднимали тост за то, чтобы их наука никогда никому не была полезной. Называть такую деятельность наукой не слишком правильно, а значит нужны другие определения как науки в целом, так и математики.

Назовем наукой систему знаний о причинно-следственных связях в окружающем мире. Тогда целью науки является прогнозирование изменений в окружающем мире для того, чтобы адаптироваться к этим изменениям, или, если это возможно, изменить окружающий мир нужным образом. При таком подходе математика не является наукой. Она представляет собой инструментарий для получения научных знаний, так же как как телескопы, микроскопы, адронный коллайдер и аналогичные инженерные разработки.

Без таких орудий развитие науки может происходить только путем неких абстрактных рассуждений. Такой подход возможен, но трудно формализуем. В естественных науках он обычно считается приемлемым только на начальных этапах изучения какого-либо явления или объекта. В дальнейшем полученные приемы стремятся формализовать для того, чтобы новые знания мог получать любой выпускник высшего учебного заведения соответствующей специальности. Это удобно делать используя математический аппарат. В

общественных науках формализация значительно слабее, чем в естественных. Поэтому возникают такие подходы как «понимающая социология» Макса Вебера.

Слабая формализация затрудняет использование математического аппарата в полной мере по следующим основным причинам:

Обычно указывают на рефлексиию людей по поводу некоторой ситуации. Но эта причина оказывает существенное влияние в малых группах. При рассмотрении действий больших масс людей (толпы) субъективные реакции отдельных индивидов влияют слабо.

Вторая причина – это стремление в общественных науках учесть максимальное количество влияющих факторов, в то время как в естественных науках выделяют главные, предполагая, что число главных факторов невелико. Это в какой-то мере связано с экспериментальной проверкой гипотез. При проведении натуральных экспериментов практически невозможно контролировать изменение большого числа влияющих факторов. Осуществлять наблюдения природных процессов в достаточном объеме еще труднее.

В общественных науках эксперимент практически невозможен, а повторяемость событий недостаточно велика, что усложняет проверку гипотез о влиянии различных факторов. Еще одним важным отличием математических моделей в естественных и общественных науках является то, что коэффициенты в первых часто можно считать константами, а во-вторых – такое допущение является слишком грубым.

Часто делаются попытки использования математических моделей, разработанных для описания природных явлений, для исследования процессов в общественной жизни. Также попытки предполагают, что характер взаимодействия между влияющими на процессы факторами аналогичен для природных и общественных явлений, что в каждом конкретном случае нуждается в тщательной проверке, которая практически никогда не делается.

В естественных науках переменные, как правило, можно считать непрерывными функциями времени и координат, а в общественных науках достаточно часто переменные дискретны, что приводит не только к

количественному, но и к качественному изменению результатов моделирования. С другой стороны, взаимодействующие системы в естественных науках часто разделены четкой границей и во многих случаях, например при фазовых переходах, изменение состояния системы происходит практически мгновенно, а в обществе как пространственные, так и временные изменения происходят постепенно.

И, помимо всех этих отличий, многие факторы, существенно влияющие на изменение состояния общества, не могут быть непосредственно измерены.

Все эти отличия не приводят к невозможности использования математика в общественных науках, но требуют тщательного анализа при обосновании возможности применения каких-либо математических методов для решения конкретной задачи, возникающей в общественной науке. В некоторых случаях возникает необходимость разработки новых математических методов, адаптированных для общественных наук. В качестве примера можно привести теорию нечетких множеств.

Работа с данными

Данные, с которыми приходится работать бывают количественными, ранговыми и номинативными. Количественные переменные представляют собой измеренные значения некоторого признака. Они могут быть дискретными или непрерывными, являться функциями времени и/или координат, а также результатом отдельных измерений. Ранговые переменные позволяют только расположить исследуемые объекты в определенном порядке. Часто для получения дополнительной информации целесообразно наряду с количественными переменными использовать ранговые. Такую возможность надо иметь в виду при построении гистограмм: при правильном построении легко перейти от количественных данных к ранговым.

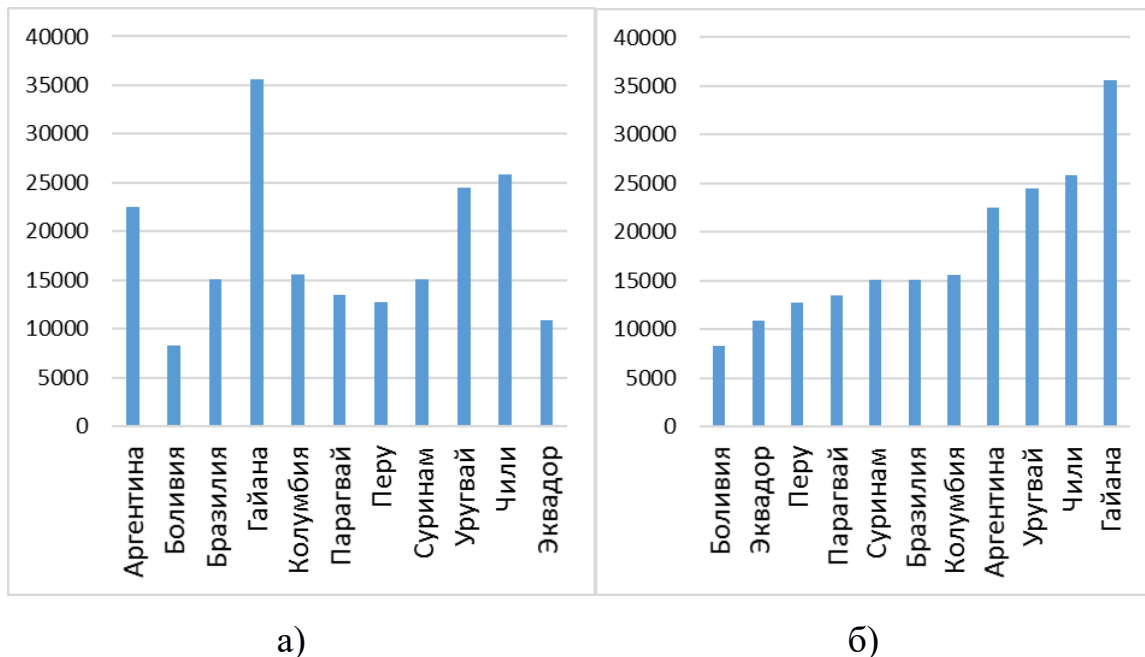


Рис. 1.1. ВВП на душу населения, ППС, 2022 г. для стран Южной Америки

Источник данных: Globalconomy.com [Сайт]

URL: https://ru.theglobaleconomy.com/rankings/gdp_per_capita_ppp/South-America/

Если рассматривается временной ряд, то шаг по времени оказывает существенное влияние на характер изменения переменных. Увеличение шага сглаживает картину, уменьшение приводит у большей роли случайны факторов.

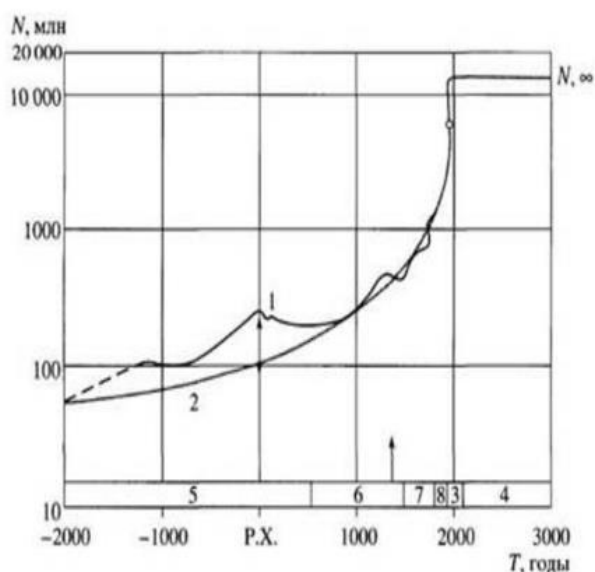


Рис. 1.2. Численность населения Земли

ЛЕКЦИЯ 2

Если анализируются временные ряды с существенно разными значениями количественных переменных, для их сравнения целесообразно либо использовать логарифмическую шкалу, то есть вместо значений переменных рассматривать логарифмы этих значений Рис. 2.1-2.2, либо нормировать переменные. Нормировку можно производить по-разному. Часто делят переменную на ее максимальное на данном промежутке времени или пространства значения.

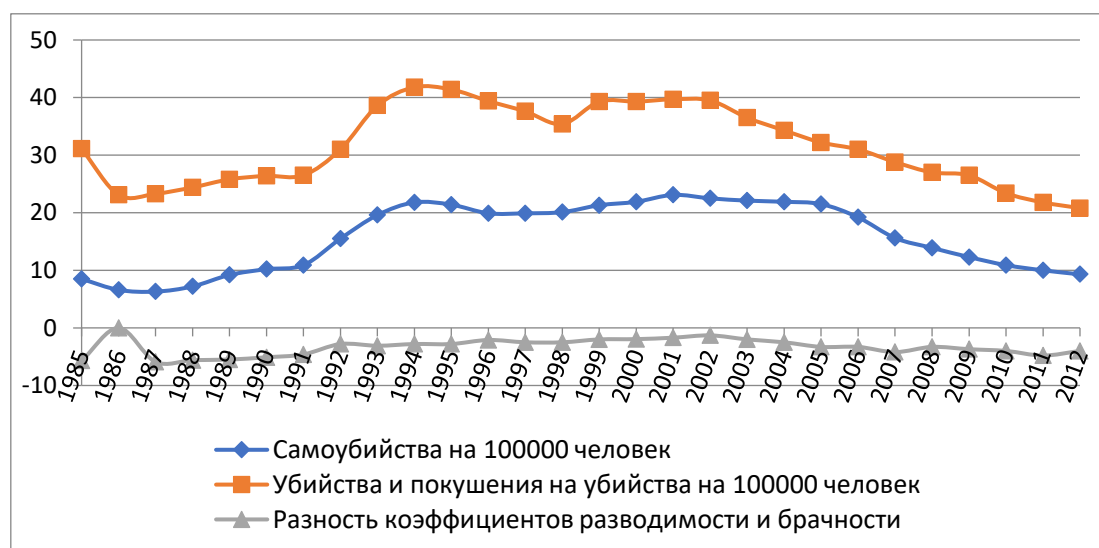


Рис. 2.1. Значения индикаторов

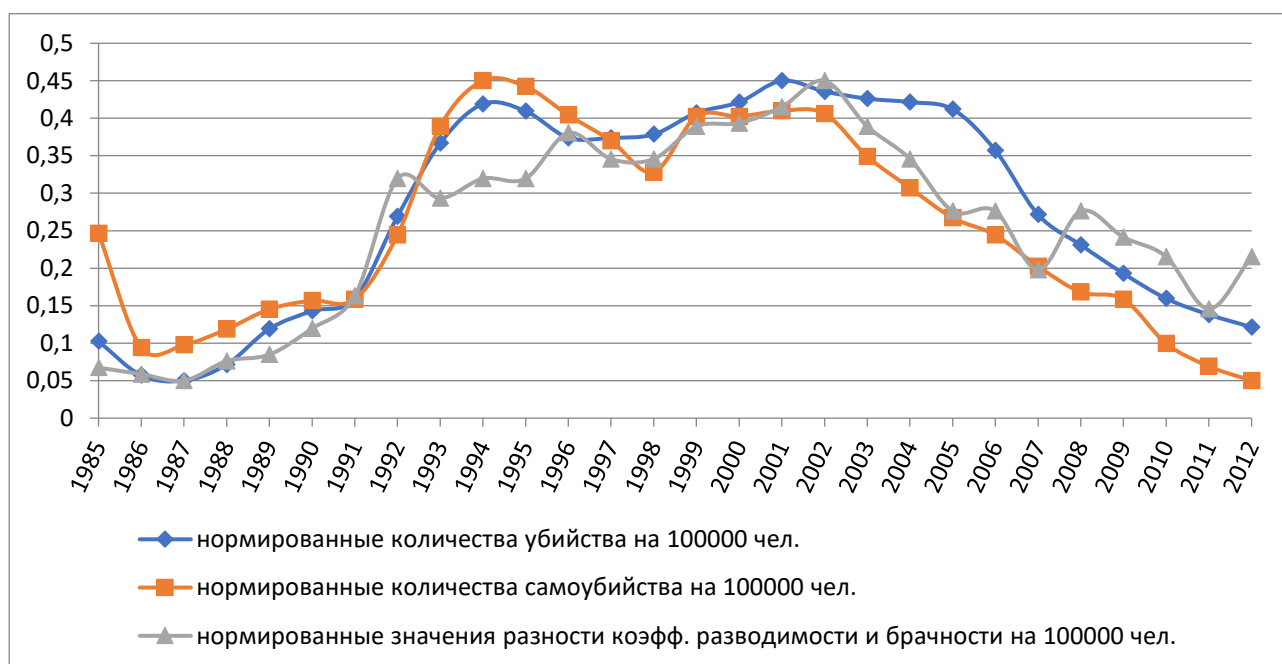


Рис. 2.2 Нормированные значения индикаторов

При обработке данных, представляющих собой временные ряды, нередко

отдельные значения исследуемых величин существенно отличаются от остальных значений. Если разность между имеющимися значениями и средним значением наблюдаемых величин превышает по модулю определенную величину, то такие значения называют выбросами. Причины возникновения выбросов надо анализировать и по результатам анализа решать, что делать с такими данными. Чаще всего эти данные просто отбрасывают.

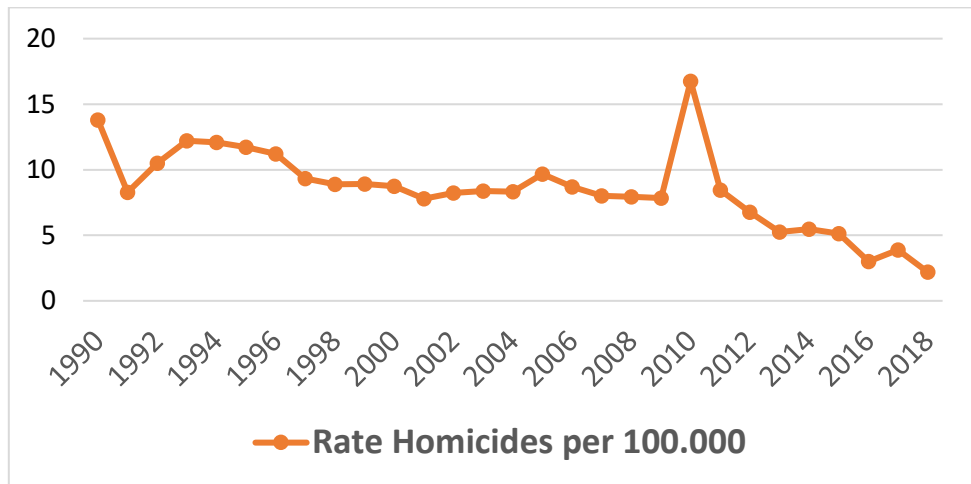


Рис. 2.3. Пример данных с выбросом

Если в рядах имеются пропуски или для каких-то целей, то для их заполнения можно использовать различные методы интерполяции: линейную, кусочно-полиномиальную, сплайн аппроксимацию.

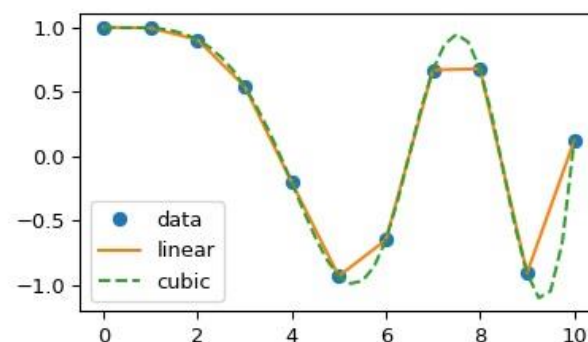


Рис. 2.4. Линейная и кубическая аппроксимация

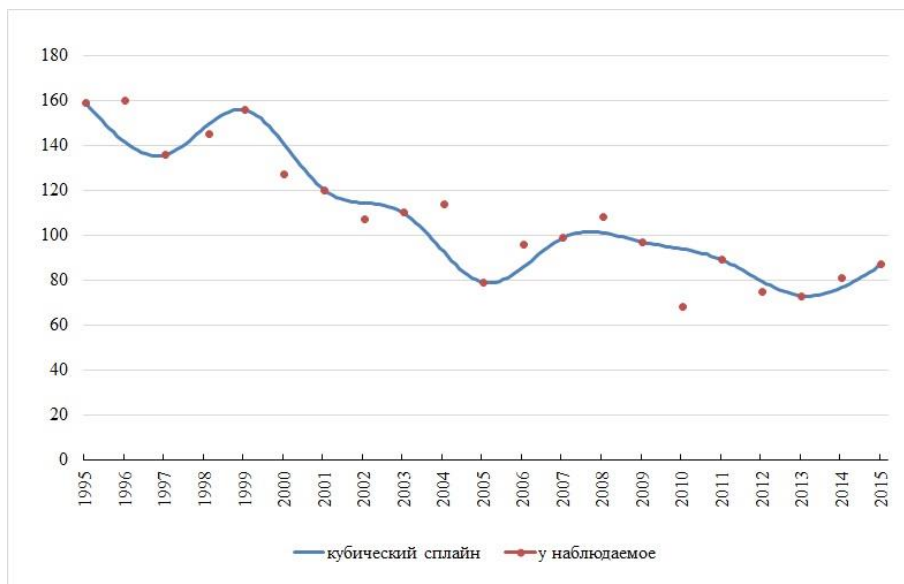


Рис. 2.5. Сплайн-аппроксимация данных по убийствам и покушениям на убийства в Армении.

Следует отметить, что указанные методы интерполяции предполагают, что значения интересующей нас величины в точках, в которых они заданы, известны точно. Если эти значения содержат ошибку, то точность интерполяции понижается. Нередко работают и с рядами, в которых сохранены пропуски.

Иногда во временных рядах возникают разрывы. Это результат изменения алгоритма определения соответствующего показателя.

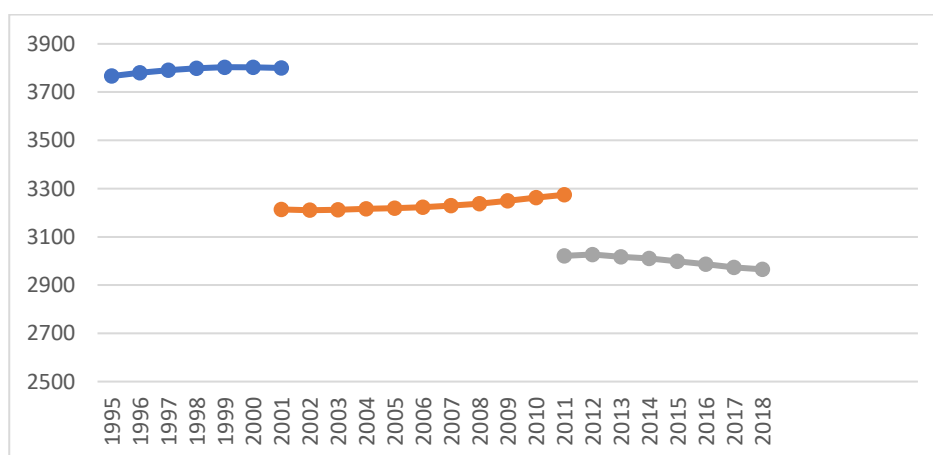


Рис. 2.6. Динамика численности населения Армении (тыс. чел.)

В этом случае более или менее надежные результаты получаются только для скорости изменения показателя. Можно заменять скачек постепенным

изменением, но трудно оценить число точек до и после разрыва, значения показателя в которых надо корректировать.

Математическое моделирование в общественных науках.

Математическая модель – это идеальная модель, описывающая интересующий нас объект на языке математики.

Сложные объекты нужно исследовать с помощью нескольких разных математических методов, результаты которых могут дополнять друг друга.

Динамические модели - математические соотношения, описывающие изменение некоторых объектов или систем во времени и пространстве. Чаще всего динамические модели описываются дифференциальными уравнениями.

Линейные уравнения имеют одинаковую структуру и отличаются только числом факторов, влияющих на данную переменную и интенсивностью влияния каждого фактора.

Нелинейные уравнения, содержащие степени и произведения влияющих факторов, могут иметь самый разнообразный вид, что крайне усложняет получение адекватной математической модели, особенно в случае большого числа факторов. За счет нелинейностей воздействие отдельных факторов может как значительно усиливаться, так и резко ослабевать, то есть возникают синергетические эффекты.

ЛЕКЦИЯ 3

Синергетика – теория «совместного действия многих подсистем, в результате которого на макроскопическом уровне возникает структура и соответствующее функционирование». Г. Хакен Это определение с точки зрения системного анализа в приложении к статистической физике. Усложнение систем связано с нелинейностью уравнений, но вряд ли связь однозначная.

Решения систем дифференциальных уравнений удобно анализировать с помощью понятия фазового пространства. *Фазовое пространство* — это пространство, точка в котором описывает состояние всей системы целиком в фиксированный момент времени, то есть по осям координат в таком пространстве откладываются все переменные, которые определяют состояние системы. Изменение системы с течением времени соответствует движению точки в фазовом пространстве.

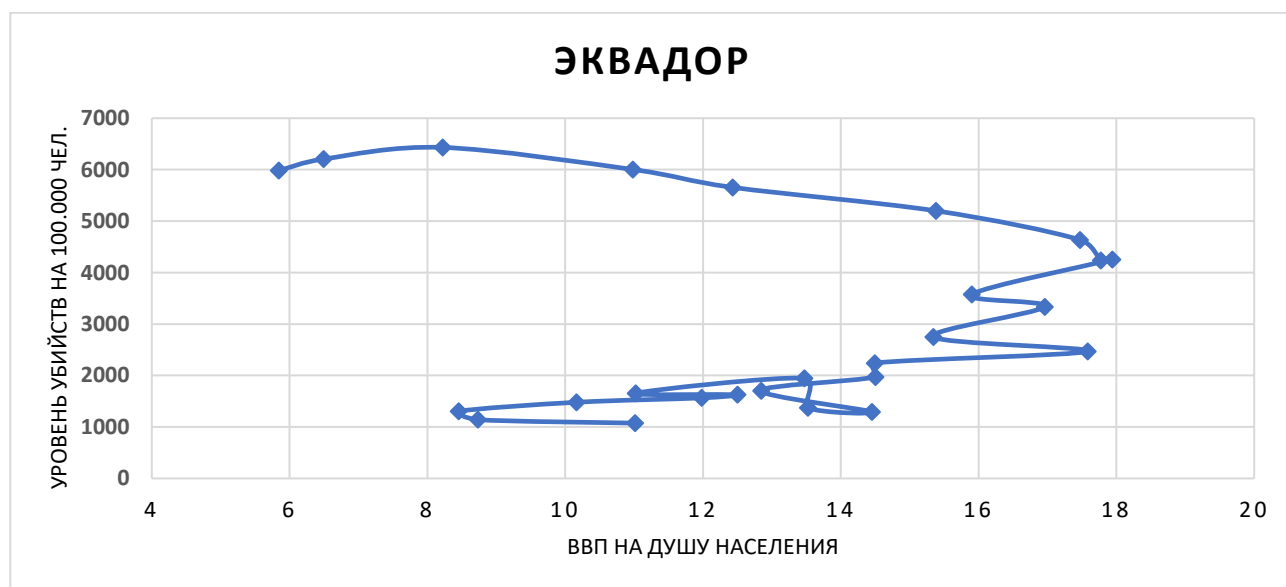


Рис. 3.1. Сечение фазового пространства

Аттрактор — компактное подмножество, все траектории из некоторой окрестности которого стремятся к нему при времени, стремящемся к бесконечности. Аттрактором может являться притягивающая неподвижная точка, периодическая траектория, или некоторая ограниченная область с неустойчивыми траекториями внутри (так называемый странный аттрактор). В

общественных науках время к бесконечности не стремится и представляют интерес только те аттракторы, к которым система стремится достаточно быстро. О неподвижных точках говорить трудно. В каждый момент времени система стремится к определенной точке, но с течением времени эти точки могут сдвигаться. Колебания иногда возникают (рис. 3.2.), но параметры периодического процесса могут меняться.

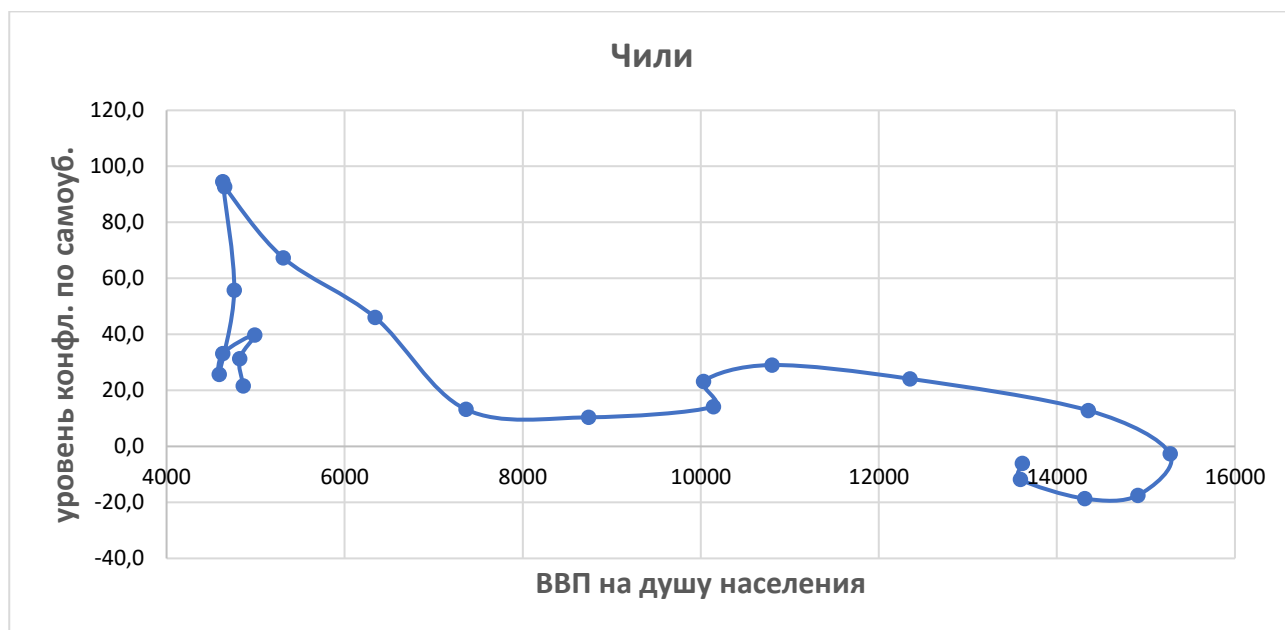


Рис. 3.2. Пример процесса близкого к периодическому

Странные аттракторы возникают в случае динамического или детерминированного хаоса.

Детерминированный хаос — явление, при котором поведение нелинейной системы выглядит случайным, несмотря на то что оно определяется детерминистическими законами (рис. 3.3).

Несмотря на то, что термины «хаос» и «управляемый хаос» довольно часто используются в общественных науках хаотические траектории скорее всего не встречаются в реальной социологии и политологии. Область, из которой системы притягиваются к определенному аттрактору, называется бассейном этого аттрактора. Если в какой-либо точке фазового пространства близкие точки относятся к бассейнам других аттракторов, то такая точка называется точкой возможной бифуркации.

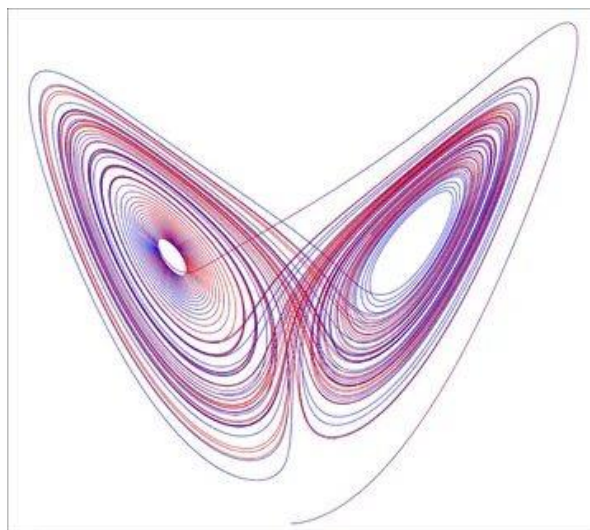


Рис. 3.3. Динамический хаос: фазовый портрет

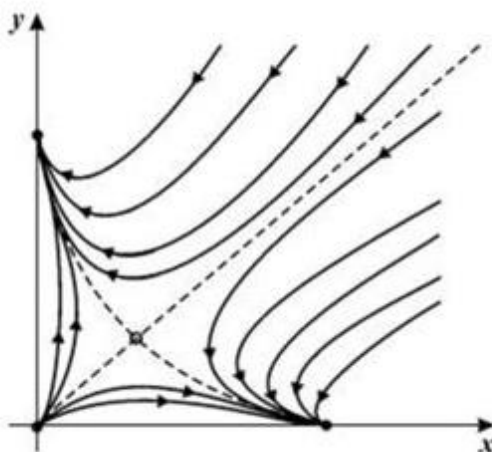


Рис. 3.4. Фазовый портрет триггерной системы

Точка бифуркации — критическое состояние системы, при котором система становится неустойчивой относительно [флуктуаций](#) и возникает неопределённость: станет ли состояние системы хаотическим или она перейдёт на новый, более дифференцированный и высокий уровень упорядоченности. Википедия.

В этой точке малые изменения состояния системы могут привести к тому, что она будет притягиваться к другому аттрактору. Такие малые случайные возмущения (флуктуации) в обществе происходят всегда. Но точки возможных бифуркаций возникают не столь часто. Отметим, что непонятно, почему

бифуркации связаны с хаотичностью и упорядоченностью

Катастрофа — скачкообразное изменение, возникающее в виде внезапного отклика системы на плавное изменение внешних условий, т.е. резкое качественное изменение объекта при плавном количественном изменении параметров, от которых он зависит (Рис. 3.5.).

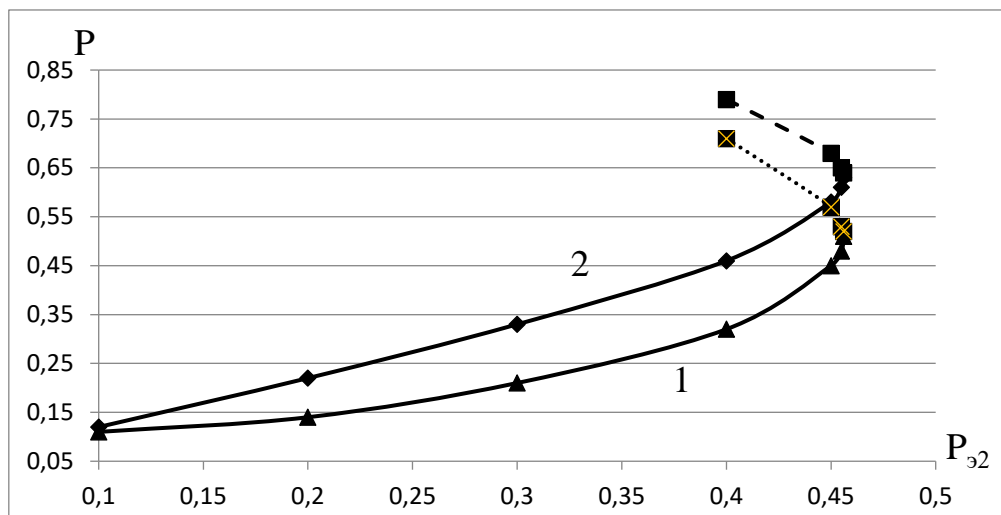


Рис. 2.5. Пример катастрофы

Обычно при наличии катастрофы предполагают, что время перехода системы в новое состояние пренебрежимо мало и не рассматривают что происходит с системой во время этого перехода. В действительности процесс перестройки социальной системы при потере ее устойчивости продолжается некоторое время и то, как он протекает и как формируется новое состояние системы представляет значительный интерес.

ЛЕКЦИЯ 4

Понятия синергетики тесно связаны с системным подходом. Поэтому приведем ряд определений из системного анализа.

Система – комплекс элементов, находящихся во взаимодействии и представляющих собой целостность

Эмерджентность в теории систем — наличие у системы свойств, не присущих её компонентам по отдельности; несводимость свойств системы к сумме свойств её компонентов.

Диссипативная система — это устойчивое состояние, возникающее в неравновесной среде при условии диссипации (рассеивания) энергии, которая поступает извне.

Это определение неудачно поскольку система не состояние. По-видимому, лучше определить диссипативную систему как систему, в которой может возникнуть устойчивое состояние при диссипации энергии, которая поступает извне. По-видимому, существенной роли это не играет, так как социальные системы всегда являются диссипативными.

Открытая система осуществляет взаимодействие или обмена по каким-либо параметрам со своей средой

САМООРГАНИЗАЦИЯ – процесс, в ходе которого создается, воспроизводится или совершенствуется организация сложной динамической системы. Процессы самоорганизации могут иметь место только в системах, обладающих высоким уровнем сложности и большим количеством элементов, связи между которыми имеют не жесткий, а вероятностный характер. Недостаточно очевидно необходим ли высокий уровень сложности для самоорганизации, но примитивные социальные системы в современных обществах не играют существенной роли.

Существенные характеристики, присущие всем **иерархическим системам**: последовательное вертикальное расположение подсистем, составляющих данную систему (вертикальная декомпозиция); приоритет действий или право вмешательства подсистем верхнего уровня; зависимость действий подсистем верхнего уровня от фактического исполнения нижними

уровнями своих функций.

Важной характеристикой систем является наличие обратной связи. **Положительная обратная связь** — тип обратной связи, при котором изменение выходного сигнала системы приводит к такому изменению входного сигнала, которое способствует дальнейшему отклонению выходного сигнала от первоначального значения. **Отрицательная обратная связь (ООС)** — вид обратной связи, при котором изменение выходного сигнала системы приводит к такому изменению входного сигнала, которое противодействует первоначальному изменению. Промежуточных элементов между входом и выходом может быть достаточно много.



Рис. 4.1. Петля положительной обратной связи

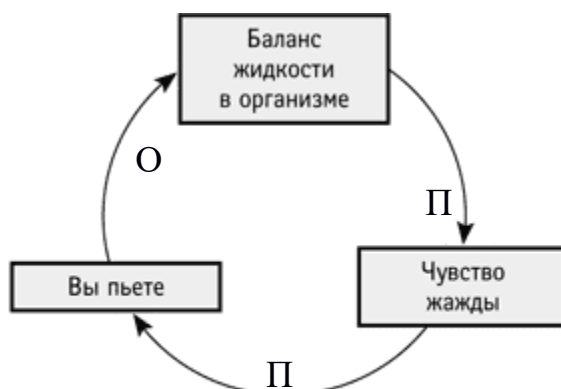


Рис. 4.2. Петля отрицательной обратной связи

Статистические методы дают возможность:

- компактно и информативно описывать результаты наблюдений (*описательная статистика и визуализация данных*);
- устанавливать степень достоверности сходства и различия исследуемых объектов на основании результатов измерения их показателей (*критерии сравнения групп*);
- анализировать наличие или отсутствие зависимости между различными показателями (явлениями) и количественно описывать эти зависимости (*корреляционный, регрессионный и дисперсионный анализ*).

Функция распределения. Знание функций распределения позволяет оценить вероятность того, что значения случайной величины будет заключено в определенном диапазоне.

Чаще всего предполагается, что распределение является **нормальным**. В этом случае всю собранную информацию мы можем свести к двум числам, которые называются *параметрами распределения*. Это *среднее значение* и *стандартное отклонение*. Часто используют понятие *дисперсия*, которая определяется как среднее квадратов отклонений от среднего значения. *Стандартное отклонение* – это положительный квадратный корень дисперсии (рис. 4.3)

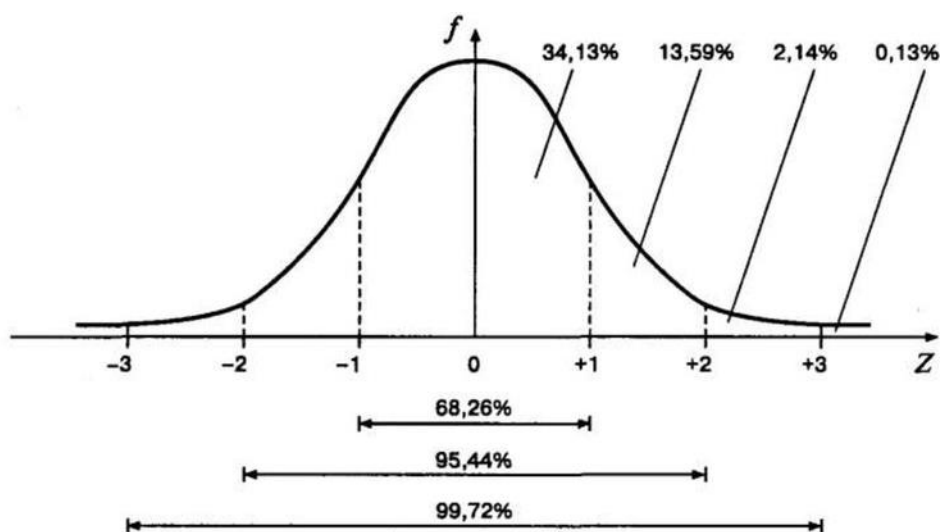


Рис. 4.3. Стандартное нормальное распределение

Распределение Пуассона – распределение случайной величины, принимающей целые неотрицательные значения. Оно определяет вероятность

наблюдения величины в конкретном измерении, если события происходят независимо и характеризуются средней величиной (рис. 4.4.).

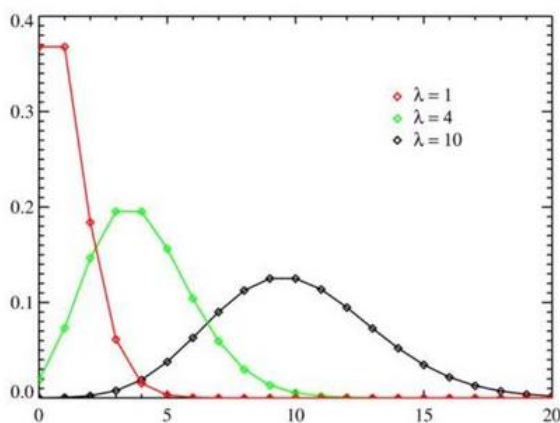
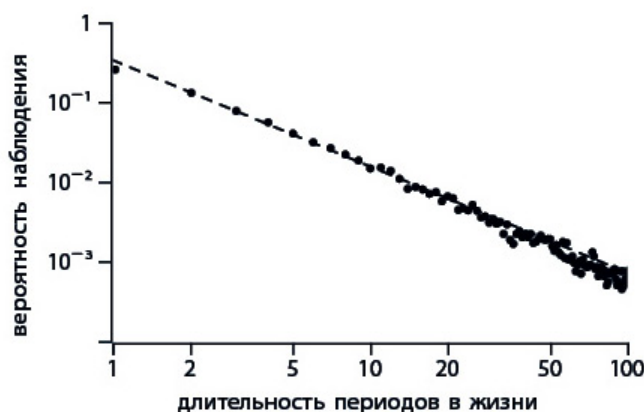


Рис. 4.4. Распределение Пуассона

Степенной закон распределения имеет место, когда вероятность событий от некоторой характеристики имеет степенной вид. Степенные законы позволяют описывать процессы с редкими событиями.



Корреляционный анализ используют для определения интенсивности и направления взаимосвязи между переменными.

Коэффициент корреляции Пирсона: используется для измерения меры линейной связи между двумя количественными переменными, которые распределены нормально или близко к нормальному распределению (например, рост и вес).

Коэффициент корреляции Спирмена: используется для измерения монотонной связи между двумя переменными, которые должны быть ранговыми.