

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Сборник материалов
III Региональной
научно-практической конференции

КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ — 2007

Владикавказ
2008

ББК 22.1+я 43
С 23

Ответственные редакторы:
кандидат технических наук *Е. С. Каменецкий*,
кандидат физико-математических наук *И. Д. Цопанов*

Сборник материалов III Региональной научно-практической конференции «Колмогоровские чтения»-2007 / отв. ред. Е. С. Каменецкий и И. Д. Цопанов.—Владикавказ: ВНИЦ РАН, 2008.—152 с.

В сборник вошли материалы III Республиканской научно-практической конференции «Колмогоровские чтения», состоявшейся в феврале 2007 года в г. Владикавказ на базе математического факультета Северо-Осетинского государственного университета им. К. Л. Хетагурова.

ISBN 978-5-93000-052-8

© Институт прикладной математики
и информатики ВНИЦ РАН, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

Малиев И. Н. Физический вакуум и ускоряющаяся Вселенная	9
Плиев М. А. О некоторых интересных задачах	12
Цопанов И. Д. Современные проблемы вычислительной математики	14

МАТЕРИАЛЫ РАБОТЫ СЕКЦИЙ

Теория и методика обучения математике

Абатурова В. С. Линейные модели в школьном математическом образовании	31
Тедеева Е. П. Методика обучения школьников решению олимпиадных задач	39
Угнивенко О. В. Методика обучения школьников решению геометрических задач ЕГЭ по теме прямоугольные треугольники	45
Дзарасова Э. А. Об одном нестандартном методе решения уравнений	53
Галаванова Э. А. Об обучении школьников построению алгебраических и геометрических моделей	60

Теория и методика обучения физике

Боциев И. Ф. Организация самостоятельной работы студентов при изучении физики в ВУЗе	73
Боциева Н. И. Формирование методологических знаний у школьников в процессе изучения физики	75
Милостивая Н. Ю. Использование информационных технологий в преподавании школьного курса физики	82
Селиверстова Г. П. Учим физике школьников младших классов	87

Теория и методика обучения информатике

Иванова Е. Д. Автоматизированная система проверки решения задач	95
Калиниченко А. В. Использование технологии Flash на уроках информатики для разработки методических пособий	97

Макаренко М. Д. Методика преподавания программирования в 6–7 классах	99
Молчанова И. А. Проблемы компьютеризации школ и учебного курса «Информатика и ИКТ»	101
Ревазова Ф. Ф. Преподавание темы «Моделирование и формализация»	105

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ПРИЗЕРОВ КОНКУРСА ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ

Секция математики

Аветисов А. А. Числа Каталана	113
Хугаева К. М., Хугаева Н. М. 33 свойства трапеции	115
Егоров Д. И. Индукция	117
Кусраева О. А. Изопериметрические задачи. Задача Дидоны	120
Новиков Е. А., Анисимов Е. А. Несколько решений одной задачи. Свойство биссектрисы треугольника	122
Плиева М. А., Ханикаева А. Н. Объем шара	124

Секция физики

Боцоева Е. В. Изучение физико-технических аспектов экологических проблем в школе	129
Дзахов Р. К., Мараховский В. А. Электрическое сопротивление при старении желтка куриного яйца	130
Дзукаев М. О., Кулумбеков И. Г. Физика в медицине	131
Габарева А. В. Ферромагнетики и их применение	133
Гобозова Л. В., Попеско Б. А. История создания и усовершенствования дробилок	135
Икаева Э. Ю., Гагиева М. В. Физика: звук и музыка	137

Секция информатики

Цховребов А. А. Мультимедийный учебник по программированию для начинающих	143
Цораев Т. Б. Роль компьютерного тестирования в образовательном процессе	145
Резниченко Н. А. Графический редактор для базы данных «Ателье»	147
Слохов А. Ю. Виртуальная лабораторная работа по физике ..	150

ПРЕДИСЛОВИЕ

Уважаемые участники конференции!

В этом году третий раз проводится Республиканская научно-практическая конференция «Колмогоровские чтения», в рамках которой проходит конкурс школьных исследовательских работ по математике, физике, информатике. По сложившейся традиции конференция приурочена ко Дню Российской науки, который отмечается 8 февраля в соответствии с Указом Президента Российской Федерации, вступившем в силу в 1999 г.

Конференция с участием школьных учителей и учащихся средних школ — прекрасный повод привлечь внимание общественности, деловых кругов и молодежи к огромным возможностям науки, завоевать новых сторонников, партнеров и помощников. Знание — необходимое слагаемое успеха в любой сфере человеческой деятельности. Наука и образование — опора государства, потенциал его развития. С ними связаны и наши надежды на то, чтобы в конечном итоге наши дети жили в просвещенной и благополучной стране.

Целью конференции является популяризация математики, физики и информатики, поиск и поддержка талантливых школьников, увлеченных исследовательской деятельностью, знакомство участников конференции с достижениями и современными проблемами науки.

Впервые в нашей республике конференция «Колмогоровские чтения» проводилась Владикавказским научным центром Российской академии наук и Правительства Республики Северная Осетия-Алания и Институтом прикладной математики и информатики ВНЦ РАН в 2003 г., в год 100-летия Андрея Николаевича Колмогорова — одного из самых выдающихся представителей современной науки, наряду с такими звездами первой величины, как Анри Пуанкаре и Давид Гильберт.

Отрадно отметить, что участниками конференции являются не только городские учителя и школьники, но и представители школ из разных районов республики (г. Алагир, г. Беслан, Пригородный и Правобережный районы). Надеюсь, что география конференции будет расширяться с каждым годом.

Желаю всем участникам конференции побед в выбранной ими области науки и образования, здоровья и неиссякаемого желания приобретать новые знания, совершенно необходимые в условиях стремительно меняющегося мира.

д. ф.-м. н., проф. А. Г. Кусраев

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

ФИЗИЧЕСКИЙ ВАКУУМ И УСКОРЯЮЩАЯСЯ ВСЕЛЕННАЯ

И. Н. Малиев

До недавнего времени космология покоилась на двух фундаментальных открытиях: в 1929 г. Эдвин Хаббл открыл космологическое расширение, а в 1965 г. А. Пензиас и Р. Вилсон обнаружили так называемое реликтовое излучение. В последнее время в космологии произошли события, которые многие специалисты склонны считать революционными. Именно, сразу две группы астрономов (Райеса и С. Пермуттера), занимающиеся изучением далеких вспышек сверхновых звезд типа (Ia) пришли к следующим выводам:

1. Во Вселенной доминирует вакуум; по плотности энергии он превосходит все «обычные» формы космической материи вместе взятые.
2. Динамикой космологического расширения управляет антигравитация.
3. Космологическое расширение ускоряется, а 4-х мерное пространство-время становится тем временем статическим.

Это открытие изменяет, в первую очередь, наше понимание современной стадии космологической эволюции состояния Вселенной. Прежде считалось, что вся история космологического расширения — это история его затухания после первоначального «большого взрыва». Теперь же получается, что как раз в нашу эпоху динамика расширения перешла от стадии замедления к новой стадии ускорения! Открытие космологического ускорения ставит перед физиками и астрономами новые задачи. Важнейшей из них является следующая: какова природа космического вакуума и почему космический вакуум имеет именно то значение плотности, которое обнаружено в наблюдениях. К этой проблеме примыкает проблема так называемых космических совпадений: почему различные компоненты космической среды имеют близкие по порядку величины наблюдаемые плотности? Именно эти темы будут обсуждаться ниже.

Сначала расскажем, как выглядит «стандартная» космологическая модель сегодня.

Вакуум явился в космологию с Эйнштейновской космологической постоянной Λ . Ее роль состояла в том, чтобы «создавать», а точнее описывать антигравитацию. Эйнштейн полагал, что таким путем можно уравновесить гравитацию вещества Вселенной и обеспечить статичность самой Вселенной, поскольку считал ее вечной и неизменной. Современная космология признает следующее: космологическая постоянная Λ описывает космический вакуум (его плотность

энергии выражается через Λ и пропорциональна ему). Космический же вакуум — такое состояние космической энергии, которое обладает постоянной по времени и всюду одинаковой в пространстве плотностью, и притом в любой системе отсчета! По этим свойствам он отличается от всех других форм космической энергии. Хотя вакуум и называют космическим, он присутствует всюду: это тот самый вакуум, в котором разыгрываются взаимодействия элементарных частиц и действие которого проявляется в ламбовском сдвиге спектральных линий атомов и эффекте Казимира. Далее, вакуум обладает не только определенной плотностью энергии, но также и давлением, причем уравнение состояния, совместимое с выше приведенным определением вакуума, имеет вид: $P_{\text{вакуум}} = -\rho_{\text{вакуум}}$, где $\rho_{\text{вакуум}}$ — плотность вакуума. Это уравнение удастся вывести теоретическим путем, однако значение плотности пока получить не удалось — это острая проблема в теоретической физике.

Почему вакуум вызывает антигравитацию? Согласно теории Эйнштейна — Фридмана тяготение создается не только плотностью среды, но и ее давлением. Согласно уравнению состояния давление отрицательно, и, следовательно, эффективная гравитирующая плотность энергии ($\rho_G = \rho_{\text{вак}} + 3P_{\text{вак}} = -2\rho_{\text{вак}}$) также отрицательна!

Перейдем к измеренной плотности вакуума. Как уже говорилось, она оказывается больше, чем сумма плотностей всех остальных видов космической энергии. Действительно:

$$\Omega_{\text{вак}} = \left(\frac{\rho_{\text{вак}}}{\rho_{\text{крит}}}, \rho_{\text{крит}} = (0,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-29} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right) = 0,7 \pm 0,1,$$

$$\Omega_{\text{темн.вещ.}} = 0,3 \pm 0,1, \quad \Omega_{\text{вещ.}} = 0,02 \pm 0,01, \quad \Omega_{\text{излуч.}} = 0,8 \cdot 10^{-5} \cdot \alpha,$$

$1 < \alpha < 10 \div 30$ (учитываем вклад излучения, нейтрино, гравитонов).

Все выше приведенные величины зависят от постоянной Хаббла $H = 65 \pm 15 \frac{\text{км}}{\text{Мпкс}}$ (через $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$, $c = 1$). Здесь использована система единиц, в которой скорость света $c = 1$. При этом они совместимы с любой космологической моделью: открытой, плоской и замкнутой ($\Omega = \Sigma \Lambda_i$, $\Omega < 1$, $\Omega = 1$, $\Omega > 1$).

Какова же роль вакуума в динамике Вселенной? Во всех трех моделях вакуум создает эффективную антигравитацию ($\rho_G < 0$), причем ускорение на нынешней стадии Вселенной оказывается положительным (расширение ускоряется со временем!) и продолжается неограниченно долго. Космологическое расширение становится ускоряющимся (вакуум доминирует) при $t > 7-8$ млрд. лет (современный возраст 15 млрд!).

Перейдем от динамики мира к его геометрии. Для нас интересны те черты мира, которые связаны с доминированием вакуума во Вселенной. В этом случае мы имеем следующую картину: переход в расширяющейся Вселенной от стадии преобладания обычного вещества к стадии доминирования вакуума означает постепенное исчезновение динамики в 4-х мерном пространстве-времени. Пространственно-временной каркас мира перестает изменяться со временем, застывает и оказывается зафиксированным навечно. Но в погруженном в этот вечный и неизменный мир веществе многое еще будет происходить: рождаться звезды, вспыхивать сверхновые и т. д. Но на геометрию 4-х мерного мира эти процессы уже не влияют! Можно сказать, что чем сильнее ускоряется под действием антигравитационного вакуума космологическое расширение, тем ближе наш 4-х мерный мир к неизменности и полному покою! Еще раз подчеркну, что расширение с ускорением 4-х мерного мира происходит во всех трех моделях: открытой, закрытой и плоской — это все 3-х мерные геометрии, погруженные в 4-х мерный мир!

Вернемся опять к природе вакуума. Откуда берется его энергия? Согласно базовому результату квантовой механики эта энергия складывается из так называемых «нулевых колебаний» квантованных полей. Реально же подсчитать суммарную плотность энергии теории пока не позволяет (получается бесконечность!). На эту тему существует много спекуляций, укажем например на ту, которая связана с нарушением исходной симметрии между бозонами и фермионами (суперсимметрии) в эпоху «большого взрыва» — получается некое малое, но отличное от нуля, значение плотности энергии вакуума. Словом, этот вопрос еще открыт.

Заканчивая, можно сказать следующее: сегодня произошла решительная смена картины мира: оказалось, что во Вселенной господствует вакуум с его антигравитацией, которая заставляет галактики с ускорением разбегаться друг от друга; мы осознали, что живем в 4-х мерном пространстве-времени, которое недавно завершило свою эволюцию и достигло ныне состояния идеально регулярного и геометрически идеального, которое будет длиться неограничено долго!

Малиев Игорь Нохович, к. ф.-м. н.

Владикавказ, Северо-Осетинский государственный

университет им. К. Л. Хетагурова,

математический факультет, кафедра алгебры и геометрии

О НЕКОТОРЫХ ИНТЕРЕСНЫХ ЗАДАЧАХ

М. А. Плиев

Уважаемые участники конференции! Уважаемые друзья! 21 век ставит перед фундаментальной наукой все более грандиозные задачи. Эти задачи — не каприз ученых и научного сообщества, а жесткая необходимость, от которой зависит судьба всего человечества. Проблемы экологии, перенаселения, дефицита энергоресурсов, продуктов питания и многого другого настоятельно требуют научного подхода для их решения. Математической науке в решении этих проблем отводится ведущая роль.

20 век был очень плодотворным периодом для математики. В 1902 г. на втором Всемирном конгрессе в Париже немецким математиком Гильбертом были выдвинуты 23 проблемы, сыгравшие важную роль в развитии всей математики 20 века. Тогда же появилась и традиция проведения Всемирных конгрессов, один в четыре года. Задачи из списка Гильберта затрагивали практически все ветви существующей тогда математики — алгебру, геометрию, арифметику, теорию множеств, вариационное исчисление, дифференциальные уравнения. Большинство задач были решены в течении 20 столетия. Решения отдельных задач были найдены вскоре после конгресса, на другие ушли десятилетия; некоторые остались нерешенными по сей день. Конец 20 века был для математики временем расцвета и слияния с другими областями человеческого знания. Отметим некоторые из них.

Начнем с самых, казалось бы, далеких от математики областей знаний — гуманитарных наук. Математические подходы, вычислительные эксперименты проникают даже в историю. Благодаря им появилась так называемая метаистория, анализирующая возможные механизмы эволюции социума. Математические методы статистики стали незаменимыми спутниками психологии. Важное место занимает математика в инженерных науках. Развитие новых технологий требует математического моделирования и сложность модели растет соответственно сложности явления.

Семь задач

В 2000 г. Математический институт Клея (Кембридж, штат Массачусетс, США) представил математической общественности 7 задач за решение каждой из которых обещана денежная премия в размере 1 миллион долларов США.

Первая задача — так называемая проблема $P \neq NP$ была поставлена в середине прошлого столетия американскими математиками

Куком и Карпом. Эта проблема связана с теорией вычислительной сложности. Ее решение будет очень полезным для вычислительной математики и теоретической информатики.

Вторая проблема — знаменитая гипотеза Римана о нулях дзета-функции. Поставленная Риманом более 150 лет тому назад, она по-прежнему непреступна и манит честолюбивых исследователей. Эта проблема находится на стыке теории функций и арифметики.

Третья проблема из списка связана с именами двух английских математиков — Берча и Свиннертона — Дайера. Задача связана с аналитическими и геометрическими свойствами эллиптических кривых. С помощью этих кривых в конце 20 столетия была доказана Великая теорема Ферма, остававшаяся непреступной около 300 лет.

Четвертая проблема — гипотеза, связанная с уравнением, описывающим движение жидкости. Решение этой проблемы приведет к более глубокому пониманию турбулентности — проблемы, важность которой трудно переоценить.

Пятой в списке задач Клея идет гипотеза Пуанкаре о топологических свойствах трехмерных многообразий. Хочется с радостью отметить, что это первая проблема, решение которой уже увенчалось успехом. И что не менее приятно, что решил ее наш соотечественник — Санкт-Петербургский математик Григорий Перельман.

На шестом месте — гипотеза Ходжа, связывающая воедино алгебраическую геометрию, комплексный анализ и топологию. Предложенная в первой половине 20 века знаменитым американским математиком Уильямом Ходжем эта задача остается непреступной и по сей день.

И последняя проблема в списке задач Клея — это гипотетическая теория, объединяющая квантовую гравитацию и теорию относительности. Проблема эта связана с именами двух физиков — Янга и Миллса. Любое продвижение в этом направлении приоткроет завесу тайны над фундаментальными вопросами мироздания.

Для решения этих и многих других интересных задач нужны молодые таланты. Я верю, дорогие друзья, что они находятся среди нас!

ПЛИЕВ МАРАТ АМУРХАНОВИЧ, к. ф.-м. н.
Владикавказ, Институт прикладной математики
и информатики ВЦ РАН

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

И. Д. Цопанов

Введение

Математика как наука возникла в связи с необходимостью решения практических задач: измерений на местности, навигации и т. д. Вследствие этого математика была численной математикой, ее целью являлось получение решения в виде числа. Крупнейшие представители прошлого сочетали в своих исследованиях изучение явлений природы, получение их математического описания, как иногда говорят, математической модели явления и её исследования. Анализ усложненных моделей потребовал создания специальных, как правило, численных и асимптотических методов решения задач. Названия некоторых из таких методов — методы Ньютона, Эйлера, Лобачевского, Гаусса, Чебышёва, Эрмита, Крылова — свидетельствуют о том, что их разработкой занимались крупнейшие ученые своего времени.

Настоящее время характерно резким расширением приложений математики, во многом связанным с созданием и развитием средств вычислительной техники. В результате появления компьютеров с программным управлением, менее чем за пятьдесят лет скорость выполнения арифметических операций возросла от 0,1 операций в секунду при ручном счете до 10^{12} операций на современных серийных ЭВМ, т. е. примерно в 10^{13} раз.

Рост возможностей в связи с созданием вычислительной техники носит качественный характер и иногда сравнивается с промышленной революцией, вызванной изобретением паровой машины. Уместно вспомнить, что в итоге промышленной революции и последующего на протяжении двух веков развития науки и техники скорость передвижения возросла от скорости пешехода 6 км/ч до скорости космонавта 30000 км/ч, т. е. в 5000 раз.

Распространенное мнение о всемогуществе современных ЭВМ часто порождает впечатление, что математика избавилась от всех хлопот, связанных с численным решением задач, и разработка новых методов для их решения уже не столь существенна. В действительности дело обстоит иначе, поскольку потребности эволюции, как правило, ставят перед наукой задачи, находящиеся на грани ее возможностей [12, 13].

Рассмотрим пример, иллюстрирующий это утверждение. Решение дифференциальных уравнений в частных производных сводится

к решению систем алгебраических уравнений с матрицей, в каждой строке которой имеется 5-10 ненулевых элементов. Накануне появления ЭВМ такие системы решали в случае числа неизвестных порядка $10^1 - 10^2$; сейчас нередки случаи, когда решаются системы с числом неизвестных порядка $10^5 - 10^6$. Если бы эти же задачи решались на современных ЭВМ с использованием методов, известных 30 лет назад, то пришлось бы ограничиться системами с числом неизвестных порядка $10^3 - 10^4$ (при тех же затратах времени ЭВМ).

Таким образом, одной из главных задач современной вычислительной математики является поиск новых численных методов с учетом возможностей современных ЭВМ. Дело в том, что постоянно растущие мощности современных вычислительных машин дают возможность производить существенно большее количество операций за фиксированный промежуток времени для решения одной и той же задачи, но большее количество операций вызывает и большее накопление погрешностей, которые неизбежно возникают при вычислениях с не целыми числами, а это, в случае недостаточной устойчивости алгоритма, ведет к катастрофической ошибке в окончательном решении.

Ниже мы рассмотрим несколько примеров научных и практических задач, приведших к необходимости построения новых математических теорий для своего численного решения. Начнем с простейших.

Извлечение квадратного корня

С простейшими применениями вычислительной математики мы сталкиваемся постоянно в быту.

Например, нахождение квадратного корня из положительного числа в виде простейшей операции присутствует на многих калькуляторах. Посмотрим, что стоит за нажатием клавиши калькулятора со знаком $\sqrt{}$. Заметим, что вычисление, например, $\sqrt{2}$, фактически, означает нахождение корня уравнения

$$x^2 = 2. \quad (1)$$

Так как значение $\sqrt{2}$ мы можем знать только приближенно, то естественно в качестве решения уравнения (1) считать алгоритм, позволяющий с наперед заданной точностью вычислять его решение.

Пусть $x > 1$ такое, что $|x - \sqrt{2}| = \delta$, где δ — некоторая постоянная, $0 < \delta < 1$ (например, $x = 1,4$).

Возведем обе части равенства $|x - \sqrt{2}| = \delta$ в квадрат, получим:

$$x^2 - 2x\sqrt{2} + 2 = \delta^2 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{2}{2x} - \sqrt{2} = \delta^2/(2x).$$

Из последнего равенства, обозначив выражение $x/2 + 2/(2x)$ через $\bar{x}$, получим:

$$0 < \bar{x} - \sqrt{2} = \delta^2/(2x) < \delta. \quad (2)$$

Соотношение (2) можно трактовать так: если имеется какое-то число $x > 1$, то число $\bar{x}$, полученное по правилу

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \left(x + \frac{2}{x} \right), \quad (3)$$

будет ближе к $\sqrt{2}$, чем x .

Эти рассуждения дают основание надеяться, что если мы будем действовать согласно алгоритму приведенному ниже, то получим в конце концов достаточно точное значение $\sqrt{2}$.

```

x  ← 1,4
x̄  ← 0
repeat while x̄ ≠ x
    

x̄ ← 1/2 (x + 2/x)
        x ← x̄


endrepeat.
```

В этом алгоритме пояснений требует только критерий остановки. Он основан на том, что если в процессе вычислений мы действительно будем приближаться к $\sqrt{2}$, то можно предположить, что, начиная с определенного момента, результаты соседних оборотов цикла между собой перестанут отличаться. Но можно и не предполагать, а попытаться исследовать этот вопрос. Именно в этот момент и вступает в свои права математический анализ. Оказывается средствами математического анализа можно действительно доказать, что результат каждого оборота цикла будет ближе к $\sqrt{2}$, чем его предшественник. Более того, можно доказать следующий факт:

Если задано некоторое малое положительное число ε , то для выполнения неравенства $|\sqrt{2} - \bar{x}| \leq \varepsilon$ достаточно провести N оборотов цикла, где число N определяется по формуле

$$N = \left\lceil \ln \left(0.5 \cdot \ln(\varepsilon/2) / \ln(|x_0 - \sqrt{2}|/2) \right) / \ln 2 \right\rceil + 1.$$

Опишем коротко основные этапы наших рассуждений:

1. Постановка задачи: вычислить $\sqrt{2}$.
2. Построение алгоритма ее решения.

3. Уточнение с помощью математического анализа алгоритма и превращение его в алгоритм, дающий решение данной задачи на ЭВМ с нужной заказчику точностью.

Конечно, эта схема не отражает всех тонкостей решения прикладных задач. В каждом конкретном случае она требует соответствующих уточнений и дополнений.

Заметим, что извлечение корня $\sqrt{2}$ можно трактовать, как решение уравнения

$$f(x) = 0, \quad \text{где } f(x) = x^2 - 2. \quad (4)$$

Один практический пример

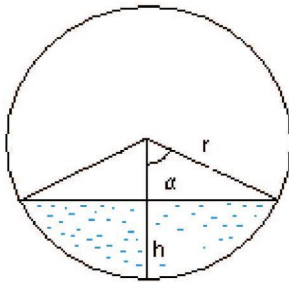


Рис. 1.

Отметим, что уравнения вида (4) возникают как в связи с математическими исследованиями, так и в сугубо практических ситуациях. Приведем один пример из практики.

Пусть резервуар для нефти имеет форму лежащего цилиндра с радиусом 1м. Какова высота уровня нефти, если резервуар заполнен на $q = 1/4$ своей емкости?

Решение. При длине резервуара L зависимость объема нефти от угла

α (см. рис. 1) дается формулой (α — в радианах):

$$V = r^2 L \cdot \frac{1}{2} \cdot (2\alpha - \sin 2\alpha).$$

В то же время, легко получить, что $V = r^2 L \pi q$. Приравнивая два выражения для объема, получим

$$r^2 L \cdot 0,5 \cdot (2\alpha - \sin 2\alpha) = r^2 L \pi q,$$

или

$$\alpha - 0,5 \sin 2\alpha - \pi q = 0.$$

Если мы из последнего уравнения найдем α , то по формуле

$$h = r \cdot (1 - \cos \alpha)$$

найдем h — высоту уровня нефти.

Таким образом, практическая задача определения уровня нефти в резервуаре привела нас к необходимости решения уравнения вида $f(\alpha) = 0$ (здесь $f(\alpha) = \alpha - 0,5 \sin 2\alpha - \pi q$).

Оказывается очень удобным систему (5) записывать в виде:

$$Ax = b,$$

определяя левую часть системы (5) как результат умножения матрицы A на столбец x .

Эта запись имеет очень много важных следствий, так как благодаря ей система принимает вид уравнения $f(x) = 0$, только теперь $f(x) = Ax - b$. Относительно недавно математики осознали, полезность изучения общих уравнения вида:

$$f(x) = 0, \quad (6)$$

где в качестве неизвестной величины x следует рассматривать объекты из более общих, чем числа, математических структур, а в качестве функции f — отображения этих структур. Математическая дисциплина, занимающаяся этими вопросами называется функциональный анализ. Большую роль в изучении общих уравнений вида (6) и построении теории их численного решения сыграл российский (советский) математик — лауреат Нобелевской премии по экономике — академик Л. В. Канторович. Основные его результаты, относящиеся к указанным вопросам, изложены в книге [8].

Дифференциальные уравнения

Первооткрывателем дифференциальных уравнений, как и собственно дифференциального исчисления, является И. Ньютон. В 1671 году он представил в Королевское общество рукопись работы «Метод флюксий и бесконечных рядов с приложением к геометрии кривых». В этой работе он рассмотрел дифференциальное уравнение

$$y'(x) = 1 - 3x + y + x^2 + xy \quad (7)$$

и решил его с помощью бесконечных рядов: пусть при $x = 0$ $y = 0$, тогда, если искать решение в виде бесконечного ряда $y = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots$, то $c_0 = 0$, следовательно $y = 0 + \dots$. Подставим это выражение в уравнение (7), получим $y' = 1 + \dots$, что при интегрировании дает $y = x + \dots$. Теперь, снова используя (7), придем к соотношению $y' = 1 - 3x + x + \dots = 1 - 2x + \dots$, интегрируя которое получим $y = x - x^2 + \dots$. Продолжая этот процесс, получим приближенное решение

$$y = x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{30}x^5 - \frac{1}{45}x^6 \text{ и т. д.}$$

Очень важно отметить, что Ньютон с самого начала строил дифференциальное исчисление как аппарат естествознания. В полной мере он продемонстрировал это в своей знаменитой книге «Математические начала натуральной философии», вышедшей в 1687 г. и признанной теперь одной из величайших научных работ.

Второй изобретатель дифференциального исчисления Г. Лейбниц¹ пришел к дифференциальным уравнениям около 1676 г. при рассмотрении следующей геометрической задачи: найти траекторию, которую опишут карманные часы, если их тянуть по столу за цепочку постоянной длины a . Если траекторию представлять как график неизвестной функции $y = y(x)$, то для нее получится дифференциальное уравнение

$$y'(x) = -\frac{y}{\sqrt{a^2 - y^2}}.$$

Но, наверное, самая знаменитая задача о нахождении траектории была сформулирована в 1696 году Иоганном Бернулли, когда он предложил самым выдающимся математикам мира решить задачу о брахистохроне (задачу о наискорейшем спуске).

Пусть на плоскости даны две точки (см. рис. 2) $(0, 0)$ и (a, b) . Требуется найти форму желоба, по которому шарик под действием только силы тяжести (трение не учитывается) скатится из точки $(0, 0)$ в точку (a, b) за минимальное время. Кривая, задающая форму желоба и называется брахистохроной (по-гречески — наибо́льшей).

Одним из первых решение представил Лейбниц, затем Якоб Бернулли (брат Иоганна) и Лопиталь. Кроме названных было опубликовано еще одно безымянное решение, в котором знатоки сразу же узнали Ньютона. По этому поводу И. Бернулли процитировал латинскую поговорку: «Льва узнают по его когтям».

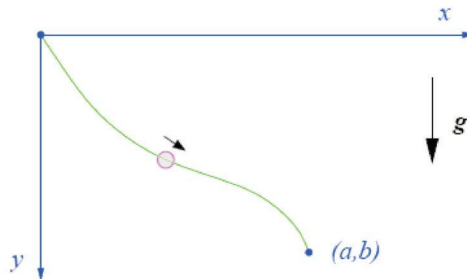


Рис. 2.

¹Не простые отношения между этими двумя гениями описаны в книге В. И. Арнольда [1].

Все авторы пришли к одному и тому же выводу: брахистохроной является циклоида — кривая, которую описывает точка на ободе катящегося колеса (см. рис. 3).

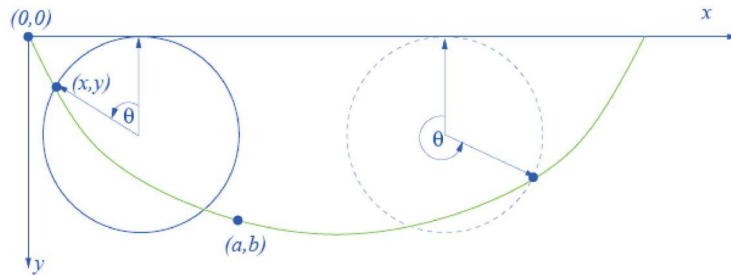


Рис. 3.

Одно из решение (его привел И. Бернулли) состояло в том, что для искомой траектории было получено дифференциальное уравнение

$$y'(x) = \sqrt{\frac{C-y}{y}},$$

где C — некоторая константа. Часть ветви циклоиды получилась как решение этого уравнения.

Без преувеличения можно сказать, что это было одно из последних теоретически важных дифференциальных уравнений, для которого решение записывалось в конечной форме, т. е. в виде конечной комбинации элементарных функций. Достаточно быстро математиками было осознано, что для большинства дифференциальных уравнений необходимо разрабатывать численные методы решения. Одним из первых это стал делать Л. Эйлер, который разработал так называемый метод ломанных (1743 г.).

Рассмотрим задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения:

$$y'(x) = f(x, y(x)) \quad (x \in [a, b]), \quad (8)$$

$$y(a) = \alpha. \quad (9)$$

Понятно, что уравнение (8) является общей записью всех предыдущих дифференциальных уравнений. Условие (9) называется начальным условием.² Метод ломанных Эйлера основан на соглашении о том, что функцию $y = y(x)$, являющуюся решением уравнения нужно искать не в виде формулы, а приближенно в виде

²Хорошее введение в теорию задач вида (8)–(9) дает книжка М. А. Шубина [16].

таблицы ее значений. Для этого на отрезке $[a, b]$ задается сетка: $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$. Для простоты сетку можно считать равномерной: $x_0 = a$, $x_{k+1} = x_k + h$ ($k = 0, \dots, n-1$), $h = (b-a)/n$. Легко получить, что

$$y(x_{k+1}) \approx y(x_k) + h \cdot f(x_k, y(x_k)) \quad (k = 0, 1, \dots, n-1),$$

причем, равенство тем точнее, чем больше n , т. е. чем больше узлов сетки. Здесь как раз и кроется опасность, так как иногда для достижения необходимой точности нужно брать слишком большое n , настолько большое, что $h = (b-a)/n$ ЭВМ уже не отличает от нуля, и для преодоления указанного недостатка метода Эйлера было разработано множество новых методов [9], таким образом, метод ломанных Эйлера в свою очередь послужил отправной точкой для многих исследований в этой области, которые продолжаются и по сегодняшний день.

Уравнения с частными производными

Одним из первых уравнений с частными производными было уравнение Даламбера колебания струны (1748 г.). Оно имеет вид:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2}, \quad (10)$$

где коэффициент a определяется физическими характеристиками струны. Пусть струна совпадает с отрезком $[0, L]$ координатной оси OX . Физический смысл функции $y(x, t)$ ясен из приводимого ниже рисунка

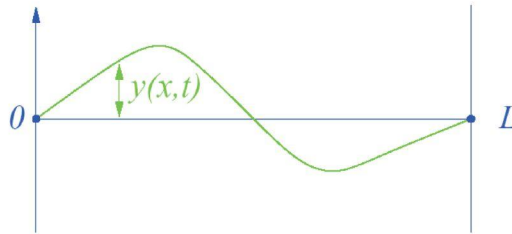


Рис. 4.

Т. е. $y(x, t)$ — отклонение колеблющейся струны в точке x от оси OX в момент времени t . Ясно, что функция $y(x, t)$ полностью описывает процесс колебания струны. Для однозначности определения

функции $y(x, t)$ накладывают еще дополнительные условия. Например, приведенный выше рисунок соответствует простейшим краевым условиям:

$$y(0, t) = y(1, t) = 0, \quad (11)$$

которые, очевидно, означают, что концы струны во время колебательного процесса остаются прикрепленными к точкам $(0, 0)$ и $(L, 0)$ оси OX . Еще одно дополнительное условие, называемое начальным, возникает при учете положения струны в момент времени t перед началом колебаний (считается, что $t = 0$):

$$y(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, L]. \quad (12)$$

В частности, если струна находилась в покое, то $\varphi(x) = 0$.

В том случае, когда струна неоднородная, т. е. коэффициент a является функцией от x , уравнение приходится решать численно. Для этого с помощью рассуждений аналогичных методу Эйлера дифференциальное уравнение Даламбера заменяется приближенно системой линейных алгебраических уравнений. Но сетка теперь берется в плоской области переменных (x, t) , т. е. она двумерна. Причем, чем мельче сетка, тем больше в этой системе неизвестных и уравнений, и тем точнее алгебраическая система представляет дифференциальное уравнение.

Более сложные уравнения возникают при изучении колебаний трехмерных тел. В этом случае сетка уже становится трехмерной и может иметь причудливый вид. Ниже приведены рисунки сеток для расчета напряжений на корпусе самолета, а также расчет взаимодействия корпуса самолета с потоком воздуха (см. рис. 5, 6).

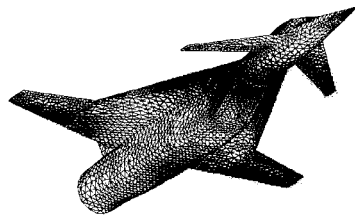


Рис. 5.

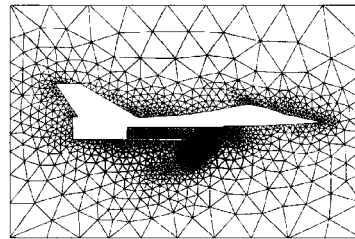


Рис. 6.

В этих расчетах сетки выбираются таким образом, чтобы уравнения с частными производными сводились к некоторым системам алгебраических уравнений, матрицы которых имеют специальный вид, что позволяет строить для них эффективные численные методы решения. Некоторые из возможных видов матриц схематично представлены на рисунке 7 (a-k).

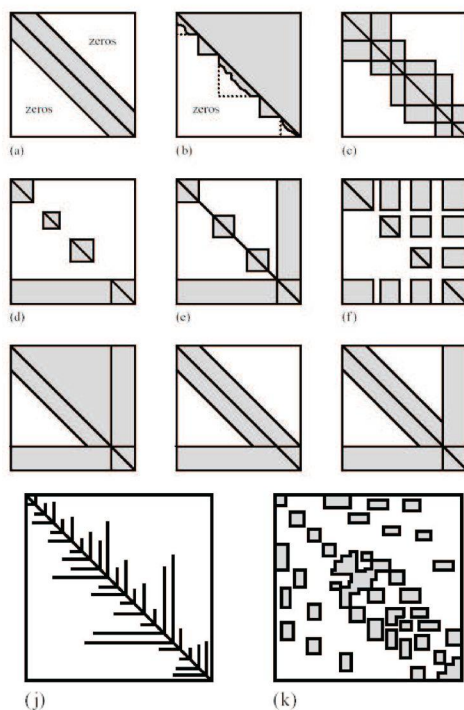


Рис. 7.

Теория аппроксимации

На приведенных картинках мы видим достаточно сложную поверхность самолета. Для расчетов на ЭВМ необходимо задавать эту поверхность аналитически, т. е. в виде формул. Ясно, что об абсолютной точности задания поверхности из стального листа какими бы то ни было формулами речь идти не может. Речь может идти только о достаточно точном приближении. Достигается это разными способами. Мы здесь рассмотрим метод сплайнов.

Для простоты вместо поверхностей рассмотрим плоские кривые. Понятие сплайн происходит от английского слова *spline* — упругая рейка. Такими рейками в начале 20-го века в Англии пользовались чертежники для проведения гладких кривых через заданные точки.

Возьмем гибкую стальную линейку и поставим ее на ребро, закрепив в каждой заданной точке. Из физических соображений можно получить, что между опорами рейка будет представлять собой кусок кубической параболы. Оказывается, что этого условия практически

достаточно для нахождения формул, задающих сплайн. Интересно отметить, что в конечном итоге параметры, задающие кубический сплайн определяются из системы линейных алгебраических уравнений, матрица которой имеет ленточную структуру, представленную рисунком 7 (а).

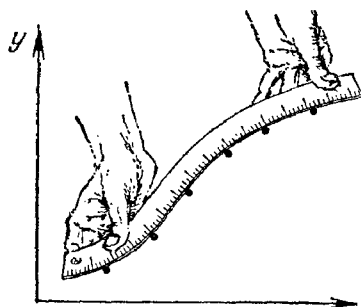


Рис. 8.

Заключение

Данный доклад следует рассматривать как попытку заинтересовать школьников некоторыми современными разделами математики. В прилагаемом списке литературы есть книги, написанные специально для школьников (но это не значит, что они простые), есть и такие, которые рекомендуются студентам старших курсов и аспирантам математических факультетов университетов.

К первому типу относятся книжки А. В. Ворожцова, В. М. Тихомирова и М. А. Шубина. Школьникам, освоившим их, будет доступна книга [9], являющаяся введением в вычислительную математику. Одним из ее достоинств является неформальное изложение научных биографий некоторых крупных математиков.

Очень много ценных исторических сведений содержат книги В. И. Арнольда, приведенные здесь. Они очень популярны среди большей части математиков. Иногда их относят к серии научно-популярной литературы, но по сути своей — это достаточно сложные и очень глубокие сочинения одного из крупнейших современных математиков.

Мы совсем не затронули важного раздела математики — теории алгоритмов. Обоснование важности этой теории для вычислителей имеется во введении к замечательной книге К. И. Бабенко [4]. Очень хорошим введением в этот предмет является, специально написанная для школьников, книга [6]. Дальнейшее изучение можно продолжить по капитальному труду [10].

Книга [11] посвящена математическому моделированию в совершенно разных областях и стала сейчас, по признанию издательства УРСС, научным бестселлером (за короткое время она выдержала два издания). Она может быть полезна школьникам как некий ориентир. Книги [12, 13] можно рассматривать как предшественников [11], но представляют при этом самостоятельный интерес.

Книги [4, 7, 8] — приведены для полноты изложения, чтобы удовлетворить особо настойчивых школьников и их учителей.

Литература

1. Арнольд В. И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук.—М.: Наука, 1989.—96 с.
2. Арнольд В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели.—М.: МЦНМО, 2000.—32 с.
3. Арнольд В. И. Что такое математика?—М.: МЦНМО, 2004.—104 с.
4. Бабенко К. И. Основы численного анализа.—М.: Наука, 1986.—744 с.
5. Бахвалов Н., Жидков Н., Кобельков Г. Численные методы.—М.: СПб.: Физматлит, Невский Диалект, Лаборатория Базовых Знаний, 2001.—632 с.
6. Ворожцов А. В. Путь в современную информатику.—М.: УРСС, 2003.—144 с.
7. Калиткин Численные методы.—М.: Наука, 1978.—512 с.
8. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ.—М.: Наука, 1977.—724 с.
9. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение.—М.: Мир, 1998.—575 с.
10. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы (построение и анализ).—М.: МЦНМО, 2000.—960 с.
11. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры.—М.: Физматлит, 2001.—320 с.
12. Самарский А. А. и др. Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент.—М.: Наука, 1988.—169 с.
13. Самарский А. А. и др. Компьютеры и нелинейные явления.—М.: Наука, 1988.—192 с.
14. Тихомиров В. М. Рассказы о максимумах и минимумах.—М.: Наука, 1986.—192 с.
15. Тихомиров В. М. Дифференциальное исчисление (теория и приложения).—М.: МЦНМО, 2002.—21 с.
16. Шубин М. А. Математический анализ для решения физических задач.—М.: МЦНМО, 2003.—40 с.

Цопанов Игорь Дзастемирович, к. ф.-м. н.

Владикавказ, Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова,

математический факультет, кафедра прикладной математики

МАТЕРИАЛЫ РАБОТЫ СЕКЦИЙ

Теория и методика обучения математике

ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ В ШКОЛЬНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

В. С. Абатурова

Возросшая роль математики и связанных с ней прикладных дисциплин в функционировании современного цивилизованного человеческого общества, использование математических моделей в познании законов природы определяют потребность в математическом мышлении, в связи с чем одной из целей обучения математике в школе является обучение школьников элементам математического моделирования. Это положение, которое присутствует в «Федеральном компоненте проекта Государственного стандарта общего и среднего образования по математике» [1], выявляет проблему отбора средств, методов и форм обучения школьников простейшим методам математического моделирования.

В современной школе фактически единственную возможность продемонстрировать применение метода математического моделирования в реальной деятельности любого управленца или руководителя производства, познакомить школьника с соответствующей культурой принятия оптимальных управленческих решений можно с помощью текстовых (алгебраических) задач. Как отмечает А. В. Шевкин «в традиционном российском школьном обучении математике текстовые задачи занимали особое место, и это почти исключительно российский феномен» [2]. Общеизвестно, что решение текстовых задач способствует общему развитию учащихся, развитию и логического и образного мышления, лучшему освоению естественного языка, а как следствие, лучшему усвоению других дисциплин и, кроме того, приучает школьников к переводу текста на язык арифметических действий, уравнений, неравенств, графических образов. Поэтому мы считаем, что в начальной школе и 5–6 классах необходимым и важным средством обучения математике является арифметический метод решения текстовых задач, тогда как алгебраический метод решения текстовых задач необходим и очень важен в 7–9 классах. Учитывая исторически сложившийся опыт обучения школьников решению текстовых задач в соответствии с уровнем математической подготовки и степенью развития логического мышления школьников, мы считаем, что в старших классах, где текстовые (алгебраические) задачи практически отсутствуют, кроме задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения с помощью производной (задач

на максимум и минимум) [3, 4], можно и нужно вводить в обучение простейшие задачи математического моделирования на основе алгебраического и других методов решения задач (координатного метода, методов математического анализа и др.).

С простейшими математическими моделями — линейными моделями, такими как, например, модель равномерного прямолинейного движения ($S = v \cdot t$, где $v — \text{const}$), закон Гука ($F = k \cdot |x|$, где $k — \text{const}$) школьники встречаются при решении текстовых задач на уроках математики и физики. *Линейные модели — математические модели, которые характеризуются линейными функциями, линейными уравнениями и (или) линейными неравенствами.* С некоторыми линейными моделями, которые (при некоторых допущениях) отражают реальные процессы в экономике, например, с моделью рыночного равновесия, моделью национального дохода также полезно познакомить старшеклассников.

Однако описанные выше линейные модели, хотя и отражают некоторые реальные линейные зависимости, но не позволяют дать цельное представление об использовании метода математического моделирования. Поэтому школьникам нужно предложить прикладные задачи, в которых применяется метод математического моделирования, например, задачи, подобные реальным управленческим, экономическим и производственным ситуациям, с которыми сталкивается любой руководитель фирмы, учреждения или некоторой организации для принятия оптимального решения — например, получения наибольшей прибыли или минимизации расходов на выпуск некоторой продукции. Примером простейших задач математического моделирования могут служить *задачи, приводящие к двумерным моделям линейного программирования* — задачи, в которых требуется найти оптимальное решение — пару чисел (значения управляемых переменных), в которой линейная функция с двумя переменными (целевая) принимает наименьшее или наибольшее значение, при условии, что управляемые переменные удовлетворяют конечному числу линейных уравнений и неравенств с двумя переменными. Математический аппарат, необходимый для решения таких задач включает в себя графический способ решения системы линейных уравнений и (или) линейных неравенств с двумя неизвестными, линейную функцию двух переменных, нахождение наибольшего или наименьшего значения линейной функции двух переменных на выпуклом многоугольнике (многоугольной области).

Часть этого материала входит в обязательную программу школьного курса математики. Так, линейная функция одной переменной достаточно полно изучается в школьном курсе алгебры, линейная функция двух переменных неявно присутствует при решении линейных уравнений с двумя неизвестными. Большое значение в курсе школьной алгебры отводится линейным уравнениям (уравнениям I степени) с одним и двумя неизвестными, системам двух линейных уравнений (уравнений I степени) с двумя неизвестными [5]. Одновременно в разделе «Метод координат» курса геометрии изучается тема «Уравнение прямой», которая непосредственно связана с темой «Линейная функция», изучаемой в алгебре [6, 7].

Мы считаем, что после решения линейных уравнений и систем линейных уравнений с двумя неизвестными в школьный курс алгебры нужно ввести тему «Линейные функции с двумя переменными», «Линейные неравенства и системы линейных неравенств с двумя неизвестными», «Графический способ решения систем линейных неравенств с двумя неизвестными». Кроме того, в связи с современными достижениями в области компьютерных технологий, наличием компьютерной базы во всех учебных заведениях страны появляется возможность визуализировать с помощью различных компьютерных программ графики функций двух переменных. Это позволит расширить представления учащихся о понятии функция с двумя переменными, показать, как изображаются графики функций двух переменных в трехмерном пространстве и связать их с функциональными зависимостями от двух переменных, отражающих реальные процессы.

Итак, для решения простейших задач, приводящих к моделям линейного программирования, в школьной математике имеется часть необходимого математического аппарата, а именно: графический способ решения систем линейных уравнений с двумя неизвестными, графический способ решения линейных уравнений с двумя неизвестными с параметром ($ax + by = z$, где x, y — неизвестные, a, b — постоянные, z — параметр). Для простоты и наглядности решения задач, приводящих к моделям линейного программирования для случая двух переменных, мы предлагаем использовать графический метод решения.

Приведем пример прикладной задачи, приводящей к задаче линейного программирования для двух переменных.

Задача. На российском рынке продаются натуральные соки раз-

личных российских производителей по различным ценам. Торговая точка (продуктовый магазин) продает соки «Фруктовый сад» и «Вико», закупая их еженедельно по оптовым ценам в оптовой фирме. Отпускная цена в оптовой фирме сока «Фруктовый сад» — 22 рубля, а сока «Вико» — 38 рублей. Маркетинговое исследование показало, что за неделю в одной торговой точке (магазине) может быть продано не более 1200 пакетов сока «Фруктовый сад» и не более 1000 пакетов сока «Вико». Оптовая фирма ставит свои условия для продажи соков — закупка сока одного наименования должна быть не менее 200 пакетов. Возможности хранения в специально оборудованном холодильнике товара не превышают в общем 1600 пакетов соков. Управляющему фирмой требуется определить сколько пакетов сока каждого вида нужно закупать в начале недели в оптовой фирме, чтобы достичь максимальной прибыли?

РЕШЕНИЕ.

I этап (формализация задачи). Пусть x и y пакетов соков «Фруктовый сад» и «Вико» соответственно управляющий магазином будет закупать еженедельно. Тогда стоимость закупленного в оптовой фирме товара составит $22x + 38y$ рублей. По условию задачи должны выполняться следующие неравенства: $x + y \leq 1600$, $200 \leq x \leq 1200$, $200 \leq y \leq 1000$. Требуется найти такие значения x и y , при которых выражение $22x + 38y$ принимает наибольшее значение при заданных условиях для переменных x и y .

Итак, математическая модель данной задачи приводит к модели линейного программирования для двух переменных, где управляемые переменные (переменные, значения которых доставляют оптимальное (наилучшее) решение) есть x и y , целевая функция (функция, зависящая от управляемых переменных и характеризующая степень близости к некоторой желаемой цели — в данном случае максимальное значение прибыли) имеет вид $f(x, y) = 22x + 38y$, а ограничения на управляемые переменные (ограничивающие или регулирующие условия, включенные в постановку задачи и не подлежащие изменению для данной задачи) выражены системой неравенств:

$$\begin{cases} x + y \leq 1600, \\ 200 \leq x \leq 1200, \\ 200 \leq y \leq 1000. \end{cases}$$

Подводя итог, можно сформулировать математическую модель зада-

чи следующим образом: найти план закупок (фиксированную пару (x, y)) соков, доставляющий максимум целевой функции на множестве допустимых решений. Символически, эта задача записывается так:

$$\begin{cases} 22x + 38y \rightarrow \max, \\ x + y \leq 1600, \\ 200 \leq x \leq 1200, \\ 200 \leq y \leq 1000. \end{cases}$$

II этап (внутримодельное решение). Используем графический метод решения задачи линейного программирования, который состоит из двух этапов: сначала найдем графическое решение системы линейных неравенств на координатной плоскости, которое называют множеством допустимых решений, затем на этом множестве найдем наибольшее значение целевой функции, тем самым определим оптимальное решение — план закупок соков (искомую пару чисел). При этом, ввиду условия неотрицательности управляемых переменных, все построения будем проводить в первой координатной четверти.

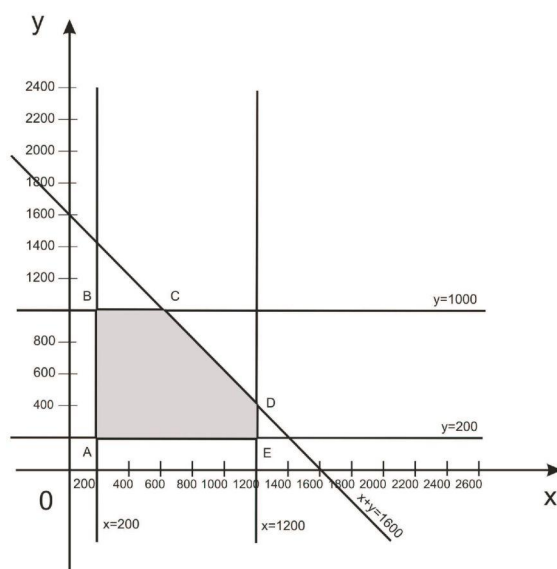


Рис. 1.

Итак, решением данной системы неравенств является пятиугольник, вершины которого — точки $A(200; 200)$, $B(200; 1000)$, $C(600; 1000)$, $D(1200; 400)$, $E(1200; 200)$. Выясним в какой точке допустимого множества функция $f(x, y) = 22x + 38y$ принимает наибольшее значение.

Покажем на координатной плоскости линии уровней (линии постоянной прибыли) функции $f(x, y) = 22x + 38y$, т. е. прямые, заданные уравнениями $22x + 38y = z$, где $z = f(x, y)$ — постоянное значение функции $f(x, y)$ в каждой точке соответствующей прямой. При различных значениях z линии уровня составляют семейство параллельных прямых, причем чем больше z , тем выше расположена линия уровня, а значит и значение целевой функции на ней будет больше, чем на прямых, расположенных ниже. Покажем на рисунке как ведут себя линии постоянной прибыли функции $f(x, y) = 22x + 38y$, для чего построим три линии уровня $22x + 38y = 8360$, $22x + 38y = 25080$, $22x + 38y = 58520$ (рис. 2).

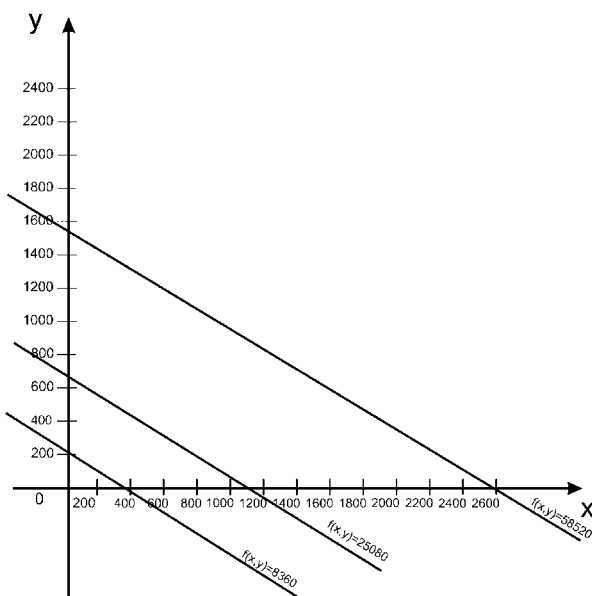


Рис. 2.

Из рисунка видно, что прямая $22x + 38y = 58520$ расположена выше остальных и уровень прибыли на ней составляет 58520.

Расположим в одной системе координат линии уровня функции $f(x, y) = 22x + 38y$ и множество допустимых решений рассматриваемой задачи (рис. 3).

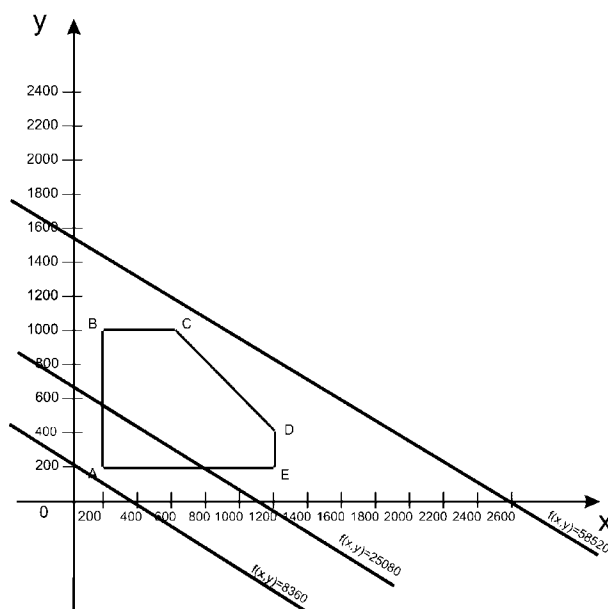


Рис. 3.

Из рисунка видно, что прямые $22x + 38y = 8360$, $22x + 38y = 58520$ не пересекают множество допустимых решений задачи, поэтому не могут дать решение задачи, а прямая $22x + 38y = 25080$, хотя и пересекает множество допустимых решений, но не является искомой, поскольку значение $z = 25080$ можно увеличивать, находясь при этом все еще во множестве допустимых решений. Нетрудно заметить, что искомая прямая постоянной прибыли пройдет через вершину $C(600; 1000)$ пятиугольника $ABCDE$, при этом уровень постоянной прибыли составит $22 \cdot 600 + 38 \cdot 1000 = 51200$.

III этап (интерпретация). Итак, управляющему фирмой для достижения максимальной прибыли нужно закупать в начале недели в оптовой фирме 600 пакетов сока «Фруктовый сад» и 1000 пакетов сока «Вико».

Задачи, с которыми человек встречается в экономике и других сферах управленческой деятельности, конечно, намного сложнее, но даже такая правдоподобная задача позволяет показать основные идеи и методы математики при решении реальных проблем. Благодаря умению решать задачи такого типа школьник сможет использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни и оценить значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике.

Литература

1. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Ч. II. Среднее (полное) общее образование.—М.: Министерство образования РФ, 2004.—266 с.
2. Шевкин А. В. Обучение решению текстовых задач в 5–6 классах: Методическое пособие для учителя. 3-е изд. (дораб.).—М: ООО ТИД «Русское слово-РС», 2001.—208 с.
3. Колмогоров А. Н., Абрамов А. М., Дудницын Ю. П. и др. Алгебра и начала анализа. Учеб. для 10–11 кл. средней шк. 2-е изд.—М.: Просвещение, 1991.—320 с.
4. Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В. Алгебра и начала анализа. Учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений. 3-е изд.—М.: Просвещение, 2004.—448 с.
5. Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н., Шевкин А. В. Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений. 3-е изд.—М.: Просвещение, 2002.—285 с.
6. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия: Учеб. для 7–9 кл. сред. шк. 3-е изд.—М.: Просвещение, 1992.—335 с.
7. Погорелов А. В. Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. общеобразоват. учреждений. 8-е изд.—М.: Просвещение, 1998.—383 с.

АБАТУРОВА ВЕРА СЕРГЕЕВНА
Владикавказ, Институт прикладной математики
и информатики ВНИЦ РАН,
отдел образовательных технологий

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

Е. П. Тедеева

Одаренность в математике — это способность создать что-то новое. Ведь решение математической задачи — это в первую очередь творческий процесс. На математических олимпиадах школьники при решении задачи демонстрируют некую свою исследовательскую работу. Следовательно, для успешного выступления на олимпиаде школьник должен быть психологически готов к тому, что ему предстоит «открыть» что-то новое. Конечно, победа в любом соревновании — незаменимый стимул к дальнейшей деятельности, но, при этом, надо учить разумно переживать и поражения. Тем более, что талантливым детям необходимы трудности, поскольку легкие успехи при низких требованиях и общем слабом фоне грозят быстрой деградацией.

Поэтому работу по обучению решению школьников олимпиадных задач, на мой взгляд, следует разделить на три части:

1. Исследовательская работа.
2. Обобщение и углубление школьного курса математики.
3. Дополнительные темы к школьной программе или идеи и методы решения олимпиадных задач.

Поясню каждую из них.

Под *исследовательской работой* имеется в виду обучение школьников навыкам исследовательской работы. Например, можно рассмотреть исследование квадратных уравнений, затем исследование квадратных неравенств, далее квадратичной функции и одного семейства парабол, рассмотренного в учебнике Виленкина Н. Я. для восьмых классов с углубленным изучением математики [10].

К обучению навыкам исследовательской работы хорошо использовать различные задания с параметрами, а так же творческие и исследовательские задания из сборника задач по геометрии Гусева В. А. [3].

Обобщение и углубление школьного курса математики хорошо вести в период подготовки школьников к ЕГЭ, так как эти задания включают арифметику, алгебру, начала анализа, тригонометрию, планиметрию и стереометрию. Наиболее удачными учебными пособиями для этого, по-моему, являются следующие:

- книга издательства ФОЛИО (содержит 30 вариантов) [12];
- пособие для подготовки к ЕГЭ по математике в 2006 г. авторского коллектива Клово А. Г. и другие (содержит 60 вариантов) [11, 13];
- диски с вариантами ЕГЭ, каждый из которых, может составить до 1000 вариантов.

Дополнительные главы к школьной программе подразумевают те темы, которые встречаются на олимпиадах, но не входят в школьную программу по математике и, соответственно, не отражены в учебниках: графы, инварианты, принцип Дирихле, математическая индукция, делимость и остатки, алгоритм Евклида, покрытия и упаковки, разрезания и замощения, раскраски, игры, процессы и операции.

Кроме того, учителю надо постоянно анализировать задачи олимпиад, находить похожие и предлагать школьникам их в совокупности и, желательно, решенные несколькими способами.

Например, в течение нескольких лет мною собраны условия заданий республиканских олимпиад, и, прежде чем начинать разбор решения задач последней олимпиады с учащимися, я выбираю задачи, похожие по способам решения или по условию за 4–5 предыдущих лет. В ходе занятий очень часто появляются новые варианты решения старых задач; всегда записываю и решение и автора (школьника) его придумавшего.

Рассмотрим, к примеру, задачу, предложенную десятиклассникам в 2007 г.

Задача 1. Даны числа a, b, c . Известно, что для любого x выполнено неравенство: $ax^2 + bx + c \geq bx^2 + cx + a \geq cx^2 + ax + b$. Докажите, что $a = b = c$.

РЕШЕНИЕ. Предлагаемое авторами решение задачи: из неравенства получаем, что трехчлены $(ax^2 + bx + c) - (bx^2 + cx + a)$ и $(bx^2 + cx + a) - (cx^2 + ax + b)$ принимают неотрицательные значения при всех значениях x ; отсюда следует, что их старшие коэффициенты $a - b$ и $b - c$ неотрицательны, то есть $a \geq b \geq c$.

С другой стороны, подставив в исходные неравенства $x = 0$, получаем $c \geq a \geq b$, что возможно лишь в случае равенства коэффициентов.

Можно эту же задачу решить более основательно, поясняя все преобразования:

при подстановке $x = 0$ мы получили, что $c \geq a \geq b$, то есть $c - a \geq 0$, $a - b \geq 0$, $c - b \geq 0$;

рассмотрим теперь отдельно левую и правую части условия:

$$\begin{cases} (a-b)x^2 + (b-c)x + c-a \geq 0, \\ (b-c)x^2 + (c-a)x + a-b \geq 0. \end{cases}$$

Первое неравенство справедливо при $D \leq 0$, так как $a-b \geq 0$; второе неравенство справедливо только для $D = 0$, так как $b-c \leq 0$. То есть, получаем систему неравенств:

$$\begin{cases} ((b-c)^2 - 4(a-b)(c-a) \leq 0, \\ (c-a)^2 - 4(b-c)(a-b) = 0, \end{cases}$$

раскроем скобки и приведем подобные слагаемые, тогда левые части выражений представляют собой квадраты трехчленов:

$$\begin{cases} (b+c-2a)^2 \leq 0, \\ (c+a-2b)^2 = 0, \end{cases}$$

а это верно только, если

$$\begin{cases} b+c-2a=0, \\ c+a-2b=0. \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем $3b-3a=0$, то есть: $a=b$; подставим этот результат в первое уравнение последней системы, получим $c=a$. Что и требовалось доказать.

Похожая задача была предложена на республиканской олимпиаде и в 2004 г. (11 класс):

Задача 2. Пусть $ax^2 + 2bx + c$, $cx^2 + 2ax + b$, $bx^2 + 2cx + a$ — квадратные трехчлены с положительными коэффициентами, причем любые два из них имеют общий корень. Доказать, что $a=b=c$.

Решение. Первый способ. Из условия следует, что каждый из этих трехчленов имеет хотя бы один корень, поэтому дискриминанты этих трехчленов неотрицательны, то есть $b^2 \geq ac$; $a^2 \geq bc$; $c^2 \geq ab$. Заметим, что если хотя бы одно из этих неравенств строгое, то при их перемножении получим неверное неравенство $b^2 \cdot a^2 \cdot c^2 > ac \cdot bc \cdot ab$, поэтому $b^2 = ac$; $a^2 = bc$; $c^2 = ab$. Разделив первое равенство на второе, получим $\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{a}{b}$, то есть: $a=b$. Аналогично можно показать, что $b=c$, а, значит, $a=b=c$.

Второй способ. Решим методом от противного. Пусть $a \neq b \neq c$ и, например, $a < b < c$, тогда у второго трехчлена $D < 0$, нет действительных корней, что противоречит условию и, следовательно, наше предположение было неверным, то есть $a = b = c$ (в остальных случаях другие дискриминанты отрицательны).

Третий способ. Этот способ основан на формулах Виета.

Предположим, что в совокупности эти три квадратных трехчлена имеют три различных корня $x_1 < x_2 < x_3$. Тогда в точке x_2 сумма этих трехчленов принимает отрицательное значение, так как в этой точке два из них обращаются в нуль, а один из них отрицателен (его корнями являются числа x_1 и x_3). Но сумма этих трехчленов равна $(a + b + c)(x + 1)^2$ и принимает только неотрицательные значения. Получили противоречие.

Если же в совокупности корней меньше трех (два или один), то все три трехчлена имеют общий корень, который равен -1 , так как сумма этих трехчленов равна $(a + b + c)(x + 1)^2$.

Поэтому $2b = a + c$, $2a = b + c$, $2c = a + b$. Вычитая из первого равенства второе, получаем, что $2(b - a) = a - b$, то есть $a = b$. Аналогично, можно показать, что $b = c$, а значит, $a = b = c$.

Следующая задача, которую можно отнести к этой же теме, это задача предложенная в 2004–2005 учебном году для 10 класса:

Задача 3. Существуют ли такие три квадратных трехчлена f_1, f_2, f_3 , что у каждого из них и у суммы $f_1 + f_2 + f_3$ имеется хотя бы по корню, а у трех попарных сумм $f_1 + f_2, f_2 + f_3, f_1 + f_3$ корней нет?

Решение. *Первый способ.* Предположим, что такие трехчлены нашлись. Так как $g_3 = f_1 + f_2, g_1 = f_2 + f_3, g_2 = f_1 + f_3$ не имеют корней, каждый из них принимает либо положительные значения на числовой оси, либо отрицательные, то есть либо $g_1 > 0$ для всех x , либо $g_1 < 0$ для всех x .

Все три трехчлена g_1, g_2, g_3 не могут иметь один и тот же знак. Действительно, если, скажем, $g_1 > 0, g_2 > 0, g_3 > 0$, то $f_1 + f_2 + f_3$ не имеет корней, и $f_1 + f_2 + f_3 = \frac{1}{2}(g_1 + g_2 + g_3) > 0$. Получили противоречие. Пусть, теперь два из трехчленов g_1, g_2, g_3 одного знака, а третий — другого, скажем, $g_1 > 0, g_2 > 0, g_3 < 0$. Тогда $f_3 = \frac{1}{2}(g_1 + g_2 - g_3) > 0$, то есть f_3 не имеет корней — так же получаем противоречие.

Второй способ. Учитывая, что в худшем случае (хотя бы один корень) $b_1^2 - 4a_1c_1 = 0; b_2^2 - 4a_2c_2 = 0; b_3^2 - 4a_3c_3 = 0; (b_1 + b_2 + b_3)^2 -$

$-4(a_1 + a_2 + a_3)(c_1 + c_2 + c_3) = 0$ и дискриминанты при этом для g_1, g_2, g_3 должны быть отрицательны, приходим к неравенству $0 < 0$, что неверно, то есть вывод опять тот же : квадратных трехчленов, заданных в условии задачи, не существует.

Очень похожа на рассмотренные задачи и задача, предложенная в 2003–2004 учебном году учащимся 10 классов.

Задача 4. Пусть $f(x), g(x), h(x)$ три квадратных трехчлена с положительными старшими коэффициентами. Известно, что каждый из них имеет хотя бы один общий корень с суммой двух других. Доказать, что $f(x), g(x), h(x)$ имеют общий корень.

РЕШЕНИЕ. Пусть x_1 — общий корень $f(x)$ и $g(x) + h(x)$, x_2 — общий корень $g(x)$ и $f(x) + h(x)$, x_3 — общий корень $h(x)$ и $g(x) + f(x)$. Так как $f(x_1) = 0$ и $g(x_1) + h(x_1) = 0$, то $f(x_1) + g(x_1) + h(x_1) = 0$, то есть x_1 — корень уравнения $f(x) + g(x) + h(x) = 0$. Аналогично получаем, что x_2 и x_3 — корни уравнения $f(x) + g(x) + h(x) = 0$. По условию старшие коэффициенты трехчленов $f(x), g(x), h(x)$ положительны, поэтому $f(x) + g(x) + h(x)$ является квадратным трехчленом с положительным старшим коэффициентом, следовательно, уравнение $f(x) + g(x) + h(x) = 0$ имеет не более двух различных корней, и какие-то два из чисел x_1, x_2, x_3 совпадают. Пусть для определенности $x_1 = x_2 = a$.

Тогда $f(a) = 0, g(a) = 0, h(a) = 0, f(a) + g(a) + h(a) = 0$, тогда получаем $h(a) = 0$, то есть a — общий корень трехчленов $f(x), g(x), h(x)$.

В заключение хочу привести список различных сборников задач, которыми можно пользоваться при подготовке школьников к олимпиадам по математике различных уровней.

Литература

1. Каганов Э. Д. 400 самых интересных задач с решениями по школьному курсу математики для 6–11 классов.—М.: ЮНБЕС, 1997.—288 с.
2. Каннель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи.—М.: МЦНМО, 1997.—96 с.
3. Гусев В. А. Сборник задач по геометрии 5–9 кл.—М.: «Оникс 21 век», «Мир и образование», 2005.—480 с.
4. Котова А. Ю. Приложение к журналу «Квант».—№ 2/2002, «Математика и игры».—М.: Бюро Квантум, 2002.—128 с.

5. Фарков А. В. Математические олимпиады в школе, 5–11 кл. —М.: Айрис-пресс, 2004.—176 с.
6. Белоусов Б. Д. и др. Республиканские математические олимпиады.— Кишинев, 1986.
7. Бугаенко В. О. Турниры им. Ломоносова.—М.: ТЕИС, 1995.—109 с.
8. Гальперин Г. А., Топтыго А. К. Московские математические олимпиады.— М.: Просвещение, 1986.
9. Фомин Д. В. Санкт-Петербургские математические олимпиады.—С-Пб: Политехника, 1994.—312 с.
10. Виленкин Н. Я. Алгебра, учебник для учащихся 8 класса с углубленным изучением математики.—М.: Просвещение, 2005.—303 с.
11. Клово А. Г. и др. Пособие для подготовки к ЕГЭ в 2006 г.—М., 2005.
12. ЕГЭ, Математика, Реальные тесты и ответы.—М.: ФОЛИО, 2007.—164 с.
13. Клово А. Г. Федеральный центр тестирования. Экзаменационные материалы для подготовки к ЕГЭ. Математика.—М., 2007.—112 с.

ТЕДЕЕВА ЕЛЕНА ПАВЛОВНА
с. Октябрьское, МОУ СОШ № 1

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ
РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЕГЭ
ПО ТЕМЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

О. В. Угнивенко

Высшее проявление духа человека — это разум, высшее проявление разума — это геометрия. Треугольник — клетка геометрии, он также неисчерпаем как и Вселенная. Окружность — душа геометрии. Познай окружность и ты не только познаешь душу геометрии, но и обогатишь душу свою.

На едином государственном экзамене по математике довольно часто предлагаются задачи, связанные с прямоугольными треугольниками. Что же нужно знать об этой фигуре кроме теоремы Пифагора, чтобы успешно решать такие задачи?

Сформулируем несколько простых, но полезных утверждений.

1. Высота, опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу, делит этот треугольник на два подобных между собой треугольника, и подобных исходному треугольнику.

2. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы.

Верно и обратное утверждение: если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник является прямоугольным. Прямым является тот угол, из вершины которого выходит медиана.

Оба утверждения довольно легко доказываются (рис. 1, 2).

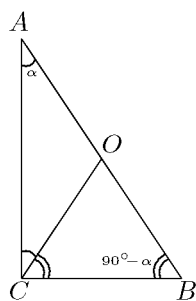


Рис. 1.

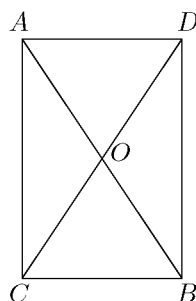


Рис. 2.

◁ I. Пусть дан треугольник ABC , $\angle C = 90^\circ$, тогда, если $\angle A = \alpha$, $\angle B = 90^\circ - \alpha$.

Выберем на гипотенузе AB точку O так, что $\angle OCA = \alpha$, $\angle OCB = 90^\circ - \alpha$, тогда $\triangle AOC$ и $\triangle OCB$ равнобедренные и такие, что $AO = OC = OB$, т. е. $OC = \frac{1}{2}AB$.

II. Построим прямоугольный треугольник до прямоугольника

Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, значит $CO = \frac{1}{2}AB$. $\triangleright$

Сформулируем еще одну опорную задачу: Пусть CD — высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе AB ($AC = b$, $AB = c = 2R$, $CD = a$). Тогда $CD^2 = AD \cdot DB$, $AC^2 = AD \cdot AB$, $BC^2 = BD \cdot AB$. Все эти равенства доказываются из подобия прямоугольников ACD и BCD (рис. 3).

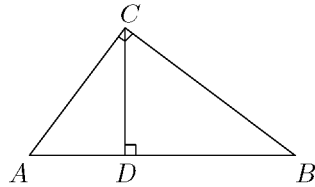


Рис. 3.

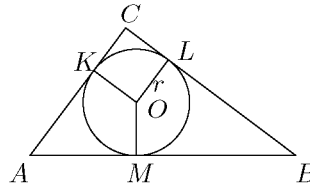


Рис. 4.

Пусть R и r соответственно радиусы описанной и вписанной окружности прямоугольного треугольника, a , b — катеты, c — гипотенуза, справедливы формулы:

$$R = \frac{1}{2}c, \quad r = \frac{1}{2}(a + b - c) = p - c, \quad \text{где } p = \frac{1}{2}(a + b + c),$$

учитывая теорему Пифагора, получим

$$r = \frac{1}{2}(a + b - \sqrt{a^2 + b^2}), \quad R + r = \frac{1}{2}(a + b).$$

Обобщая выше сказанное имеем:

В подобных треугольниках ABC , ACD , BCD имеет место равенство (см. рис. 3)

$$d_a^2 + d_b^2 = d_c^2,$$

где d_a , d_b , d_c — сходственные линейные элементы этих треугольников.

Конкретно получили следующие утверждения:

1. $P_{ABC}^2 = P_{ACD}^2 + P_{BCD}^2$.
2. $r_a^2 + r_b^2 = r_c^2$, $R_a^2 + R_b^2 = R_c^2$, где r_a , r_b , r_c — радиусы окружностей, вписанных соответственно в $\triangle ACD$, $\triangle BCD$, $\triangle ABC$.

3. $l_a^2 + l_b^2 = l_c^2$, где l_a, l_b, l_c — биссектрисы, проведенные в этих треугольниках из вершин прямых углов.

4. $h_a^2 + h_b^2 = h_c^2$, где h_a, h_b, h_c — высоты, опущенные из вершины прямого угла.

5. $r_a + r_b + r_c = h$.

Серия задач из ЕГЭ 2005 г. по планиметрии носила такое содержание

Задача 1. В $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, $BC = 5$. Из вершины угла C проведена высота CD , в каждый из треугольников вписана окружность. Найдите квадрат расстояния между центрами этих окружностей.

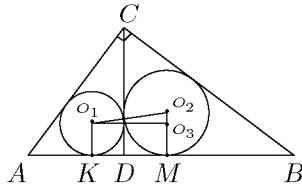


Рис. 6.

РЕШЕНИЕ. В $\triangle O_1O_2O_3$, $O_1K = r_1$, $O_2M = r_2$, $O_2O_3 = r_2 - r_1$, $KM = (r_1 + r_2)^2$. По теореме Пифагора $OO_1 = (r_1 + r_2)^2 + (r_2 - r_1)^2 = 2(r_1^2 + r_2^2) = 2r^2$. По условию длины катетов треугольника ABC равны 12 и 5, тогда гипотенуза равна 13 (5; 12; 13) — пифагорова тройка чисел.

$r = \frac{1}{2}(a + b - c) = \frac{1}{2}(12 + 5 - 13) = 2$, следовательно $O_1O_2^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$.

Ответ: 8.

Задача 2. В прямоугольном треугольнике ABC , $\angle C = 90^\circ$ из вершины прямого угла проведена высота CH . Периметры $\triangle ACH$ и $\triangle BAH$ равны соответственно 3 см и 4 см. Найдите периметр $\triangle ABC$.

РЕШЕНИЕ. Зная, что периметры этих треугольников связаны соотношением

$$P_{ABC}^2 = P_{ACH}^2 + P_{BCH}^2,$$

имеем $P_{\triangle ABC} = \sqrt{P_{ACH}^2 + P_{BCH}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, $P_{\triangle ABC} = 5$ см.

Ответ: 5 см.

Задача 3. В $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$ проведена высота CK . Биссектрисы $\triangle ACK$ и $\triangle BCK$, проведенные из вершин прямых углов этих треугольников равны соответственно 4 см и 6 см. Найдите квадрат длины биссектрисы $\triangle ABC$, проведенной из вершины прямого угла.

РЕШЕНИЕ. $l_c^2 = l_a^2 + l_b^2 = 4^2 + 6^2 = 52$.

Ответ: 52 см².

Задача 4. В $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$ из вершины прямого угла проведена высота CH . В каждый из $\triangle ACH$ и $\triangle BCH$ вписаны окружно-

сти, радиусы которых равны 3 см и 4 см. Найдите квадрат расстояния между центрами окружностей, вписанных в $\triangle BCH$ и $\triangle ABC$.

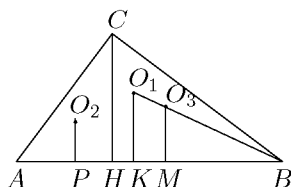


Рис. 7.

РЕШЕНИЕ. Пусть O_1, O_2, O_3 центры окружностей, вписанных соответственно в $\triangle ABC, \triangle ACH$ и $\triangle BCH$, O_1K, O_2P и O_3M — соответственно их радиусы, тогда по соотношению $r_a^2 + r_b^2 = r_c^2$ имеем, что $O_1K = 5$, так как окружности вписаны в угол CBA , то их центры лежат на биссектрисе угла CBA . Вос-

пользуемся формулой для радиуса окружности, вписанной в прямоугольный треугольник

$$\begin{cases} a + b - c = 10, \\ h + a_c - a = 6, \\ h + b_c - b = 8; \end{cases}$$

$2 \cdot h = 24$, $h = 12$, из второго и третьего соотношения соответственно имеем $a - a_c = 6$, $b - b_c = 4$, и еще по теореме Пифагора $a^2 - a_c^2 = h^2$, $b^2 - b_c^2 = h^2$,

$$\begin{cases} a + a_c = 24, \\ a - a_c = 6, \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + b_c = 36, \\ b - b_c = 4. \end{cases}$$

Найдем стороны $\triangle ABC$: $a = 15$, $b = 20$, $c = 25$, $a_c = 9$, $b_c = 16$.

Так как $O_1K = 5$, то по свойству касательных, проведенных к окружности из одной точки $AK = 10$, $BM = 12$. Треугольники BO_1K и BO_3M прямоугольные

$$BO_1 = \sqrt{O_1K^2 + KB^2} = \sqrt{5^2 + 15^2} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \text{ (см)},$$

$$BO_3 = \sqrt{O_3M^2 + MB^2} = \sqrt{4^2 + 12^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \text{ (см)},$$

$$O_1O_3^2 = 10 \text{ (см)}^2.$$

Ответ: 10 см^2 .

Задача 5. Правильный двенадцатиугольник вписан в окружность радиуса 7. Найдите площадь треугольника $A_1A_7A_8$.

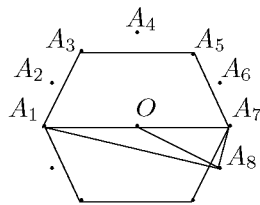


Рис. 8.

РЕШЕНИЕ. $\triangle A_1A_7A_8$ — прямоугольный, так как опирается на диаметр описанной окружности.

По условию $A_1O = OA_7 = OA_8 = 7$. $\angle A_7OA_8 = 30^\circ$, так как $360^\circ : 12 = 30^\circ$.
 $S_{A_1A_7A_8} = 2S_{OA_7A_8} = OA_7 \cdot OA_8 \cdot \sin 30^\circ = 24,5$.

Ответ: 24,5.

Задача 6. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 15, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника.

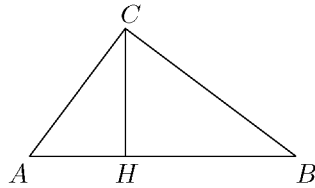


Рис. 9.

РЕШЕНИЕ. По условию имеем $CA = 15$, $BH = 16$. Из соотношения $a^2 = a_c \cdot c$ можно получить, что $AC^2 = AH \cdot (AH + BH)$.

Пусть $AH = x$. Тогда имеем:

$$15^2 = x(x + 16), 225 = x^2 + 16x,$$

$$x^2 + 16x - 225 = 0, x_1 = 9, x_2 \neq -25,$$

$$AB = d = 25.$$

Ответ: 25.

Задача 7. Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 15. Чему равно расстояние от вершины прямого угла до центра вписанной в треугольник окружности?

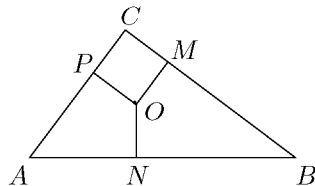


Рис. 10.

РЕШЕНИЕ. По теореме Пифагора получаем, что $c^2 = a^2 + b^2$, $c = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$.

По формуле $r = \frac{1}{2}(a + b - c)$ имеем, $r = \frac{1}{2}(8 + 15 - 17) = 3$.

Итак, получили, что $CMOP$ — квадрат со стороной 3 и $CO = 3\sqrt{2}$.

Ответ: $3\sqrt{2}$.

Задача 8. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен полуразности его катетов. Найдите отношение большего катета к меньшему.

РЕШЕНИЕ. В $\triangle ABC$: $\angle C = 90^\circ$, $AC = b$, $BC = a$, $r = \frac{1}{2}(a - b)$, значит, $a > b$. С другой стороны $r = \frac{1}{2}(a + b - c) = \frac{1}{2}(a + b - \sqrt{a^2 + b^2})$.
 Имеем: $a - b = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$, $2b = \sqrt{a^2 + b^2}$, $4b^2 = a^2 + b^2$, $a^2 = 3b^2$,
 $a = b\sqrt{3} \Rightarrow a : b = \sqrt{3} : 1$.

Ответ: $\sqrt{3} : 1$.

Задача 9. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, разность длин медианы CK и высоты CM равна 7, периметр треугольника равен 72. Найдите площадь треугольника.

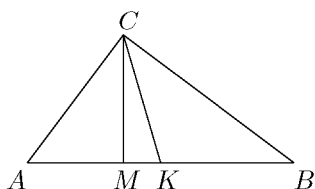


Рис. 11.

РЕШЕНИЕ. Зная, что $a + b + c = 72$, получим $(a + b)^2 = (72 - c)^2$, $a^2 + 2ab + b^2 = 72^2 - 144c + c^2$. Так как $c^2 = a^2 + b^2$, то $2ab = 72^2 - 144c$, $\frac{1}{2}ab = 36(36 - c)$.

С другой стороны, CM — высота. Пусть $CM = x$, тогда $CK = x + 7$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}CM \cdot AB = x(x + 7)$, а гипотенуза $c = 2x + 14$.

Получим уравнение вида:

$$\begin{aligned} x(x + 7) &= 36(36 - 2x - 14) \Rightarrow x^2 + 7x = 792 - 72x \Rightarrow \\ x^2 + 79x - 792 &= 0 \Rightarrow D = 6241 + 3168 = 9409 = 97^2 \Rightarrow \\ x &= \frac{-79 \pm 97}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{18}{2}, x_2 = 9, \\ \frac{1}{2}ab &= 36(36 - c) = 36(36 - 14 - 18), \quad \frac{1}{2}ab = 144. \end{aligned}$$

Ответ: 144.

Задача 10. Радиусы вписанной и описанной окружностей прямоугольного треугольника равны 2 и 5 соответственно. Найдите катеты.

РЕШЕНИЕ. Пользуясь формулами $R + r = \frac{1}{2}(a + b)$ и $R = \frac{1}{2}c$ имеем:

$$\begin{cases} a + b = 14, \\ a^2 + b^2 = 100. \end{cases}$$

Решая систему, получим треугольник с катетами 6 и 8.

Ответ: 6 и 8.

Задача 11. Периметр прямоугольного треугольника равен 72, а радиус вписанной в него окружности 6. Найдите площадь треугольника.

РЕШЕНИЕ. Имеем

$$\begin{cases} a + b + c = 72, \\ a + b - c = 12, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 42, \\ c = 30, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 42, \\ a^2 + b^2 = 900, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 42, \\ ab = 432. \end{cases}$$

Ответ: $a = 24, b = 18$.

Задача 12. В прямоугольном треугольнике медианы, проведенные к катетам равны $\sqrt{52}$ и $\sqrt{73}$. Найдите гипотенузу треугольника.

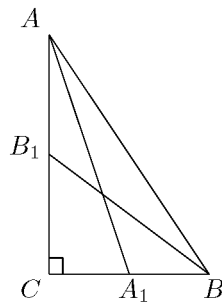


Рис. 12.

РЕШЕНИЕ. По условию $AA_1 = \sqrt{73}$ и $BB_1 = \sqrt{52}$.

Пусть $AC = 2x, BC = 2y$, тогда

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 73, \\ x^2 + 4y^2 = 52, \end{cases}$$

$$AB^2 = 4x^2 + 4y^2 = 4(x^2 + y^2), \quad x^2 + y^2 = 25,$$

$$4(x^2 + y^2) = 100, \quad AB = 10.$$

Ответ: 10.

Задача 13. Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника делит медиану проведенную к катету в отношении 4:3, считая от вершины. Найдите площадь треугольника, если его гипотенуза равна $2\sqrt{13}$.

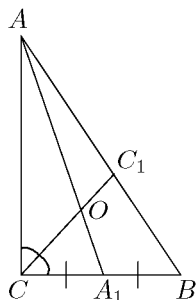


Рис. 13.

РЕШЕНИЕ. По условию $AB = 2\sqrt{13}$, $AO : OA_1 = 4 : 3$. CO — биссектриса $\triangle ACA_1$, значит

$$AO : AC = OA_1 : A_1C \Rightarrow$$

$$AC : CA_1 = 4 : 3.$$

Так как $CA_1 = \frac{1}{2}CB$, то $AC : CB = 4 : 6$.

По теореме Пифагора $16x^2 + 36x^2 = (2\sqrt{13})^2$,

$x = 1$, т. е. $AC = 4, BC = 6, S_{ABC} = 12$.

Ответ: 12.

Задача 14. [1]. Катеты прямоугольного треугольника 9 и 12. Найдите расстояние между точкой пересечения биссектрис и точкой пересечения медиан.

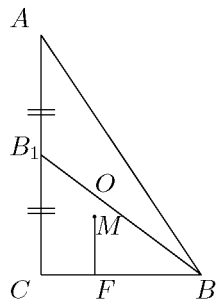


Рис. 14.

РЕШЕНИЕ. O — точка пересечения медиан, M — центр вписанной окружности — точка пересечения биссектрис. Тогда $b = 9$, $a = 12$, $c = 15$, $r = \frac{1}{2}(a+b-c) = 3$, $MF = 3$, $CF = 3$, $BF : BC = 2 : 3$, но и $BO : BB_1 = 2 : 3$, значит точка O принадлежит прямой MF , которая параллельна B_1C .

Из подобия $\triangle BB_1C$ и $\triangle BOF$ имеем: $\frac{BF}{BC} = \frac{OF}{B_1C}$, $\frac{6}{9} = \frac{OF}{6}$, $OF = 4$, $MF = 3$, $OM = 1$.

Ответ: 1.

Угнивенко Ольга Владимировна
Владикавказ, РФМЛИ № 2.

ОБ ОДНОМ НЕСТАНДАРТНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

Э. А. Дзарасова

В школьном курсе математики в основном рассматривают четыре метода решения уравнения: разложение на множители, замена переменной, переход от равенства функций к равенству аргументов, функционально-графический метод. Однако некоторые уравнения или определённые классы уравнений решаются специальными способами, т. е. нестандартными методами.

В данной работе рассмотрим один из таких нестандартных методов решения уравнений, основанных на применении известных в школьном курсе математики классических неравенств. Это неравенство Коши, неравенство Коши–Буняковского, неравенство Бернулли и другие. Следует отметить то, что использование неравенств при решении уравнений основано на одной общей идее, причём суть этой идеи состоит в следующем:

Пусть требуется решить уравнение:

$$f(x) = g(x), \quad (1)$$

заданное на множестве σ числовой прямой Ox и пусть на подмножестве $l \in \sigma$ оно равносильно уравнению

$$f_l(x) = g_l(x), \text{ где } x \in l. \quad (2)$$

Пусть для левой или правой частей (2) имеет место оценка

$$f_l(x) \leq g_l(x), \text{ где } x \in l, \quad (3)$$

при этом равенство достигается в (3) лишь тогда, когда выполняется система уравнений

$$p_i(x) = g_i(x), \text{ где } i = \overline{1, m}, \quad m \geq 1, \quad (4)$$

где p_i, g_i — функции, определённые в точках подмножества.

Тогда, очевидно, решениями (1) на l будут решения из системы (4).

1. Применение неравенства Коши. Рассмотрим использование неравенства Коши, являющееся одним из символов теории неравенств

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n},$$

где $x_n \geq 0$ и $n \geq 1$.

Здесь равенство достигается тогда и только тогда, когда

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n.$$

Рассмотрим отдельно уравнение вида $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = h(x)$. В таких уравнениях нужно оценить каждый арифметический корень. Каждое подкоренное выражение представим в виде произведения множителей, количество которых определяется показателем степени корня:

$$\begin{aligned}\sqrt{f(x) \cdot 1} &\leq \frac{f(x) + 1}{2}, \\ \sqrt{g(x) \cdot 1} &\leq \frac{g(x) + 1}{2}.\end{aligned}$$

Складываем почленно:

$$\begin{aligned}\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} &\leq \frac{f(x) + g(x) + 2}{2} = \varphi(x), \\ \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} &= h(x), \\ \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} &\leq \varphi(x),\end{aligned}$$

откуда следует неравенство $h(x) \leq \varphi(x)$.

Пример 1. Решите уравнение

$$\frac{1}{8(5 - \sqrt{25 - x^2})} + \frac{2x^2}{5 + \sqrt{25 - x^2}} = 1.$$

РЕШЕНИЕ. Из условия уравнения следует, что $x \in [-5; 0) \cup (0; 5]$. Обозначим $\sqrt{25 - x^2} = y$, $y \geq 0$. Тогда $25 - x^2 = y^2$, $x^2 = 25 - y^2$ и исходное уравнение примет вид

$$\frac{1}{8(5 - y)} + \frac{2(25 - y^2)}{5 + y} = 1.$$

Применим неравенство Коши к левой части и получим

$$\frac{1}{8(5 - y)} + \frac{2(25 - y^2)}{5 + y} \geq 2\sqrt{\frac{1 \cdot 2(25 - y^2)}{8(5 - y)(5 + y)}} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1.$$

Знак равенства имеем, если

$$\frac{1}{8(5 - y)} = \frac{2(25 - y^2)}{5 + y}, \text{ т. е. } \frac{1}{16} = (5 - y)^2 \text{ и}$$

$$y_1 = \frac{19}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{39}{16} \Rightarrow x_1 = -\frac{\sqrt{39}}{4} \text{ и } x_2 = \frac{\sqrt{39}}{4};$$

$$y_2 = \frac{21}{4} \Rightarrow x^2 = -\frac{41}{16} - \text{ не имеет смысла. Тогда } x_1, x_2 \in [-5; 0) \cup (0; 5].$$

Ответ: $x = \pm \frac{\sqrt{39}}{4}$.

Пример 2. Решите уравнение

$$\frac{x^2}{\sqrt{2x+15}} + \sqrt{2x+15} = 2x.$$

РЕШЕНИЕ. В силу неотрицательности левой части уравнения имеем:

$$x \geq 0, \quad x > -\frac{15}{2} \Rightarrow x \geq 0.$$

Оценим левую часть уравнения

$$\frac{x^2}{\sqrt{2x+15}} + \sqrt{2x+15} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{\sqrt{2x+15}}} \sqrt{2x+15} = 2|x| = 2x, \text{ так как } x \geq 0.$$

Отсюда следует, что исходное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{2x+15}} + \sqrt{2x+15} \geq 2x, \\ \frac{x^2}{\sqrt{2x+15}} + \sqrt{2x+15} = 2x. \end{cases}$$

Неравенство обращается в равенство тогда, когда

$$\frac{x^2}{\sqrt{2x+15}} = \sqrt{2x+15}, \text{ т. е. } x^2 = \sqrt{(2x+15)^2} \Rightarrow x^2 = |2x+5|.$$

1) $x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -3$ — не удовлетворяет ОДЗ.

2) $x^2 + 2x - 15 = 0, D < 0$ — нет корней.

Из 1) и 2) получаем, что $x = 5$ — корень уравнения.

Ответ: $x = 5$.

Пример 3. Найдите все пары чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$\sqrt{9x^2 - 42x + 49} + \left| \sqrt{y} - \frac{x}{2} \right| = 10 - \frac{25}{|7-3x|}.$$

РЕШЕНИЕ. Рассмотрим уравнение и приведём его к виду:

$$|3x - 7| + \frac{25}{|7-3x|} = 10 - \left| \sqrt{y} - \frac{x}{2} \right|.$$

В силу неотрицательности модуля действительного числа оценим левую и правую части уравнения с помощью неравенства Коши:

$$|3x - 7| + \left| \frac{25}{7 - 3x} \right| \geq 2\sqrt{|3x - 7| \cdot \left| \frac{25}{7 - 3x} \right|} = 2 \cdot 5 = 10,$$

$$|3x - 7| + \frac{25}{|7 - 3x|} \geq 10, \quad (1)$$

$$\left| \sqrt{y} - \frac{x}{2} \right| \geq 0,$$

$$-\left| \sqrt{y} - \frac{x}{2} \right| \leq 0 \text{ или } 10 - \left| \sqrt{y} - \frac{x}{2} \right| \leq 10. \quad (2)$$

В неравенстве (1) знак равенства достигается тогда, когда $|3x - 7| = \frac{25}{|7 - 3x|}$, а в (2) — когда $\sqrt{y} = \frac{x}{2}$. Имеем $(3x - 7)^2 = 25 \Rightarrow 3x - 7 = \pm 25 \Rightarrow x_1 = 4, y_1 = 4 \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}, y_2 = \frac{1}{9}$.

Ответ: $(4; 4), (\frac{2}{3}; \frac{1}{9})$.

Упражнения для самостоятельного решения.

Решите уравнения

- $\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x - x^2 + 1} = x^2 - x + 2.$
- $\sqrt[3]{25x(2x^3 + 9)} = 4x + \frac{3}{x}.$
- $\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x} = x^2 - 6x + 11.$
- $\frac{x^2}{3 + \sqrt{9 - x^2}} + \frac{1}{4(3 - \sqrt{9 - x^2})} = 1.$
- $\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 - 3x^2 + 2x - 1} = 2x^2 + 2x + 2.$
- $\frac{x^2}{\sqrt{5x + 4}} + \sqrt{5x + 4} = \frac{4}{3}x + 2.$
- $\sqrt{x^6 + x^5 - 2x^2 + 2x - 1} + \sqrt{3x^2 - x^6 - x^5} = \frac{3x^2 - 2x + 3}{2}.$
- Найдите все пары чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} + |\sqrt{y} - x| = 6 - \frac{9}{|5 - 2x|}.$

ОТВЕТЫ. 1) $x = 1$, 2) $x = \pm\sqrt{3}$, 3) $x = 3$, 4) $x = \pm\frac{\sqrt{11}}{2}$, 5) $x = 1$, 6) $x = 0$, $x = 1$, 7) $x = 1$, 8) $(1; 1), (4; 16)$.

2. Применение неравенства Бернулли. Неравенство Бернулли рассматривается в три этапа.

1. Если $h > -1$, то при любом натуральном p выполняется неравенство $(1 + h)^p \geq 1 + ph$.

2. Если $h > -1$ и $p < 0$, или $p > 1$, то $(1 + h)^p \geq 1 + ph$.

3. Если $h > -1$ и $0 < p < 1$, то $(1 + h)^p \leq 1 + ph$.

Равенство имеет место тогда и только тогда, когда $h = 0$ или $p = 1$.

Чтобы использовать данное неравенство при решении уравнений вида $\sqrt{1+\varphi_1(x)}+\dots+\sqrt{1+\varphi_n(x)}=\alpha^n$, нужно левую часть уравнения представить в виде суммы степеней вида $(1+\varphi(x))^p$ и к каждому слагаемому применить неравенство Бернулли соответствующего случая. Если при этом окажется, что обе части исходного уравнения совпадают, то из этого следует, что $p=1$ или $\varphi(x)=0$.

Рассмотрим примеры применения неравенства Бернулли.

Пример 1. Решите уравнение $\sqrt[4]{18+5x}+\sqrt[4]{64-5x}=4$.

РЕШЕНИЕ. Преобразуем левую часть уравнения к виду:

$$(1+17+5x)^{\frac{1}{4}}+(1+63-5x)^{\frac{1}{4}}=0.$$

К каждому слагаемому применим неравенство Бернулли и рассмотрим сумму

$$\begin{aligned}(1+17+5x)^{\frac{1}{4}} &\leq 1+\frac{17+5x}{4} \Rightarrow (1+63-5x)^{\frac{1}{4}} \leq 1+\frac{63-5x}{4}, \\ (1+17+5x)^{\frac{1}{4}}+(1+63-5x)^{\frac{1}{4}} &\leq 22.\end{aligned}$$

В таком случае в неравенствах Бернулли равенство достигается при условиях, что $17+5x=0$ и $63-5x=0$. Тогда $x=-\frac{17}{5}$, $x=\frac{63}{5}$.

Проверка показывает, что $x_1=-\frac{17}{5}$, и $x_2=\frac{63}{5}$ — корни уравнения.

Ответ: $x=-\frac{17}{5}$, $x=\frac{63}{5}$.

Пример 2. Решите уравнение

$$\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1+x^2}=4.$$

РЕШЕНИЕ. К каждому слагаемому в левой части уравнения применим неравенство Бернулли. В результате, получим

$$(1-x)^{\frac{1}{2}}+(1+x)^{\frac{1}{2}}+(1-x^2)^{\frac{1}{4}}+(1+x^2)^{\frac{1}{4}}\leq 4.$$

Равенство возможно, если $x=0$.

Ответ: $x=0$.

Упражнения для самостоятельного решения.

Решите уравнения

1. $\sqrt{1-\frac{x}{3}}+\sqrt[3]{1+x}=2$.

2. $\sqrt[4]{1-x}+\sqrt[4]{1+x}=4$.

3. $\sqrt[2]{1-\frac{x}{3}}+\sqrt[3]{1+x}=\left(1-\frac{x}{36}\right)^6$.

$$4. \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}} + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}} = 2.$$

5. Решите в целых числах $x = \lg(9x + 1)$.

6. $(1 + x)^{\frac{1}{7}} + (1 - x)^{\frac{1}{7}} = 2$, где $|x| < 1$.

ОТВЕТЫ. 1) $x = 0$, 2) нет корней, 3) $x = 0$, 4) $x = \pm 1$, 5) $x = 0$, $x = 1$, 6) $x = 0$.

3. Применение неравенства Коши–Буняковского. Пусть имеем две конечные последовательности положительных чисел: $a_1, a_2, \dots, a_n$ и $b_1, b_2, \dots, b_n$.

Для этих чисел имеет место неравенство

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i b_i \right) \leq \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n b_i^2 \right).$$

Полученное неравенство есть неравенство Коши–Буняковского.

Знак равенства достигается тогда и только тогда, когда имеет место равенство $\frac{a_1}{b_1} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$.

Рассмотрим применение неравенства для решения уравнений.

Пример 1. Решите уравнение $x\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = \sqrt{x^2+1}$.

РЕШЕНИЕ. Из условия следует, что $x \in [-1; 3]$. Применим неравенство Коши–Буняковского к левой части уравнения и оценим её:

$$(x\sqrt{1+x} + 1 \cdot \sqrt{3-x})^2 \leq (x^2 + 1)(1 + x + 3 - x) = 4(x^2 + 1).$$

Равенство возможно тогда, когда выполняется пропорция

$$\frac{x}{\sqrt{1+x}} = \frac{1}{\sqrt{3-x}} \text{ при } x > 0, x \neq 3 \text{ и } x \in (0; 3).$$

Имеем $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$, $\Rightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0$, $\Rightarrow x_1 = 1$ или $x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{2}$. Так как $x \in (0; 3)$, то $x = 1$ и $x = 1 + \sqrt{2}$ — корни уравнения.

Ответ: $x = 1$, $x = 1 + \sqrt{2}$.

Пример 2. Решите уравнение $\sqrt{29(x^2 + y^2)} = 2x + 5y - 1$.

РЕШЕНИЕ. Преобразуем уравнение к виду

$$2x + 5y = \sqrt{29(x^2 + y^2)} + 1.$$

Воспользуемся неравенством Коши–Буняковского:

$$(2x + 5y)^2 \leq (4 + 25)(x^2 + y^2) = 29(x^2 + y^2).$$

С другой стороны, по условию имеем $(2x + 5y)^2 > 29(x^2 + y^2) + 1$ — что невозможно. Следовательно, уравнение не имеет решения.

Ответ: нет корней.

Пример 3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x^2 + y^2 + 2z^2 = \sqrt{7}. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ. Пусть имеем две конечные последовательности положительных чисел x^2, y^2, z^2 и $1, 1, 2$.

Применим неравенство Коши–Буняковского

$$(1 \cdot x^2 + y^2 + 2z^2)^2 \leq (x^2 + y^2 + y^2)(1 + 1 + 4),$$

$$(x^2 + y^2 + 2z^2)^2 \leq 6.$$

С другой стороны, из условия следует, что

$$(x^2 + y^2 + 2z^2)^2 = 7 \quad \text{— что невозможно.}$$

Следовательно, система не имеет решения.

Ответ: нет решения.

Упражнения для самостоятельного решения.

Решите уравнения

1. $(2x + 3\sqrt{x})^2 = 13x(x + 1)$.

2. $\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{x+4y-1}{\sqrt{17}}$.

Решите системы уравнений

$$3. \begin{cases} x + y + z = 3, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3, \\ x^5 + y^5 + z^5 = 3. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x + y + z = 6, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 16, \\ \log_x y^2 = z. \end{cases}$$

ОТВЕТЫ. 1) $x = 0$, $x = \frac{4}{9}$, 2) нет корней 3) $(1; 1; 1)$, 4) $(2; 2; 2)$.

Рассмотренные примеры иллюстрируют эффективное применение приведённых известных неравенств при решении уравнений и систем уравнений из школьного курса алгебры.

ДЗАРАСОВА ЭЛЬМА АГУБЕЧИРОВА
Владикавказ, СОШ № 39.

ОБ ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ СТАРШИХ КЛАССОВ ПОСТРОЕНИЮ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПЛОСКОСТИ И ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Э. А. Галаванова

Современный взгляд математиков и методистов на школьное математическое образование состоит в том, что образование должно быть направлено на интеграцию математических дисциплин. В современных условиях выпускнику школы необходимы не только глубокие математические знания, но, в первую очередь, владение математическим языком. Как отмечает А. Я. Блох: «Одной из целей обучения математике является овладение математическим языком» [1, с. 150]. Поэтому разработка научных основ обучения школьников математическому языку и его основным видам — алгебраическому и геометрическому, а также решение проблемы «математического описания, перевода на язык математики ситуаций и задач, возникающих... внутри математики (например, перевод геометрической ситуации на язык алгебры или обратно)» [там же] — являются актуальными задачами методики математики.

В самом общем виде проблему математического описания объекта можно назвать проблемой построения его математической модели. «Хорошо известно, что одним из необходимых условий для формирования навыков и умений необходимых для построения математической модели является хорошее владение математическим языком» [2, с. 244].

На наш взгляд, обучение школьников построению алгебраических и геометрических моделей объектов, а также формирование алгебраического и геометрического языков школьника целесообразно показать на примере основного понятия курса стереометрии — плоскость, и связанного с ним, важного геометрического понятия — полупространство. Наличие в содержании обучения школьников метода координат, позволяет создать для этого необходимую математическую базу.

В ходе изучения алгебры школьники знакомятся с алгебраическим языком (языком алгебры) на примере основных отношений: равенство ($=$), неравенства ($\neq$, $<$, $\leq$, $>$, $\geq$). При изучении геометрии школьники овладевают геометрическим языком (языком геометрии) на примере основных геометрических понятий: точка, прямая, плоскость, пространство, полупространство.

Для формирования алгебро-геометрического языка школьников при изучении стереометрии будем опираться на основной принцип метода координат в пространстве — *множество точек трехмерного пространства находится во взаимно однозначном соответствии с множеством упорядоченных троек действительных чисел*.

Плоскость. Как известно, в школьном курсе геометрии плоскость в координатном пространстве задается уравнением:

$$ax + by + cz + d = 0, \quad (1)$$

где $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$; x, y, z — неизвестные. Уравнение (1) называется общим уравнением плоскости.

Оговорим сразу важные замечания:

1) если в уравнении (1) один из коэффициентов при неизвестных (например, при x) равен нулю («отсутствует» неизвестная x), то уравнение определяет плоскость, параллельную прямой, лежащей на соответствующей оси координат (ось Ox) и пересекающую две другие оси координат (Oy, Oz).

2) если в уравнении (1) два коэффициента при неизвестных (например, при x, y) равны нулю («отсутствуют» две неизвестные x, y), то уравнение определяет плоскость, параллельную плоскости, образованной прямыми, лежащими на соответствующих осях координат (Ox, Oy) и пересекающую третью ось координат (Oz).

Среди заданий, формирующих у школьников содержание понятия «плоскость», в учебниках по геометрии существуют задачи следующих типов:

1) задачи на нахождение точек пересечения плоскости с осями координат [3, с. 184];

2) задачи на нахождение уравнения плоскости, проходящей через три заданные точки [там же];

3) задачи на нахождение уравнения плоскости, проходящей через заданную точку параллельно одной из трех координатных плоскостей [там же].

Однако задач на построение плоскости в координатном пространстве по заданному уравнению в школьных учебниках по геометрии нет, хотя с их помощью можно сформировать у школьников умение переходить с одного языка (алгебры) на другой (геометрии), и наоборот.

Это, в свою очередь, позволяет познакомить школьников с различными математическими моделями одного и того же объекта

«плоскость». Например, если в качестве объекта исследования выступает алгебраическая (аналитическая) модель плоскости — линейное уравнение с тремя неизвестными, то в качестве его геометрической модели — геометрическая фигура — плоскость, построенная с помощью метода координат, и, наоборот.

Школьникам уместно показать два способа построения геометрической модели плоскости в координатном пространстве. Оба способа основаны на теореме о существовании плоскости, проходящей через три данные точки: «Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна [4, с. 29].

I СПОСОБ. Пусть плоскость задана уравнением (1), т. е. за основу берется алгебраическая модель плоскости. Построим геометрическую модель плоскости. В качестве трех точек плоскости, не лежащих на одной прямой, возьмем точки пересечения данной плоскости с осями координат: $(x, 0, 0)$, $(0, y, 0)$, $(0, 0, z)$. Далее, соединив их отрезками прямых, получим треугольник, плоскость которого и есть искомая плоскость.

II СПОСОБ. Если в общем уравнении плоскости (1) коэффициент $d \neq 0$, то, разделив все члены уравнения на $-d$ и введя обозначения: $-\frac{d}{a} = A$, $-\frac{d}{b} = B$, $-\frac{d}{c} = C$, получим еще одну алгебраическую модель плоскости — уравнение, которое называют уравнением плоскости в отрезках:

$$\frac{x}{A} + \frac{y}{B} + \frac{z}{C} = 1, \quad (2)$$

где A , B , C — абсцисса, ордината и аппликата точек пересечения плоскости с осями Ox , Oy , Oz соответственно. Уравнение плоскости в отрезках позволяет легко находить точки пересечения плоскости с осями координат, т. е. представляет собой более простой способ построения плоскости.

Приведем примеры. В данных примерах объект исследования — алгебраическая модель плоскости. Цель исследования — построение геометрической модели плоскости с помощью графического изображения в координатном пространстве.

Пример 1. Построить в координатном пространстве плоскость, заданную уравнением $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

I СПОСОБ. Определим точки пересечения плоскости с осями координат.

Точка пересечения с осью Ox : если $y = 0$ и $z = 0$, то из уравнения плоскости получаем $x = 2$, т. е. $(2, 0, 0)$ — искомая точка.

Точка пересечения с осью Oy : если $x = 0$ и $z = 0$, то из уравнения плоскости получаем $y = 3$, т. е. $(0, 3, 0)$ — искомая точка.

Точка пересечения с осью Oz : если $x = 0$ и $y = 0$, то из уравнения плоскости получаем $z = 4$, т. е. $(0, 0, 4)$ — искомая точка.

Построим найденные точки на осях координат. Соединив их отрезками прямых, получим треугольник, плоскость которого, в силу теоремы о существовании плоскости, проходящей через три данные точки, и есть искомая плоскость (см. рис. 1).

II СПОСОБ. Приведем уравнение $6x + 4y + 3z - 12 = 0$ к уравнению плоскости в отрезках:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1,$$

где $A = 2$, $B = 3$, $C = 4$ — абсцисса, ордината и аппликата точек пересечения искомой плоскости с осями Ox , Oy , Oz соответственно. Отметим найденные точки $(2, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$, $(0, 0, 4)$ на осях координат и соединим их отрезками прямых. Получим искомую плоскость (см. рис. 1).

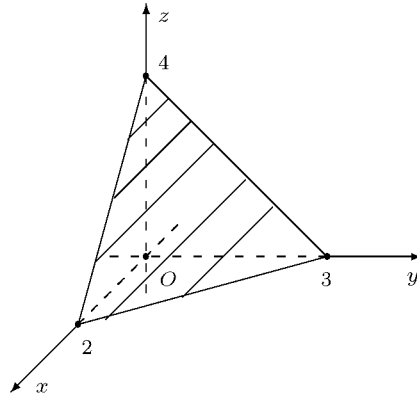


Рис. 1.

Пример 2. Построить в координатном пространстве плоскость, заданную уравнением $6x + 3z - 12 = 0$.

I СПОСОБ. Определим точки пересечения плоскости с осями координат.

Точка пересечения с осью Ox : если $y = 0$ и $z = 0$, то из уравнения плоскости получаем $x = 2$, т. е. $(2, 0, 0)$ — искомая точка.

Точка пересечения с осью Oz : если $x = 0$ и $y = 0$, то из уравнения плоскости получаем $z = 4$, т. е. $(0, 0, 4)$ — искомая точка.

Точка пересечения с осью Oy : если $x = 0$ и $z = 0$, то нарушается равенство $6x + 3z - 12 = 0$. Следовательно, точек пересечения плоскости с осью Oy нет (в силу замечания (1)), т. е. исходная плоскость будет параллельна оси Oy и проходит через точки $(2, 0, 0)$ и $(0, 0, 4)$. Построим ее (см. рис. 2).

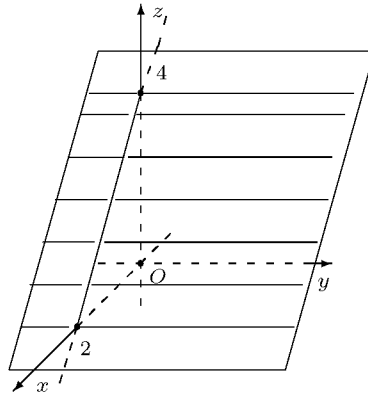


Рис. 2.

II СПОСОБ. Приведем уравнение $6x + 3z - 12 = 0$ к уравнению плоскости в отрезках:

$$\frac{x}{2} + \frac{z}{4} = 1,$$

где $A = 2$, $C = 4$ — абсцисса и аппликата точек пересечения искомой плоскости с осями Ox и Oz соответственно. Точки пересечения с осью Oy нет, в силу замечания (1). Отметим точки $(2, 0, 0)$ и $(0, 0, 4)$ на соответствующих осях координат и проведем через них плоскость, параллельную оси Oy . Для этого соединим эти точки отрезком прямой, лежащим в искомой плоскости. Через одну из найденных точек проведем прямую, параллельную оси Oy . По основной аксиоме плоскости через эти две прямые проходит единственная плоскость (искомая). Построим плоскость в соответствии с общепринятыми правилами изображения плоскости (см. рис. 2).

Пример 3. Построить в координатном пространстве плоскость, заданную уравнением $3z - 12 = 0$.

I СПОСОБ. Определим точки пересечения плоскости с осями координат.

Точка пересечения с осью Oz : если $x = 0$ и $y = 0$, то из уравнения плоскости получаем $z = 4$, т. е. $(0, 0, 4)$ — искомая точка.

Точка пересечения с осью Oy : если $x = 0$ и $z = 0$, то нарушается соотношение, задающее плоскость $0 \cdot x + 3z - 12 = 0$. Следовательно, точек пересечения плоскости с осью Oy нет, в силу замечания (2).

Точка пересечения с осью Ox : если $y = 0$ и $z = 0$, то нарушается соотношение, задающее плоскость $0 \cdot y + 3z - 12 = 0$. Следовательно, точек пересечения плоскости с осью Ox нет, в силу замечания (2).

Поэтому исходная плоскость будет проходить через точку $(0, 0, 4)$ параллельно плоскости Oxy . Построим ее (см. рис. 3).

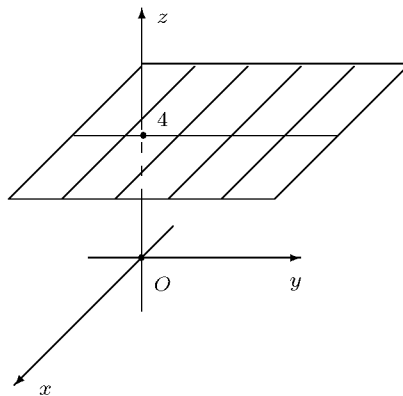


Рис. 3.

II способ. Приведем уравнение $3z - 12 = 0$ к уравнению плоскости в отрезках:

$$\frac{z}{4} = 1,$$

где $C = 4$ — аппликата точки пересечения искомой плоскости с осью Oz . Построим точку $(0, 0, 4)$ на оси Oz . Проведем через эту точку две взаимно перпендикулярные прямые, лежащие в искомой плоскости, параллельно плоскости Oxy . По основной аксиоме плоскости через эти две прямые проходит единственная плоскость (искомая). Построим плоскость (см. рис. 3).

Полупространство. Рассмотрим еще один вид геометрических моделей — полупространства и аналитический способ их задания — их алгебраические модели.

В школьных учебниках геометрии дается следующее определение: «Полупространством, ограниченным плоскостью α , называется фигура, обладающая следующими свойствами:

- 1) она содержит плоскость α , но не совпадает с ней;

2) если точки A и B принадлежат фигуре, но не плоскости α , то отрезок AB не имеет с α общих точек;

3) если же точка A принадлежит фигуре, а B нет, то отрезок AB имеет с α общую точку» [4, с. 17–18].

Согласно аксиоме разбиения пространства, каждая плоскость, заданная уравнением (1), разбивает пространство на два полупространства, задаваемые неравенствами $ax + by + cz + d \geq 0$ (3) и $ax + by + cz + d \leq 0$ (4).

Рассмотрим теперь вопрос построения геометрических (графических) моделей этих полупространств. Как показано выше, линейное неравенство (3) или (4) с тремя неизвестными задает некоторое полупространство. И наоборот, каждая точка некоторого полупространства есть решение соответствующего линейного неравенства с тремя неизвестными. Таким образом, задачу построения геометрической модели полупространства в координатном пространстве можно свести к графическому решению соответствующего линейного неравенства с тремя неизвестными.

Рассмотрим, например, линейное неравенство (3), задающее некоторое полупространство. Для построения этого полупространства нужно сначала построить плоскость (1), являющуюся границей этого полупространства. Затем взять произвольную (пробную) точку пространства, не принадлежащую данной плоскости (1), например, начало координат $O(0, 0, 0)$ и подставить координаты этой точки в исходное неравенство, проверяя истинность полученного числового неравенства. Если неравенство истинно, то решением неравенства является полупространство, содержащее выбранную точку, в противном случае — полупространство, не содержащее выбранную точку. После этого следует построить искомое полупространство и заштриховать полученную область.

Приведем примеры построения полупространств в координатном пространстве.

Примеры. Построить в координатном пространстве полупространства, заданные неравенствами:

$$1) 3z - 12 \geq 0; \quad 2) 6x + 3z - 12 \geq 0; \quad 3) 6x + 4y + 3z - 12 \geq 0.$$

РЕШЕНИЕ. 1) Построим сначала плоскость, заданную уравнением $3z - 12 = 0$ (см. пример 3). Затем определим полупространство, заданное неравенством $3z - 12 \geq 0$, для чего перепишем это неравенство в виде $0 \cdot x + 0 \cdot y + 3z \geq 12$.

Теперь возьмем в качестве пробной точки начало координат

и проверим, удовлетворяют ли ее координаты данному неравенству. Подставив соответствующие координаты точки $(0; 0; 0)$ в левую часть неравенства $0 \cdot x + 0 \cdot y + 3z \geq 12$, получим $0 \geq 12$, что неверно, т. е. координаты точки $(0; 0; 0)$ не удовлетворяют данному неравенству. Следовательно, начало координат не лежит в искомом полупространстве. Поэтому искомым полупространством является полупространство, не содержащее начало координат (см. рис. 4).

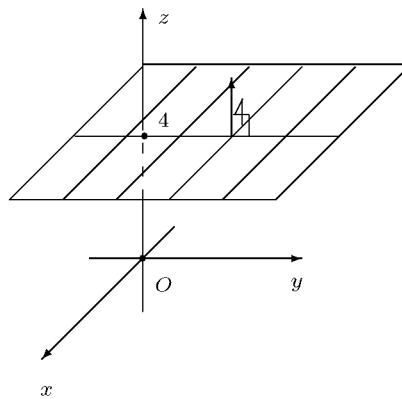


Рис. 4.

Аналогично строятся полупространства, приведенные в примерах 2) и 3) (см. рис. 5 и рис. 6).

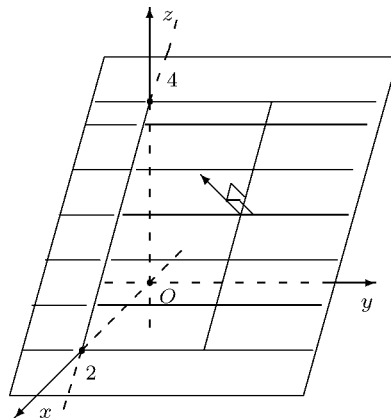


Рис. 5.

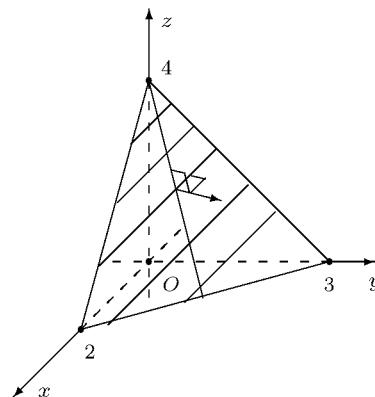


Рис. 6.

Формирование у школьников умения строить полупространство в координатном пространстве позволяет в дальнейшем показать геометрическое задание в координатном пространстве различных геометрических фигур — двугранных углов, многогранников и др. геометрических объектов, которые можно задать с помощью системы линейных неравенств с тремя неизвестными.

В качестве примера покажем методику построения двугранного угла в координатном пространстве, заданного системой линейных неравенств.

Напомним, что двугранный угол — «часть пространства, ограниченная двумя полуплоскостями, имеющими общую граничную прямую» [4, с. 149]. С точки зрения теории систем линейных уравнений двугранный угол — это графическое решение системы линейных уравнений с тремя неизвестными — пересечение всех полупространств, заданных неравенствами системы.

Приведем примеры построения двугранных углов в координатном пространстве.

Упражнение. Построить в координатном пространстве двугранные углы, заданные системами неравенств:

$$1) \begin{cases} y \geq 0, \\ z \geq 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y \geq 3, \\ z \geq 0. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ. 1) Построим сначала плоскость, заданную уравнением $y = 0$ (см. пример 3). Затем определим полупространство, заданное неравенством $y \geq 0$, для чего перепишем это неравенство в виде $0 \cdot x + y + 0 \cdot z \geq 0$. Теперь подставим соответствующие координаты пробной точки, например, точки $(0; 5; 0)$ в левую часть неравенства $0 \cdot x + y + 0 \cdot z \geq 0$, получим $5 \geq 0$, что верно, т. е. координаты точки $(0; 5; 0)$ удовлетворяют данному неравенству. Следовательно, точка $(0; 5; 0)$ лежит в искомом полупространстве. Поэтому искомым полупространством является полупространство, содержащее точку $(0; 5; 0)$ (см. рис. 7). Аналогично определим полупространство, заданное неравенством $z \geq 0$ (см. рис. 7). В пересечении построенных полупространств, заданных неравенствами $y \geq 0$ и $z \geq 0$, получим искомый двугранный угол.

Аналогично строится двугранный угол, приведенный в примере 2) (см. рис. 8).

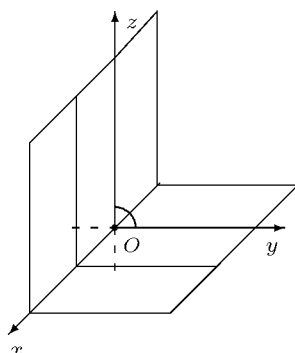


Рис. 7.

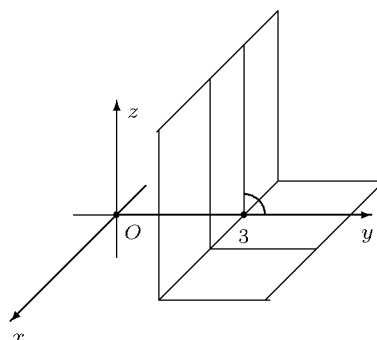


Рис. 8.

Таким образом, мы показали, как с помощью метода координат можно построить геометрические объекты — плоскости, полупространства, используя их алгебраические модели — линейные уравнения, неравенства с тремя неизвестными, и наоборот, как графически решить линейные уравнения и неравенства с тремя неизвестными.

При этом у школьников формируются знания о внутриматематическом моделировании, о математических моделях алгебраических и геометрических объектов, о методе моделирования как об одном из основных методов научного познания, о методе координат в пространстве как об одном из средств математического моделирования и о математике. Кроме того происходит углубление знаний школьников по геометрии, которое, в свою очередь, расширяет математический аппарат, развивает абстрактное мышление и способствует интеллектуальному развитию школьников.

Представленный материал может быть полезен учителям при проведении факультативных занятий и элективных курсов по математике в старших классах физико-математического и естественно-научного профилей а также школьникам, интересующимся математикой.

Литература

1. Блох А.Я., Канин Е.С., Килина Н.Г. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по спец. 2104 «Математика» и 2105 «Физика». Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр.—М.: Просвещение, 1985.—336 с.

2. Мельников Ю.Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению моделей: Монография.—Екатеринбург: Уральское изд-во, 2004.—384 с.
3. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия: Учеб. пособие для 10–11 кл. естеств.-науч. профиля обучения.—М.: Просвещение, 2001.—239 с.
4. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия: Учеб. для 10 кл. школ с углуб. изучением математики. Рос. акад. наук; Рос. акад. образования, Изд-во «Просвещение»:—3-е изд., дораб.—М.: Просвещение, 2005.—270 с.

ГАЛАВАНОВА ЭЛИНА АНДРЕЕВНА, ст.-исслед.
Владикавказ, Институт прикладной математики
и информатики ВНЦ РАН

Теория и методика обучения физике

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКИ В ВУЗЕ

И. Ф. Боциев

Одна из основных задач модернизации российского образования — обеспечение современного качества подготовки дипломированного специалиста, способного к успешной конкуренции на мировом рынке труда [1]. Важным ресурсом качественного образования в высшей школе является переход к инновационным технологиям в преподавании.

Использование информационных технологий для организации внеаудиторной деятельности студентов возможно по нескольким направлениям [2]. В первую очередь — это задания, которые представляют собой подготовку сообщения на тематическую конференцию, отчет о домашней лабораторной работе, выполнение исследовательских работ с межпредметным содержанием. Второе направление — это прикладные лабораторные работы, когда каждая последующая лабораторная работа опирается на результаты предыдущих работ, и степень сложности заданий от работы к работе увеличивается [2]. Это способствует закреплению знаний, формированию умений использовать полученные на практике знания, развитию творческих способностей.

На кафедре медицинской и биологической физики СОГМА нами созданы комплекты опорных дидактических материалов, в том числе на электронных носителях, которые необходимы для оказания помощи студенту в теоретической и практической подготовке к профессиональной деятельности. Это система заданий, темы рефератов и докладов, инструкции и методические указания к выполнению лабораторных работ, тренировочные упражнения, домашние задания, списки литературы, тесты для самооценки знаний, навыков и умений.

В современных условиях развития высшей школы самостоятельная работа — это мощный ресурс развития познавательной активности студентов, так как позволяет существенно расширить объем знаний, овладеть приемами процесса познания, формировать опыт творческой деятельности. Кроме того самостоятельная работа формирует такие профессионально значимые качества, как мобильность, инициативность, ответственность в сложных ситуациях, готовность к самообразованию и самовоспитанию и другие.

В процессе изучения физики самостоятельная работа осуществляется на практических занятиях, при работе с дидактическими материалами, учебной литературой во время выполнения домашних заданий, участия в конференциях и т. д.

Особое место в использовании информационных технологий в организации самостоятельной работы студентов занимает проведение промежуточного контроля. С этой целью нами создан банк тестов по физике для осуществления контроля уровня обученности. Студенты могут проходить как тренировочное тестирование, так и тестирование по пройденной теме, курсу в целом.

Практика показывает, что задания целесообразно варьировать с учетом разного уровня подготовки студентов. Многие самостоятельные работы состоят из двух частей — обязательной и факультативной, рассчитанной на студентов с хорошей подготовкой по физике, выполнение которой учитывается при итоговом контроле.

Активная самостоятельная работа во время практических занятий и внеаудиторная самостоятельная работа способствуют успешному усвоению программного материала по курсу физики.

Литература

1. Буланова–Топоркова М. В. Педагогика и психология высшей школы.— Ростов-на-Дону.: Феникс, 2002.—544 с.
2. Попков В. А., Коржуев А. В. Дидактика высшей школы. Учебное пособие.—М., 2004.—190 с.

БОЦИЕВ ИГОРЬ ФЕДОРОВИЧ, к. ф.-м. н.
Владикавказ, Северо-Осетинская государственная
медицинская академия

ФОРМИРОВАНИЕ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ У ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ФИЗИКИ

Н. И. Боцьева

В директивных документах по образованию, к которым относятся «Концепция модернизации Российского образования на период до 2010 года» ставятся новые задачи по воспитанию творческой личности, способной быстро ориентироваться в новых социальных, экономических и производственных ситуациях [1]. Решить их в условиях общеобразовательной школы возможно в процессе изучения физики. Как известно, именно эта дисциплина с другими дисциплинами естественнонаучного цикла способна обеспечить формирование у школьников современного научного мировоззрения и миропонимания, вооружить их научными методами познания, без которого человек не может стать творческой личностью.

Вот почему так необходимо включение в стандарт общего физического образования раздела о методе научного познания природы, выступающем одновременно и объектом изучения и средством овладения учебным материалом [2].

Овладеть данным методом возможно при получении методологических знаний в процессе изучения данного предмета. Проблема формирования методологических знаний при изучении предметов естественно-научного цикла дисциплин не нова. Ей уделяли внимание как философы и психологи, так и педагоги-дидакты.

Функцию методологических знаний с психологических позиций рассматривала в своих трудах И. П. Калошина [3]. «Методологические эвристики обеспечат субъекту возможность большей саморегуляции творческой деятельности, чем предметные. Это объясняется тем, что методологические эвристики позволяют субъекту построить новую картину предметной действительности, представленной в творческой задаче, компенсируя тем самым отсутствие предметных знаний, необходимых для ее решения. Также они обеспечат большую меру обобщенности творческой деятельности — возможности решать различные творческие задачи в разных научных областях . . .».

В литературе используют следующие уровни освоения методологических знаний: операционный, предметно-специфический, уровень общенаучной методологии, философский.

Операционный уровень обеспечивает познавательные процессы более высоких уровней логическими операциями и приемами ум-

ственной деятельности независимо от содержания решаемых задач. В его состав входят необходимые для осуществления любой деятельности умения: логические (подведение под понятие, формулирование следствия и т. д.) и математические (использование Декартовой системы координат, вычисление производной и т. д.).

Уровень предметно-специфический (научный) содержит фиксации наблюдений и экспериментального исследования изучаемых объектов; методы анализа и решения поставленных задач на основе законов той или иной предметной области (в механике — это законы Ньютона, сохранения энергии и импульса, законы равновесия тел т. д.). Необходимость освоения методологических знаний, относящихся к данному уровню, осознается дидактами и методистами. Однако, задача их усвоения уступает, по их мнению, задаче овладения предметными знаниями и не обеспечивается необходимыми для этого методологическими приемами [4].

Подобное утверждение еще в большей степени относится к *философскому и общенаучному уровням*. Последний из них ответственен за разработку стратегии осуществления познавательной деятельности, которая будучи освоенной учащимися составит основу их мышления. Это позволит к формально-логическим процедурам операционного уровня добавить механизмы анализа проблемных ситуаций, теоретическую базу научного объяснения естественнонаучной картины мира.

Формирование научных методологических знаний в процессе обучения составляет, по нашему мнению, значительный резерв повышения результативности обучения, столь необходимый в наше время. Объем методологических знаний, выработанный современной наукой, чрезвычайно обширен и его усвоение в полной мере нереально. В связи с этим возникает проблема отбора их состава, который на каждом этапе развития учащихся обеспечил бы наряду с предметным знанием функциональную полноту формируемых у них знаний.

Одним из направлений решения данной проблемы, на наш взгляд, может стать анализ массива задачных ситуаций, предлагаемых школьникам для отработки предметных знаний, развития познавательных мотивов и творческой активности. Диапазон подобных задач достаточно широк — от простых, служащих целям закрепления этих знаний, до «нестандартных» задач: эвристических, интегративных, олимпиадных, конкурсных и т. д.

Для анализа и выделения методологического компонента подоб-

ных задачных ситуаций нами были рассмотрены и обобщены решения задач из разных сборников, далее мы постарались сгруппировать их вокруг того или иного методологического понятия, играющего роль общего ключевого ориентира поиска конкретно решения.

Проделанная работа позволила выделить следующие наиболее значимые компоненты методологических знаний:

- понятия: абстракция, аддитивность, аксиома, алгоритм, анализ, атрибут, вероятность, взаимодействие, вид и род, закон, идея, идеализация, концепция, объект и предмет, понятие, противоречие, синтез, свойство, связь, система, символ, состояние, структура, факт, элемент;

- методы: аналогии, аналитической дедукции, индукции, классификации, моделирования, наблюдения, от противного, приведение к нелепости, системный, теоретический и экспериментальный;

- принципы: дополнительности, обратимости, сохранения и симметрии;

- категории: абсолютное и относительное, внешнее и внутреннее, необходимость и случайность, причина и следствие, явление и сущность;

- категории деятельности: деятельность, субъект деятельности, действие, операция, функциональные характеристики действия (ориентировочная, исполнительная, контрольно-коррекционная), цель и продукт, предмет и средство деятельности, интериоризация и экстериоризация, рефлексия.

Уяснение содержания методологических знаний, мы осуществили на основе создания заданных ситуаций, предлагающих рефлексия метода.

В традиционной методике недостаточно внимания уделяется выделению, уяснению и обработке операционного состава метода абстракции. Мы постарались уже на первом этапе изучения предмета, при усвоении физических понятий организовать соответствующие самостоятельные действия учащихся по абстрактному представлению таких объектов реальности как поверхность, протяженность, пространство, тело, сила и т. д. С этой целью ученикам предложили следующее задание: условно изобразите лыжника, спускающегося с горы; мальчика скатывающегося на санях с горки и спуск груза на щите с определенной высоты.

Учащиеся увидели тождественность с механической точки зрения заданий, изобразили их схематически: горизонтальная поверх-

ность, наклонная плоскость, угол наклона, тело на наклонной плоскости.

Так как описание электрических процессов часто базируется на механических представлениях, то метод аналогии мы использовали при изучении электромагнитных колебаний, помня при этом, что он требует учета условий и целей его применения, иначе аналогия может увести от понимания существенных свойств изучаемых процессов и явлений. Используемый нами аналог — строение Солнечной системы — позволил нам изучить тему «Строение атома», объяснить ряд его свойств. Этот метод мы старались широко использовать и при решении задач. Как известно, учителя часто избегают решать однотипные задачи. Усматривая в этом отказ от последующего использования такого важного приема умственного действия как умозаключение по аналогиям, мы использовали его в ходе повторных и обобщающих уроков. Ученик не решает все задачи, решив одну из них, он указывает на аналогию решения других. При этом значительный интерес с точки зрения развития познавательных возможностей учащихся представляют их затруднения и ошибки в классификации задач по типам. Дальнейшее коллективное обсуждение и самоанализ ошибочных действий способствовал осознанию учеником оснований для использования аналогии или обоснования их отсутствия.

Метод классификации, как известно, используют в естественных науках для представления содержания предметных знаний. Данный метод широко используют при изучении агрегатного состояния вещества, его способности проводить электрический ток и т. д. Однако, в учебно-методической литературе практически отсутствует описание использования данного метода в задачной форме, которая предполагает:

- выдвижение данного метода в качестве стратегии решения задачи;
- определение основания для классификации;
- изыскание выразительной и удобной графической формы представления исследуемого содержания.

Использовать данный метод можно при решении следующей задачи: *Для изготовления елочной гирлянды нужно выбрать провода. Площадь сечения проводов одинакова. Какие материалы выгоднее использовать: серебро, медь, золото, алюминий, фехраль, нихром.*

Самостоятельно или в результате совместных обсуждений ребята

выстраивают следующую последовательность рассуждений:

- необходимо выделить главный критерий для разделения материалов — это удельное электрическое сопротивление и расставить материалы в порядке увеличения этого показателя;
- принципиальная возможность использования данного материала (так как ртутных проводов не существует, то данный материал исключается);
- эффективность выполнения выполняемой функции: фехраль и нихром имеют большое удельное электрическое сопротивление, их применение не эффективно;
- безопасность и экологическая приемлемость используемых материалов (этот критерий указывает на ртуть, так как ртуть вещество опасное для здоровья);
- экономическая целесообразность (серебро имеет наименьшее сопротивление, но использование его или золота экономически нецелесообразно).

Подобная последовательность действий приводит к нахождению оптимального решения задачи, а используемый при этом метод помогает учащимся не только усвоить смысл, но и понять его значимость при работе со значительным количеством обобщаемых объектов, освоить его на практике, оценить различные виды представления классифицированных элементов.

Завершая изучение той или иной темы, при закреплении и обобщении полученных в процессе обучения знаний, мы посчитали целесообразным использование метода моделирования. Так, например, при завершении изучения темы «Движение под действием нескольких сил» мы предложили учащимся решить следующую задачу.

У Вас в руках автомобиль с заводной пружиной. Он находится на расстоянии l , от основания наклонной плоскости с углом наклона ρ (переход горизонтальная поверхность — наклонная плоскость плавный). На какую высоту поднимается автомобиль при полном заводе пружины? Какие физические величины необходимо измерить, не прибегая к выполнению реального опыта?

Решение данной задачи можно осуществить на основе мыслительных представлений и построения соответствующей модели движения.

Сделав поясняющий чертеж и вспомнив о законе сохранения энергии в механике, ученик приходит к выводу: потенциальная энергия взведенной пружины переходит в работу сил трения (как на горизонтальном участке, так и на наклонной плоскости), идет на

увеличение потенциальной энергии при движении автомобиля в гору. Каждую из величин можно определить опытным путем. Метод моделирования помогает ученикам уяснить взаимосвязь трех физических величин: силовой, энергетической и пространственной (положение автомобиля). При этом «побочный» продукт решения данной задачи — формирование познавательной установки на разработку и применение модели, как нам кажется, является более значимым, чем само решение задачи.

Метод индукции, функция которого связана с предвосхищением результата наблюдения или эксперимента, мы старались использовать в ходе решения задач, сущность которых могла бы быть объяснена сходной причиной.

Например. *Почему намокает весь кусок сахара, если на него капнуть каплю воды? Почему сыреют стены домов вблизи земли? Каков механизм питания растений?* Учащиеся должны были понять, что при всех различиях конкретных ситуаций их объединяет наличие в структуре веществ капилляров. Именно законы распространения в них жидкости должны стать предметом специального изучения, подтвердить выдвинутую гипотезу о их роли в данных явлениях.

При освоении данного метода мы старались не только познакомить учащихся с его сущностью и практическим применением, но и подвести их к пониманию значимой роли его в их познавательной деятельности.

На вводных занятиях по физике, знакомя учащихся с историей развития данной науки, достижениями отечественных и зарубежных ученых, методами, которые они использовали на различных этапах развития научного знания, мы старались, чтобы они поняли, какой тяжелой, кропотливой и, часто, малопродуктивной, была работа древних ученых, чьи научные сведения не были должным образом обобщены, классифицированы и систематизированы.

Формируя при изучении физики у школьников методологические знания, мы старались, чтобы они, освоившие современную методологию научной познавательной деятельности, осознали бессмысленность заучивания огромного количества фактов или обрывочных научных сведений; научившись обобщать, переходить от общего к частному, классифицировать и т. д., стали в дальнейшем при изучении и других естественнонаучных дисциплин действовать рациональнее и эффективнее.

Литература

1. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 г. от 29.12.01 № 1756-р // Бюллетень Министерства образования РФ. Высшее и среднее профессиональное образование.—М: Московский лицей, 2002.— № 2.—63 с.
2. В. С. Леднева, Н. Д. Никандрова, М. В. Рыжакова Государственные образовательные стандарты в системе общего образования.—М., 2002.—112 с.
3. Калюшина И. П. Структура и механизм творческой деятельности. Методические знания как компонент школьного учебного предмета (нормативный подход).—М., 1993.—297 с.
4. Разумовский В. Г. Проблемы общего образования школьников и качество обучения физике // Педагогика.—2000.—№ 8.—66 с.

БОЦИЕВА Нино Иосифовна
Владикавказ, СОШ № 48

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ШКОЛЬНОГО КУРСА ФИЗИКИ

Н. Ю. Милостивая

Важнейшей задачей школы, в том числе и преподавания физики, является формирование личности, способной ориентироваться в потоке информации в условиях непрерывного образования. Осознание общечеловеческих ценностей возможно только при соответствующем познавательном, нравственном, этическом и эстетическом воспитании личности. В связи с этим основную цель можно конкретизировать более частными целями: воспитанием у школьников в процессе деятельности положительного отношения к науке вообще и к физике в частности; развитием интереса к физическим знаниям, научно-популярным статьям, жизненным проблемам. Физика является основой естествознания и современного научно-технического прогресса, что определяет следующие конкретные цели обучения: осознание учащимися роли физики в науке и производстве, воспитание экологической культуры, понимание нравственных и этических проблем, связанных с физикой.

Школьный курс физики нуждается в обновлении. В первую очередь необходимо обновление не только содержания школьного курса физики, но и педагогических технологий, адекватных обновленному содержанию образования. Известно, что мировой тенденцией развития образования становится идея непрерывного образования. Невозможно определить, спрогнозировать ту сумму знаний, которая необходима сегодняшнему школьнику в его будущей жизни. Поэтому важнейшей задачей школы становится содействие формированию личности, способной ориентироваться в потоке новой информации, и здесь неоценимую помощь могут оказать образовательные ресурсы Интернета.

Пока еще робкое появление в школе «реального» Интернета, с его практически неисчерпаемыми информационными ресурсами показало, что идет постоянное расширение базы информационных ресурсов.

На сегодняшний день, когда в школах наличие компьютеров (несмотря на широкомасштабную государственную программу) все-таки роскошь, и компьютерного времени едва хватает на информатику, может показаться, что проблемы использования информационных технологий в физике нет, потому что нет достаточного ко-

личества компьютеров, нет времени. Однако в новой концепции образования ставится задача создания «системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся, в том числе с учетом реальных потребностей рынка труда».

Я в школе работаю учителем физики 27-й год, а учителем информатики — 23-й. За это время менялась техника, менялось программное обеспечение, но главное, что за это время накопился некоторый опыт использования достижений информатики в преподавании физики, ибо преподавание этого предмета представляет собой наиболее благоприятную сферу для применения современных информационных технологий.

Среди множества направлений использования информационных технологий в физике выделились следующие:

1. Использование компьютерных демонстраций, иллюстрации текстов и формул, фотографий при изучении нового материала, т. е. в качестве наглядных пособий.
2. Демонстрации на уроках анимационных экспериментов.
3. Создание мультимедийных конспектов уроков, с использованием компьютерных иллюстраций, и анимацию экспериментов.
4. Иллюстрации приемов и алгоритмов решения задач.
5. Проверка степени усвоения программного материала путем решения контрольных работ на компьютере и тестирование.
6. Организация внеурочной исследовательской деятельности учащихся.

Традиционные формы ведения уроков, где учитель постоянно обращается к доске и мелу, устарели. Использование мультимедийных уроков, компьютерных демонстраций освобождает большое количество времени, привлекает внимание учащихся своей новизной. Основная задача учителя при подготовки таких уроков поиск материалов.

В настоящее время широко используются энциклопедия «Кирилл и Мефодий», «Открытая физика» (версии 1.0, 2.0), диск Microsoft Office (по физике, географии, МХК), интерактивная энциклопедия «От плуга до лазера», «Физика» (мультимедийный курс 10–11 классы), «Уроки физики 5–6 классы» (Кирилл и Мефодий), «Физика в картинках», «Физика 1с: Репетитор», «Физика и химия» (школьный курс 2003), «Энциклопедия Брокгауза и Ефрона».

На мой взгляд, мало дисков, которые удовлетворяют современным требованиям, т. е. таких, которые можно полностью использовать на уроке или хотя бы таких, из которых легко можно было бы извлечь информацию и вставить в слайд. Так, например «Открытая физика» (версия 1.1) не совсем открыта. На диске великолепные демонстрации по всему курсу, 80 компьютерных экспериментов, но как в известной басне «хоть видит око, да зуб неймет», перенести их в свою работу нет возможности, а на уроке вставлять диск, ждать его загрузки, искать нужную демонстрацию — это терять драгоценное время, темп урока, внимание учащихся. Составляя план урока, задумываешься, а испугит ли красивая демонстрация такую потерю?

Использование компьютерных прикладных программ для составления конспекта урока в электронном варианте понятного и учителю и ученикам, простого в создании, возможности верстки слайдов, представлении материала в виде текста, таблиц, рисунков, видеофрагментов, аудиофрагментов. Для этого идеально подходит в Microsoft Office приложение Power Point, в котором создаются презентации. Демонстрация презентаций осуществляется либо с помощью мультимедийного проектора, либо по локальной сети на мониторы учащихся, в крайнем случае можно воспользоваться DVD-плеером и обычным телевизором.

Сейчас, когда имеется возможность работы учителя с Интернет-ресурсами можно использовать в качестве дополнений и иллюстраций к урокам следующие сайты:

1. Обучающие демонстрационные мультимедийные программы (marklv25@mtu-net.ru).
2. Лаборатория демонстрационного и компьютерного сопровождения НГУ (<http://www.phys.nsu.ru>).
3. Компьютерное пособие Сибирского института образовательных технологий (<http://www.tdu.nsu.ru/noos/physics/kup1/htm>).
4. Материал по полупроводникам (<http://rusnauka.narod.ru/>).
5. Содержание журнала «Физика» — приложение к газете «Первое сентября» (<http://www/1september/ru/ru/fiz/htm>).
6. Оптика (<http://opics.ifmo.ru>) и (<http://www.infoline.ru/g23/5495/physics.htm>).
7. Дифракция (<http://www.kg.ru/diffraction/>).

И многие другие материалы, которые можно найти в Интернете.

Одно из основных направлений деятельности учителя физики — научить детей решать задачи. Эффективными, на мой

взгляд, являются тренажеры, в которых содержится большое количество разнообразных задач, отвечающих требованиям «Стандарта образования по физике», снабженные подробным справочным материалом. Таких тренажеров на сегодняшний день немного. Это «Активная физика», «Курс физики (механика) Л. Я. Боревского». В Интернете можно использовать материалы сайта <http://www.fizika.ru/didakt/zadach/index.htm/>

Для контроля знаний учащихся по физике используем довольно давно электронные варианты тестов. Легко перевести написанные варианты в компьютерные используя Мастертест В. Ю. Тимофеева (e-mail: tvu@ab.ru) и диск Microsoft Office в школе (Физика, география, МХК). Этих двух дисков достаточно чтобы самим составлять тесты по различным разделам программы.

Можно воспользоваться готовыми тестами по адресам в Интернете:

<http://phys.runnet.ru>,
<http://fij.ifmo.ru/archive/17102000/ciu8/index.htm>,
<http://archive.1september.ru/fiz/1999/no6.htm>,
<http://www.fizika.ru/didakt/tests.htm>.

Еще одно направление использования информационных технологий в физике это организация внеурочной деятельности учащихся. Во-первых, это глубокое изучение определенной темы учащимися, куда входят сбор материала, в том числе и в Интернете, обработка его, и как итог — создание мультимедийной презентации. В нашей коллекции уже достаточно таких презентаций на темы: «Кристаллы», «Оптические явления», «Законы оптики», «Физика и природа», «Газовые законы», «Сообщающиеся сосуды», «Невесомость», «Тепловые двигатели», «Что изучает физика», «Фотоэффект» и другие презентации созданные учащимися и учителями школ республики. Материал для этого находится на сайтах:

<http://www.sci.aha.ru/ALL/index.htm>,
<http://elibrary.ru>,
<http://ivsu.ivanovo.ac.ru/phys/>,
http://phys.web.ru/db/section_page.html?s=110104080,
http://history.rshu.ru/historycd/HISTORY/HTML/Portrets/port_s.htm.

Во-вторых, внеурочная деятельность учителя предполагает дополнительную работу с теми учащимися, которые хотят изучать физику более углубленно. Мы рекомендуем использовать для это-

го диски «Физика 1с: Репетитор», «Физика 7–11» (Ваш репетитор), «Физика и химия» (школьный курс 2003), «Физика» (мультимедийный курс 10–11 классы), «Репетитор 4 в 1» (Биология, химия, русский язык, физика), «Репетитор для 9 класса» (алгебра, геометрия, физика, химия) и ресурсы ИНТЕРНЕТ на сайтах:

<http://www.fizika.ru/fakult/index.htm>,

<http://www.vshool.km.ru>.

В настоящее время ведется подготовка к тому, чтобы вести работу с учениками (давать дополнительные задания — получать на них ответы, выполнять домашние лабораторные работы — присылать отчеты учителю и т. д.) посредством общения через Интернет.

Материалы для виртуальных лабораторных по физике:

<http://www.niif.spbu.ru/njnakpov/www/kab1108/index.html>,

<http://www.ibrae.ac.ru/russian/dir.html>,

<http://phys.web.ru>.

Накопленный опыт показывает, что применение информационных технологий на уроках физики и во внеурочной деятельности расширяет возможности как учителя, так и учеников, повышает интерес к очень важному учебному предмету, учит умению ориентироваться в нашем современном мире.

Милостивая Наталья Юрьевна
Владикавказ, СОШ № 6

УЧИМ ФИЗИКЕ ШКОЛЬНИКОВ МЛАДШИХ КЛАССОВ

Г. П. Селиверстова

Мы вступили в XXI век. Но и в XXI веке надо учиться. Поэтому, конечно, важен вопрос о том, какие виды обучения хороши во все времена. Ведь дети останутся такими же. И учить их надо по-разному и физике. Компьютеризация школ, Интернет изменили очень многое в преподавании. Прекрасные методики проведения практических работ на компьютере важны и нужны. Но физика — это наука, которая должна давать представления о явлениях в окружающем мире не только виртуально, но и реально. Дети должны видеть в окружающем мире физические явления, должны потрогать то, что возможно, связывать увиденное с тем, о чем ему говорят в школе.

Переход на профильное образование многое изменил в школе, открыл широкие возможности учащимся. Но опыт показывает, что далеко не все безошибочно определяют свой профиль способностей. И здесь элективных курсов 9 класса часто бывает недостаточно.

У меня есть опыт работы с младшими школьниками и опыт проведения пропедевтического курса в начальной школе. Это было крайне интересно и результативно. Прошло время, и, возвращаясь к этой методике, думаю, что элективный курс весьма полезен и необходим для начальной школы. Уверена в том, что за этим стоит новая серьезная технология усвоения знаний.

Одни учащиеся лучше учатся, видя, другие — слыша, а третьи — экспериментируя. Принципы преподавания физики видимо надолго останутся неизменными. Прежде всего, это:

а) Отойти от чтения лекций, дать больше демонстраций, возможность ученикам потрогать все руками, ведь поток слов, хотя и очень нужных, не производит на детей впечатления.

б) Вовлечь каждого в учебный процесс. Работа в группе имеет свои особенности. Не бывает так, чтобы сразу весь класс все понял. Пусть сначала поймет один, а другие поймут вас в другом контексте, отсюда необходимость многовариантного изучения. Постепенно поймут все. Произойдет, рано или поздно, «цепная реакция» идей.

в) Молодые учителя часто заикливаются на материале, оставшемся непонятым учениками. Это ошибка. Надо идти вперед по программе, но периодически возвращаться к непонятому, умножая группу понявших вас. Движение сильнее, чем остановка. Динами-

ка позволяет преодолеть это непонятое за счет вновь полученных знаний.

г) В принципе обучения должно быть также понимание того, что младшие школьники еще не усвоили достаточного количества идей, а старшие школьники учатся не быстрее младших.

д) Многие дети трудно постигают абстрактные понятия и надо их научить пользоваться инструментом мышления.

е) Учащиеся должны знать этимологию физического явления. Если мы говорим о строении атома, то надо рассказывать и о том, как люди об этом догадались.

ж) Обязательно нужно помнить: нельзя говорить детям того, о чем у вас нет четкого понимания.

з) Уверена, что приобщать детей к физике надо не с 7 класса, а буквально с детского сада, причем на хорошем профессиональном уровне.

В своей работе на уроках физики со школьниками младших классов я выбираю метод, который можно по-детски сформулировать так: «Давайте делать все по физически!» Преимущества этого метода в том, что дети могут увидеть удивительное, необычное в окружающем мире, предложенные эксперименты могут быть легко воспроизведены дома или на улице без особо сложного оборудования. А ведь любой эксперимент можно объяснить и на уровне малыша и на уровне знаний старшеклассника. Просто и дешево, а главное — действительно. Увидеть, потрогать руками, изменить параметры и условия эксперимента. Это активный способ изучения физики. Имеются широкие возможности связать с физическими законами поэзию, живопись, музыку, другие науки. Здесь же — эстетические и нравственные возможности.

Ученики 7 классов, имеющие достаточный жизненный опыт общения с окружающим миром, уже многие явления наблюдали, но не могли объяснить. Поэтому элементарные физические понятия их уже не интересуют.

Если бы в младшем возрасте научить их наблюдать и видеть явления, выявляя причинно-следственные связи, когда у них по возрасту более проявлен интерес к действию и деланию руками, то, подойдя к 7 классу, мы уже могли бы учить их математическому описанию явлений, что сразу же подвинуло бы вперед решение задач.

Проведя в начальной школе серию уроков по элементарной физике на практической основе, я убедилась в том, что дети прекрасно усваивают материал, очень интересуются физикой, умеют пойти за

учителем в наблюдениях и даже увидеть то, что он и не предполагал им показать во время эксперимента.

Проведенные уроки имели целью познакомить с методами изучения окружающего мира, кругом явлений, которые изучает физика, научить их наблюдать, пользоваться приборами, измерять, ставить опыты, делать выводы, уметь применять знания для объяснения явлений природы. Это пока не систематический, а ознакомительный курс. Однако ребята четко усваивали круг явлений, изучаемых физикой, умело их классифицировали, изображали в рисунках физические явления, описывали их и называли.

Они усвоили первоначальные сведения о строении вещества: дробление на части и получение из частей целого. Они поняли, что молекулы движутся и взаимодействуют. Различали с точки зрения молекулярно-кинетической теории строение твердых, жидких, газообразных веществ, имели понятие о взаимодействии молекул поверхности жидкости. Знали, что каждая молекула имеет вес. Легко восприняли звуковые явления и все, что связано с характеристиками звука. Кроме того, они получили навыки выполнения наблюдений и практических работ. Было проведено более двадцати практических работ, достоинством которых являлись простота и легкость воспроизведения в домашних условиях.

В свое время известный наш коллега ШАПИРО (Киев) предложил свою последовательность обучения физике:

простое хорошо известное — интригующий эксперимент —
индивидуальное восприятие — изменяющиеся параметры и условия —
подтверждение гипотезы — открытие

Считаю, что в начальной школе свободно можно дошагать до третьей ступеньки и замахнуться на четвертую. Главное здесь — изучать «живую», а не книжную или компьютерную физику, увидеть удивительное необычное в окружающем мире, научиться конструировать модель явления. Это и есть главная форма творчества. Предложенные эксперименты воспроизводились каждым и без сложного оборудования. А объяснены были на разном уровне: от самого примитивного до глубоко научного.

Эффективность метода, по моему мнению, в том, что он характеризуется:

- а) простотой и дешевизной;
- б) возможностью для ребенка увидеть и потрогать руками физическое явление;
- в) активностью способа изучения физики;

г) возможностью связать воедино различные естественные и гуманитарные дисциплины;

д) приобщением к физике абсолютно всех участвующих в процессе, в том числе и тех, кто не имеет хороших способностей.

Вот как выглядел один из моих уроков в 4 классе, имеющий целью продемонстрировать возможности младших школьников к изучению физики.

Тема: Давайте делать все по физически!

Цель: Учить учащихся наблюдать, пользоваться элементарным оборудованием, измерять, ставить опыты, делать выводы, применять знания для объяснения явлений природы и жизни.

Форма проведения: лабораторные работы, проводимые в виде конкурсов «Самый-самый...», с вручением «медалей» и «орденов».

Фронтальная беседа. Первоначальные сведения о строении вещества, движении и взаимодействии молекул.

Лабораторные исследования

I «Самый внимательный» (капиллярные явления, взаимодействие молекул).

Оборудование: стакан, фильтр, бумага, вода, фломастер, лупа.

Задание: нарисовать на бумажной полоске точку фломастером, положить ее в стакан вертикально, налить немного воды, наблюдать (в том числе и через лупу) поднятие жидкости и размывание точки.

Анализ результатов: В бумаге — очень маленькие капилляры, а в них жидкость стремится вверх.

- Где в жизни встречаются похожие явления?

Вместо оценки лучшие ученики поощряются символическими медалями «умник» или «умница». Такое поощрение проводилось после каждой лабораторной работы.

II «Самый умный» (взвешивание воздуха, у молекул есть вес, как у любой частички).

Оборудование: штатив с муфтой и стержнем, два воздушных шарика, соломинка, нитки, булавка.

Задание: надутые шарики подвесить на соломинку, уравновесить на штативе. Булавкой проколоть один из них, равновесие нарушится.

Анализ результатов: Воздух состоит из весоных частичек, а значит на нас действует атмосферное давление

III «Вкусная работа» (дробление целого на части, растворение, диффузия).

Оборудование: конфеты горошек по две штуки каждому.

Задание: По сигналу учителя все кладут в рот по одной конфете. 1 ряд — конфету жует, 2 ряд — сосет, 3 ряд — положил под язык. У кого конфета кончится скорее? Выясняют, что у того, кто жевал.

Анализ результатов: Растворение — это дробление на части, а если раздробить заранее, то процесс ускоряется.

Задание на дом: Растворить сахар в горячей и холодной воде. Где быстрее растворится? Почему?

IV «Самый веселый» (мыльный пузырь, поверхностное натяжение).

Оборудование: мыльный раствор, соломинка, линейка.

Задание: смочить поверхность стола раствором и выдуть соломинкой пузырь. Можно выдуть несколько пузырей друг в друге. Измерим диаметр пузыря по следу на столе.

Анализ результатов: Величина пузыря разная, зависит от сцепления молекул (разное мыло на разных рядах). Кто выдул самый большой?

Задание на дом: Понаблюдать, что происходит с пузырем перед разрывом.

V «Самый наблюдательный» (инверсная труба, оптические явления).

Демонстрация на доске учителем с бутылкой из-под «Колы» и табличкой, ученики повторяют на местах с пробирками.

Оборудование: пробирки с водой и пробкой, листок бумаги со словами «ХОХ (красного цвета), КОД (синего цвета)».

Задание: Посмотреть через пробирку на слова. Слово «КОД» переворачивается, «ХОХ» — нет. Почему? Можно посмотреть через пробирки разных размеров. В чем разница?

Анализ результатов: Все буквы переворачиваются, слово «ХОХ» симметричное, а цвет букв не имеет значения.

VI «Самый ловкий» (электризация).

Оборудование: шар воздушный, внутри которого зерна риса, соль, деревянная ученическая линейка, песок, линза.

Задание: Потереть шар о волосы и наблюдать за зернышками. Провести ладонью по поверхности. Снова потереть о голову, поднести близко к бумаге, соли, песку. Уравновесить линейку на линзе и поднести к ней заряженный шар. Наблюдать вращение линейки.

Соревнование: У кого сильнее зарядится.

- Где наблюдаются в жизни такие явления?

Устное подведение итогов: кто же у нас «самый-самый»?

Кабинет физики Республиканского института повышения квалификации работников образования проводил видеосъемку уроков физики в начальной школе. Эти записи имеются в кабинете инновационных технологий института. Кабинет физики содержит и подробный материал о работе нашей школы с младшими школьниками.

Литература

1. Альтов Г. И тут появился изобретатель.—М.: Детская литература, 1984.—126 с.
2. Рабиза Ф. З. Опыты без приборов.—М.: Детская литература, 1988.—120 с.
3. Гальперштейн Л. Забавная физика.—М.: Детская литература, 1993.—256 с.
4. Перельман Я. И. Физическая смекалка. Занимательные задачи и опыты по физике для детей.—М.: Омега, 1994.—217 с.
5. Дженис Ван Клив 200 экспериментов.—М.: Уайли, 1995.—256 с.

СЕЛИВЕРСТОВА ГОРИСЛАВА ПАВЛОВНА
Алагир, СОШ № 2

Теория и методика обучения информатике

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ПРОВЕРКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Е. Д. Иванова

Проверка правильности выполнения учебных заданий преподавателем является наиболее трудоемкой частью процесса обучения. Во-первых, физически можно запустить программу на 2–3 примерах, и может оказаться, что эти данные будут благополучно обработаны программой, хотя задача решена не полностью. Во-вторых, входные данные в задаче могут быть достаточно большими, и потребуются значительное время на их ввод. В-третьих, потребуются время на то, чтобы понять, правильный ответ вывела программа или нет.

Без автоматизации процесса испытания программы провести ее тестирование в полном объеме практически невозможно. К средствам автоматического тестирования относится целый комплекс программ, но прежде всего приложение, которое пересылает данные теста во входной файл или на вход проверяемой программы, записывает выходные данные, выдаваемые программой на печать, в файл и запускает программу проверки правильности выходного файла. Такую программу называют тестовым драйвером. Компьютер проверяет решения очень качественно — за минуту можно провести до сотни разных тестов. Если все они пройдены, то программа признается правильной. Если какой-то тест не пройден — то, очевидно, программа содержит ошибку. Еще один аспект автоматической проверки — полная беспристрастность. Все решения проверяются абсолютно одинаково.

TestSystem — это автоматизированная тестирующая система, разработанная, в первую очередь, для студентов математического факультета СОГУ. Данная программа меняет наборы входных данных, запускает решение, анализирует ответ, генерирует тесты. TestSystem может прерывать выполнение программы пользователя по истечении отведенного на ее работу времени, а также создавать протокол проверки программы после ее запуска на полном наборе тестов. С помощью тестирующей системы возможно определение времени работы проверяемой программы на каждом тесте в миллисекундах. TestSystem содержит модуль проверки правильности полученных ответов. Это так называемый компаратор — программа, сравнивающая два файла между собой на совпадение. Причем при

сравнении игнорируются пробельные символы в конце каждой строки и символы перевода строки в конце файла.

В программе предусмотрено отображение входных данных, тестовых выходных данных и выходных данных программы. Также можно просматривать условия задач. Каждая новая задача имеет свои требования на имена входных и выходных файлов. В тестирующей системе легко внести необходимые изменения, причем настроенные конфигурации можно сохранять, а затем их повторно использовать. Реализована удобная система навигации, которая позволяет быстро переключаться с теста на тест. В TestSystem имеется возможность генерировать тесты. Для этого создания можно подключать исполняемые файлы, а можно самостоятельно вводить входные и выходные тестовые данные.

Основной областью применения тестирующих систем на сегодняшний день является олимпиадное движение. Однако очень полезно пользоваться такими системами при подготовке к олимпиаде, а также в процессе обучения. Создание банка задач на основе тестирующей системы позволит преподавателю тратить меньше времени на подбор задач и их проверку, поскольку ученик может обучаться практически самостоятельно.

Рассматриваемая программа уже использовалась при проверке республиканской олимпиады школьников по информатике.

Литература

1. Макконелл Дж. Основы современных алгоритмов, 2004.—75 с.
2. Никлаус Вирт Алгоритмы и структуры данных, 2001.—352 с.
3. Меньшиков Ф. Олимпиадные задачи по программированию, 2006.—320 с.

Иванова Екатерина Дмитриевна
Владикавказ, Северо-Осетинский государственный
университет им. К. Л. Хетагурова,
1 курс математического факультета,
специальность прикладная математика

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ FLASH НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОСОБИЙ

А. В. Калиниченко

Программа Macromedia Flash появилась в начале 1997. Она позволяла создавать движущиеся изображения на базе векторной графики. Затем это средство подверглось стремительному развитию и прошло путь от простого аниматора до мощного средства разработки мультимедийных продуктов. Macromedia Flash позволяет создавать яркие, запоминающиеся проекты благодаря возможности сочетать векторную графику с растровой, а также звуком, анимацией и богатыми интерактивными идеями. Изучение программы Macromedia Flash возможно на уроках информатики и направлено на достижение следующих целей:

- овладение навыками работы с различными видами информации с помощью компьютера, организации собственной информационной деятельности и планирования ее результатов;
- развитие познавательных интересов, творческих и интеллектуальных способностей средствами информационных технологий;
- выработка навыков применения средств информационных технологий в повседневной жизни, при выполнении индивидуальных и коллективных проектов, в учебной деятельности.

В отличие от большинства сред разработки ПО Macromedia Flash позволяет создавать красочный анимированный интерактивный проект практически не имея навыков программирования. В процессе знакомства с возможностями программы Flash можно привлечь учеников для разработки:

- презентаций,
- наглядных пособий,
- интерактивных электронных учебников,
- тестирующих программ,
- обеспечения компьютерной поддержки уроков учителей-предметников. Проведение таких уроков способствует активизации познавательной деятельности и развития нестандартного, творческого мышления учащихся, использует знания учеников, приобретенные ими в других отраслях, реализуя межпредметные связи.

В качестве яркого примера, рассмотрим изучение кадрированной анимации и анимации движения по траектории на примере построения модели солнечной системы. Для создания модели достаточно одного урока, причем объем работы таков, что позволяет часть репродуктивной работы оставить на домашнее задание. В ходе урока ученики ознакомятся с такими понятиями как слой-траектории, векторная и растровая графика, символ, клип, публикация приложения. Урок необходимо начать с привлечения знаний из области естественных наук и астрономии. Каково строение солнечной системы? По каким траекториям вращаются планеты? Каковы примерные размеры и скорости вращения планет? При недостатке знаний учеников необходимо их дополнить. Далее разрабатывается структура работы, и определяются методы, необходимые для реализации поставленной задачи. Таким образом, новые понятия уже ожидаемы и необходимы школьнику, и кажется, что на уроке ученик больше занят астрономией, чем информатикой.

Уроки информатики, как и компьютер, являются лишь средством развития учеников, а не самоцелью. Информатика ради информатики почти невозможна, ведь в таком случае теряется практическая ценность полученных знаний.

Калининченко Алла Викторовна
Владикавказ, Северо-Осетинский государственный
университет им. К. Л. Хетагурова,
математический факультет, кафедра алгебры и геометрии

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ В 6–7 КЛАССАХ

М. Д. Макаренко

В докладе рассматривается место предмета «информатика» в школьной программе, его цель и задачи. Особое внимание уделено содержательной части информатики в школе. Споры о необходимости преподавания на уроках информатики программирования ведутся с тех пор, как появилась современная техника и широкий выбор простого в обращении программного обеспечения. Все силы современных программ обучения по информатике направлены на ликвидацию пользовательской неграмотности. Этими прагматичными сиюминутными вещами мы пытаемся заставить заниматься детей в течение 5 лет (с 7 по 11 класс). И мысли о том, что когда они действительно дойдут до практической деятельности в этой сфере, большая часть программного обеспечения сменится на новое, совсем не похожее на старое, никому не приходят в голову. Программирование — это только средство научить ребенка логически мыслить, делить большую проблему на маленькие, конструировать из деталей целое. Многие ли учебные дисциплины в школе уделяют внимание этим вопросам? Дети, которые занимались программированием хотя бы в течение двух лет, с легкостью усваивают пользовательский курс, потому что они уже четко представляют, что может, а что не может компьютер, сложно или просто управлять им. Главное заключается в том, что овладение структурным программированием — это, так или иначе, развитие способности к суждениям. Обучение написанию простых программ на одном из языков программирования является не более чем пропедевтикой программирования. Знание языков программирования не делает из человека программиста.

Когда лучше начинать заниматься программированием? Чем раньше, тем лучше. Младшие школьники воспринимают любое нестандартное действие как игру, почти сказку. Главное обучающее действие для детей — это игра. Все дошкольники и школьники только и делают, что играют и таким образом лучше всего усваивают информацию любой сложности. Будем использовать их интерес к играм. Поставим простую цель — создать собственную игру. Для этого придется решить и более мелкие задачи: научиться рисовать и организовывать движение объектов, как в мультфильмах, добавлять интерактивные команды для управления героями своей игры.

Решая такие отвлеченные, казалось бы, вопросы, дети усвоят такие важные для информатики понятия, как ячейка памяти, команда, переменная, подпрограмма, управляющие конструкции. Используя методологию проблемного обучения, педагогу необходимо создать условия для самостоятельного поиска решений учениками и нестандартных творческих подходов.

Описанная методика уже много лет используется для обучения учеников 6–7 классов на базе компьютерных курсов, как один из первых этапов знакомства с программированием. Успех методики выражается в желании детей продолжать изучение программирования на более высоком и, конечно же, более сложном уровне. В поддержку курса разработан учебник «Детский сад для программистов», в котором изложен весь необходимый материал для проведения уроков: основная проблема занятия, задачи, технические подробности, вопросы и дополнения.

Возможно, объем часов, выделяемых на информатику в школе, не позволит учителям использовать эту методическую разработку, но надеюсь, что для факультативных занятий он очень хорошо подойдет.

Литература

1. Филичев С. В. Занимательный Basic.—М.: ЭКОМ, 1998.—190 с.
2. Филичев С. В. Занимательный Basic в задачах.—М.: ЭКОМ, 1997.—191 с.
3. Окулов С. Информатика в задачах.—М.: БИНОМ, 2005.—440 с.
4. Мозговой М. Занимательное программирование.—М.: Питер, 2004.—180 с.

МАКАРЕНКО МАРИЯ ДМИТРИЕВНА
Владикавказ, Северо-Осетинский государственный
университет им. К. Л. Хетагурова,
математический факультет, кафедра алгебры и геометрии

ПРОБЛЕМЫ КОМПЬЮТЕРИЗАЦИИ ШКОЛ И УЧЕБНОГО КУРСА «ИНФОРМАТИКА И ИКТ»

И. А. Молчанова

Развитие вычислительной техники и ее популяризация обусловило внедрение в базовый школьный курс такого предмета как информатика. Информатика в средней школе представлена с 1984–1985 учебного года как отдельный предмет, обладающий собственной методикой изучения, имеющий свою структуру и содержание.

Анализируя методологическую и содержательную составляющие курса информатики в средней школе, можно проследить тенденцию преобразования предмета «Информатика» из курса программирования в пользовательский курс, т. е. упрощение курса с серьезного научного подхода до простейшего пользовательского.

Этапы	Цель внедрения	Содержание	Соотнош. (теорет. / пользов.)
1984-1988	апробация курса	преподавание на основе безмашинного варианта	100/0
1988-1996	разработка основного методического содержания курса	преподавание на основе Кибернетики и Управления ВТ отечественного производства	90/10
1996-2000	переход к новому техническому и программному обеспечению, отвечающему мировым стандартам	разработка новой методологической концепции преподавания информатики в средней школе	70/30
2000г.-...	интеграция информационных технологий в учебный образовательный процесс	переход к использованию телекоммуникаций в учебном процессе	35/65

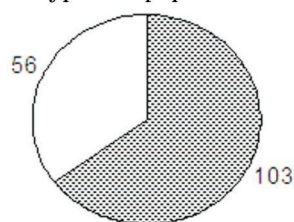
Однако все олимпиады по школьному курсу информатики продолжают выявлять преуспевающих в области программирования (а не умения пользоваться компьютером) учеников.

Многие учителя сокращают изучение вопросов теоретической информатики в пользу пользовательского курса, аргументируя это тем, что они не успевают научить детей просто пользоваться компьютером.

Для проверки обоснованности жалоб учителей были проанализированы документы Министерства Науки и Образования России. В

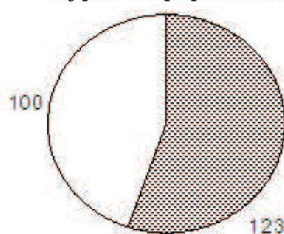
соответствии с предлагаемым тематическим планированием распределение часов по темам получилось следующее: 65% времени уделяется пользовательскому курсу и 35% — теории информатики в базовом курсе, для профильного курса долевое соотношение следующее — 50% : 50%.

Соотношение разделов в базовом курсе информатики



- Пользовательский курс
 ■ Алгоритмизация, программирование, теория кодирования

Соотношение разделов в профильном курсе информатики

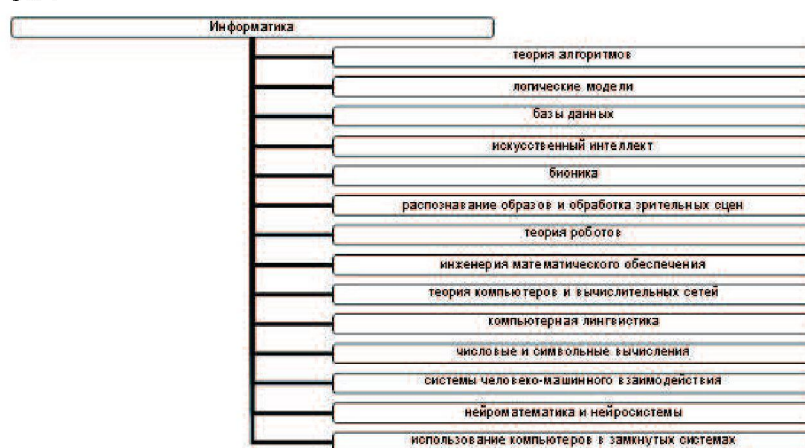


- Пользовательский курс
 ■ Алгоритмизация, программирование, теория кодирования

В соответствии с собранными нами данными в большинстве школ республики за основу взят учебник Угринович. Анализируя этот учебник получаем представленное на диаграммах часовое соотношение разделов в базовом и профильном курсе. Это соотношение показывает еще большее преобладание пользовательского курса, чем предполагают рекомендации Министерства.

Чтобы понять, допустим ли такой перекоп, рассмотрим цели курса информатики, в которых четко выделено, что ученик должен освоить знания, составляющие основу научных представлений об информации, информационных процессах, системах, технологиях и моделях. Исходя из сказанного задаёмся вопросом — Что собой представляет НАУКА ИНФОРМАТИКА?

Существует много определений понятия «информатика», до сих пор ведутся споры по этому поводу, но ясно одно — информатика является комплексной, междисциплинарной отраслью научного знания. Академик Поспелов так представляет структуру информатики, в которой прослеживаются фундаментальные разделы научного направления:



Таким образом, мы видим, что пользовательские навыки бесспорно нужны ученикам, но это не имеет никакого отношения к такой науке как информатика и, следовательно, можно сделать выводы о недопустимости существующего перекоса в распределении часов.

Исходя из выше сказанного, нами выдвигаются следующие предложения по внедрению компьютерной грамотности и изучению курса информатики:

1. Формирование компьютерной грамотности должно проходить на ранних этапах обучения, как и вообще грамотность, т. е. в начальных классах. Тому есть все предпосылки — уже у большинства школьников есть дома компьютеры, и большинство из них начинают знакомство с компьютером через игрушки. К сожалению, чаще всего на этом и останавливаются. А именно в этом возрасте необходимо прививать детям правильное отношение к такому сложному инструменту, как компьютер. Вторым аргументом за раннее компьютерное воспитание — дети этого возраста ещё не имеют комплексов и ограничений, нет чувства страха перед новым, и в том числе перед техникой. Поэтому они быстрее и правильнее воспринимают новый тип мышления, который требуется при работе с компьютером.

2. Начиная с 7 класса в курсе информатики необходимо изучать фундаментальные основы науки: кодирование информации, алгебру логики, алгоритмизацию, базы данных и организацию запросов, построение сложных математических моделей.

3. Под компьютеризацией надо понимать не только оснащение классов современной техникой, но и организацию работы на этой технике. Компьютерный класс, как информационный источник, должен работать все учебное время (как библиотека), при этом обеспечение такого режима работы не должно ложиться на плечи учителя информатики. Класс должен быть доступным всем педагогам-предметникам. На базе этого класса должны проводиться виртуальные лабораторные работы и тестирования. Уроки же информатики не обязательно постоянно проводить за компьютером. Класс должен быть доступен ученикам во внеурочное время для получения доступа к электронным источникам информации и для отработки лабораторных работ и тестов.

4. В школах, где не введено изучение информатики в начальном и среднем звене, изучение пользовательского курса можно свести к минимуму за счёт внедрения активных методов обучения, в частности проектной технологии.

5. И ещё один важный момент для успешного внедрения предлагаемых мер — педагог по информатике должен быть профессионалом, т. е. нужно создать рынок педагогических кадров, понимая что информатика сложнейшая техническая наука, требующая четких фундаментальных знаний, и преподавать эту науку может только специалист, а не любой, закончивший курсы пользователей. Также хочется отметить неправильное отношение школьной администрации к учителю информатики, представители которой очень часто используют их как секретарей-машинисток или статистов.

Молчанова Ирина Александровна
Владикавказ, Северо-Осетинский государственный
университет им. К. Л. Хетагурова,
математический факультет, кафедра алгебры и геометрии

ПРЕПОДАВАНИЕ ТЕМЫ «МОДЕЛИРОВАНИЕ И ФОРМАЛИЗАЦИЯ»

Ф. Ф. Ревазова

Вся учебная деятельность сводится к изучению и построению информационных моделей. Непосредственные наблюдения, опыты с реальными вещами все больше уходят из нашей познавательной практики. Если не всю, то значительную долю знаний об окружающем нас мире мы получаем читая тексты, изучая рисунки, просматривая видеофрагменты. Но все эти виды информации являются описаниями на выбранном языке наиболее существенных свойств и характеристик объектов, явлений или процессов, т. е., по сути, представляют собой совокупность информационных моделей.

В курсе информатики понятие информационной модели является одним из центральных, а информационное моделирование, построение и исследование информационных объектов — одним из важнейших видов учебной деятельности.

Информационное моделирование в содержание обучения входит дважды: как отдельный учебный модуль и как метод, используемый при изучении других модулей содержания.

Действительно, без построения и исследования моделей трудно представить себе преподавание таких модулей курса информатики, как алгоритмизация и программирование, построение баз данных, обращение с запросами к информационно-поисковым системам, решение задач с использованием электронных таблиц и т. д.

Тезис «обучаясь — моделируем, моделируя — обучаемся» может рассматриваться как один из важнейших дидактических приемов обучения информатике.

В стандарте основного общего образования по информатике и ИТ в разделе «Требования к уровню подготовки выпускников» говорится: «... ученик должен ... использовать приобретенные знания и навыки в практической деятельности и повседневной жизни ... для:

- создания простейших моделей и процессов в виде изображений и чертежей, динамических (электронных) таблиц, программ;
- проведения компьютерных экспериментов с использованием готовых моделей объектов и процессов;
- создания информационных объектов, в том числе для оформления результатов учебной деятельности».

В предлагаемой методической разработке темы я опиралась на содержание учебника Н. Д. Угриновича «Информатика и ИКТ. 10–11 кл.».

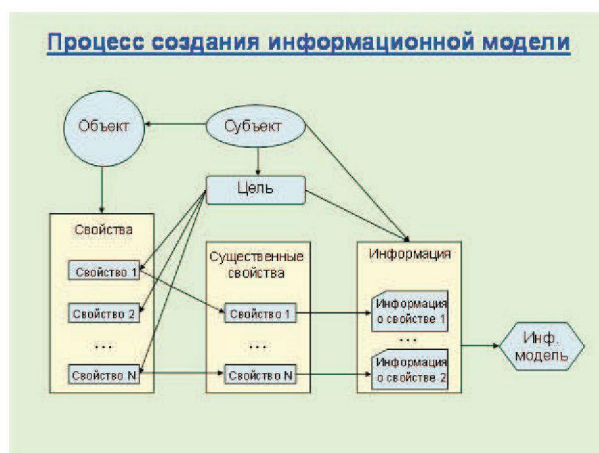
Предполагается следующее планирование темы.

1. Моделирование как метод познания. Типы моделей.
2. Системный подход в моделировании.
3. Типы информационных моделей. Табличные модели.
4. Модели на графах. Иерархические и сетевые информационные модели.
5. Этапы разработки и исследования моделей на компьютере.
6. Построение и исследование физических моделей в электронных таблицах.
7. Исследование геоинформационных, физических и химических систем и процессов.

Основные теоретические понятия темы излагаются на первом уроке. Поскольку в процессе учебы в школе ребята уже изучали многие модели, при объяснении можно использовать эвристический метод, т. е. подбирать примеры так, чтобы учащиеся сами приходили к нужным учителю выводам, обобщая рассматриваемые примеры.

Немного забежав вперед и затрагивая тему «Введение в системологию», следует разъяснить, что классифицировать модели можно по разным признакам и привести возможные варианты классификации.

Хорошо известно, что поддержка теоретического материала схемами делает его более понятным и легкоусваиваемым. А поскольку любая схема — это модель объекта или процесса, то применение схем при объяснении материала темы является вдвойне оправданным. Предлагается разъяснить процесс создания информационной модели по схеме (см. рисунок ниже).



Комментарии к схеме:

- исследователь изучает объект;
- у исследователя есть определенная цель исследования объекта;
- объект обладает свойствами;
- исследователю доступна информация о свойствах объекта;
- некоторые свойства являются существенными для исследователя с точки зрения целей исследования;
- исследователь отбирает часть информации, которая поможет ему достичь цели.

По ходу объяснения теоретического материала учащиеся заполняют опорный конспект.

На мой взгляд, немаловажное место в разделе «Моделирование» занимает тема «Табличные модели». Ведь таблицы используют практически во всех учебных предметах, но ни в одном курсе не учат тому, как их создавать. Также на уроке нужно обязательно уделить внимание правилам оформления таблиц (инструкция для самостоятельного изучения).

В практической части можно предложить задания по созданию таблицы трех уровней сложности. *Задание первого уровня* (для слабых учащихся): создать таблицу по заданному тексту (таблица сложного типа, задается макет будущей таблицы). *Задание второго уровня* — с указанием типа, но без макета таблицы. *Задание третьего уровня* — без указания типа (вид деятельности учащихся — синтез).

Не менее важные общеучебные навыки развиваются при изучении подтемы «Модели на графах. Иерархические и сетевые информационные модели». Теоретический материал лучше подать в лекционной форме.

Практическая часть занятия. Для реализации графов на ЭВМ удобно использовать *Организационную диаграмму*, причем предложить учащимся освоить это средство самостоятельно. Для домашней работы можно дать творческие задания. И подход здесь должен быть личностно-ориентированным. Варианты заданий, например:

- представить в виде графа классификацию предложений русского языка;
- представить в виде графа свою родословную по отцовской (для мальчиков) или материнской (для девочек) линии;
- представить в виде графа «Дерево нартов».

Урок «Построение и исследование физических моделей в электронных таблицах» отражает межпредметную связь информатика — физика. Основная задача урока — научить строить и исследовать физические модели на примере модели процесса движения тела,

брошенного под углом к горизонту. Среда электронных таблиц — это инструмент, который виртуозно и быстро выполняет трудоемкую работу по расчету и пересчету количественных характеристик исследуемого объекта или процесса. В ходе урока проводится практическая работа, где учащиеся разрабатывают (коллективно) и исследуют (индивидуально) компьютерную модель движения тела под действием силы тяжести.

Урок «Исследование геоинформационных, физических и химических систем и процессов» можно дать возможность провести «сильным» учащимся класса. Они заранее совместно с учителем информатики знакомятся с программами «Карта мира», «Таблица Менделеева», «Оптические явления». Затем консультируются с учителями-предметниками, готовят задания и проводят на уроке мини-лабораторные работы.

По окончании изучения темы можно провести внеклассное мероприятие «Модель. Как много в этом слове ...».

Выиграть стратегически и тактически каждый урок удастся не всегда, а так хочется этому научиться, чтобы удач в нашей работе было больше, чем неудач, хотя и они порой нужны для того, чтобы критически оценивать то, что ты ежедневно делаешь в школе.

РЕВАЗОВА ФАТИМА ФЕДОРОВНА
СОШ п. Мизур

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ
ПРИЗЕРОВ КОНКУРСА
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ
РАБОТ**

Секция математики

ЧИСЛА КАТАЛАНА

А. А. Аветисов

Мою работу я хочу посвятить исследованию последовательностей. В ней я продолжу изучение последовательности Каталана, а также некоторых результатов, не касающихся данной последовательности, но обнаружившихся при ее рассмотрении.

Последовательность Каталана состоит из чисел 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429... Эта последовательность обнаруживается, если в довольно известном треугольнике Паскаля провести вертикальную черту и в одном из полученных треугольников расставить числа как в треугольнике Паскаля, т. е. чтобы каждое число в треугольнике было равно сумме двух чисел, находящихся над ним.

В работе приводятся несколько разных определений этой последовательности, доказана равносильность некоторых из этих определений и выведена рекуррентная формула, а затем совершенно непохожими способами выведена формула n -го члена этой последовательности.

C_n -ый член последовательности Каталана является числом, определяющим количество способов разрезания выпуклого n -угольника не пересекающимися внутри него диагоналями на треугольники. Также оно является количеством способов расстановки скобок в произведении n множителей.

В работе рассматриваются также перестановки Дональда Кнута, который решил задачу о том, сколькими способами можно так переставить первые n натуральных чисел, чтобы никакие из них не шли в порядке возрастания. Проведена параллель между перестановками Кнута и последовательностью Каталана.

Существуют несколько конструкций, которые приводят к числам Каталана, например n -ое число Каталана равно:

1. Количеству способов так разложить несколько одинаковых бревен, чтобы в нижнем ряду их было $n - 1$.

2. Путей Дика, (ломаных, начинающихся в начале координат, не спускающихся ниже оси абсцисс, где каждый шаг — движение на одну единицу вправо и на единицу вверх или вниз) обладающих $n - 2$ пиками и не имеющих трех подряд идущих шагов в одном и том же направлении.

Помимо рекуррентной формулы последовательности в работе имеются четыре формулы вывода n -го члена последовательности.

Они выведены с помощью леммы об отражении, польской записи, производящих функций и обобщенного факториала.

Литература

1. Аксенова М. Д., Володин В. А. Энциклопедия «Математика».—М.: Аванта, 2008.—685 с.
2. Журнал «Квант», № 3, 2004.
3. Журнал «Квант», № 4, 2007.
4. Савин А. П. Энциклопедический словарь юного математика.—М.: Педагогика, 1985.—352 с.

АВETISOB AЛEКСАНДР AШOTOBИЧ
Владикавказ, РФМЛИ, 10 класс

33 СВОЙСТВА ТРАПЕЦИИ

К. М. Хугаева, Н. М. Хугаева

Целью нашей работы является попытка определить основные свойства трапеции, а также показать, что трапеция заслуживает не меньшего внимания и исследования, чем треугольник и другие фигуры.

В рамках школьной программы рассматриваются лишь 10 основных свойств. Но для изучения этой темы более углубленно этих свойств нам не достаточно, и поэтому большую часть других свойств мы выводим из задач. К ним относятся такие свойства, как:

1) удлинение отрезков, параллельных основаниям трапеции и делящих боковую сторону на n равных частей, равно $\alpha = (a - b)/n$, где a и b — основания трапеции;

2) если в трапеции проведен отрезок c , параллельный основаниям a и b , делящий боковую сторону в отношении $p : q$, то $c = (aq + pb)/(p + q)$;

3) если отрезок c , параллельный основаниям трапеции a и b ($a > b$), делит боковую сторону трапеции в отношении $x : y$, то $x/y = (a - c)/(c - b)$;

4) если полуокружность, построенная на меньшем основании, как на диаметре, касается большего основания и делит диагонали трапеции пополам, то боковые стороны и меньшее основание трапеции равны;

5) если на меньшем основании трапеции как на диаметре построена полуокружность, касающаяся большего основания и делящая её диагонали пополам, то углы, прилежащие к боковой стороне трапеции, равны 150° и 30° ;

6) отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности оснований;

7) если точки E, P, F, Q — середины сторон трапеции, то четырёхугольник $EPFQ$ — параллелограмм и $S_{EPFQ} = \frac{1}{2}S_{\text{трапеции}}$;

8) $\sqrt{S} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}$ (см. рис. 1);

9) если в трапецию можно вписать окружность, то боковая сторона трапеции равна полусумме оснований;

10) в прямоугольной трапеции разность квадратов диагоналей равна разности квадратов оснований;

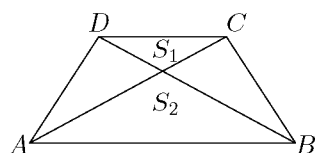


Рис. 1.

- 11) если в трапеции диагонали AC и BD перпендикулярны, то:
 а) $EPFQ$ — ромб, где E, P, F, Q — середины сторон трапеции;
 б) $AC^2 + BD^2 = 4MN^2$, где MN — средняя линия;
 в) $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ (см. рис. 2);

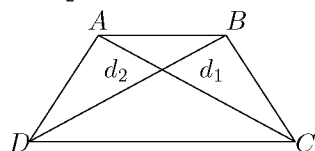


Рис. 2.

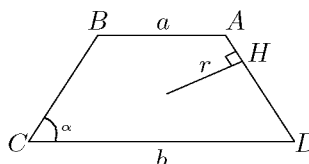


Рис. 3.

- г) если трапецию можно вписать и описать, то $S = h^2$;
 12) если в трапецию можно вписать окружность (рис. 3), то: $a = b \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, $\alpha = 2r \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, $b = 2r / \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \Rightarrow h^2 = ab$, $AH/HD = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$ и т. д.

Анализируя эти свойства трапеции, мы приходим к ещё одному интересному выводу, что отрезок, проходящий через точку пересечения диагоналей и параллельный её основаниям, является средним гармоническим, а средняя линия средним арифметическим. Кроме того, в трапеции также есть ещё два вида прямых параллельных оснований, и в зависимости от их расположения их длины будут: средним геометрическим оснований a и b ($\sqrt{ab}$), и средним квадратичным оснований a и b ($\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$).

Причем неравенство $\frac{2ab}{a+b} < \sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ можно считать ещё одним свойством трапеции.

Литература

1. Александров А. Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. Геометрия 8–9 классов с углубл. изуч. математики.—М.: Просвещение, 1991.—415 с.
2. Энциклопедия для детей. Математика. Т. 11.—М.: Аванта +, 2005.—688 с.
3. Васильев Н. Б., Гутенмахер В. Л., Работ Ж. М., Том А. М. Заочные математические олимпиады.—М.: Наука, 1986.—176 с.
4. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач: Уч. пособие для 11 кл. сред. шк.—М.: Просвещение, 1991.—384 с.
5. Черняк Ж., Черняк Л. Математика.—М.: Айрис Пресс, РОЛЬФ, 1999.

ХУГАЕВА КРИСТИНА МИРИАНОВНА,
 ХУГАЕВА НИНА МИРИАНОВНА
 с. Октябрьское, МОУ СОШ № 1, 10 класс

ИНДУКЦИЯ

Д. И. Егоров

В математике как дедуктивной науке (от латинского — «deduction» — выводение, от общего к частному) преобладают *дедуктивные* рассуждения, особенно в доказательствах. Но в построении и развитии системы математических знаний существенную роль играют и *индуктивные* методы (от латинского — «inductio» — наведение, от частного к общему). В данной работе индукция рассматривается как *форма рассуждения*, и как *метод исследования* (доказательства) *в математике*.

Основные *задачи* исследования:

- определить виды индукции;
- рассмотреть примеры использования индуктивного метода в различных областях математики (арифметика, геометрия, алгебра, математический анализ);
- выделить особенности дедуктивных и индуктивных рассуждений и методов доказательства в математике, соотношение между ними.

В докладе приведена краткая *историческая справка*:

- а) этимология терминов «индукция», «дедукция»;
- б) примеры получения ошибочных гипотез при применении *неполной индукции* (П. Ферма, Л. Эйлер и другие), опровержения контрпримером;
- в) доказательство «теоремы Эйлера» (о соответствии между числом вершин, граней и ребер выпуклого многогранника) для правильных выпуклых многогранников методом полной индукции.

В работе выделены основные классы задач, при решении которых используется метод математической индукции:

- а) суммирование конечного числа слагаемых; доказательство соответствующих равенств;
- б) делимость выражения на натуральное число;
- в) доказательство неравенств.

Все задачи представлены с подробным решением. В *заключении* работы сделаны *выводы*:

- 1) индукция является мощным «эвристическим» методом при получении новых знаний;

2) при доказательстве применяются дедуктивные методы, в частности, *метод математической индукции — дедуктивное доказательство*;

3) методы индуктивного исследования широко используются в экспериментальных науках;

4) индукция и дедукция тесно переплетены между собой при решении задач теоретической и практической математики.

Литература

1. Виленкин Н. Я. Алгебра 8 класс. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики.—М.: Просвещение, 1995.—256 с.
2. Колмогоров А. Н. Алгебра и начала анализа, учебное пособие для 10–11 классов.—М.: Просвещение, 2000.—320 с.
3. Колмогоров А. Н. Алгебра и начала анализа. Учебное пособие для 9 класса.—М.: Просвещение, 1975.—280 с.
4. Брюшинкин В. Н. Практический курс логики для гуманитариев.—М.: Интерпракс, 1994.—360 с.
5. Бутулов Е. А., Толасов Б. А. Сборник задач для подготовки к математическим олимпиадам.—Орджоникидзе, 1962.—226 с.
6. Виленкин Н. Я. Индукция. Комбинаторика.—М.: Просвещение, 1976.—48 с.
7. Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Звавич Л. И. Сборник задач по алгебре, 9–10 класс.—М., 1996.—271 с.
8. Погорелов А. В. Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. общеобразоват. учреждений. 8-е изд.—М.: Просвещение, 1998.—383 с.
9. Глейзер Г. И. История математики в школе, IX–X классы.—М.: Просвещение, 1983.—351 с.
10. Сабинин Л. В. Математика в понятиях и определениях и терминах. ч. 1.—М.: Просвещение, 1987.—351 с.
11. Петраков И. С. Математические кружки в 8–10 классах.—М.: Просвещение, 1987.—224 с.
12. Пичурин Л. Ф. За страницами учебника алгебры.—М.: Просвещение, 1990.—224 с.
13. Соминский И. С. Метод математической индукции.—М.: Физматгиз, 1961.—48 с.
14. Философский энциклопедический словарь.—М.: Советская энциклопедия, 1983.—840 с.

15. Цыпкин А. Г. Справочник по математике для средней школы.—М.: Наука, 1987.—400 с.
16. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике, 10 класс.—М.: Просвещение, 1989.—252 с.
17. Школьникам о математике и математиках. Пособие для учащихся.—М.: Просвещение, 1981.—320 с.
18. Энциклопедия для детей. Математика. Т. 11.—М.: Аванта+, 1998.—350 с.
19. Энциклопедия по математике.—М.: Наука, 1981.—620 с.

ЕГОРОВ ДМИТРИЙ ИГОРЕВИЧ
Владикавказ, МОУ СОШ № 27, 11 класс

ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ. ЗАДАЧА ДИДОНЫ

О. А. Кусраева

Людам свойственно стремление к лучшему, и если им приходится выбирать из нескольких возможностей, то желание найти среди них оптимальную представляется более естественной. Методы решения и исследования различного рода экстремальных задач составляют специальные разделы математического анализа.

В представленной работе приведена одна версия доказательства изопериметрического свойства круга, принадлежащая Якобу Штейнеру. Он предложил простую геометрическую конструкцию, которая позволяет для каждой отличной от окружности замкнутой плоской кривой K получить новую кривую K^* , также плоскую и замкнутую, которая имеет ту же длину, но обхватывает большую площадь. Следовательно, кривая K не может ограничивать большую площадь среди всех замкнутых плоских кривых этой длины.

Таким образом, никакая кривая, отличная от окружности не может обладать этим свойством.

Штейнер доказал это следующим образом.

1. На кривой K выбираем две точки A и B так, чтобы обе части, K_1 и K_2 , кривой K имели одинаковую длину. Площади F_1 и F_2 , ограниченные дугами K_1 , K_2 и хордой AB , удовлетворяют соотношению: $F_1 > F_2$.

2. Заменяем дугу K_2 дугой K'_2 , получающейся из K_1 отображением относительно прямой AB (см. рис. 1). Замкнутая кривая K' , состоящая из K_1 и K'_2 , имеет одинаковую с кривой K длину. Площади $F = F_1 + F_2$ и $F' = 2F_1$ связаны неравенством: $F \leq F'$.

3. Так как по предположению кривая K не была окружностью, мы можем выбрать две точки деления A и B так, что ни одна из дуг K_1 и K_2 не будет половиной окружности. Следовательно K' тоже не есть окружность. Поэтому на кривой K выбираем такую точку C , отличную от A и B , так, чтобы в треугольнике ABC

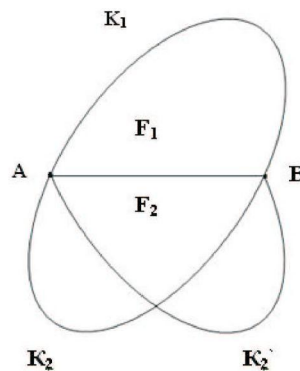


Рис. 1.

угол g при вершине C не был прямым. Пусть точка D — отображение C относительно прямой AB .

Из площади, ограниченной кривой K' , вырежем четырехугольник $ABCD$, после чего останется четыре кусочка. Представим, что эти кусочки шарнирно сцеплены друг с другом в вершинах A, C, B, D , т.е. получается четырехшарнирник, ограниченный снаружи кривой K' , а изнутри — сторонами четырехугольника $ABCD$. Сдвинем звенья этого четырехшарнирника так, чтобы углы в точках C и D оказались прямыми. Кривая K^* , которая служит внешним контуром для нового четырехшарнирника является искомой. Дуга K^* состоит из четырех дуг, равных соответствующим дугам из K' , а потому K^* имеет такую же длину, что и K' и K . Разность площадей F^* и F' , ограниченная кривыми K^* и K' равна разности площадей Φ^* и Φ четырехшарнирников AC^*BD^* и $ABCD$: $F^* - F' = \Phi^* - \Phi$.

4. Пусть a и b — стороны $\triangle ABC$, лежащие против вершин A и B , а угол g — угол при вершине C . Так как углы при вершинах C^* и D^* четырехшарнирника AC^*BD^* — прямые, то получаем, что $\Phi^* - \Phi = (1 - \sin g) > 0$, следовательно, $F^* > F'$, значит, $F^* > F$.

Следовательно, площадь, ограниченная кривой K^* больше чем площадь, ограниченная кривой K . Что и требовалось доказать.

Занимаясь изопериметрическими свойствами круга и шара, мы, естественно, приходим к значительно более общим геометрическим образам: произвольным «выпуклым фигурами» и «выпуклым телам». И хотя на первый взгляд, им нет применения в быту, оказывается, что вокруг множество предметов и сооружений, основанных на этих фигурах: мешки, парашюты, ... бывают шарообразными, различные хранилища (нефтехранилища) также бывают выполнены в форме шара. Из одного лишь существования такого идеального тела как шар вытекает изобилие красивых и глубоко лежащих следствий.

Литература

1. Бляшке В. Круг и шар.—М.: Наука, 1967.—232 с.
2. Фомин С., Алексеев В. Оптимальное управление.—М.: Наука, 1979.—432 с.

КУСРАЕВА ОЛЬГА АНАТОЛЬЕВНА

Владикавказ, Республиканский Лицей Искусств, 11 класс

НЕСКОЛЬКО РЕШЕНИЙ ОДНОЙ ЗАДАЧИ. СВОЙСТВО БИСSEKTRИСЫ ТРЕУГОЛЬНИКА

Е. А. Новиков, И. Е. Анисимов

Актуальность выбранной нами исследовательской темы заключается в том, что человеческая память несовершенна, уходящее время уносит с собой и в себе то, что изучается сегодня вскользь, а не глубоко. В данном случае — свойство биссектрисы угла треугольника. Сегодня выпускники сдают ЕГЭ или компьютерное тестирование, участвуют в олимпиадах, где часто встречаются задачи с применением этого свойства.

Мы выявили те задачи из ЕГЭ и из учебных пособий, в которых это свойство применяется, определили и разработали такие задания, где свойство биссектрисы угла треугольника является элементом решения, т. е. его частью. А так же классифицировали упражнения по степени сложности изучения программы.

Объект исследования: биссектриса угла треугольника.

Предмет исследования: свойство биссектрисы угла треугольника.

Мы выявили, собрали и показали по возможности различные способы доказательства и решения одной задачи. Часто полезнее решить одну и ту же задачу тремя способами, чем решить три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными методами, можно путем сравнений выяснить, какой из них короче и эффективнее. Полученные знания позволили:

- найти длину биссектрисы треугольника (рис.1, 2);

$$l^2 = ab - mn; \quad l = \frac{2}{a+c} \sqrt{acp(p-b)};$$

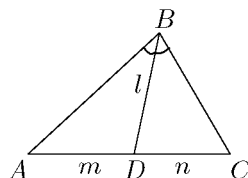


Рис. 1.

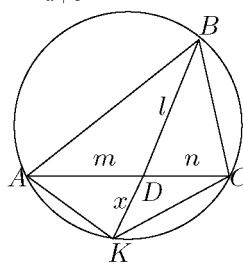


Рис. 2.

- найти отношение отрезков, на которые делятся биссектрисы точкой их пересечения через стороны треугольника (рис. 3);
- найти отношение длин отрезков биссектрисы, на которые она делится точкой их пересечения (рис. 4);

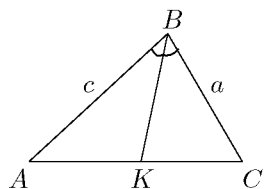


Рис. 3.
 $AK = \frac{bc}{a+c};$

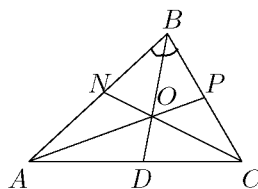


Рис. 4.
 $\frac{BO}{OD} = \frac{a+c}{b};$

- найти числовое значение $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4};$
- решать задачи повышенной сложности из задач на вступительных экзаменах и задачах встречающихся в ЕГЭ в вариантах B и C.

Доказывая свойство биссектрисы разными способами, мы пришли к выводу, что решение одной и той же задачи различными методами дает возможность полнее исследовать свойства геометрической фигуры и выявить наиболее простое решение.

Ожидаемый результат нашей работы — в перспективе, чтобы учащиеся чаще обращались к решению одной и той же задачи несколькими способами, при этом выбирая рациональный. Чтобы не только увеличивалось количество интересующихся математикой, а повышался интерес к математике, как к науке.

Литература

1. Погорелов А. В. Геометрия. Учеб. для 7–11 кл. Изд. 8.—М.: Просвещение, 1998.—383 с.
2. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия. Учеб. для 7–9 кл. Изд. 8.—М.: Просвещение, 1998.—335 с.
3. Черкасов О. Ю. Планиметрия на вступительном экзамене. Учебное пособие.—М.: Московский Лицей, 1996.—128 с.
4. Корешкова Т. А., Глазков Ю. А., Митрошин В. В., Шевелева Н. В. ЕГЭ.—М.: Экзамен, 2007.—80 с.
5. Миндюк М. Б. Единый государственный экзамен 2008. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся.—2007.—240 с.
6. Денищев Л. О. ЕГЭ-2007. Математика. КИМ. Репетиционная сессия 1.—М.: Вентана-Граф, 2006.—64 с.

Новиков Егор Александрович,
 Анисимов Игорь Евгеньевич
 Владикавказ, Гимназия № 5, 11 класс

ОБЪЕМ ШАРА

М. А. Плиева, А. Н. Ханикаева

Величину ограниченного тела характеризует его объём. В каком-то смысле понятие объёма является первичным и более естественным, чем понятие площади. Потому что нетрудно предложить удобные методы измерения объемов тел самой замысловатой формы. В то время как практически измерить площадь фигуры, расположенной на искривленной поверхности, не так просто. Более того, некоторые способы измерения подобных площадей являются, по существу, способом измерения объёма.

В своей работе мы описали различные способы вывода формулы объёма шара, найденные нами в различных научных источниках; проанализировали и сравнили эти выводы и попытались применить и формулу, и сами способы её получения для решения задач.

Рассмотрим две такие задачи.

Задача 1. Отношение высоты конуса к радиусу описанного около него шара равно q . Найти отношение объемов этих тел. При каких значениях q задача не имеет решения?

РЕШЕНИЕ. Осевым сечением данного конуса является равнобедренный $\triangle ABC$ с высотой h , основанием $2a$, боковой стороной l и радиусом описанного круга R , где R — радиус шара. Тогда $V_k = \frac{1}{3}\pi a^2 h$, $V_{ш} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{h}{q}\right)^3$, следовательно, $\frac{V_k}{V_{ш}} = \frac{q^3}{4} \left(\frac{a}{h}\right)^2$.

Далее, $S_{ABC} = ah = \frac{2a}{4R}l^2 \Rightarrow 2Rh = l^2 = a^2 + h^2$. Но по условию $R = \frac{h}{q}$, $\Rightarrow \frac{2h^2}{q} = a^2 + h^2$, $\Rightarrow \left(\frac{a}{h}\right)^2 = \frac{2-q}{q}$, $\Rightarrow \frac{V_k}{V_{ш}} = \frac{q^2(2-q)}{4}$ причем $2-q > 0$.

Ответ: $\frac{q^2(2-q)}{4}$ при $0 < q < 2$; при $q \geq 2$ решений нет.

Задача 2. Конус и цилиндр имеют равные основания и равные высоты. Их основания принадлежат плоскости и касаются друг друга. Два равных шара, радиус каждого из которых равен радиусу основания конуса (и цилиндра), касаются между собой, боковых поверхностей конуса и цилиндра и плоскости, содержащей другое основание цилиндра и вершину конуса. Найти угол при вершине осевого сечения конуса.

РЕШЕНИЕ. Рассмотрим плоскость, проходящую через верхнее основание цилиндра и вершину конуса. Пусть A и B — концы осей цилиндра и конуса, принадлежащие этой плоскости; C и D — точки

касания шаров с этой плоскостью (рис. 1); r — радиус шаров, а также оснований конуса и цилиндра. Из того, что основания конуса и цилиндра касаются между собой, следует равенство $AB = 2r$. Поскольку шары касаются между собой, $CD = 2r$. А из условия касания шаров и боковой поверхности цилиндра следуют равенства $CA = DA = 2r$. Далее, так как $DA = BA = CA = 2r$, $\angle DAB = \angle BAC = 30^\circ$, получаем, что $DB = BC = 4r \sin(45 - 30)^\circ = r(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.

Рассмотрим плоскость, проходящую через ось конуса и точку C (рис. 2). Пусть O — центр шара, α — половина угла при вершине осевого сечения конуса. Из условия касания шара с боковой поверхностью конуса следует, что $\angle CDJ = \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \alpha)$, то есть $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}) = \frac{OC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, значит, $\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} = \operatorname{arctg}(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4})$, следовательно, искомый угол $2\alpha = \pi - 4 \operatorname{arctg}(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4})$. О геометрических свойствах шара написаны целые книги. Эти свойства объясняют, почему, например, форму шара имеют небесные тела и икринки рыб, почему в форме шара делают батискафы, футбольные мячи и так далее. Свойства объемов, формулы вычисления объемов могут оказаться полезными при решении различных задач, даже таких, в условии которых об объеме не упоминается.

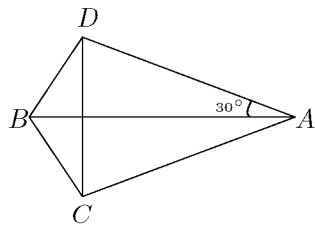


Рис. 1.

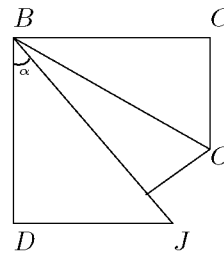


Рис. 2.

Литература

1. Шарыгин И. Ф., Голубев В. И. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 11-го кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1991.—383 с.
2. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия: Учеб. для 10 кл. школ с углуб. изучением математики. Рос. акад. наук; Изд-во «Просвещение»:—3-е изд., дораб.—М.: Просвещение, 2005.—270 с.

3. Прасолов В. В., Шарыгин И. Ф. Задачи по стереометрии.—М.: Наука, 1989.—288 с.
4. Энциклопедия для детей. Математика. Т. 11.—М.: Аванта +, 2005.—688 с.
5. Васильев Н. Б., Гутенмахер В. Л., Работ Ж. М., Том А. М. Заочные математические олимпиады.—М.: Наука, 1986.—176 с.

ПЛИЕВА МАДИНА АРСЕНИЕВНА,
ХАНИКАЕВА АЛИНА НИКОЛАЕВНА
с. Октябрьское, МОУ СОШ № 1, 10 класс

Секция физики

ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ АСПЕКТОВ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ В ШКОЛЕ

Е. В. Боцоева

В представленной работе предлагается один из способов повышения экологических знаний учащимися. Для учащихся составлены таблицы. В первой сопоставлен материал, изучаемый на уроках физики в десятом классе, и вопросы экологии, связанные с темой урока. Эта таблица очерчивает предмет изучения, выделяет в нем основные группы физических законов и явлений, с помощью которых можно раскрыть экологические вопросы.

Во второй таблице раскрываются конкретные вопросы экологии на основе межпредметных связей, что дает возможность устранить дублирование, экономить время на изучение и выполнение заданий. Кроме того, сводная таблица способствует формированию у учащихся целостного взгляда на природу.

В школе № 48 таблицы были предложены учащимся. Анкетирование показало, что наша работа дала положительные результаты. Учащиеся желают иметь в будущем подобную помощь.

По нашему мнению, таблицы формируют у ученика целостное представление об изучаемом материале, открывают перед ним возможные варианты познавательных траекторий движения по предмету. Мы считаем, тот метод может быть использован как учениками, так и учителями при изучении экологических вопросов на уроках естественнонаучного цикла.

Литература

1. Криксунов Е. А., Пасечник В. В., Сидорин А. П. Экология.—М.: Дрофа, 1995.—208 с.
2. Федорова В. Н., Кирюцкий Д. М. Межпредметные связи.—М.: Педагогика, 1992.—116 с.
3. Разумовский В. Г. Современный урок физики в школе.—М.: Просвещение, 1983.—157 с.
4. Зиятдинов Ш. Г., Маркин Б. М. Экологическая составляющая курса физики // Физика в школе.—2004.—№ 3.—С. 23–30.
5. Захарян М. А. Комплексная диагностика учащихся по научно-техническому направлению.—Владикавказ: СОГУ, 2004.—50 с.

БОЦОЕВА ЕВГЕНИЯ ВЛАДИМИРОВНА
Владикавказ, СОШ № 48, 10 класс

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ СТАРЕНИИ ЖЕЛТКА КУРИНОГО ЯЙЦА

Р. К. Дзахов, В. А. Мараховский

В представленной работе проведено исследование зависимости электрического сопротивления желтка и белка от времени вылежки, т. е. от процесса старения желтка и белка. Применялись теоретические методы и проводились эксперименты.

Во время экспериментов рассмотрели следующие моменты: 1. естественное старение желтка и белка (при комнатной температуре); 2. старение в холодильнике.

Для опыта взяли яичный желток и яичный белок. Набрали в медицинские шприцы. С двух сторон присоединили медные пластинки, к которым приварили металлические электроды. Через электроды подключили шприц к физическому прибору «характериографу». На приборе изображалась вольт-амперная характеристика. По ней определяли значения силы тока и напряжения. Через «силу тока» и «напряжение» по формуле $R = U/I$ определили электрическое сопротивление желтка и белка при комнатной температуре и в холодильнике.

По формуле $\rho = R \cdot S/l$ определили удельное сопротивление белка и желтка, где S — площадь металлической пластины, а l — длина белка, желтка.

Были построены графики экспериментальных зависимостей электрического сопротивления от времени вылежки.

На основе проведенных измерений подчеркнуто следующее:

1. Однодневное яйцо имеет самое высокое сопротивление.
2. При старении в холодильнике, сопротивление увеличивается с увеличением времени вылежки желтка и белка.
3. При комнатной температуре для желтка сопротивление увеличивается, так как идет интенсивное испарение воды из желтка, желток твердеет, вязкость увеличивается.
4. У желтка сопротивление изменяется быстрее, чем у белка.

Литература

1. Ландсберг Г. С. Элементарный учебник физики: уч. пос. в 3 т.—М.: Физматлит, 2004, 2006.—608, 480, 656 с.
2. Черныш И. В. Детская энциклопедия «Хочу всё знать. Мир растений».—Астрель, 2000.—332 с.

Дзахов Руслан Казбекович,
Мараховский Владислав Александрович
г. Беслан, МСОШ № 2, 11 класс

ФИЗИКА В МЕДИЦИНЕ

М. О. Дзукаев, И. Г. Кулумбеков

В данной работе приведены описания трех видов излучений (инфракрасного теплового, радиоизлучения и акустотеплового излучения), электрических и магнитных полей; а также исследование ряда физических приборов, используемых в медицинских учреждениях нашего района. Были исследованы основные характеристики таких аппаратов, как электрокардиограф, флюорограф, магнитометр, фиброскоп, литотриптор, УВЧ-30 и другие. Работники местной поликлиники позволили изучить некоторые приборы, делать их фотографии, и посмотреть эти приборы в действии, на основании чего были сделаны графики зависимостей некоторых физических величин.

Известно, что измерения с помощью микроэлектродов, приведенных в непосредственный контакт с тканями сердца, показывают, что изменение потенциалов при работе этого органа составляет примерно 100 мВ. Благодаря электропроводности окружающих тканей, через грудную клетку при каждом ударе сердца проходит электрический ток. Подключив к любым двум точкам на поверхности тела чувствительный прибор, можно проследить изменение разности потенциалов (1–2 мВ). Эти изменения, усиленные и записанные на бумагу, называются электрокардиограммой (ЭКГ). Разделив напряжение, соответствующее зубцу на кривой графика ЭКГ (0,3–0,5 мВ) на входное сопротивление электрокардиографа (0,5–2 МОм), мы получили силу тока ($10^{-11} - 10^{-12}$ А). Так, зная ток и напряжение, можно оценить величину электрической энергии, генерируемой сердцем за некоторый отрезок времени.

Тепловое излучение человека наиболее сильно в среднем инфракрасном диапазоне длин волн (3–14 мкм), где его интенсивность составляет около 10 мВт/см², т. е. более 100 Вт со всей поверхности тела. Характерная глубина такого излучения в биотканях около 100 мкм и оно несет информацию о температуре кожных покровов, т. е. о состоянии капиллярного кровотока в них. Капиллярный кровоток обеспечивает терморегуляцию тела, что проявляется в изменении яркости инфракрасного свечения. На поверхности тела демонстрируются инфракрасные «фильмы», отражающие его функционирование. Такие «фильмы» наблюдаются путем инфракрасного термокартирования через определенные промежутки времени. По

аномалиям термограмм можно обнаружить самые ранние стадии заболеваний.

Литература

1. Материал для конференций № 7/2000 г. Л.Е Гусева.
2. *Пинский А. А.* Физика. Учебник для 11 класса школ и классов с углубленным изучением физики.—М.: Просвещение, 2007.—448 с.

Дзукаев Максим Олегович,
Кулумбеков Илья Гивиевич
с. Октябрьское, МОУ СОШ № 1, 10 класс

ФЕРРОМАГНЕТИКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

А. В. Габараева

В представленной работе проведено исследование свойств ферромагнетиков при внесении их во внешнее магнитное поле, а также рассмотрено их применение.

Мы знаем, что в отличие от диамагнетизма и парамагнетизма, которые являются свойствами отдельных атомов или молекул вещества, ферромагнитные свойства вещества объясняются особенностями его кристаллической структуры. Если атомы железа взять в парообразном состоянии, то они сами по себе диамагнитны или лишь слабо парамагнитны. Ферромагнетизм есть свойство железа в твердом состоянии, т. е. свойство кристаллов железа.

В этом нас убеждает ряд факторов. Прежде всего, на это указывает зависимость магнитных свойств железа и других ферромагнитных материалов от обработки, изменяющей их кристаллическое строение (закалка, отжиг). Далее оказывается, что из парамагнитных и диамагнитных металлов можно изготовить сплавы, обладающие высокими ферромагнитными свойствами. Например, сплав Гойслера, почти не уступающий по своим магнитным свойствам железу, хотя он состоит из таких слабо магнитных металлов, как медь (60%), марганец (25%) и алюминий (15%). С другой стороны, некоторые сплавы из ферромагнитных материалов, например сплав из 75% железа и 25% никеля, почти не магнитны. Наконец, самым веским подтверждением является то, что при достижении определенной температуры (точка Кюри) все ферромагнитные вещества теряют свои ферромагнитные свойства.

Ферромагнитные вещества отличаются от парамагнитных веществ не только весьма большим значением магнитной проницаемости и ее зависимостью от напряженности поля, но и своеобразной связью между намагничиванием и напряженностью намагничивающего поля. Эта особенность находит свое выражение в явлении гистерезиса со всеми его следствиями: наличием остаточного намагничивания и коэрцитивной силы.

Подробное изучение процессов намагничивания и размагничивания железа и других ферромагнитных веществ показало, что ферромагнитные свойства вещества определяются не магнитными свойствами отдельных атомов или молекул, которые сами по себе парамагнитные, а намагничиванием целых областей, называемых доме-

нами, — небольших участков вещества, содержащих очень большое количество атомов.

В последнее время в связи с микроминиатюризацией радиоэлектронной аппаратуры проявляется большой интерес к изучению и использованию для обработки информации специфических доменных структур — полосовых, цилиндрических доменов (ЦДМ) и ряда других. Долгое время микроминиатюризация магнитных элементов и устройств значительно отставала от микроминиатюризации полупроводниковых устройств. В последние годы здесь достигнуты большие успехи. Они связаны с возможностью использования единичного магнитного домена в качестве элементарного носителя информации. Доменная структура таких тонких ферритовых пленок весьма специфична. Характер доменов и границ между ними существенно зависит от толщины пленки. Обычно таким носителем информации является ЦДМ. Он формируется при определенных условиях в монокристаллических пластинках или пленках некоторых ферритов. Впервые ЦДМ наблюдались в пленках артоферритов — веществах, имеющих химическую формулу $RFeO_3$, где R — редкоземельный элемент. ЦДМ могут использоваться для создания запоминающих и логических устройств. При этом наличие домена в данной точке пленки соответствует значению «1», а отсутствие — значению «0». Для хранения и передачи информации с помощью ЦДМ нужно уметь формировать домены, хранить их, перемещать в заданную точку, фиксировать их присутствие или отсутствие (т. е. считывать информацию), а также разрушать не нужные ЦДМ.

Литература

1. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы.— М.: Лаборатория базовых знаний, 2000.—352 с.
2. Павлов П. В., Хохлов А. Ф. Физика твердого тела.— М.: Высшая школа, 2000.—494 с.
3. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике.— М.: Наука., Физматлит, 1996.—619 с.
4. Ландсберг Г. С. Электричество и магнетизм. Элементарный учебник физики. Т.2.—М.: Наука, 1975.—528 с.
5. Трофимова Т. И. Курс физики.—М.: Высшая школа, 1999.—544 с.

ГАБАРАЕВА АЛЬБИНА ВИКТОРОВНА
с. Брут, МОУ СОШ, 11 класс

ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ И УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ДРОБИЛОК

Л. В. Гобозова, Б. А. Попеско

В представленной работе мы занимались исследованием не отдельно взятой дробилки, а технологического процесса в целом. То есть мы изучали усовершенствование различных типов дробилок со временем, их недостатки и достоинства.

Нами были рассмотрены фирмы, которые занимаются производством дробилок и мельниц, а так же мы «познакомились» с людьми, которым принадлежат идеи создания отдельных видов дробилок и мельниц.

Так, в зависимости от формы и вида рабочего органа и скорости его движения, мельницы можно условно подразделить на пять групп:

Группа	Форма и вид рабочего органа	Скорость движения рабочего органа)
1	барабанные, в том числе: шаровые, стержневые, галечные, самоизмельчения	тихоходные
2	роликовые, валковые, кольцевые, фракционно-шаровые, бегуны	среднеходные
3	молотковые (шахтные); пальцевые (дезинтеграторы)	быстроходные
4	вибрационные с качающимся корпусом	быстроходные
5	струйные, аэродинамические, без дробящих тел	быстроходные

Каждая из таких мельниц находит свое применение в различных промышленных областях: в мукомольной, кондитерской, горнодобывающей, металлургической, химической, косметической. Но они по своей конструкции уже сильно отличаются от своих «прабабушек».

Производством различных мельниц и дробилок занимаются многие страны мира. Фирмы «Импэкт Технолоджи» Великобритании, «Берже» Франция, «Каземаг» Германия производят дробилки. Фирмы: «Акровуд», «Коника», «Нордберг» и другие, находящиеся на территории США, тоже специализируются на дробилках и мельницах. В России производством мельниц стало заниматься ЗАО «Новые технологии», имеющее фирменный знак «Титан».

Многое в совершенствовании дробилок и мельниц сделано учеными СКГМИ, г. Владикавказ. Например, в 1980 году сотрудниками кафедры СКГТУ совместно с Днепропетровским электродным заводом была проведена поисковая работа по созданию промышленного образца мельницы самоизмельчения нового типа. В ходе работ была изготовлена и успешно испытана мельница МАЯ–10. Затем под руководством профессора Ягупова А. В. и его учеников Выхребенца Л. С. и Гегелашвили М. В. были проведены теоретические и экспериментальные исследования мельницы МАЯ–К10.

Новые разработки направлены на то, чтобы ускорить процесс, поднять эксплуатационную надежность, снизить расход материала и энергозатраты на разрушение. В связи с тем, что эти разработки требуют значительных финансовых затрат, новые дробилки вначале исследуются с помощью математических моделей. Таких моделей существует несколько видов и занимаются их исследованием в СКГМИ под руководством профессора В. Н. Хетагурова. Разработки математических моделей мельниц требуют от нас знания элементов программирования, свойств сыпучих материалов и механики вращения. Изучением всего этого мы и планируем заняться в дальнейшем.

Литература

1. Андреев С. Е., Зверев В. В., Перов В. А. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых.—М., 1966.
2. Гегелашвили М. В. Теория и практика мельниц динамического самоизмельчения.—Владикавказ: Терек, 2001.
3. Куприца Я. Н. Технология мукомольного производства.—М., 1951.
4. Хетагуров В. Н. Разработка и проектирование центробежных мельниц вертикального типа.—Владикавказ: Терек, 1999.—224 с.
5. Энциклопедия для детей. Т. 14. Техника.—М.: Аванта+, 1999.—688 с.
6. Кравцов Е. Д., Игнатов В. И., Лисица А. В. Использование дробилки центробежно-ударного действия для рудоподготовки. (<http://www.new-technologies.spb.ru>)

Гобозова Лариса Валентиновна,
Попеско Белла Анатольевна
с. Октябрьское, МОУ СОШ № 1, 10 класса

ФИЗИКА: ЗВУК И МУЗЫКА

Э. Ю. Икаева, М. В. Гагиева

Сейчас на музыкальных инструментах играет почти каждый третий ученик. Но вряд ли кто-то из них хотя бы раз задумывался, почему при нажатии клавиши возникает звук и откуда он вообще берётся.

Входе работы выяснилось, что для того, чтобы разобраться в устройстве инструмента, необходимо понять, что собой представляют музыкальные звуки, в чем их особенности, какими величинами их характеризовать.

Какими бы разными ни были музыкальные инструменты по форме, устройству, размерам, все они создавались для одной цели: извлечения приятных для слуха музыкальных звуков. Что же такое звук? С точки зрения физики — это волна, т. е. процесс распространения колебаний от точки к точке, от частицы к частице. Упругое тело, выведенное из положения равновесия, совершает гармонические колебания, эти колебания передаются воздуху, воздушная волна воздействует на нашу барабанную перепонку, и мы слышим звук.

Громкость звука (интенсивность восприятия) определяется амплитудой колебаний, но чтобы интенсивность восприятия (то, что мы слышим) увеличивалось линейно, интенсивность раздражения (пропорциональная квадрату амплитуды колебаний) должна увеличиваться экспоненциально (закон Вебера–Фехнера).

Для измерения громкости в физике пользуются единицами, называемыми фонами (децибелами): n фонов = $10 \lg \frac{I'}{I}$.

От длины и массы струны зависит высота звука, а высота звука — это частота её колебаний: $f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{P}{M}}$.

Исследование звуков фортепиано. Целью нашего эксперимента было исследовать характеристики звука. Нами было проведено 6 опытов. Мы получили осциллограммы (развёртки во времени) звуковых колебаний, которые вводятся в компьютер через специальный микрофон. Мы исследовали музыкальный звук фортепиано с точки зрения громкости звука, высоты звучания, воздействия педаль на качество звука и на длительность его звучания.

Опыт 1. *Анализ звука, издаваемого при нажатии одной клавиши.* Нажав клавишу до первой октавы, мы получили осциллограмму (рис. 1). Из неё видно, что звук представляет собой колебания, причём амплитуда этих колебаний уменьшается со временем, но неравномерно — сначала резко, а затем более медленно.

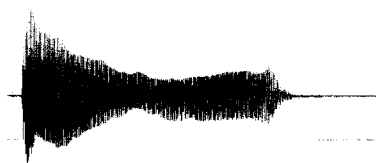


Рис. 1

Опыт 2. Сравнение звучания фортепиано и камертона. Отличие заключается в том, что на самом деле при нажатии клавиши фортепиано, мы слышим звук, который не совпадает с идеальным синусоидальным сигналом (рис. 2а). Это происходит из-за того, что к основному тону («идеальному звучанию»), издаваемому фортепиано (рис. 2б) добавляются ещё и дополнительные гармоники, которые и придают фортепиано тембр, свойственный только этому инструменту.

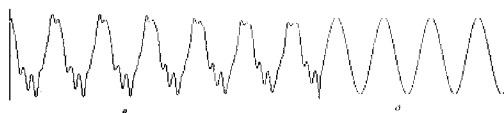


Рис. 2

Опыт 3. Изменение громкости. Исследовались два звука, издаваемые нотой до первой октавы. Первый звук мы играли очень громко и получили осциллограмму (рис. 3). Второй звук играли очень тихо. На соответствующих осциллограммах видно, что звуки различаются по амплитуде: большей громкости соответствует большая амплитуда колебаний и наоборот.



Рис. 3

Опыт 4. Изменение длительности звучания. Исследовался вид осциллограмм, на которых были представлены звуки до первой октавы: стаккато — отрывисто (рис. 4а) и легато — связно (рис. 4б). В первом случае длительность меньше, чем во втором. Первые части звуков практически одинаковы, а в длительном звуке присутствует достаточно громкий «хвост», который объясняется более длительным колебанием струны.

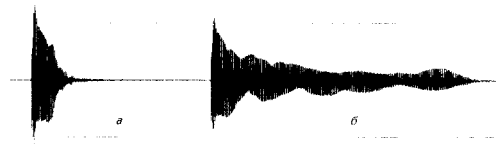


Рис. 4

Опыт 5. *Изменение длительности звучания, обусловленное нажатием педалей.* Исследовались три вида звучания ноты *до*. В первом случае просто была взята эта нота (рис. 5а), а во втором — с правой pedalью (рис. 5б) (более длительный звук), в третьем случае — с левой pedalью (рис. 5в) (более глухой и короткий звук).

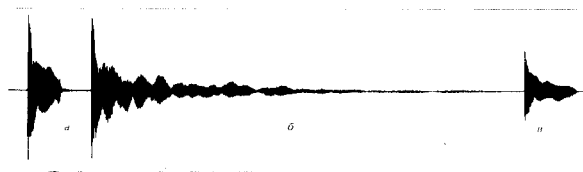


Рис. 5

Опыт 6. *Изменение высоты звучания.* Исследовалось звучание нот *до* малой (рис. 6а), первой (рис. 6б) и второй (рис. 6в) октав. Полученные осциллограммы отличались периодами основного тона (рис. 7). Период основного тона двух соседних октав в соответствии с теорией различаются в два раза.

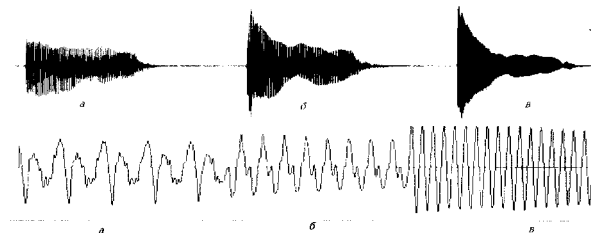


Рис. 6, 7

Вывод

В результате проведенных опытов удалось наглядно проверить связь между физическими характеристиками и характером звука. Мы установили, что чем больше амплитуда колебаний, тем громче

звук, а чем больше частота, тем он выше. Различный тембр (окраска) звука обусловлен наличием гармоник.

Сравнивая периоды колебаний, соответствующих звукам разных нот, и зная частоту основного тона ноты *до* первой октавы, мы убедились, что частоты основного тона одних и тех же нот двух соседних октав различаются в два раза.

Исследуя звуки разной длительности, мы установили, что они различаются характером затухания. Нажатие первой педали освобождает струны, и колебания продолжают дольше, а нажатие левой приглушает звук.

Литература

1. Анфилов Г. В. Физика и музыка.—М.: Детская литература, 1964.—79 с.
2. Газарян С. С. В мире музыкальных инструментов: Кн. для учащихся ст. классов.—М.: Просвещение, 1985.—223 с.
3. Клара Р., Хитц. Петер в стране музыкальных инструментов.—3-е изд.—М.: Музыка, 1992.—78 с.
4. Левашева Г. И. Рассказы из музыкальной шкатулки.—Л.: Детская литература 1975.—142 с.
5. Келдыш Г. В. Музыкальный энциклопедический словарь.—М.: Советская энциклопедия, 1990.—672 с.
6. Перельман Я. И. Занимательная физика.—М.: АСТ, 2006.—480 с.
7. Рассказы о музыке.—М.: Музыка, 1968.—160 с.
8. Физический энциклопедический словарь. Гл. ред.: Б. А. Введенский, Б. М. Вул.—М.: Советская энциклопедия, Т. 3., 1963.—624 с.

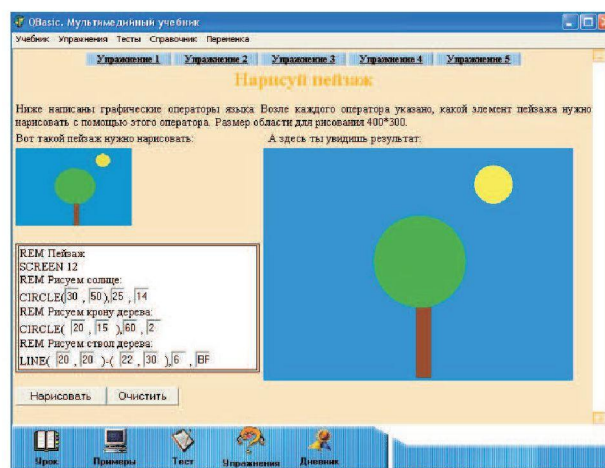
ИКАЕВА Элина Юрьевна,
ГАГИЕВА МАДИНА ВИТАЛЬЕВНА
с. Октябрьское, МОУ СОШ № 1, 10 класс

Секция информатики

МУЛЬТИМЕДИЙНЫЙ УЧЕБНИК ПО ПРОГРАММИРОВАНИЮ ДЛЯ НАЧИНАЮЩИХ

А. А. Цховребов

В наше время в очень многих домах есть компьютеры, причем чаще всего дети используют их, чтобы играть, не стремясь выжать из «машины» все, на что она способна. И тем более они не догадываются, что можно разработать свою собственную игру. Пусть простую, пусть не такую красивую, как те, что поступают от современных фирм производителей, но все же свою. С другой стороны, когда открываешь учебник по программированию, ужасаешься страшному количеству непонятной программистской лексики. Поэтому появилась идея сделать учебник по программированию ярким, увлекательным и понятным. Если сделать учебник не на бумаге, а на компьютере с красивой графикой, интересными загадками, подсказками, тестами и даже небольшими играми не только для развлечений, но и для развития мозгов, то и заниматься по нему будет гораздо интересней. В то же время учебник, написанный детьми, наверно, будет лучше понят другими детьми.



Язык программирования выбран самый простой, всем известный QBasic, чтобы заниматься могли даже школьники 6-7 классов. В учебнике уроки разделены на следующие разделы: графика, анимация, интерактивная анимация, числовая информация, массивы,

двумерные массивы, текстовая информация, файлы. Обязательно к каждому уроку полагается домашняя задача. Есть задачи, которые можно выполнять в самом учебнике, и конечно проверит задание сам компьютер. Кроме задач для проверки знаний есть возможность пройти тесты по теме урока. В учебник включен словарь по основным командам языка программирования, с примерами и пояснением на русском языке. Для отдыха и развлечений существует раздел «Переменка», содержащий небольшие логические игры. Причем все игры могут быть реализованы учениками в ходе изучения курса программирования. Таким образом, учебник состоит из следующих разделов: уроки, в которых содержится текст учебника; упражнения, также предназначенных для проверки знаний; тесты; «переменка»; примеры; справочник.

При создании учебника были использованы технологии HTML. Каждый урок, тест, задание, игра или пояснение справочника представляют собой Web-страницу. Для оформления страниц: тестов, упражнений, написания раздела «Переменка» — использовался язык JavaScript. Основная оболочка учебника содержит строку меню и панель инструментов в нижней части окна. Для ее создания использовался язык Visual Basic.

На данный момент учебник включает в себя 4 занятия по графическим операторам, 5 — по анимации, 5 — по интерактивной анимации, 7 — по числовой информации и 7 по одномерным массивам.

Электронный учебник разработан на основе учебников «Детский сад для программистов» и «Школа для программистов» М. Д. Макаренко. Учебник собран из работ учеников группы «Web-дизайн», занимавшихся изучением Flash анимации, ActionScript, языком разметки текстов HTML и языком JavaScript: Манукянц Виктории, Фролова Кирилла, Тигиева Ильи, Цховребова Артема.

Предполагается, что учебник может быть использован учителями информатики на уроках, а так же школьниками для домашнего самостоятельного обучения.

Литература

1. Филичев С. В. Информатика это просто!—М.: ЭКОМ, 1999.—343 с.
2. Рычков В., Новиков Ю., Солнышков Д. Самоучитель. Компьютер для студента.—Изд-во ПИТЕР, 2003.—319 с.
3. Стефан Кох. Введение в JavaScript для Мага.—«ВИЛЬЯМС», 2000.—382 с.

ЦХОВРЕБОВ АРТЕМ АНДРЕЕВИЧ
Владикавказ, Гимназия № 5, 9 класс,
Центр дополнительного образования «Интеллект»

РОЛЬ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Т. Б. Цораев

В современных условиях для повышения уровня обучения имеются различные методы, мобилизирующие способности учеников. Не секрет, что часть школьников, даже с хорошими оценками, могут добросовестно заучить материал, но у многих из них начинаются проблемы, когда требуется не просто пересказ, а осмысление, понимание материала. Для устранения этого недостатка можно предложить использовать метод тестирования, который интенсифицирует мыслительную деятельность учащихся. Тест может быть рассчитан на воспроизведение изученного материала по теме одного урока, либо объединять изученный материал нескольких уроков, либо всей темы в целом.

Безусловно, этот метод не идеален и не бесспорен. Применение компьютерных технологий для оперативного контроля знаний учащихся по предмету с использованием тестовых заданий имеет свои положительные и отрицательные стороны.

В результате разработан компьютерный тест, который оценивает знания учащихся по темам: «Как я знаю операционную систему Windows», «Текстовые редакторы», «Графические редакторы». По каждой теме теста предложено по 10 наиболее важных, на наш взгляд, вопросов. По прохождении теста компьютер выдает ответ: «тест сдан» либо «тест не сдан», а также количество верных ответов и формулировки вопросов, на которые учащийся дал неверный ответ. Программа достаточно проста, написана на языке программирования QBasic. При желании тест может быть дополнен вопросами на другие темы. Тест может быть переделан на любой школьный предмет.

В заключении сделан вывод о том, что использование продуманной системы нестандартной формы работы всегда дает хорошие результаты. Необходимость расширения интенсивных форм проверки подтверждается также мировыми наблюдениями и опросами учащихся, позволяющими сделать вывод о том, что регулярность и основательность их подготовки к каждому занятию находятся в прямой зависимости от наличия и глубины проводимых контрольных мероприятий. Очевидно, что в подобных случаях интенсивный и всеохва-

тывающий контроль является мощным инструментом, помогающим учащимся в освоении изучаемых дисциплин.

Литература

1. Буза М. К., Певзнер Л. В. Windows — приложения: от операции к реализации: Учебное пособие.—Минск: Высшая школа, 1998.—490 с.
2. Быля Т. Н., Быля О. И. Изучаем информатику, программируя на Бэйсике.—М.: ООО «Рольф», 1996.—159 с.
3. Подласый И. П. Педагогика. Новый курс: Учебник для студентов педагогических вузов: В 2 кн.—М.: ВЛАДОС, 1999.—Кн. 2: Процесс воспитания.—256 с.

ЦОРАЕВ ТУГАН БОРИСОВИЧ
Владикавказ, МОУ СОШ № 27, 11 класс

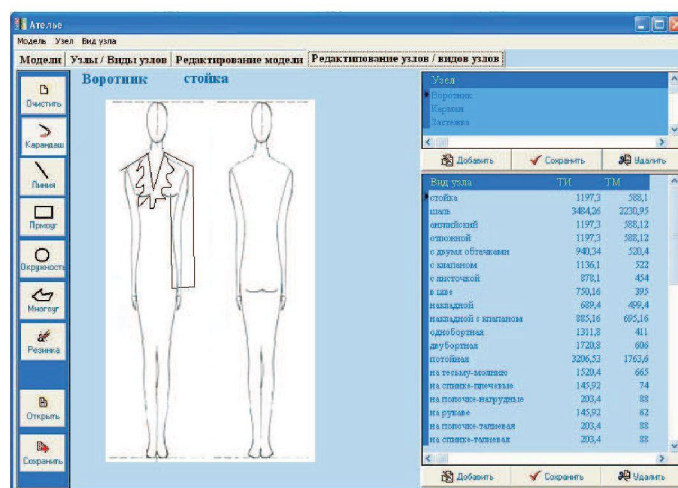
ГРАФИЧЕСКИЙ РЕДАКТОР ДЛЯ БАЗЫ ДАННЫХ «АТЕЛЬЕ»

Н. А. Резниченко

Одной из задач, возникающих при серийном или штучном производстве современным ателье по пошиву одежды, является определение трудоемкости изделий. Необходимость автоматизировать эти работы привела специалистов отделения «швейное производство» физико-технического факультета СОГУ к созданию полноценного приложения на основе технологии баз данных, позволяющего хранить элементы покроя, их внешний вид, конструктивные части самих моделей и автоматически рассчитывать трудозатраты пошива. Используя Borland Delphi и библиотеку работы с базами данных BDE, мною была разработана соответствующая программа. Одним из ее достоинств является простота создания новой модели на основе стандартного метода Windows «Drag and Drop» — изображения элементов одежды можно просто перетащить на изображение модели. После позиционирования всех элементов модель сохраняется в базу, что позволяет в дальнейшем ее просматривать и редактировать.

Следующей проблемой, возникшей в результате работы, было пополнение базы данных новыми элементами. В процессе подготовки студентами изображений возникали трудности с инструментарием, используемым для рисования. Средства редакторов PhotoShop и Corel Draw не подходят по ряду причин. Выбран был Macromedia Flash — векторный редактор, позволяющий генерировать изображения в любом формате. В базе данных изображения хранятся в растровом виде в bmp формате, поскольку требуется их попиксельная обработка. Изображения черно-белые, так как специалистов интересуют структурно-технологические особенности моделей. Все изображения накладываются на картинку фигуры-модели и должны быть точно заданных размеров. Применение средств того же Macromedia Flash требует от пользователя четкого выполнения целого ряда требований. Поэтому было решено добавить в базу данных «Ателье» простейший графический редактор, позволяющий пользователю на фоне фигуры-манекена рисовать элемент и нажатием кнопки сохранить информацию в нужном формате. Редактор изображений должен уметь рисовать: простые линии — инструмент «карандаш», прямые линии, прямоугольники, многоугольник, окружность, стирать линии — инструмент резинка. Все инструменты были реализованы в

виде кнопок на левой панели инструментов. Для создания редактора обрабатываются события MouseDown, MouseUp и MouseMove компонента image, в котором находится изображение фигуры. Одной из самых сложных процедур является реализация работы инструмента «резинка». Простое стирание, т. е. рисование белым цветом, приводит к стиранию изображения фигуры. Поэтому при применении этого инструмента стирание происходит на скрытом image, т. е. по размеру резинки рисуется белый прямоугольник, а затем это изображение попиксельно копируется на рисунок фигуры. Конечно же, для некоторых изображений элементов одежды придется воспользоваться хорошими редакторами и подгружать их в базу данных. Сохранение данных, необходимых для каждодневной работы ателье по пошиву одежды, в формате баз данных дает не только возможность автоматизировать расчет трудоемкости, но и целую гамму простых, но действенных методов для просмотра структуры модели и ее составляющих. Сохранение изображений элементов одежды как в виде спереди, так и в виде сзади дает полную картину модели. Добавленный в приложение графический редактор позволяет использовать программу не только с готовыми элементами одежды, но и создавать новые, не используя дополнительных программных средств. Возможностей редактора вполне достаточно для создания большинства элементов.



Литература

1. Андреева И. А. Шитье и рукоделие.—М.: Прометей, 1994.—288 с.
2. Миллер Т., Пауэл Д. и др. Использование Delphi 3. Специальное издание. Пер. с англ.—К.: Диалектика, 1997.—768 с.
3. www.DelphiWorld.narod.ru — сайт посвящен программированию на Delphi.
4. www.ict.nsc.ru — архив документации по базам данных и BDE.

РЕЗНИЧЕНКО НАДЕЖДА АНДРЕЕВНА
Владикавказ, СОШ № 7, 11 класс,
Центр дополнительного образования «Интеллект»

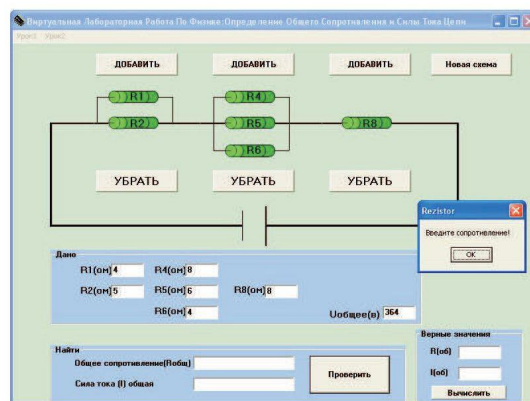
ВИРТУАЛЬНАЯ ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ

А. Ю. Слохов

Практически во всех школах существует проблема проведения лабораторных работ по физике: нехватка оборудования, опасность проведения работ. Но эта наука немыслима без лабораторных работ. Поэтому я решил создать программу для проведения виртуальных лабораторных работ.

Одна из сложных тем — это определение общего сопротивления электрических цепей и закон Ома. Основная сложность заключается в том, что сначала нужно разобраться, как соединены проводники. Определение общего сопротивления, напряжения и силы тока цепи, состоящей из проводников, соединенных параллельно, последовательно и смешанно.

В лабораторной работе используются такие понятия как: сила тока, напряжение, сопротивление, резистор, параллельное, последовательное и смешанное соединение проводников, общее сопротивление цепи.



Моя программа создана для того, что бы ученики могли практиковаться в составлении электрических цепей, вычислять характеристики цепи по заданным параметрам, а потом проверять ответы при помощи этой же программы. С её помощью можно составлять схемы, состоящие из источника питания и девяти проводников. Рабочая область состоит из трех групп, соединенных последовательно,

и в каждой группе можно добавлять до трёх проводников, соединённых параллельно. Представленная лабораторная работа состоит из двух частей:

Задача № 1. Дана электрическая цепь, состоящая из источника питания и девяти проводников, соединённых смешано. Известно общее напряжение цепи ($U_{\text{общ}}$) и сопротивления проводников $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, \dots, R_9$. Определить общее сопротивление цепи ($R_{\text{общ}}$) и общую силу тока цепи ($I_{\text{общ}}$).

Задача № 2. Дана электрическая цепь, состоящая из источника питания и девяти проводников соединённых смешано. Известна общая сила тока цепи ($I_{\text{общ}}$) и сопротивления проводников $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, \dots, R_9$. Определить общее сопротивление цепи ($R_{\text{общ}}$) и общее напряжение цепи ($U_{\text{общ}}$).

Порядок действия пользователя в программе следующий:

1. Составить схему;
2. Ввести либо извлечь известные величины;
3. Посчитать общее сопротивление;
4. Вычислить общую силу тока или напряжение;
5. Ввести ответы (с погрешностью до сотых долей);
6. Проверить результаты;
7. Если нужно узнать верные значения, нажать кнопку «вычислить».

Моя программа, созданная средствами языка программирования Borland Delphi, если не полностью, то частично заменяет проведение реальной лабораторной работы по физике.

Но эта тема — лишь одна из множества, работа по которым сопряжена с определенными трудностями. Мало того, есть в физике такие разделы, по которым провести реальные лабораторные работы практически невозможно (например, ядерная физика), но если создать их виртуальные аналоги, то это станет реально.

Литература

1. Касьянов В. А., Коровин В. А. Физика. 11 класс. Тетрадь для лабораторных работ по физике. Р/Т 3-е изд. — М.: Дрофа, 2004.—48 с.
2. Филатов Е. Н. Физика: Экспериментальный учебник: В 2 ч.: Ч. 2: Электрические явления.—М: Авангард, 1999.—228 с.

Слохов Алексей Юрьевич

Владикавказ, 10 класс,

Центр дополнительного образования «Интеллект»

Сборник материалов
III Региональной
научно-практической конференции

КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ — 2007

*Утверждено к печати
Ученым советом Института
прикладной математики и информатики
Владикавказского научного центра
Российской академии наук*

Редактор издания В. С. Абатурова
Зав. редакцией М. С. Биченова
Компьютерная верстка Э. А. Галаванова

Подписано в печать 28.11.2008. Формат бумаги 60×84¹/₁₆.
Печать офсетная. Усл. п. л. 8,84.
Тираж 200 экз. Заказ № 1158.

Владикавказский научный центр,
362008, г. Владикавказ, пр. Коста, 93.

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ОАО «Издательско-полиграфическое
предприятие им. В. А. Гассиева»,
362021, г. Владикавказ, ул. Тельмана, 16