

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
ЮЖНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Сборник материалов
V Региональной
научно-практической конференции

КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ — 2009

Владикавказ
2010

ББК 22.1+я 43
С 23

Редакционная коллегия:

В. С. Абатурова, к. ф.-м. н. *В. Н. Дятлов*,
д. ф.-м. н. *Е. С. Каменецкий*, к. ф.-м. н. *И. Д. Цопанов*

Сборник материалов V Региональной научно-практической конференции «Колмогоровские чтения — 2009».—Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2010.—182 с.

В сборник вошли материалы V Региональной научно-практической конференции «Колмогоровские чтения», состоявшейся с 12 по 16 февраля 2009 г. в г. Владикавказе на базе математического факультета Северо-Осетинского государственного университета им. К.Л. Хетагурова.

ISBN 978-5-904695-02-6

© Южный математический институт
ВНЦ РАН и РСО-А, 2010

ПРЕДИСЛОВИЕ

В сборник вошли материалы V Региональной научно-практической конференции «Колмогоровские чтения», которая проводилась с 12 по 16 февраля 2009 г. в г. Владикавказе. Учредителями конференции выступили Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А, Владикавказский научный центр РАН и Правительства РСО-А, Министерство по делам молодежи, физической культуры и спорта РСО-А, Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова, Министерство образования и науки РСО-А, Северо-Осетинский республиканский институт повышения квалификации работников образования. Конференция проводилась в рамках мероприятий, посвященных Дню Российской науки.

В работе конференции приняли участие научные работники Южного математического института ВНЦ РАН и РСО-А, научно-педагогические работники Северо-Осетинского государственного университета, Новосибирского государственного университета, Уральского государственного педагогического университета (г. Екатеринбург), учителя математики, физики и информатики республики, студенты и аспиранты, учащиеся старших классов общеобразовательных школ РСО-А, представители образовательных учреждений Республики Южная Осетия. На конференции работали секции теории и методики обучения — математике, физике, информатике.

12 февраля в зале «ЮНЕСКО» СОГУ состоялось открытие конференции. С приветственным словом к участникам конференции обратились председатель Владикавказского научного центра РАН и РСО-А доктор физико-математических наук, профессор А. Г. Кусраев — председатель оргкомитета конференции, заместитель министра образования и науки РСО-А доктор исторических наук, профессор З. М. Блиева, депутат Парламента РСО-А, член комитета по науке, образованию, культуре и информационной политике кандидат исторических наук М. Т. Гуриева, декан математического факультета СОГУ кандидат физико-математических наук, доцент И. Д. Цопанов, начальник Управления образования г. Владикавказа М. Х. Джанаев.

С пленарными докладами выступили: заведующий кафедрой алгебры и дискретной математики СОГУ им. К. Л. Хетагурова доктор физико-математических наук, профессор В. А. Койбаев (тема доклада — «О соотношении высшей и элементарной математики в школьном образовании»); заведующий кафедрой автоматизированной об-

работки информации СКГМИ доктор технических наук, профессор В. О. Гроппен (тема доклада — «Современные проблемы информатики и образования»); доцент кафедры теоретической физики СОГУ кандидат физико-математических наук, доцент В. И. Кесаев (тема доклада — «Высокотемпературная сверхпроводимость»).

Секционные заседания конференции проходили 14 февраля на математическом факультете СОГУ. На секциях с докладами об опыте работы, об авторских методических разработках, о проблемах профильного обучения, о современном состоянии среднего и высшего образования в области точных наук выступили научные работники Южного математического института ВНИЦ РАН и РСО-А, научно-педагогические работники СОГУ, учителя математики, физики и информатики средних общеобразовательных школ республики: Абатурова В. С. (ЮМИ ВНИЦ РАН и РСО-А, г. Владикавказ), Дзарасова Э. А. (СОШ № 39, г. Владикавказ), Угнивенко О. В. (РФМЛИ, г. Владикавказ), Хубаева Н. Х. (СОШ № 3, г. Владикавказ); Бусарова Т. А. (МСОШ № 6, г. Беслан); Джабишвили Р. А. (СОШ с. Иран); Молчанова Г. М. (СОШ № 30, г. Владикавказ), Радченко Т. И. (СОШ № 26, г. Владикавказ); Кулаева Л. С. (СОШ № 11, г. Владикавказ), Молчанова И. А. (СОГУ, г. Владикавказ). Впервые в работе секций приняли участие учителя математики и информатики, работники Дворца детского творчества г. Цхинвала Республики Южная Осетия: Плиева Э. Г., Джигкаева Р. П., Гогичаев М. М.

В рамках работы секции «Теория и методика обучения математике» было проведено расширенное заседание общегородского научно-методического семинара «Наука — школе», проводимого Южным математическим институтом ВНИЦ РАН и РСО-А совместно с математическим факультетом СОГУ и Управлением образования г. Владикавказа для учителей математики.

В рамках конференции проводился очный тур Конкурса исследовательских работ школьников и студентов по математике, физике, информатике. В нем участвовали школьники и студенты, работы которых были отобраны экспертными комиссиями конкурса в ходе заочного тура, проводимого на базе Южного математического института ВНИЦ РАН и РСО-А с 21 по 28 января 2009 г. Очный тур конкурса проводился 13 февраля 2009 г. на математическом факультете СОГУ. К очному туру были рекомендованы 48 исследовательских работ школьников и студентов, в том числе: 20 работ по математике, 16 — по физике, 12 — по информатике. В состав экспертных

комиссий конкурса по математике вошли: д. ф.-м. н. Койбаев В. А. (председатель комиссии), д. ф.-м. н. Хубежты Ш. С., к. ф.-м. н. Кулаев Р. Ч., к. ф.-м. н. Плиев М. А., Абатурова В. С., Дзугаева А. Х.; по физике: д. ф.-м. н. Каменецкий Е. С. (председатель комиссии), к. ф.-м. н. Малиев И. Н., к. т. н. Родионов А. А., Суанова Т. В.; по информатике: к. ф.-м. н. Цопанов И. Д. (председатель комиссии), к. ф.-м. н. Худалов М. З., Воронцова И. А., Фомина А. Ю., Вензигин Д. В.

На закрытии, которое состоялось 16 февраля в зале «ЮНЕСКО» СОГУ, были подведены итоги конференции и конкурса исследовательских работ. В церемонии награждения приняли участие заместитель председателя Комитета Парламента РСО-А по науке, образованию, культуре и информационной политике Б. М. Кантемиров; консультант Министерства по делам молодежи, физической культуры и спорта РСО-А, председатель Союза пионерских, детских и подростковых организаций РСО-А Ж. Ю. Маргиева; декан математического факультета кандидат физико-математических наук, доцент И. Д. Цопанов; профессор кафедры алгебры и дискретной математики СОГУ кандидат физико-математических наук А. А. Азиев.

Победителями конкурса школьных исследовательских работ стали учащиеся школ г. Владикавказа: по математике — Кантемирова Дина, ученица 8 класса СОШ № 27 (научный руководитель — к. п. н., учитель математики высшей категории Т. Б. Бегиева); по физике — Алборов Марат, ученик 10 класса РФМЛИ (научный руководитель — старший преподаватель кафедры алгебры и геометрии СОГУ М. Д. Макаренко), Котаева Илона, ученица 10 класса СОШ № 26 (научный руководитель — почетный работник общего образования РФ, учитель физики высшей категории Т. И. Радченко); по информатике — Белоус Артем, Центр дополнительного образования «Интеллект» (научный руководитель — старший преподаватель кафедры алгебры и геометрии СОГУ М. Д. Макаренко). Председатель оргкомитета конференции А. Г. Кусраев поздравил школьников с победой и вручил им дипломы I степени. Научным руководителям победителей и призеров конкурса, а также учителям, принявшим активное участие в работе конференции, были вручены благодарственные письма оргкомитета конференции.

Главным призом для школьников 10–11 классов — победителей и призеров конкурса — стало приглашение в Летнюю физико-математическую школу, которую проводит Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А совместно с Министерством по делам

молодежи, физической культуры и спорта РСО-А ежегодно в июле на базе Молодежного туристическо-краеведческого центра «Барс».

Председатель Союза пионерских, детских и подростковых организаций РСО-А Ж. Ю. Маргиева вручила победителям призы — спортивные костюмы, необходимые для ведения здорового образа жизни.

Ценным подарком для победителей и призеров конкурса стало финансирование Министерством по делам молодежи, физической культуры и спорта РСО-А участия 3-х победителей конкурса, приглашенных (по итогам отборочного тура) на IX Международную научную конференцию школьников «Колмогоровские чтения», которая проводится в мае в г. Москве в Специализированном учебно-научном центре Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

Финансовая поддержка участия делегации школьников в IX Международной научной конференции школьников «Колмогоровские чтения» была оказана депутатом Парламента РСО-А Г. Б. Лакути, Председателем Правления АКБ «Банк развития региона» С. И. Доевым, директором СО РФ ОАО «Россельхозбанк» Ч. А. Цагараевым.

Делегация школьников республики (в составе 8 человек) достойно выступила на конференции в Москве. Диплом III степени и медаль конференции по секции физики получил ученик 10 класса СОШ № 26 г. Владикавказа Тучашвили Давид (научный руководитель — Т. И. Радченко). Грамоты оргкомитета (IV призовое место) по секции математики получила ученица 10 класса СОШ № 26 г. Владикавказа Атаева Алина (научный руководитель — Т. И. Радченко), по секции информатики — ученик 10 класса РФМЛИ Бузырев Максим (научный руководитель — М. Д. Макаренко).

Проведение Региональной научно-практической конференции «Колмогоровские чтения» во Владикавказе способствует развитию новых форм привлечения учащихся к исследовательской деятельности в области точных наук и распространению в республике лучших традиций физико-математического образования.

Уважаемые участники конференции!

В этом году уже пятый раз проводится научно-практическая конференция «Колмогоровские чтения», в рамках которой проходит конкурс школьных исследовательских работ по математике, физике, информатике. По сложившейся традиции конференция приурочена ко Дню Российской науки, который отмечается 8 февраля в соответствии с Указом Президента Российской Федерации, начиная с 1999 г.

Конференция с участием школьных учителей и учащихся средних общеобразовательных школ — прекрасный повод привлечь внимание общественности, деловых кругов и молодежи к огромным возможностям науки, завоевать новых сторонников, партнеров и помощников. Знание — необходимое слагаемое успеха в любой сфере человеческой деятельности. Наука и образование — опора государства, потенциал его развития. С ними связаны и надежды на то, что наши дети будут жить в просвещенной и благополучной стране.

Целью конференции является популяризация математики, физики и информатики, поиск и поддержка талантливых школьников, увлеченных исследовательской деятельностью, знакомство участников конференции с достижениями и проблемами современной науки.

Впервые в нашей республике конференция «Колмогоровские чтения» была организована Владикавказским научным центром Российской академии наук и Правительства Республики Северная Осетия-Алания и Северо-Осетинским государственным университетом им. К. Л. Хетагурова в 2003 г., в год 100-летия Андрея Николаевича Колмогорова — одного из самых выдающихся представителей математической науки, находящегося в одном ряду с такими звездами первой величины, как Анри Пуанкаре и Давид Гильберт.

Отрадно отметить, что участниками конференции являются не только учителя и школьники г. Владикавказа, но и представители школ из разных районов республики (г. Алагир, г. Беслан, Пригородный и Правобережный районы РСО-А), Северо-Осетинского государственного университета, Новосибирского государственного университета и Уральского государственного педагогического универси-

тета (г. Екатеринбург). Надеюсь, что география конференции будет расширяться с каждым годом.

Желаю всем участникам конференции побед в выбранной ими области науки и образования, здоровья и неиссякаемого желания учиться, постоянно овладевать новыми знаниями — качества, совершенно необходимого в условиях стремительно меняющегося мира.

А. Г. Кусраев

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ

Секция математики

О ПРИМЕНЕНИИ МОТИВАЦИОННО-ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

В. С. Абатурова

Реализация Концепции профильного обучения на старшей ступени общеобразовательной школы [1], утвержденная приказом Минобразования России от 18.07.02 № 2783, направлена на решение следующих задач:

- создание условий для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения ими индивидуальных образовательных программ;
- расширение возможностей социализации учащихся, обеспечение преемственности между общим и профессиональным образованием;
- более эффективной подготовки выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

По данным Минобрнауки РСО-А число профильных классов экономической направленности (социально-экономический, экономико-математический профили) в 2008–2009 учебном году составило в республике 20 % от общего числа всех профильных классов. Опрос и анкетирование учащихся этих классов показали, что несмотря на то, что большая часть учащихся профильных классов экономической направленности планирует стать специалистами в области экономики, ими недооценивается роль математики и математических методов в экономической деятельности, они слабо ориентируются в понятиях «математическая модель», «экономико-математическое моделирование», у них недостаточно развиты умения строить математические модели реальных экономических и производственных процессов.

«Математическое моделирование — основа происходящей в настоящее время математизации научных знаний и, кроме того, важный этап познания: математические модели соответствуют понятию отражения в диалектической теории познания. Поэтому одной из основных задач школьного математического образования является ознакомление учащихся с соотношениями между явлениями реального или проектируемого мира и его математическими моделями, практическое обучение школьников построению математических моделей для встречающихся жизненных ситуаций, объяснение

школьникам того, что абстрактная математическая модель, в которой отброшено все несущественное, позволяет глубже понять суть вещей», — пишет в одной из своих работ А. Г. Мордкович [2].

Важность роли математических методов для достижения успеха в любой экономической или производственной деятельности была признана уже более ста лет назад. «Не пользующаяся математическими символами человеческая логика зачастую запутывается в словесных определениях и делает вследствие этого ошибочные выводы — и вскрыть эту ошибку за музыку слов иногда стоит огромного труда и бесконечных, часто бесплодных споров», — писал в 1904 г. в книге «Политико-экономические этюды» Владимир Федорович Арнольд — известный математик-экономист начала 20 века.

Традиционно считается, что с методом математического моделирования учащиеся знакомятся в ходе решения текстовых сюжетных задач. Однако результаты Единого государственного экзамена по математике, проведенного в республике в 2008 г. (по данным РЦОИ), свидетельствуют о том, что к решению текстовой сюжетной задачи приступили всего лишь 939 из 7034 выпускников, т. е. 13,35 %. Опрос, проведенный среди выпускников школ 2008 г., свидетельствует о том, что основные трудности в решении текстовых задач связаны у школьников с переводом текста задачи на математический язык (трудностью построения математической модели), которая тем самым блокирует интерес к дальнейшему решению задачи, низким интересом к самой фабуле задачи, а также отсутствием текстовых задач в программе по математике в старших классах. Опрос, проведенный среди учителей математики, работающих в профильных классах экономической направленности, полностью коррелирует с высказываниями школьников. На наш взгляд, одним из путей устранения этих недостатков в знаниях и умениях выпускников профильных классов экономической направленности может стать включение в содержание обучения по математике (например, в рамках элективного курса) цикла мотивационно-прикладных задач, лично-значимых для учащихся.

В этой статье мы в качестве примеров таких задач предложим несколько линейных оптимизационных задач для двух переменных, взятых из элективного курса «Математическое моделирование — школьникам. Линейные модели», прочитанного автором школьникам, принимающим участие в семинарах «Школьный лекторий», весенних и летних математических школах, проводимых Южным математическим институтом ВНЦ РАН и РСО-А на территории рес-

публики. Сюжеты задач охватывают разные сферы деятельности человека и, как выяснилось из опроса школьников, представляют для них интерес, поскольку отражают, хотя и достаточно упрощенно, некоторые реальные процессы.

Задача 1. Дилер некоторой иностранной торговой фирмы в России, осуществляющий продажу автомобилей марок BMW и Volvo от производителя, ежедневно оформляет заказы на приобретение российскими гражданами этих автомобилей. Прибыль от продажи автомобилей марок BMW и Volvo, привезенных из-за границы за один рейс, составляет соответственно 1200 у.е. и 1000 у.е. с каждого. Изучение покупательского спроса на эти автомобили на российском рынке и наличие некоторого опыта продажи автомобилей этих марок показали, что для эффективной работы фирма должна поставлять за один рейс не менее двух автомобилей марки BMW. Одновременно с этим число автомобилей марки Volvo должно быть минимум вдвое больше числа автомобилей марки BMW. Наличие у фирмы лишь одного фургона для перевозки автомобилей позволяет перевозить не более 15 автомобилей за один рейс, а минимальное число автомобилей, при котором возможна прибыль, составляет 7 автомобилей. Сколько автомобилей каждой марки должна перевозить фирма за 1 рейс, чтобы получать при этом максимальную прибыль?

Ответ: фирма для получения максимальной прибыли от продажи автомобилей за один рейс должна поставлять 5 автомобилей марки BMW и 10 автомобилей марки Volvo. При этом прибыль составит 16000 у.е.

Задача 2. Дом, стоящий на земельном участке площадью 1200 м^2 , занимает 120 м^2 , фруктовый сад — 400 м^2 , бассейн — 40 м^2 , беседка — 20 м^2 , дорожки — 40 м^2 . Хозяева решили на оставшейся от этих объектов территории участка посадить картофель, огурцы и помидоры, причем картофелем планируется засадить площадь от 300 м^2 до 600 м^2 , огурцами — не менее пятой части от площади под картофель, но и не более третьей части от нее, помидорами — площадь как минимум в 80 м^2 . Известно, что на подготовку почвы под посадку перечисленных выше овощей требуется разное время: для подготовки почвы под посадку картофеля — 10 мин/м^2 , огурцов — 20 мин/м^2 , а помидоров — 15 мин/м^2 . Какова должна быть площадь под посадку картофеля, огурцов и помидоров, чтобы на подготовку почвы под посадку овощей у них ушло как можно меньше времени?

Сколько времени потребуется в этом случае для посадки овощей (ответ дайте в часах)?

Ответ: чтобы время, затраченное на подготовку почвы под посадку овощей, было минимальным, площадь под картофель должна составить 400 м^2 , под огурцы — 100 м^2 , под помидоры — 80 м^2 . В этом случае посадка овощей займет 12 часов.

Задача 3. Магазин, специализирующийся на продаже джинсов марок «Dallas» и «Levi's», ждет поступления новой партии товара. На складе магазина от продажи предыдущей партии товара осталось от 400 до 1000 штук, причем джинсов марки «Levi's» осталось больше, чем джинсов марки «Dallas», как минимум в 1,5 раза. Для освобождения складского помещения под завоз нового товара магазин объявил о 30 % скидках (прежняя цена составляла 1000 рублей и 800 рублей соответственно), в связи с чем спрос у покупателей на джинсы вырос. Магазин рассчитывает продать не менее 200 штук джинсов марки «Levi's» и не менее 100 штук джинсов марки «Dallas». Хозяин магазина поставил условие, что выплатит премию каждому продавцу магазина, если они смогут при имеющихся условиях продать как можно больше товара и получить при этом наибольшую прибыль. Какое количество джинсов марок «Levi's» и «Dallas» нужно продать, чтобы получить максимальную прибыль от продажи джинсов старой партии?

Ответ: прибыль от продажи будет наибольшей, если магазин сможет продать 400 штук джинсов марки «Dallas» и 600 штук джинсов марки «Levi's».

Задача 4. В трех районах города идет строительство коттеджей, для которого на двух кирпичных заводах, находящихся в городе, производится кирпич. Весь производимый за день кирпич вывозится на строительные площадки и там полностью расходуется. Известно, что I завод производит 320 тонн кирпича, II завод — 380 тонн в день. Для I стройки необходимо в день 200 тонн кирпича, для II стройки — 280 тонн, для III стройки — 220 тонн. Стоимость транспортных расходов с каждого из заводов до строительных площадок неодинакова. Так, стоимость перевозок в день с I завода на I стройку — 2 у.е., на II стройку — 4 у.е., на III стройку — 6 у.е. Стоимость перевозки в день со II завода на I стройку — 4 у.е., на II стройку — 5 у.е., на III стройку — 3 у.е. Требуется узнать, как спланировать план перевозок так, чтобы затраты на них были минимальными.

Ответ: для того чтобы затраты на перевозку были минимальными (а именно, 2180 у.е.), нужно с I завода перевозить в день 200 тонн на I стройку, 120 тонн — на II стройку, со II завода — 160 тонн на II стройку и 220 тонн на III стройку.

Задача 5. Небольшая фирма специализируется на сборке мебели, включая стулья и табуретки. Известно, что для сборки стула (с обработкой сырья) требуются следующие ресурсы: сырье (дерево), станки для обработки сырья, работники, производящие сборку мебели. На предприятии нет склада, поэтому сырье небольшими партиями поступает в цех по сборке стульев и табуреток каждое утро и обычно не превышает 24 кг, станков, задействованных в сборке мебели, не больше 12, людей в день работает не больше 8. Вся продукция, производимая за день, реализуется в конце дня оптовым покупателям, с которыми заключен соответствующий договор. Расходы ресурсов на сборку табурета составляют соответственно: ресурс 1 (сырье — дерево) — 1 у.е., ресурс 2 (число станков) — 3 шт., ресурс 3 (количество человек) — 1 человек. На сборку стула требуется 2, 2, 1 единиц ресурсов 1, 2, 3 соответственно. Требуется узнать, как при данных возможностях фирмы получать максимальную прибыль от продажи табуреток и стульев, если прибыль от продажи стула составляет 4 у.е., а от продажи табурета — 5 у.е.

Ответ: чтобы получить наибольшую прибыль от продажи продукции в день, нужно делать 4 табурета и 3 стула, при этом прибыль составит 31 у.е.

Задача 6 (задача о рационе). Предположим, что в дневной рацион животных должны входить питательные вещества двух видов в количестве, заданном в таблице.

	Кол-во корма № 1 (кг)	Кол-во корма № 2 (кг)	Минимальное кол-во питатель- ных веществ (кг)
Питат. вещество 1	3	1	12
Питат. вещество 2	6	4	30
Цена корма (у.е.)	5	2	

Имеется возможность составлять рацион из кормов двух видов, для которых задано содержание питательных веществ в единице корма и цена одной единицы каждого из видов кормов. При удовлетворении условий по необходимому содержанию питательных веществ в данном рационе требуется достичь его минимальной стоимости.

Ответ: минимальная стоимость равна 21 у.е. и достигается в случае, если взять по 3 кг корма каждого вида.

Приведенные здесь примеры мотивационно-прикладных задач можно использовать на занятиях в профильных классах экономической направленности для создания проблемных ситуаций. Разрешение этих проблем учащийся может осуществить в ходе самостоятельной учебно-познавательной деятельности при соответствующем уровне познавательной самостоятельности: репродуктивный — решение задачи при помощи учителя по алгоритму, предложенному учителем; частично-поисковый — решение задачи без помощи учителя и изменение условия решенной задачи для создания цепочек новых задач с одной и той же сюжетной линией; исследовательский — решение задачи без помощи учителя с обобщением способа решения, создание собственных линейных оптимизационных задач, описывающих реальные экономические или производственные процессы, с применением методов наблюдения, поиска информации для создания задач из различных источников, применение различных методов решения задач, включая компьютерные методы (программа Excel, языки программирования Visual Basic и др.).

Литература

1. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Вестник образования. Профильное обучение. Тематический выпуск.—М.: Просвещение, 2002.—95 с.
2. Мордкович А. Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: Дис. ... докт. пед. наук.—М., 1986.—335 с.

АБАТУРОВА ВЕРА СЕРГЕЕВНА

Владикавказ, Южный математический институт ВНЦ РАН,
лаборатория образовательных технологий

ИННОВАЦИОННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ В ПРОВЕДЕНИИ СЕССИОННОГО ЭКЗАМЕНА ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ С УЧЕТОМ СОДЕРЖАНИЯ ГОС ВПО

В. Ю. Бодряков, В. Д. Жаворонков, Н. Г. Фомина

Одной из наиболее устоявшихся форм проверки уровня актуальной обученности студентов вузов является экзаменационная сессия. Вместе с тем, практикующему педагогу известно, что далеко не всегда хорошие результаты традиционной сессионной проверки знаний соответствуют действительно глубокому уровню понимания дисциплины студентом (см., например, [1]). По итогам сдачи экзамена студент получает оценку в предписанном формате «2» – «3» – «4» – «5» («неудовлетворительно» – «удовлетворительно» – «хорошо» – «отлично»). Оценка должна выполнять педагогические функции контроля, измерения и диагностики в управлении качеством образования [2]. Важно, чтобы оценка была не просто отметкой в зачетке студента, но отражала количественно измеренный фактический уровень обученности студента по экзаменуемой дисциплине или, обобщая, уровень его профессиональной обученности или компетентности.

Очевидно, что традиционная градация оценок является довольно грубой и малочувствительной к небольшим изменениям, например, в распределении уровня обученности студентов внутри группы, и изменения в распределении оценок «2» – «3» – «4» – «5» могут стать очевидными лишь тогда, когда исправить ситуацию «щадящими» психолого-педагогическими средствами уже невозможно и остается только отчислить неуспевающих студентов. Для повышения эффективности и объективности измерения уровня знаний студента по дисциплине в процессе экзамена требуется тщательно прописанная процедура самого измерения и более подробная балльная шкала оценивания. Набранное студентом число баллов может быть затем переведено в оценку в традиционном формате «2» – «3» – «4» – «5», например, с помощью переводной таблицы.

В работе мы предлагаем модель усовершенствования традиционной экзаменационной сессии в вузе путем внесения в стиль проведения экзамена ряда инновационных элементов. Главным из них является формирование экзаменационных билетов, состоящих из теоретических и практических заданий, охватывающих, по возможности, наиболее полно изученный курс. При этом билеты структурированы

в соответствии с содержанием ГОС ВПО. А именно, экзаменационные билеты разбиты на несколько блоков по числу дидактических единиц (ДЕ) ГОС. Каждый блок в зависимости от числа ДЕ и желаемой глубины проверки знаний может содержать различное число заданий. Предпочтительно, чтобы все экзаменационные задания имели приблизительно равный уровень сложности. Это удобно для последующей статистической обработки результатов экзаменационного испытания, но не является обязательным.

Экзамен удобнее проводить в письменной форме, хотя по модели возможна и устная форма. В последнем случае студент является непосредственным участником всех этапов процесса формирования итоговой оценки собственных знаний. Это особенно важно в педагогическом вузе при подготовке будущих учителей. Итоговая оценка в формате «2» – «3» – «4» – «5» определяется путем перевода из набранной суммы баллов. Одним из принципиально важных инновационных элементов здесь является то, что по каждой ДЕ студент должен набрать определенное заранее и установленное экзаменатором число баллов (скажем, 50 %). Если это условие не выполнено хотя бы по одной ДЕ, студент получает неудовлетворительную оценку независимо от набранной общей суммы баллов. В качестве примера в приложении А приведен образец экзаменационного билета для письменного экзамена по математическому анализу (МА) (часть 3 «Интегральное исчисление», $n = 10$ заданий) в одной из групп студентов-математиков (второй курс, 3 семестр), обучающихся на математическом факультете (МФ) УрГПУ. Заметим, что такая форма проведения сессионного экзамена сходна с централизованным интернет-тестированием и является способом подготовки к нему.

Принципы оценивания решения экзаменационных заданий согласно модели следующие. Каждое задание оценивается по 4-х балльной шкале: «0» — задание не решено; «1/3» — решение задания намечено, но существенные для решения результаты не получены; «2/3» — получены существенные для решения результаты, но окончательное решение не получено; «1» — решение получено полностью. Для зачета каждой ДЕ необходимо в ней набрать не менее половины от максимально возможного для нее числа баллов. Для получения положительной оценки в целом необходимо получить зачет всех четырех ДЕ. Набранная сумма баллов k переводится в экзаменационную оценку с помощью переводной таблицы 1 (при условии зачета всех ДЕ).

Таблица 1

Таблица перевода числа k набранных баллов
в экзаменационную оценку

Баллы	$0 \leq k \leq 4\frac{1}{3}$	$4\frac{2}{3} \leq k \leq 6\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3} \leq k \leq 8\frac{1}{3}$	$8\frac{2}{3} \leq k \leq 10$
Оценка	Неудовл.	Удовл.	Хорошо	Отлично

На рис. 1–4 приведены результаты проверки знаний студентов 1-го (41 человек), 2-го (49 человек), 3-го (58 человек) и 4-го (44 человека) курсов МФ в зимнюю сессию 2008–2009 учебного года. Экзамены проведены в письменном виде согласно разработанной модели. Студенты сдавали экзамены соответственно по дисциплинам: «Математический анализ» (часть 1 «Введение в анализ», часть 3 «Интегральное исчисление», часть 5 «Функции многих переменных») и «Теория функций комплексного переменного» (ТФКП). Сплошной жирной линией показан расчет по биномиальной вероятностно-статистической модели ВСМ-10 [3–5], соответствующей вероятности правильного ответа среднего студента $p = 0,7$. Из рис. 1–4 очевиден слабый общий уровень знаний студентов. Кроме того, отчетливо просматривается тенденция к расслоению студенческих групп на подгруппы слабых и сильных студентов при сильном размывании «класса средних студентов». Это расслоение, которое невозможно наблюдать при традиционной градации оценивания, влечет за собой серьезные трудности в реализации учебного процесса.

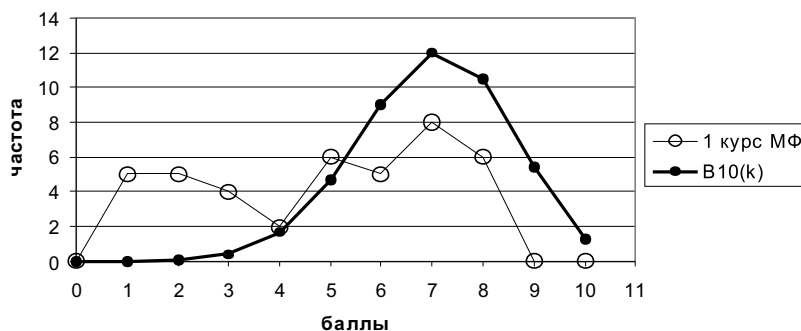


Рис. 1. Частотное распределение числа набранных баллов при сессионном оценивании знаний студентов 1 курса МФ по математическому анализу в сравнении с расчетом по ВСМ-10.

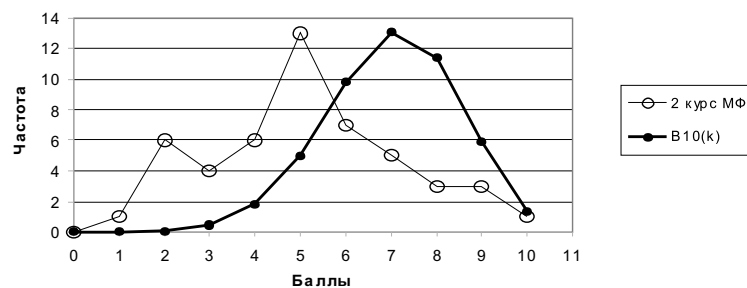


Рис. 2. Частотное распределение числа набранных баллов при сессионном оценивании знаний студентов 2 курса МФ по математическому анализу в сравнении с расчетом по ВСМ-10.

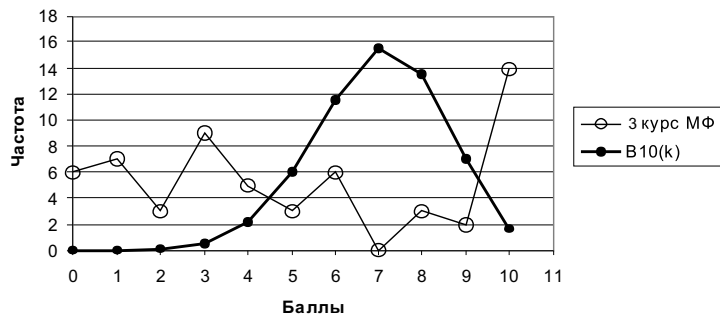


Рис. 3. Частотное распределение числа набранных баллов при сессионном оценивании знаний студентов 3 курса МФ по математическому анализу в сравнении с расчетом по ВСМ-10.

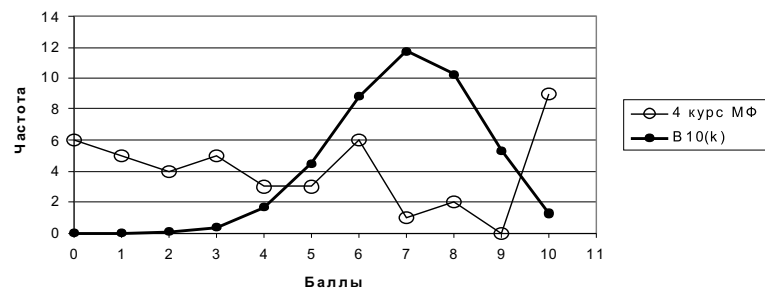


Рис. 4. Частотное распределение числа набранных баллов при сессионном оценивании знаний студентов 4 курса МФ по математическому анализу в сравнении с расчетом по ВСМ-10.

На рис. 5–8 представлены итоги описанной выше сессионной проверки знаний студентов-математиков МФ УрГПУ в официальном формате. Отмеченные выше проблемы качества образования на фа-

культете отчетливо видны и в такой обобщенной форме представления итогов сессии.

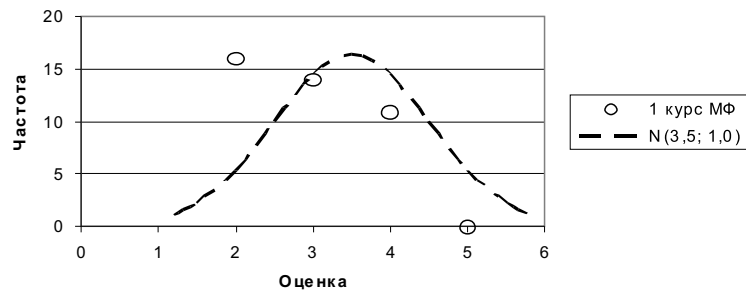


Рис. 5. Частотное распределение экзаменационных оценок при сессионном оценивании знаний студентов 1 курса МФ по математическому анализу в сравнении с кривой нормального опорного распределения $N(3,5; 1,0)$ [6–8].

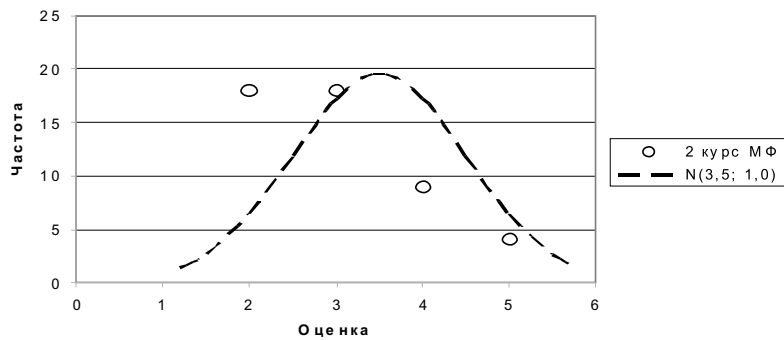


Рис. 6. Частотное распределение экзаменационных оценок при сессионном оценивании знаний студентов 2 курса МФ по математическому анализу в сравнении с кривой нормального опорного распределения $N(3,5; 1,0)$ [6–8].

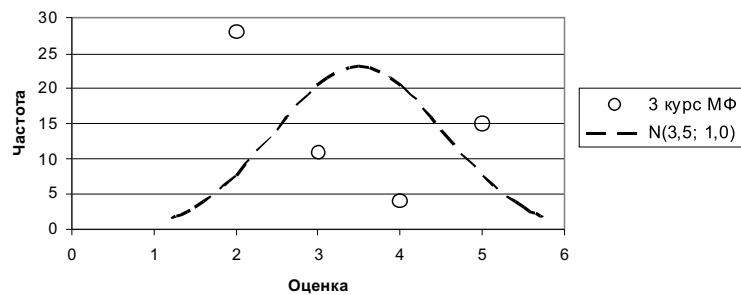


Рис. 7. Частотное распределение экзаменационных оценок при сессионном оценивании знаний студентов 3 курса МФ по математическому анализу в сравнении с кривой нормального опорного распределения $N(3,5; 1,0)$ [6–8].

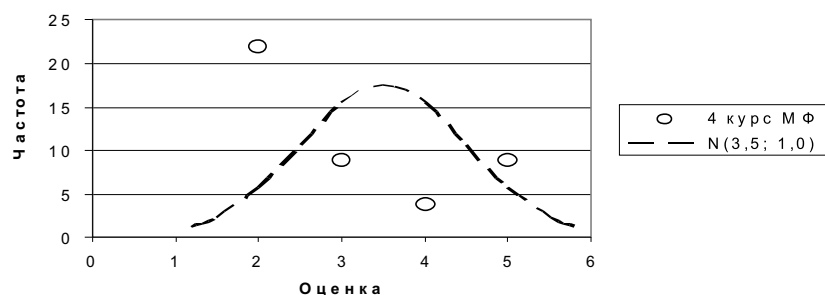


Рис. 8. Частотное распределение экзаменационных оценок при сессионном оценивании знаний студентов 4 курса МФ по математическому анализу в сравнении с кривой нормального опорного распределения $N(3,5; 1,0)$ [6–8].

Выделившаяся группа очень слабых студентов многочисленна на всех курсах, что приводит к большому количеству неудовлетворительных оценок и пересдач. Эта группа студентов нуждается в особой учебной и психолого-педагогической поддержке. Учебная поддержка таких студентов состоит в проведении дополнительных консультаций, индивидуальном подходе, помощи старшекурсников. Психолого-педагогическая поддержка состоит в проведении адаптационных тренингов, создании ситуации успеха и др.

Таким образом, разработана модель реорганизации традиционного сессионного экзамена в вузе с внесением инновационных элементов. Новшества касаются способа формирования экзаменационного билета с учетом структуры и содержания дидактических единиц ГОС ВПО, а также более детальной проверки решений. Модель апробирована в ходе зимней экзаменационной сессии 2008–2009 учебного года при контроле знаний студентов 1–4 курсов (всего 192 человека) МФ УрГПУ по блоку дисциплин, закрепленных за кафедрой математического анализа. Проведенный углубленный статистический анализ «проблемных зон качества» образовательного процесса на факультете позволил выработать ряд конкретных рекомендаций по устранению несоответствий. Разработанная модель, несомненно, способствует повышению эффективности, объективности и открытости измерения уровня знаний студента по дисциплине в процессе экзамена и является эффективным инструментом для улучшения качества педагогического процесса.

Литература

1. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Оценка остаточных знаний по математическому анализу студентов математического факультета педагогического университета // Актуальные вопросы преподавания математики и информатики.—Биробиджан: ДГСГА, 2008.—С. 8–11.
2. Медведев Н. В., Рубцова С. Ю. Оценка и ее взаимосвязь с контролем, измерением и диагностикой в управлении качеством образования // Стандарты и мониторинг в образовании.—2008.—№ 2.—С. 19–22.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика.—М.: Высшее образование, 2006.—479 с.
4. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Простая вероятностно-статистическая модель количественной оценки знаний учащихся // Alma mater.—2008.—№ 7.—С. 55–61.
5. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Вероятностно-статистическая модель равно- и неравно-взвешенного подходов к количественному оцениванию знаний учащихся // Качество. Инновации. Образование.—2008.—№ 10.—С. 12–16.
6. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Статистические методы исследования и оценки результатов экзаменационной сессии в вузе // Математика в образовании.—Чебоксары: ЧувГУ, 2008.—Вып. 4.—С. 18–21.
7. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Динамика успеваемости студентов-математиков при обучении в УрГПУ в период поступления 2001 — выпуска 2006 гг. // Качество. Инновации. Образование.—2008.—№ 8.—С. 20–26.
8. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Анализ успеваемости студентов-математиков // Alma mater.—2008.—№ 9.—С. 47–51.

Приложение

ГОУ ВПО Уральский государственный университет

Математический факультет

Кафедра математического анализа

Учебная дисциплина: «Математический анализ».

Раздел: «Интегральное исчисление». Семестр: 3

Дата экзамена: «__» января 2009 г. Студент: _____. Группа: М-_____

ДЕ	ДЕ-1		ДЕ-2				ДЕ-3		ДЕ-4	
Задание	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	4.1	4.2
Баллы										

Общая сумма баллов: _____. Итоговая оценка: _____. Экзаменатор: _____

Вариант 1

*ДЕ-1. Неопределенный интеграл
и основные методы интегрирования*

1.1. Вычислить интеграл $\int (4 - 3x)e^{-3x} dx$.1.2. Найти $\int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx$.

*ДЕ-2. Определенный интеграл.
Формула Ньютона — Лейбница*

2.1. Дать описание способа построения интегральной суммы.

2.2. Указать и доказать основные свойства определенных интегралов, выражаемые равенствами.

2.3. Вычислить интеграл $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1+\ln(x-1)}{x-1} dx$.2.4. Найти $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$.

*ДЕ-3. Понятие квадратуемой фигуры, кубуемого тела,
спрямляемой кривой*

3.1. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии существования площади плоской фигуры.

3.2. Вычислить длину дуги кривой, заданной в прямоугольной системе координат: $y = \ln x$, $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$.

ДЕ-4. Несобственные интегралы

4.1. Сформулировать определение понятия: несобственный интеграл I рода.

4.2. Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{x^4+1}$.

П р и м е ч а н и я.

1. Каждое задание оценивается по четырехбалльной шкале: «0» — задание не решено; «1/3» — решение задания намечено, но существенные для решения результаты не получены; «2/3» — получены существенные для решения результаты, но окончательное решение не получено; «1» — решение получено полностью.

2. Экзаменационная работа согласно ГОС ВПО содержит четыре дидактических единицы (ДЕ). Для зачета каждой ДЕ необходимо в ней набрать не менее половины от максимально возможного для нее числа баллов.

3. Для получения положительной оценки необходимо получить зачет всех четырех ДЕ.

4. Набранная общая сумма баллов переводится в экзаменационную оценку с помощью переводной таблицы (при условии зачета всех ДЕ).

5. Решение каждого задания следует завершать словом «Ответ: ...», а результаты интегрирования проверять дифференцированием.

Бодряков Владимир Юрьевич,
Жаворонков Владимир Дмитриевич,
Фомина Нина Гервасиевна
Екатеринбург, Уральский государственный
педагогический университет, математический факультет

О КОРРЕЛЯЦИИ УСПЕВАЕМОСТИ СО СТРУКТУРОЙ ИНТЕЛЛЕКТА ПО АМТХАУЭРУ СТУДЕНТОВ- МАТЕМАТИКОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ВУЗА

В. Ю. Бодряков, О. С. Лашкова, Н. Г. Фомина

Несомненна актуальность проблемы повышения качества высшего профессионального образования. О нем судят, прежде всего, по уровню успеваемости. Отсюда следует актуальность поиска психолого-педагогических средств повышения успеваемости учащихся. В частности, выявление значимой корреляции уровня знаний со структурой интеллекта позволило бы разработать комплекс мероприятий по повышению уровня успеваемости путем воздействия на наиболее восприимчивые компоненты структуры интеллекта.

На математическом факультете (МФ) Уральского государственного педагогического университета (УрГПУ) силами кафедры математического анализа на протяжении 10-ти последних лет ведется мониторинг развития структуры интеллекта (профилей интеллекта) студентов с использованием теста Амтхауэра [1, 2]. В эти же годы регулярно проводилась проверка (срез) остаточных знаний по профильным математическим дисциплинам [3]. Поскольку показатели структуры интеллекта первокурсников разных лет поступления различны (в частности, произошли статистически значимые ухудшения в показателе уровня оперативной логической памяти — субтест 9), то такие продолжительные исследования не только не теряют своей актуальности, но, напротив, становятся важным инструментом прогнозирования и необходимой коррекции педагогического процесса. В данной работе приводятся результаты корреляционного анализа взаимной зависимости успеваемости студентов 3-го курса поступления 2006 г. с их профилями интеллекта. В исследовании приняли участие три студенческих группы, всего 50 человек.

Как известно, тест Амтхауэра состоит из 9 субтестов [1]. Субтест 1 показывает уровень практического интеллекта; субтест 2 выявляет уровень интуитивного понятийного мышления; субтест 3 — уровень понятийно-логического мышления; субтест 4 — уровень категоризации; субтест 5 — уровень математической интуиции; субтест 6 — уровень формально-логического мышления; субтест 7 — уровень образного синтеза; субтест 8 — уровень пространственного мышления; субтест 9 — уровень оперативной логической памяти.

Кроме того, проведен срез остаточных знаний студентов по математическому анализу (МА) за первый курс по теме «Предел функции», выбранной по той причине, что понятие предела лежит в основе всего «здания» МА.

Уровень значимости корреляции баллов, набранных по каждому из девяти субтестов, с баллами по срезу остаточных знаний определялся величиной коэффициента линейной корреляции R . Установлено, что наиболее значимая положительная корреляция наблюдается для субтестов 5 ($R^2 = 0,86$), 6 ($R^2 = 0,79$) и 9 ($R^2 = 0,93$). Статистические гипотезы о значимости отличия коэффициента корреляции от нуля проверялись с помощью t -критерия Стьюдента на уровне значимости $\alpha = 0,05$.

На рис. 1 приведена корреляционная диаграмма для показателей субтеста 5 (математическая интуиция).

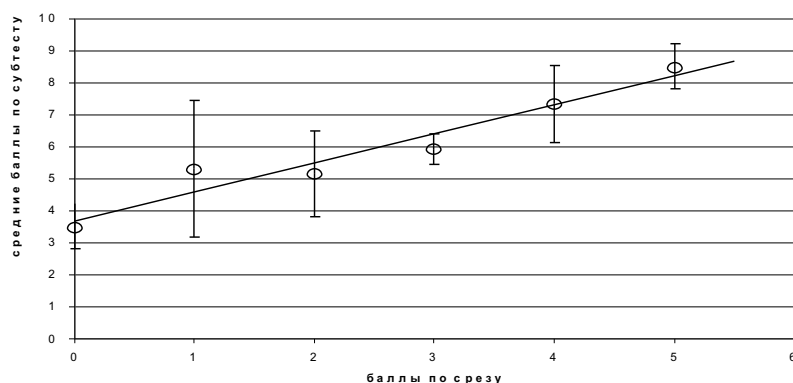


Рис. 1. Корреляционная диаграмма средних баллов по субтесту 5 (математическая интуиция) и результатов среза знаний по МА. Показаны также планки стандартных ошибок в определении средних баллов.

Заметим, что наличие математической интуиции позволяет человеку сразу видеть тип задачи и метод ее решения, применять стандартные приемы и операции там, где они требуются, контролировать «прикидкой» правильность получаемых результатов. Конечно, наличие высоких показателей по субтесту 5 (математическая интуиция) априорно не гарантирует высоких показателей срезов знаний, но, тем не менее, вносит существенный вклад в уровень успеваемости студентов. То же самое можно сказать о тестах 6 (формально-логическое

мышление) и 9 (оперативная логическая память). Они также не гарантируют заранее высоких учебных показателей, но благоприятствуют их появлению при должной работоспособности студента.

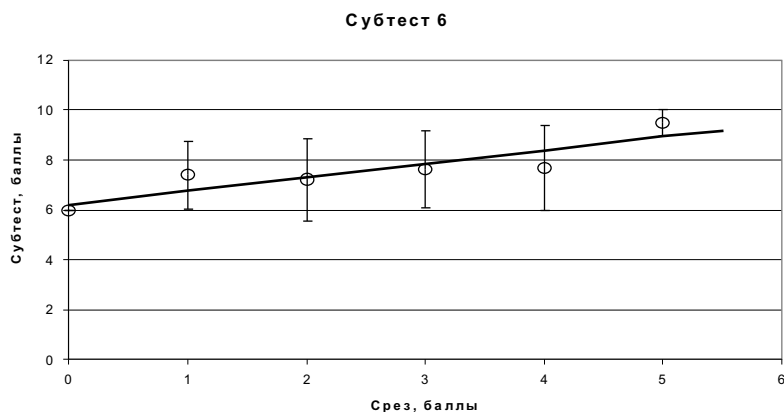


Рис. 2. Корреляционная диаграмма средних баллов по субтесту 6 (формально-логическое мышление) и результатов среза знаний по МА.

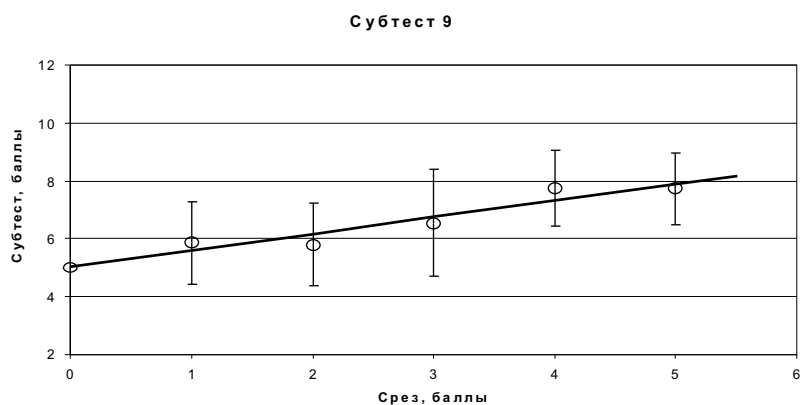


Рис. 3. Корреляционная диаграмма средних баллов по субтесту 9 (оперативная логическая память) и результатов среза знаний по МА.

Субтест 6 (формально-логическое мышление) фиксирует способность умения оперировать отношениями, зависимостями безотносительно к качественному содержанию информации, совершать различные логические преобразования самих операций. На базе развитого понятийного логического мышления может формироваться

полноценное абстрактное мышление, которое поднимает функционирование интеллекта на качественно более высокий уровень. Оперативная логическая память (ее уровень отражают показатели субтеста 9) формируется в результате преобразования памяти на основе понятийного мышления. Как известно, запоминание предваряется осмыслением, структурированием информации, выделением ее внутренней закономерной логики. Выделенная таким образом структура (план, схема) и подлежит сознательному запоминанию, а вся остальная качественная, содержательная информация сохраняется в памяти в связи со схемой [2].

Таким образом, для обеспечения устойчивого планомерного повышения уровня успеваемости студентов необходимо обратить внимание, прежде всего, на развитие таких структур интеллекта, как математическая интуиция, формально-логическое мышление, оперативная логическая память. Такое развитие можно осуществлять с помощью целенаправленного педагогического воздействия. Опыт положительной работы в этом направлении (в частности, развитие математической интуиции) имеется на кафедре математического анализа МФ УрГПУ [2].

Литература

1. Ясюкова Л. А. Тест структуры интеллекта Р. Амтхауэра (IST). Методическое руководство.—СПб.: ИМАТОН, 2002.—80 с.
2. Фомина Н. Г. Семиотико-синергетический подход к моделированию интуиции // Качество. Инновации. Образование.—2008.—№ 11.—С. 13–20.
3. Бодряков В. Ю., Тропов А. П., Фомина Н. Г. Оценка остаточных знаний по математическому анализу студентов математического факультета педагогического университета // Актуальные вопросы преподавания математики и информатики.—Биробиджан: ДГСГА, 2008.—С. 8–11.

Бодряков Владимир Юрьевич,
Лашкова Ольга Сергеевна,
Фомина Нина Гervasиевна
Екатеринбург, Уральский государственный
педагогический университет, математический факультет

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ СТРУКТУРЫ ИНТЕЛЛЕКТА
ПО АМТХАУЭРУ НА ОТЧИСЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА УРГПУ
ПОСТУПЛЕНИЯ 2006 ГОДА

В. Ю. Бодряков, Е. Н. Нигматуллина, Н. Г. Фомина

Одним из наиболее ярких и в то же время наименее исследованных свидетельств наличия проблем в качестве педагогического процесса в вузе является отчисление неуспевающих студентов. Между тем, вскрытие глубинных причин отчисления студентов с факультетов вузов позволило бы значительно повысить качество образования.

Целью настоящей работы было изучение вопроса о влиянии структуры интеллекта по Амтхауэру на отчисление студентов математического факультета (МФ) УрГПУ поступления 2006 г. Естественно было бы предположить, что студенты, не справившиеся с трудностями учебы и отчисленные с МФ, имеют более низкие показатели структуры интеллекта, чем студенты, продолжившие обучение. Это предположение требует, тем не менее, своей экспериментальной проверки.

В 2006 г. на МФ поступило 99 человек. Первое тестирование структуры интеллекта этих студентов по методике Амтхауэра [1] было проведено осенью 2006 г. (79 человек) и затем повторялось ежегодно. За период обучения на МФ (осень 2006 — осень 2008 гг.) из 79 первоначально протестированных студентов было отчислено 27 человек. Напомним, что тест Амтхауэра состоит из 9 субтестов, измеряющих интеллектуальные компоненты способностей: 1-й субтест — практический интеллект; 2-й — интуитивное понятийное мышление; 3-й — понятийное логическое мышление; 4-й — понятийная категоризация; 5-й — математическая интуиция; 6-й — формально-логическое мышление; 7-й — образный синтез; 8-й — пространственное мышление; 9-й — оперативная логическая память. Как показывают исследования [1], структура интеллекта должна иметь показатели, уровень которых не ниже определенного (называемого профессиональным). Систематические исследования структуры интеллекта и работа по формированию профессионального профиля интеллекта студентов ведутся на кафедре математического анализа МФ УрГПУ с 2000 г.

На рис. 1 показано распределение показателей структуры интеллекта (профили интеллекта) для студентов, продолжающих обучение (52 человека), и для отчисленных студентов. Для сопоставле-

ния показано модельное распределение, соответствующее профессиональному математику-педагогу (МП). Из рис. 1 видно, что, действительно, уровень показателей структуры интеллекта для отчисленных студентов ниже по всем субтестам, кроме 7. Однако статистическая значимость этих различий нуждается в количественном подтверждении. Тем более что фактические распределения баллов по каждому конкретному субтесту для студентов групп ОС и ПС в значительной степени пересекаются.

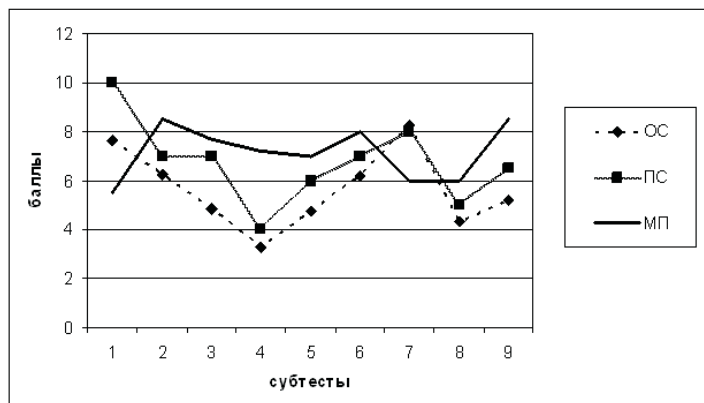


Рис. 1. Распределение средних значений показателей по тесту Амтхауэра студентов отчисленных (ОС, пунктирная линия), продолживших обучение (ПС, тонкая сплошная) и профессионального математика-педагога (МП, жирная сплошная линия).

Одним из наиболее мощных критериев, позволяющих решить данную проблему, является угловое преобразование ϕ^* Фишера [2]. Этот критерий предназначен для сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего исследователя эффекта. Под эффектом мы будем понимать значимое превышение доли студентов группы ПС, набравших баллы по данному субтесту, которые превышают общее среднее, над долей студентов группы ОС. Иными словами, при наличии эффекта распределение для группы ПС будет статистически значимо смещено вправо относительно распределения группы ОС.

Критерий оценивает достоверность различий между процентными долями двух выборок, в которых зарегистрирован интересующий нас эффект. Суть углового преобразования Фишера состоит в переводе процентных долей в величины центрального угла, который из-

меряется в радианах. Большой процентной доле будет соответствовать больший угол ϕ , а меньшей доле — меньший угол, но соотношения здесь не линейные: $\phi = 2 \cdot \arcsin(\sqrt{P})$, где P — процентная доля, выраженная в долях единицы.

При увеличении расхождения между углами ϕ_1 и ϕ_2 и увеличении численности выборок значение критерия возрастает. Чем больше величина ϕ^* , тем более вероятно, что различия достоверны.

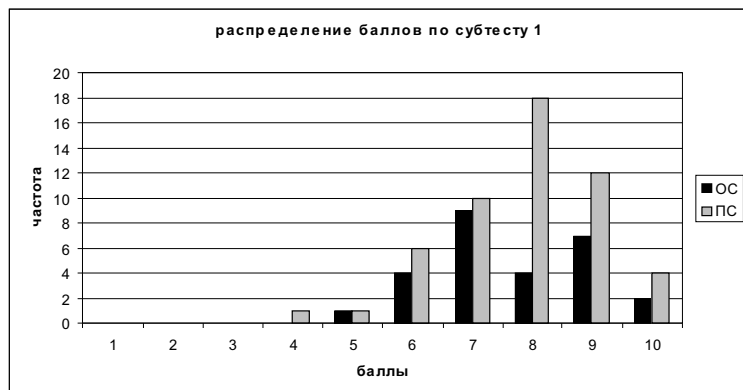


Рис. 2. Распределение показателей по тесту Амтхауэра (субтест 1) для студентов отчисленных (ОС, черные столбцы) и продолживших обучение (ПС, светлые столбцы).



Рис. 3. Распределение показателей по тесту Амтхауэра (субтест 3) для студентов отчисленных (ОС, черные столбцы) и продолживших обучение (ПС, светлые столбцы).



Рис. 4. Распределение показателей по тесту Амтхауэра (субтест 5) для студентов отчисленных (ОС, черные столбцы) и продолживших обучение (ПС, светлые столбцы).

На рис. 2–4 приведены распределения баллов по субтестам 1, 3, 5. Хотя небольшое относительное смещение распределений для групп ПС и ОС наблюдается, его статистическая значимость не очевидна и требует подтверждения. Именно поэтому для выявления статистически достоверных различий в распределениях приходится применять достаточно мощный статистический критерий, каким является угловое преобразование Фишера. Выдвинуты следующие статистические гипотезы:

H_0 : доля студентов группы ПС, имеющих баллы по данному субтесту больше общего среднего, не превышает долю студентов группы ОС;

H_1 : доля студентов группы ПС, имеющих баллы по данному субтесту больше общего среднего, превышает долю студентов группы ОС.

Результаты проверки статистических гипотез H_0 , H_1 по субтестам 1–9 теста Амтхауэра приведены в табл. 1. Можно утверждать, что по большинству показателей структуры интеллекта (субтесты 2, 4, 6–9) статистически значимых различий между отчисленными студентами и студентами, продолжающими обучение, нет (на уровне значимости $\alpha \sim 0,07$). Статистически достоверно показатели студентов группы ОС ниже показателей студентов группы ПС по субтестам

1, 3, 5 (см. табл. 1, рис. 2–4), в том числе наиболее значимо по субтесту 3 (понятийное логическое мышление) и субтесту 5 (математическая интуиция).

Таблица 1

**Результаты проверки статистических гипотез H_0 , H_1
по субтестам 1–9 теста Амтхауэра**

Номер субтеста	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Принятая гипотеза	H_1 , $\alpha = 0,069$	H_0	H_1 , $\alpha = 0,034$	H_0	H_1 , $\alpha = 0,04$	H_0	H_0	H_0	H_0

Проведенные исследования позволяют сделать следующий вывод: основными причинами отчислений явились не столько низкие показатели студентов группы ОС по структуре интеллекта по сравнению с группой ПС (как можно было бы ожидать), сколько психологические причины: разочарование в выбранной профессии, трудность учебы на МФ, усугубляемая слабой школьной математической подготовкой, отсутствие достаточных стимулов к учебе. Причины сложившегося положения дел, несомненно, комплексны и для исправления ситуации необходимо вести более активную профориентационную работу, шире применять индивидуальный подход к студентам в адаптационный период (первый год обучения), проводить целенаправленные дополнительные занятия по элементарной математике, вести пропаганду ценности математического знания. Целенаправленная и систематическая работа над формированием элементов профессиональной структуры интеллекта позволяет успешно преодолевать отмеченные трудности при обучении студентов-математиков педагогического вуза [3, 4].

Литература

1. Ясюкова Л. А. Тест структуры интеллекта Р. Амтхауэра (IST). Методическое руководство.—СПб.: ИМАТОН, 2002.—80 с.
2. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии.—СПб.: Речь, 2000.—350 с.
3. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Системный подход к формированию элементов профессиональной структуры интеллекта студентов-математиков // Мат. вестник педвузов и ун-тов Волго-Вятского региона.—Киров: ВятГУ, 2008.—Вып. 10.—С. 140–143.

4. Фомина Н. Г. Семиотико-синергетический подход к моделированию интуиции // Качество. Инновации. Образование.—2008.—№ 11.—С. 13–20.

Бодряков Владимир Юрьевич,
Нигматуллина Елена Нартиковна,
Фомина Нина Гervasиевна
Екатеринбург, Уральский государственный
педагогический университет, математический факультет

УГЛУБЛЕННЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УСПЕВАЕМОСТИ СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В. Ю. Бодряков, А. П. Торопов, Н. Г. Фомина

Несомненно, что вопросы повышения качества образования, являющиеся приоритетными для любого общества, становятся особенно значимыми для постиндустриального общества, которое формируется в мире и, в частности, в России [1]. Важнейшим элементом повышения качества является его постоянное измерение, сопоставление с установленными требованиями и внесение необходимых корректив, т. е., фактически, обеспечение непрерывного мониторинга качества работы системы. Сказанное в полной мере относится и к образовательным системам, принципиальной отличительной особенностью которых является наличие и выраженное влияние человеческого фактора (см., например, [2–4]).

При мониторинге качества образования в вузе, помимо самого простого статистического анализа итогов сдачи текущих сессионных экзаменов, важен также мониторинг успеваемости студентов на протяжении всего срока обучения. Для адекватной количественной оценки качества учебного процесса важно иметь опорные количественные критерии сравнения. Ухудшение наблюдаемых показателей по отношению к опорным сигнализирует о необходимости более пристального внимания к ходу учебного процесса. Одной из неизбежных сторон учебного процесса в вузе и одновременно одним из наиболее выраженных показателей наличия проблем в качестве педагогического процесса («болевых точек качества» или «проблемных зон качества») является отчисление неуспевающих студентов.

Углубленный статистический анализ динамики успеваемости этой группы студентов не менее, а может быть и более важен, чем анализ успеваемости более успешных студентов. Сессионные оценки студентов являются одним из самых естественных и важных индикаторов качества образования. В настоящей работе проведено статистическое исследование и оценка итогов сдачи всех десяти экзаменационных сессий студентов математического факультета (МФ) УрГПУ, поступивших на факультет в 2003 г. и окончивших вуз в 2008 г. Работа развивает и углубляет подход, применявшийся нами ранее [5]. Целью исследования были статистический анализ динамики сессионных оценок студентов по основным изученным дисципли-

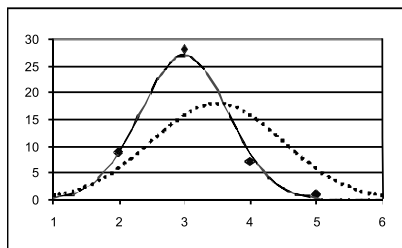
нам; оценка качества педагогического процесса на факультете; выработка рекомендаций, основанных на фактических данных. Особое внимание уделено сравнительному анализу успеваемости различных групп студентов.

В 2003 г. на математический факультет УрГПУ поступило 109 абитуриентов. В 2008 г. выпускников было 50. Из них поступили на первый курс в 2003 г., обучались без перерывов и окончили вуз в 2008 г. 45 человек. Эту группу студентов назовем группой непрерывного специалитета (группа НС). Поток студентов, обучавшихся на факультете в период 2003–2008 гг., назовем общей группой (группа О). Состав группы НС постоянен; состав группы О изменялся от сессии к сессии в силу отчисления неуспевающих студентов, перехода части студентов в бакалавриат, появления новых студентов, например, при восстановлении из академического отпуска, и т. д.

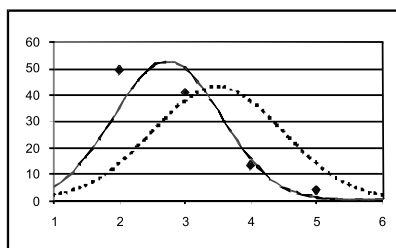
При обучении на математическом факультете студентами изучались следующие дисциплины: математический анализ (МА), алгебра, геометрия, история, психология, теория обучения, философия, экономика, социология, история образования и педагогическая мысль (ИОиПМ), теория и методика обучения математике (ТиМОМ), теория функций действительного переменного (ТФДП), теория функций комплексного переменного (ТФКП), числовые системы, физика, дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными (ДУиУЧП), элементарная математика, возрастная педагогика, математическое моделирование и численные методы (ММиЧМ). Данные об оценках собирались по группам, затем по каждой сессии сводились в общую для каждого курса таблицу. Фиксировалось время окончания сбора сведений (от даты официального начала каждой сессии до даты ее официального завершения). Вне-сессионные пересдачи не учитывались. Число студентов, не допущенных к экзамену или не явившихся на его сдачу, объединялось с числом студентов, получивших оценку «неудовлетворительно». В качестве опорного распределения принято нормальное распределение $N(a; \sigma^2)$ с параметрами $N(3, 5; 1, 0)$ [5]. Обработка данных проводилась с помощью статистических методов [6].

На рис. 1 в качестве примера представлены частотные распределения сессионных оценок по математическому анализу, который изучался в I–V семестрах. Левая колонка представляет данные для студентов группы НС, правая — для студентов группы О. Временная динамика средних оценок по МА и соответствующих среднеквадра-

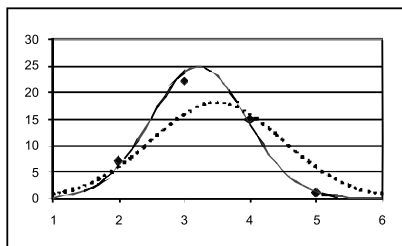
тических отклонений (СКО) отражена на рис. 2. Сопоставление данных для обеих групп показывает в целом сходную динамику показателей успеваемости: распределения оценок близки к нормальным и приближаются к опорному распределению к V сессии; средние баллы по дисциплине возрастают, однако для студентов группы О этот рост немонокотонен (в четвертую сессию средний балл у этих студентов заметно снизился, но потом снова начал увеличиваться). СКО заметно возрастают в I–IV сессии и затем убывают. Вместе с тем, средний балл по математическому анализу для студентов группы НС практически всюду (за исключением IV сессии) на $0,1 \div 0,2$ балла выше, чем для студентов группы О. СКО, напротив, для студентов группы НС всюду ниже. Эти данные выглядят естественными и их можно интерпретировать, как свидетельство большей однородности и большей нацеленности на учебу студентов группы НС. Тот факт, что результаты четвертой сессии по МА выделяются из общей картины, можно объяснить тем, что в IV семестре поменялся преподавательский состав и практические занятия проводил молодой специалист. Поведение оценок по другим профильным дисциплинам выглядит, в целом, аналогично описанным.



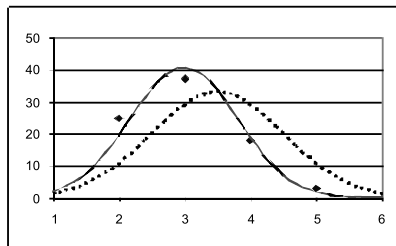
I сессия



I сессия



II сессия



II сессия

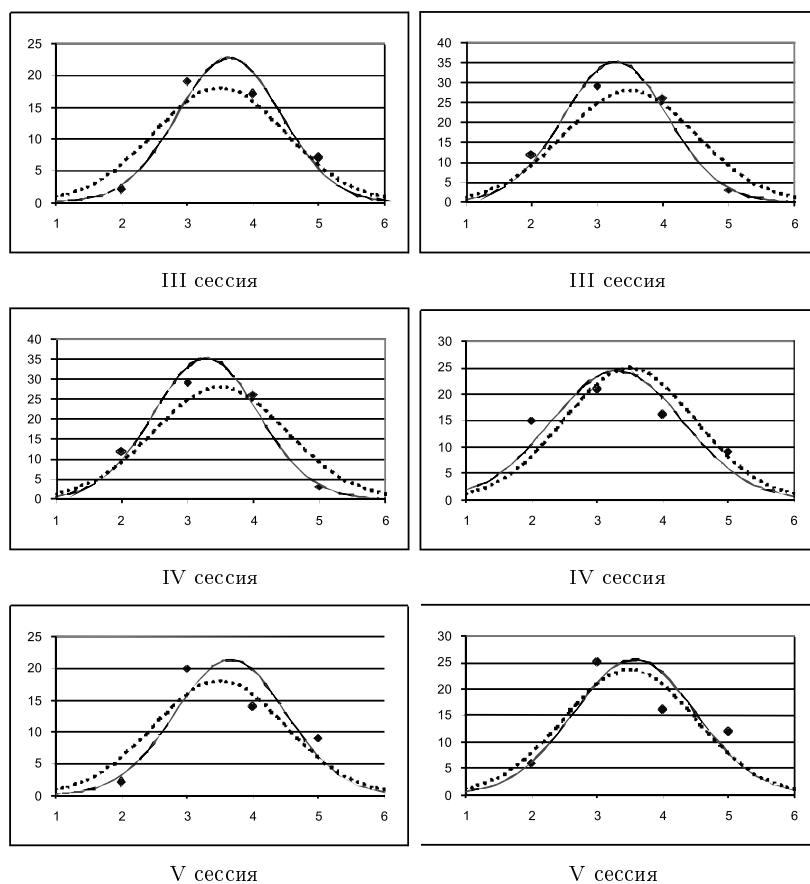
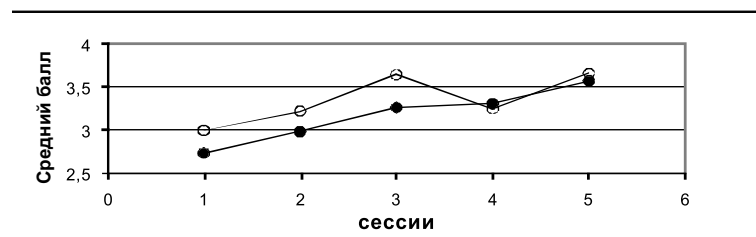


Рис. 1. Частотные распределения оценок по МА по итогам I–V экзаменационных сессий (слева данные для группы НС, справа — для группы О). Символы — фактические данные, линии — расчет. Сплошная линия — нормальная кривая аппроксимирующая фактические данные; пунктир — опорная нормальная кривая $N(3, 5; 1, 0)$.



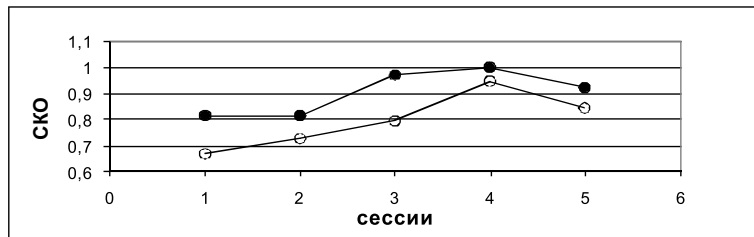


Рис. 2. Временная динамика изменения средних баллов и СКО по математическому анализу. Черные кружки — данные по студентам группы О, белые кружки — данные по студентам группы НС.

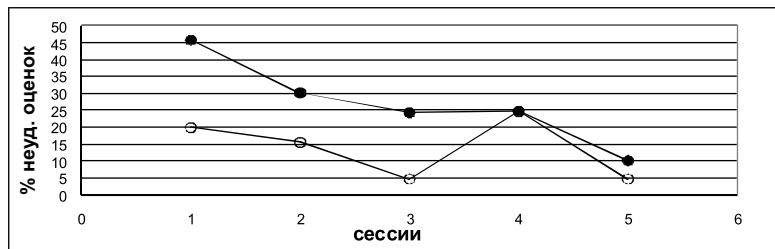


Рис. 3. Временная динамика относительной доли неудовлетворительных оценок по математическому анализу. Черные кружки — данные по студентам группы О, белые кружки — данные по студентам группы НС.

Временная динамика относительной доли неудовлетворительных оценок по математическому анализу приведена на рис. 3. Как и следовало ожидать, для студентов группы НС доля «двоек» существенно ниже, чем для студентов группы О, однако и не является малой. Это приводит к большому числу пересдач экзамена в послесессионный период студентами группы НС (еще одна «болевая точка» качества учебного процесса). Студентами группы НС проблемы своевременно устранялись, в отличие от отчисленных впоследствии студентов группы О. Данные рис. 3 позволяют предположить, что максимальная доля неудовлетворительных оценок не должна превышать $\sim 20\%$; превышение этого процента, по-видимому, следует рассматривать как указание на наличие серьезных и требующих оперативных корректирующих воздействий проблем, связанных с качеством педагогического процесса.

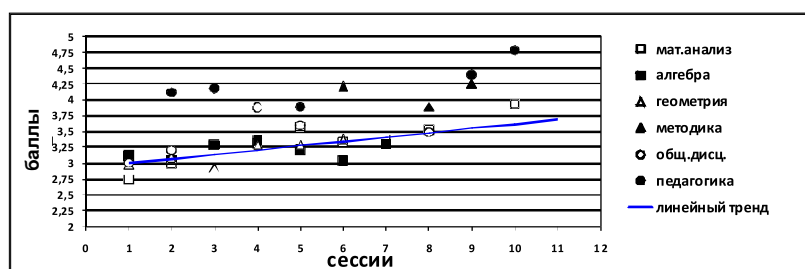


Рис. 4. Группа О: временная динамика изменения средних баллов по экзаменуемым дисциплинам (символы). Прямая — линейный тренд по математическим дисциплинам.

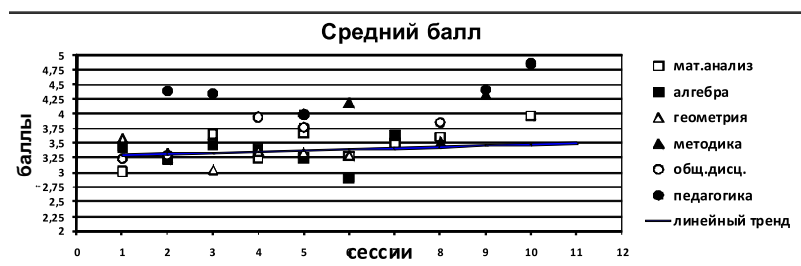


Рис. 5. Группа НС: временная динамика изменения средних баллов по экзаменуемым дисциплинам (символы). Прямая — линейный тренд по математическим дисциплинам.

Нами был проведен посессионный анализ изменения средних баллов по дисциплинам, объединенным в 6 групп: математический анализ, алгебра, геометрия, методика преподавания, общие дисциплины и педагогика. Из полученных данных видно, что средние баллы для обеих групп по математическим дисциплинам с I по VIII сессию в среднем демонстрируют устойчивый рост, близкий к линейному тренду (рис. 4, 5). Для студентов группы НС картина по среднему баллу отличается тем, что средние баллы для них превышают средние баллы для студентов группы О, однако угловой коэффициент линейного тренда гораздо меньше. Средние баллы по нематематическим дисциплинам для обеих групп студентов близки и заметно превышают средние баллы по математическим дисциплинам. Значительное превышение средних баллов по нематематическим дисциплинам (история, психология, теория обучения, философия, экономика, социология и др.) средних баллов по математическим дисци-

плинам свидетельствует об учебной недогруженности студентов-математиков и, как результат, недостаточной напряженности учебного процесса по этим дисциплинам. Преподавателям нематематических дисциплин рекомендуется усилить уровень требований и контроля. Это позволит унифицировать степень напряженности учебы по различным дисциплинам и сделает обучение студентов более эффективным и интересным.

Для всех студентов были подсчитаны средние баллы по итогам каждой сессии, затем были построены распределения по среднему баллу для студентов группы О и студентов группы НС. В данном случае учитывалось, что студент, не пришедший на экзамен, формально получал «1». В качестве примера на рис. 6 приведены гистограммы по итогам первой, четвертой, седьмой и десятой сессий. На гистограммах отчетливо видна временная динамика числа студентов, не сдавших сессию, которые в последующем были отчислены. Число этих студентов на протяжении курса обучения изменяется немонотонным образом. Большинство таких студентов наблюдается на первых двух курсах, однако таковые имеются и на выпускном, пятом, курсе. Последнее является весьма негативным показателем с учетом того естественного обстоятельства, что преподаватели склонны проявлять большую педагогическую снисходительность к выпускникам. В целом распределения выражено смещаются вправо к более высоким оценкам.

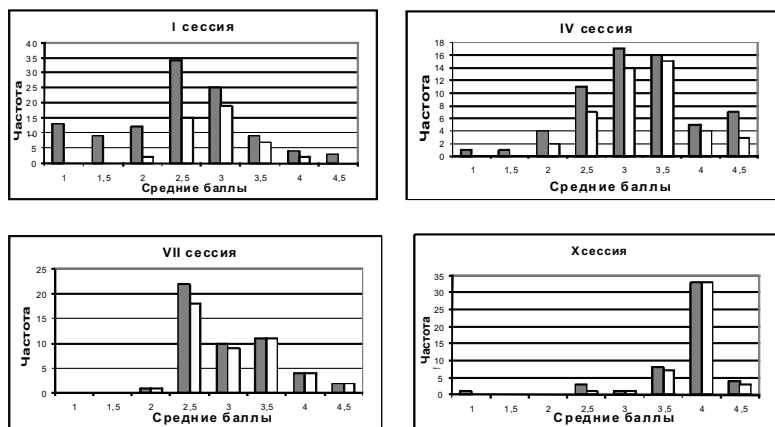


Рис. 6. Распределение по средним баллам студентов для группы О (темные столбцы) и для группы НС (белые столбцы) в I, IV, VII, X сессии.

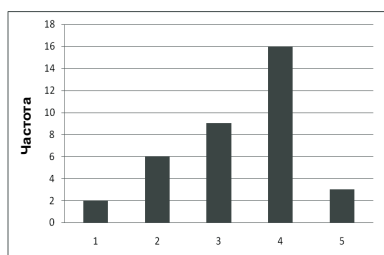


Рис. 7. Частотное распределение отчисленных студентов по числу несданных учебных дисциплин.

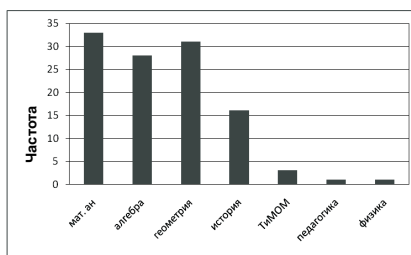


Рис. 8. Частотное распределение учебных дисциплин, задолженности по которым стали причиной отчисления студентов.

Чтобы выяснить причину отчислений, были проанализированы распределения несданных сессионных экзаменов отчисленными студентами. На рис. 7 в виде гистограмм представлены частотные распределения для студентов, не сдавших от одного до пяти предметов. Из рис. 7 видно, что наибольшее количество студентов (16 человек) было отчислено из-за несдачи 4-х дисциплин (после нескольких безуспешных попыток). Таким образом, отчисленные студенты — это студенты с большим числом задолженностей. Рекомендуется проведение дополнительных психолого-педагогических исследований и мотивационных тренингов для студентов — кандидатов на отчисление. Подобные исследования, основанные на изучении структуры интеллекта по методике Амтхауэра, частично описаны нами ранее [9–11].

Для выяснения наиболее частых причин отчисления студентов с факультета были проведены дополнительные углубленные исследования. Установлено, что основными причинами отчислений на первых курсах являются академические задолженности по математическому анализу, алгебре и геометрии; на более старших курсах — по педагогике и ТиМОМ. На рис. 8 представлены гистограммы частотных распределений «проблемных» дисциплин. Так, МА стал одной из причин (возможно, наряду с другими дисциплинами) в 33 случаях. Видно, что основной причиной отчисления с факультета студентов младших курсов являются неудовлетворительные оценки по математическим дисциплинам. Основной причиной отчисления старшекурсников является педагогика и (или) ТиМОМ. Очевидно, большая степень индивидуализации работы со студентами, особенно на старших курсах, помогла бы в значительной степени исправить ситуацию.

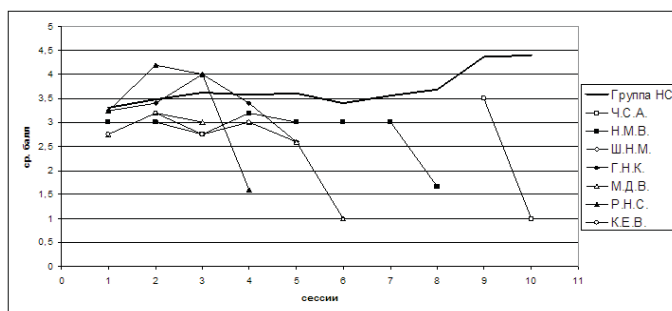


Рис. 9. Временная динамика изменения средних баллов по итогам сессий для студентов группы НС (сплошная жирная линия) и для студентов, отчисленных в IV–X сессии.

Были проанализированы средние баллы студентов, отчисленных в период с IV по X сессии. На рис. 9 представлена временная динамика изменения средних баллов по итогам сессий для данных студентов и для студентов группы НС. Из рис. 9 видно, что большинство из отчисленных студентов на протяжении нескольких семестров обучались неплохо и лишь в последнюю для них сессию они продемонстрировали низкие средние баллы. Возможно, у данных студентов в последний для них семестр произошли изменения в процессе обучения, которые привели в итоге к отчислению.

В заключение скажем, что было проведено статистическое исследование и оценка итогов сдачи всех 10-ти экзаменационных сессий студентов МФ УрГПУ поступления 2003 (109 человек) — выпуска 2008 гг. (50 человек). Была выделена группа студентов, прошедших непрерывно весь курс обучения (группа непрерывного специалитета (НС)) в 45 человек. Развита техника сравнительного погруппового количественного анализа качества образовательного процесса. Анализ показывает, что именно студенты группы О представляют собой «средний класс» среди студентов данного потока и положительная динамика именно их количественных показателей определяет качество учебного процесса на МФ в целом. Проведенный углубленный статистический анализ «проблемных зон качества» образовательного процесса на факультете позволил выработать ряд конкретных рекомендаций по устранению несоответствий. Мы полагаем, что постоянный углубленный мониторинг с развитой здесь (или аналогичной) техникой анализа, несомненно, послужит эффективным инструментом для улучшения качества педагогического процесса и сделает его более позитивным и результативным.

Литература

1. Шишов С. Е. Качество общего образования в постиндустриальном обществе // Стандарты и мониторинг в образовании.—2008.—№ 5.—С. 52–56.
2. Управление качеством образования: практико-ориентированная монография и метод. пособие / под ред. М. М. Поташника.—М.: Пед. общ-во России, 2000.—43 с.
3. Шаталов А. А., Афанасьев В. В., Афанасьева И. В., Гвоздева Е. А., Пичугина А. М. Мониторинг и диагностика качества образования.—М.: НИИ школьных технологий, 2008.—322 с.
4. Шаталов А. А., Афанасьев В. В., Афанасьева И. В., Гвоздева Е. А., Пичугина А. М. Психолого-педагогическая диагностика качества образовательного процесса.—М.: НИИ школьных технологий, 2008.—134 с.
5. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Динамика успеваемости студентов-математиков при обучении в УрГПУ в период поступления 2003–2008 гг. // Alma mater.—2008.—№ 9.—С. 47–51.
6. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика.—М.: Высшее образование, 2006.—479 с.
7. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Вероятностно-статистическая модель равно- и неравновзвешенного подходов к количественному оцениванию знаний учащихся // Качество. Инновации. Обр-ие.—2008.—№ 10.—С. 12–16.
8. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Простая вероятностно-статистическая модель количественной оценки знаний учащихся // Alma mater.—2008.—№ 7.—С. 55–61.
9. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Системный подход к формированию элементов профессиональной структуры интеллекта студентов-математиков // Мат. вестник педвузов и ун-тов Волго-Вятского региона.—Киров: ВятГУ, 2008.—Вып. 10.—С. 140–143.
10. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Статистическая обработка экспериментальных данных по структуре интеллекта студентов математического факультета УрГПУ как основа для оптимизации учебного процесса // Труды 2-ой международной научной конференции «Информационно-математические технологии в экономике, технике и образовании».—Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2008.—Вып. 4.—С. 281–287.
11. Фомина Н. Г. Семиотико-синергетический подход к моделированию интуиции // Качество. Инновации. Образование.—2008.—№ 11.—С. 13–20.

Бодряков Владимир Юрьевич,
 Торопов Алексей Петрович,
 Фомина Нина Гервасиевна
 Екатеринбург, Уральский государственный
 педагогический университет, математический факультет

БИДИХОТОМИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В. Ю. Бодряков, Н. Г. Фомина

Не вызывает сомнений актуальность проблемы адекватной количественной оценки качества образовательного процесса в любом образовательном учреждении (ОУ), последующая обработка и интерпретация результатов наблюдений, выработка плана необходимых корректирующих мероприятий и контроль их эффективности (см., например, [1–3]). Изложенная схема составляет основу мониторинга качества учебного процесса. Несомненна также актуальность и эффективность применения современного аппарата математической статистики [4, 5] для обработки информации на всех этапах мониторинга (см., например, [6–11]). Особую важность имеет проблема количественной оценки знаний учащихся. Официально знания оцениваются по 4-х балльной шкале: «2» (неудовлетворительно), «3» (удовлетворительно), «4» (хорошо), «5» (отлично). Некоторые авторы [5] считают, что оценивание знаний учащихся с помощью знаков «5», «4», «3», «2» представляет собой не количественный, как должно быть, а качественный (описательный) способ оценивания знаний. При таком подходе экзаменатор, выступающий в роли эксперта, относит учащегося к качественной категории «отличников», «хорошистов», «троечников» и «двоечников», что и символизируется оценками «5» – «4» – «3» – «2».

Одной из причин недостаточного качества современного российского образования является, в том числе, недостаточно объективный и непрозрачный характер оценивания знаний учащихся. Знания учащихся должно оценивать по объективной количественной шкале, и лишь затем набранные ими баллы, согласно заранее определенной процедуре, переводить (округлять) в привычные «5» – «4» – «3» – «2».

Ранее в [10, 11] нами рассмотрены несколько вариантов построения вероятностно-статистических моделей (ВСМ) количественной оценки (измерения) уровня знаний учащихся. По ВСМ каждый учащийся получает n (например, $n = 5$) приблизительно равных по сложности контрольных заданий, каждое из которых решает с вероятностью p (или не решает с вероятностью $q = 1 - p$). Набранная сумма баллов $k = 0, 1, \dots, n$ подчиняется биномиальному закону распределения вероятностей Бернулли и может быть переведена

в обычную итоговую оценку с помощью таблицы или иной заранее определенной процедуры. В дихотомической ВСМ (Д-ВСМ) решение заданий оценивается по бинарной шкале: «решено» — «не решено». Такой подход эффективен при несложных заданиях тестового типа с однозначным выбором единственно верного ответа. Однако подход оказывается слишком грубым при необходимости более тонкой оценки степени решения учащимся сложных задач или, например, при доказательстве теорем.

Мы предлагаем усовершенствованную бидихотомическую (БД-ВСМ) (удвоенную дихотомическую), удобную в учебном процессе модель количественного оценивания знаний учащихся и последующей интерпретации итогов. БД-ВСМ лишена недостатков как традиционного номенклатурного подхода к оцениванию знаний, так и излишней упрощенности Д-ВСМ; а сформированная по модели итоговая оценка может более эффективно выполнять свои педагогические функции. Проведено сравнение результатов модельных расчетов с эмпирическими данными.

Считаем, что экзаменационный материал разбит на некоторое количество примерно равных по сложности вопросов (заданий). Задания должны соответствовать требованиям государственного образовательного стандарта (ГОС). Примем для удобства, что каждый учащийся получает $n = 5$ примерно одинаковых по сложности теоретических и практических заданий из разных разделов оцениваемой дисциплины. Число заданий $n = 5$ удобно для последующего выведения итоговой оценки, но может быть и другим, например, соответствующим количеству дидактических единиц (ДЕ) ГОС. Задания могут быть заданы любым способом (устно, письменно); форма проверки знаний также может быть любой. Особенностью БД-ВСМ является именно способ оценивания решения. В отличие от бинарной дихотомической модели, где задание оценивается в терминах «решено» — «не решено», в бидихотомической модели применяется вдвое более подробная шкала оценивания. Как указывалось, бинарная дихотомическая модель оценивания подходит для простых заданий тестового типа. Более сложные задания подразумевают более детальное, например, бидихотомическое, оценивание.

В зависимости от степени решения каждого задания по БД-ВСМ учащийся может получить 1 балл (или, символически, «+»), если задача решена исчерпывающе; 2/3 балла (или «±»), если, в целом, решение близко к завершению, однако имеются погрешности и неточ-

ности, не позволившие получить верный ответ; $1/3$ балла (или « $\mp$ ») выставляется учащемуся, если общий ход решения намечен верно, но существенного продвижения еще нет; наконец, 0 баллов (« $-$ ») за задание выставляется, если решение полностью неверно или отсутствует. По сути, экзаменационное испытание по БД-ВСМ также проходит по схеме Бернулли [4, 5]. Поскольку за каждое из пяти заданий учащийся может получить баллы из множества $\{0; 1/3; 2/3; 1\}$, то полное набранное число баллов может изменяться от 0 до 5 с шагом $1/3$ и распределено по биномиальному закону. Фактически, решение каждого задания разбивается на три последовательных этапа (подзадачи) и оценивается степень «продвижения» учащегося по пути решения. Число исходов варьируется от $k = 0$ до $k = k_{\max} = 15$. Вероятность k -го исхода с $m = k/3$ набранными баллами определяется биномиальным законом:

$$B_{15}(k) = C_{15}^k \cdot p^k \cdot q^{15-k}, \quad (1)$$

где p — вероятность успеха (решения очередной подзадачи); $q = 1 - p$ — вероятность неудачи. Как нами показано ранее [7–9], для среднего студента $p \approx 0,7$. Добавим также, что обобщенно результаты «среднего учащегося» могут быть аппроксимированы нормальной кривой с параметрами $N(a; \sigma^2) = N(3,5; 1,0)$, где a — математическое ожидание (среднее значение); σ — среднеквадратическое отклонение (СКО) распределения.

Сам экзамен (для определенности говорим именно об этой форме проверки знаний) начинается с выдачи студентам экзаменационных заданий в виде подготовленных экзаменационных билетов. Эти билеты должны включать теоретические и практические задания из различных частей курса. Процедура формирования билетов может быть организована как в традиционном виде, так и со случайным, но контролируемым, выбором заданий из компьютерной базы заданий персонально для каждого студента с применением переносного персонального компьютера, как, например, в [12]. Преимуществом «компьютерного» подхода к организации экзамена является более широкий охват курса, чем это возможно при ограниченном наборе заранее подготовленных билетов, большая объективность, а при необходимости, и «протоколизация» экзаменационного процесса.

Экзамен может быть письменным, и тогда экзаменационные комплекты получают и заканчивают ответ одновременно все учащиеся. Экзамен может быть устным, и тогда он проходит традиционно. По-

сле того, как работа выполнена, начинается проверка сданных письменных экзаменационных работ (заслушивание устных ответов), их открытое оценивание и подсчет числа набранных баллов. Официальная итоговая оценка в общепринятой системе «2» – «3» – «4» – «5» определяется путем перевода набранной суммы баллов $0 \leq m \leq 5$ в, собственно, оценку, например, с помощью табл. 1. При устном экзамене студент, фактически, соучаствует во всех этапах формирования итоговой оценки собственных знаний, что особенно важно для студентов педагогических вузов — будущих учителей.

Таблица 1

Таблица перевода в итоговую оценку набранной суммы баллов в рамках БД-ВСМ оценивания знаний учащихся

Набранная сумма баллов	$0 \div 2^{1/3}$	$2^{2/3} \div 3^{1/3}$	$3^{2/3} \div 4^{1/3}$	$4^{2/3} \div 5$
Итоговая оценка	2 (неуд.)	3 (уд.)	4 (хор.)	5 (отл.)

Расчеты по БД-ВСМ необходимы при последующем статистическом анализе полученных результатов оценивания знаний всей группы учащихся. Особое внимание при этом уделяется анализу причин значительных расхождений эмпирических данных и результатов расчетов по модели и выработке необходимых корректирующих мероприятий. Проведем сопоставление результатов расчетов по Д-ВСМ и БД-ВСМ оценивания уровня знаний учащихся для $n = 5$.

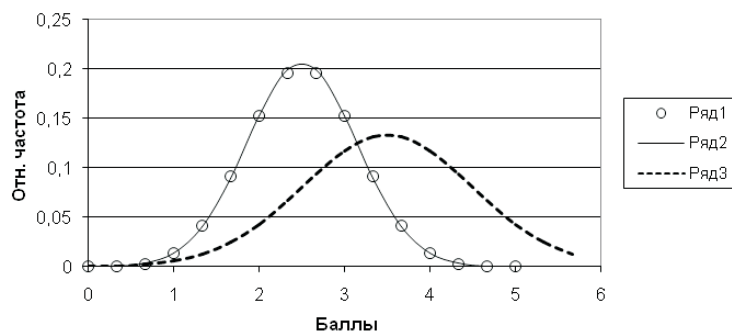


Рис. 1. Относительные частотные распределения числа набранных баллов при бидихотомической вероятностно-статистической модели оценивания знаний учащихся для $p = 0,5$. Символы — расчет согласно БД-ВСМ; сплошная линия — аппроксимирующая нормальная кривая; пунктирная линия — опорное нормальное распределение $N(3, 5; 1, 0)$.

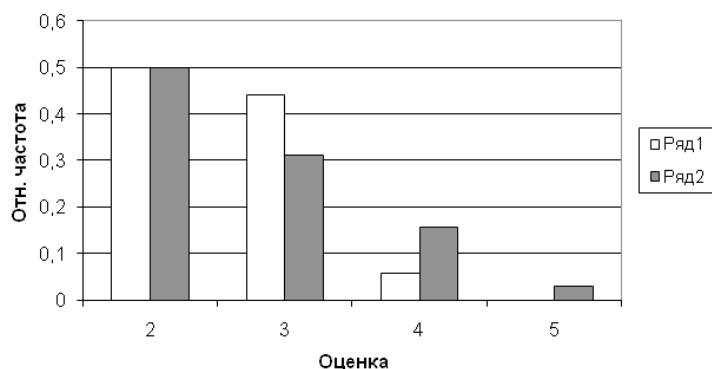


Рис. 2. Гистограммы относительных частотных распределений итоговых оценок для $p = 0,5$ при оценивании знаний учащихся по БД-ВСМ и Д-ВСМ. Белые столбцы — расчет согласно БД-ВСМ; темные столбцы — расчет согласно Д-ВСМ.

На рис. 1 приведены относительные частотные распределения числа набранных баллов при БД-ВСМ оценивания знаний с вероятностью успеха при решении каждой подзадачи $p = 0,5$. Кружками показаны относительные частоты, вычисленные согласно БД-ВСМ; сплошная линия — аппроксимирующая нормальная кривая; пунктирная кривая — опорное нормальное распределение $N(3,5; 1,0)$. Распределение для такой небольшой вероятности успеха, как $p = 0,5$ (по сути, близкой к угадыванию), смещено влево относительно опорной нормальной кривой, обобщенно соответствующей результатам «среднего учащегося». Кроме того, расчет по БД-ВСМ дает более узкое распределение с меньшей величиной СКО (табл. 2), чем опорное нормальное распределение.

Таблица 2

Параметры биномиальных распределений, вычисленные по бидихотомической ВСМ оценки знаний учащихся с различными вероятностями p успеха

Параметр	$p = 0,5$	$p = 0,7$	$p = 0,85$
a	2,5	3,5	4,25
σ	0,65	0,59	0,46

На рис. 2 проведено сопоставление оценок, которые бы получили учащиеся с $p = 0,5$ при оценивании знаний по Д-ВСМ (темные

столбцы) и БД-ВСМ (светлые столбцы). Хорошо видно, что распределение оценок при использовании бинарной Д-ВСМ является более широким, так что просто в силу вероятностных причин такой слабо подготовленный учащийся имеет неплохие шансы получить не только «4», но и «5»! Педагогически эта ситуация не очень адекватна, и возникает лишь по причине небольшого (для Д-ВСМ) числа заданий $n = 5$. Гораздо адекватнее в этом отношении выглядит БД-ВСМ оценивания знаний учащихся. Здесь слабые учащиеся получают почти с равными вероятностями «2» или «3», что вполне соответствует $p = 0,5$; и имеется лишь небольшая вероятность ($\sim 5\%$) получить «4».

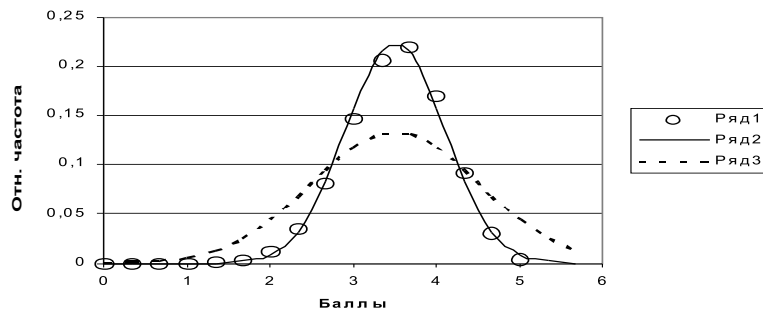


Рис. 3. Относительные частотные распределения числа набранных баллов при бидихотомической вероятностно-статистической модели оценивания знаний учащихся для $p = 0,7$. Символы — расчет согласно БД-ВСМ; сплошная линия — аппроксимирующая нормальная кривая; пунктирная линия — опорное нормальное распределение $N(3,5; 1,0)$.

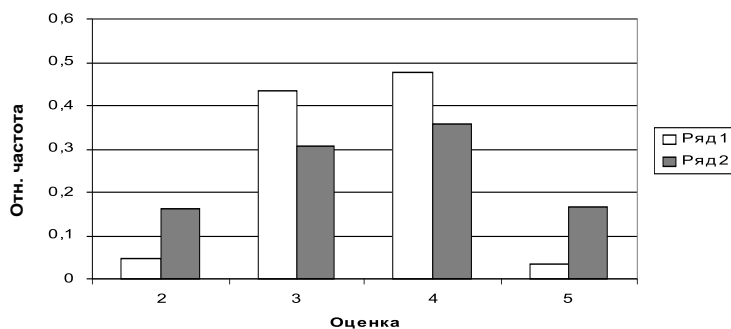


Рис. 4. Гистограммы относительных частотных распределений итоговых оценок для $p = 0,7$ при оценивании знаний учащихся по БД-ВСМ и Д-ВСМ. Белые столбцы — расчет согласно БД-ВСМ; темные столбцы — расчет согласно Д-ВСМ.

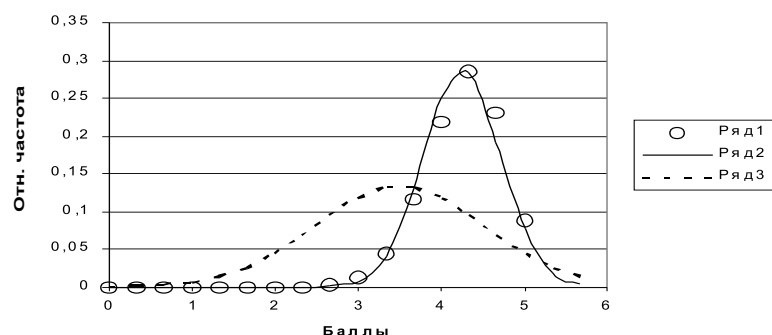


Рис. 5. Относительные частотные распределения числа набранных баллов при бидихотомической вероятностно-статистической модели оценивания знаний учащихся для $p = 0,85$. Символы — расчет согласно БД-ВСМ; сплошная линия — аппроксимирующая нормальная кривая; пунктирная линия — опорное нормальное распределение $N(3,5; 1,0)$.

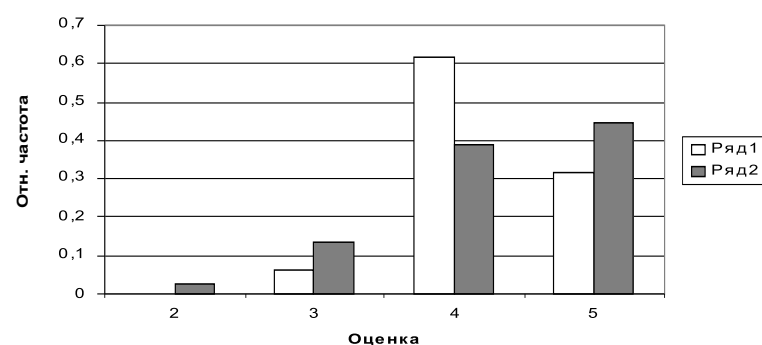


Рис. 6. Гистограммы относительных частотных распределений итоговых оценок для $p = 0,85$ при оценивании знаний учащихся по БД-ВСМ и Д-ВСМ. Белые столбцы — расчет согласно БД-ВСМ; темные столбцы — расчет согласно Д-ВСМ.

Сказанное подтверждают рис. 3–6, показывающие результаты расчетов, аналогичных описанным выше, для среднего студента с $p = 0,7$ (рис. 3, 4) и для хорошего студента с $p = 0,85$ (рис. 5, 6). Так, для $p = 0,7$ вероятность неоправданного получения «2» или «5» учащимся со средним уровнем подготовки в БД-ВСМ существенно меньше, чем в Д-ВСМ, что говорит о большей адекватности бидихотомической модели.

Проанализируем с применением БД-ВСМ результаты проверки уровня остаточных знаний по высшей математике у студентов вы-

пускового 5 курса математического факультета (МФ) УрГПУ (декабрь, 2008 г.). Проверочные задания содержали по $n = 5$ задач из различных разделов математики (всего протестирован 51 человек, в том числе, в группе М-501-18; М-502-21; М-503-12).

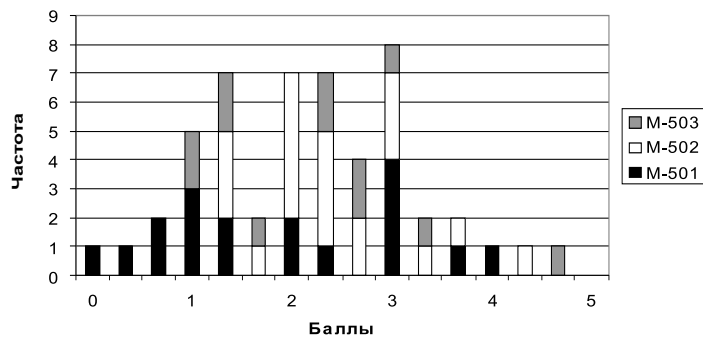


Рис. 7. Накопительная гистограмма распределения числа набранных баллов при бидихотомической ВСМ оценивания знаний для студентов 5 курса МФ УрГПУ. Черные столбцы — группа М-501; белые — М-502; серые — М-503.

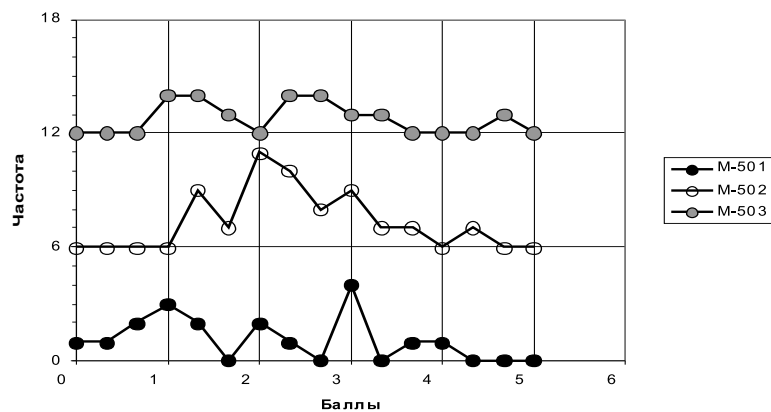


Рис. 8. Групповые диаграммы распределения числа набранных баллов при бидихотомической ВСМ оценивания знаний для студентов 5 курса МФ УрГПУ. Черные кружки — группа М-501; белые — М-502; серые — М-503. Диаграммы сдвинуты друг относительно друга на 6 ед. по вертикальной шкале.

Исходные данные, в зависимости от желаемой глубины анализа, могут быть представлены, например, в виде накопительной гисто-

граммы распределения числа набранных баллов (как на рис. 7) или по каждой группе в отдельности (рис. 8). Из этих диаграмм сразу видно, что уровень остаточных знаний большей части студентов недостаточно высок. Кроме того, студенческие группы неоднородны по уровню знаний. В каждой группе можно выделить две-три подгруппы (кластера) с различным уровнем профессиональной подготовленности. Увы, есть и довольно многочисленная группа из 18 студентов, набравших менее двух баллов из пяти.

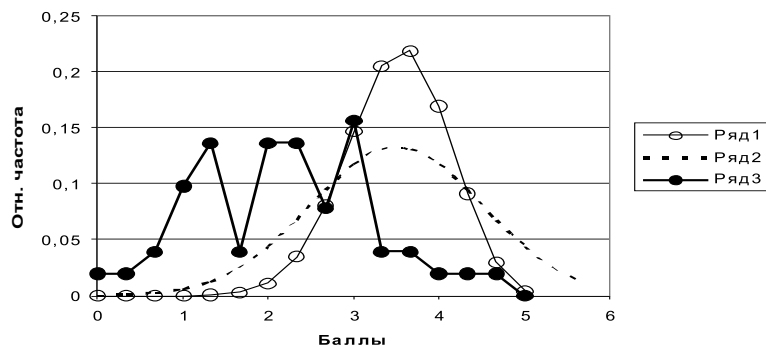


Рис. 9. Относительные частотные распределения числа набранных баллов при бидихотомической ВСМ оценивания знаний учащихся. Белые кружки — расчет для $p = 0,7$; пунктирная кривая — опорное нормальное распределение $N(3,5; 1,0)$; черные кружки — эмпирические данные для студентов 5 курса МФ УрГПУ.

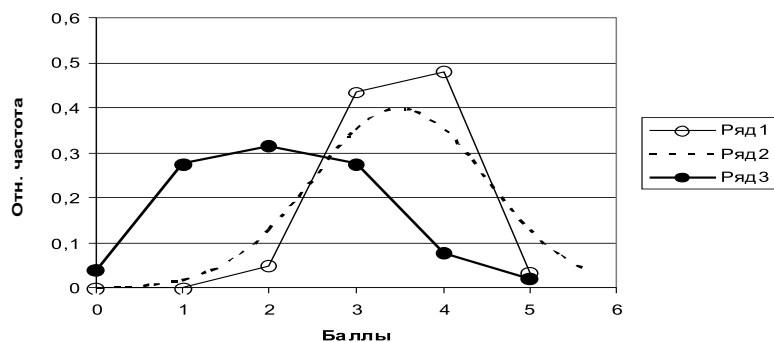


Рис. 10. То же, что на рис. 9, но с объединением относительных частот путем округления набранного числа баллов до ближайших целых.

Сопоставление первичных эмпирических данных по итогам проверки остаточных знаний студентов МФ с расчетом по БД-ВСМ дано

на рис. 9, а также, после объединения частот путем округления фактически набранных баллов до ближайших целых, — на рис. 10. Здесь же показаны расчетные распределения баллов по БД-ВСМ (для $p = 0,7$) и кривые опорного нормального распределения $N(3,5; 1,0)$. Эмпирические распределения смещены относительно модельных в сторону более низких баллов на 1,5–2 балла; к тому же имеется выраженное расслоение студенческого потока на подгруппы с разным уровнем подготовленности. Наблюдаемая картина свидетельствует как о необходимости актуализации знаний студентов по высшей математике, так и о трудности этого процесса (ввиду неоднородности студенческого коллектива по уровню подготовленности). После серии консультаций целесообразно провести повторную проверку уровня знаний с индивидуальным решением вопроса о целесообразности допуска каждого студента к итоговой аттестации. Общий анализ уровня знаний учащихся желательно дополнять психолого-педагогическими исследованиями, позволяющими более полно выявить глубинные причины возникающих несоответствий.

В заключение скажем, что разработана усовершенствованная (по сравнению с дихотомической) бидихотомическая вероятностно-статистическая модель количественного оценивания знаний учащихся и последующей интерпретации результатов. Построенная модель лишена недостатков как традиционного номенклатурного подхода к оцениванию знаний учащихся, так и излишней упрощенности простой дихотомической модели; а сформированная итоговая оценка более объективна и может более эффективно выполнять педагогические функции. Проведено сравнение результатов модельных расчетов с эмпирическими данными, полученными при проверке уровня остаточных знаний по высшей математике у студентов 5 курса математического факультета педагогического университета. Предложены меры корректирующего педагогического воздействия.

Литература

1. Шишов С. Е., Кальней В. А. Мониторинг качества образования в школе.— М.: Пед. общ-во России, 1999.—78 с.
2. Шишов С. Е., Кальней В. А. Технология мониторинга качества образования в системе «Учитель — ученик».—М.: Пед. общ-во России, 1999.—86 с.
3. Медведенко Н. В., Рубцова С. Ю. Оценка и ее взаимосвязь с контролем, измерением и диагностикой в управлении качеством образования // Стандарты и мониторинг в образовании.—2008.—№ 2.—С. 19–22.

4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика.—М.: Высшее образование, 2006.—479 с.
5. Орлов А. И. Прикладная статистика.—М.: Экзамен, 2006.—671 с.
6. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Статистические методы исследования и оценки результатов экзаменационной сессии в вузе // Математика в образовании.—Чебоксары: ЧувГУ, 2008.—Вып. 4.—С. 18–21.
7. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Динамика успеваемости студентов-математиков при обучении в УрГПУ в период поступления 2000 — выпуска 2005 гг. // Новые технологии в образовании.—2008.—№ 3.—С. 71–74.
8. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Динамика успеваемости студентов-математиков при обучении в УрГПУ в период поступления 2001 — выпуска 2006 гг. // Качество. Инновации. Образование.—2008.—№ 8.—С. 20–26.
9. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Анализ успеваемости студентов-математиков // Alma mater.—2008.—№ 9.—С. 47–51.
10. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Простая вероятностно-статистическая модель количественной оценки знаний учащихся // Alma mater.—2008.—№ 7.—С. 55–61.
11. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Вероятностно-статистическая модель равно- и неравновзвешенного подходов к количественному оцениванию знаний учащихся // Качество. Инновации. Образование.—2008.—№ 10.—С. 12–16.
12. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Инновационный подход к реорганизации традиционного экзамена в вузе с применением переносного персонального компьютера // Мат. вестник педвузов и ун-тов Волго-Вятского региона.—Киров: ВятГУ, 2008.—Вып. 10.—С. 136–139.

Бодряков Владимир Юрьевич,
Фомина Нина Гервасиевна
Екатеринбург, Уральский государственный
педагогический университет, математический факультет

О СПОСОБАХ НАХОЖДЕНИЯ НАИМЕНЬШЕГО И НАИБОЛЬШЕГО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Э. А. Дзарасова

При решении ряда практических задач появляется необходимость нахождения наименьшего и наибольшего значений функции. Кроме того, интерес к освоению методов поиска наибольшего и наименьшего значений поддерживается регулярным включением в варианты ЕГЭ задач, связанных с такими значениями. В настоящей заметке будут рассмотрены некоторые способы нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

Пусть на множестве $D \subset \mathbb{R}$ задана функция f , и пусть существуют такие точки $x_1, x_2 \in D$, что

$$f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2) \quad \forall x \in D.$$

В таком случае говорят, что $f(x_1)$ и $f(x_2)$ являются соответственно *наименьшим* и *наибольшим* значениями функции f на множестве D .

Ясно, что не каждая функция и не на каждом подмножестве ее области определения достигает наименьшего и/или наибольшего значений. Однако известно, например, что если функция задана и непрерывна на отрезке числовой прямой, то она принимает на нем свои наименьшее и наибольшее значения.

Среди способов поиска наименьшего и наибольшего значений функции отметим традиционный, связанный с исследованием функции и тем самым нахождением множества ее значений. Этот способ довольно универсален, однако вместе с тем он нередко связан с техническими трудностями и вряд ли целесообразно его применять в сравнительно простых ситуациях. Среди других методов отметим использование ограниченности и монотонности выпуклости функции, применение скалярного произведения и др. Мы рассмотрим, во-первых, простое средство, основанное на свойствах квадратичной функции, во-вторых, эффективный с некоторых ситуациях метод, связанный с нахождением множества значений функции «вручную», при котором, считая значения функции параметром, изучается вопрос разрешимости уравнения в зависимости от параметра, и, наконец, посмотрим, как можно использовать выпуклость функции.

1. Использование свойств квадратичной функции. Основой связанных с квадратичной функцией средств ее изучения явля-

ется выделение в такой функции полного квадрата. А именно, функцию $f(x) = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, можно представить в виде

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}. \quad (1)$$

Из равенства (1) легко сделать следующие выводы.

1. Если $a > 0$, то при $x = -\frac{b}{2a}$ функция $ax^2 + bx + c$ принимает наименьшее значения, равное $\frac{4ac - b^2}{4a}$. Наибольшего значения в случае $a > 0$ нет.

2. Если $a < 0$, то при $x = -\frac{b}{2a}$ функция $ax^2 + bx + c$ принимает наибольшее значение, равное $\frac{4ac - b^2}{4a}$. Наименьшего значения в случае $a < 0$ нет.

Пример 1.1. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = x^2 - 4x + 5$.

РЕШЕНИЕ. Выделим полный квадрат:

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 = x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1.$$

Поскольку $(x - 2)^2 \geq 0$, имеем $f(x) \geq 1$ при любом $x \in R$, причем $f(2) = 1$, следовательно, функция достигает в точке $x = 2$ своего наименьшего значения, равного 1.

Коэффициент при x^2 у функции положителен, стало быть, она неограниченная сверху и наибольшего значения не имеет. Это можно проследить также с помощью графика — параболы с направленными вверх ветвями.

Пример 1.2. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = -2x^2 + x$.

РЕШЕНИЕ. Выделим полный квадрат:

$$\begin{aligned} f(x) = -2x^2 + x &= -2 \left(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} \right) = \\ &= -2 \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Аналогично предыдущему примеру имеем $f(x) \leq \frac{1}{8}$ для любого $x \in R$, а поскольку $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}$, функция в точке $x = \frac{1}{4}$ принимает наибольшее значение, равное $\frac{1}{8}$.

Коэффициент при x^2 у функции отрицателен, стало быть, она неограниченная снизу и наименьшего значения не имеет. Это можно проследить также с помощью графика — параболы с направленными вниз ветвями.

Пример 1.3. Найти наибольшее значение функции

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x + 5}}.$$

Решение. Заметим, что функция определена при всех действительных значениях аргумента. Далее, определяющая функцию дробь ввиду ее положительности принимает наибольшее значение в точности там, где знаменатель принимает наименьшее значение, а это произойдет там, где наименьшее значение принимает функция $x^2 - x + 5$. Выделяя полный квадрат: $x^2 - x + 5 = (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{19}{4}$, находим, что $\frac{19}{4}$ будет наименьшим значением последней функции, принимаемым при $x = \frac{1}{2}$. Подводя итоги, можно сказать, что исходная функция $f(x)$ принимает при $x = 2$ наибольшее значение, равное $\frac{2}{\sqrt{19}}$.

Пример 1.4. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = x(x+2)(x+3)(x+5)$.

Решение. Вид функции не располагает к раскрытию скобок, так что надо искать пути решения задачи. Скорее всего, здесь будет уместна замена переменной. Действительно, если раскрыть скобки лишь частично, а именно перемножив по отдельности два средних и два крайних множителя, приходим к такому виду функции:

$$f(x) = (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 5x).$$

Из этого вида уже достаточно ясно, что следует ввести новую переменную, полагая $x^2 + 5x = t$. Тогда функция в новой переменной примет вид $\varphi(t) = (t+6)t = t^2 + 6t$.

Введение новой переменной сопровождается ограничением на изменение ее аргумента: t может быть взято только из множества значений функции $x^2 + 5x$, а это множество $X = [-25/4, +\infty)$. Тем самым нам надлежит искать наименьшее и наибольшее значения функции $\varphi(t)$ на множестве X . С наибольшим значением достаточно ясно — коэффициент при t^2 у функции φ положителен, множество X не ограничено сверху, стало быть, функция не ограничена сверху и не имеет наибольшего значения.

Для нахождения наименьшего значения заметим, что оно может достигаться либо при $t = -1/2$ (вершина параболы), либо на конце промежутка, т. е. при $t = -25/4$, если $t = -1/2$ не вошло бы в множество X . Однако $-25/4 < -1/2$, так что наименьшее значение, равное -9 , достигается при $t = -1/2$.

Пример 1.5. Найти произведение наименьшего и наибольшего значений функции $f(x) = 2 \sin^2 x + \cos x$.

Решение. Вопрос насчет произведения связан с проверкой внимательности при чтении условия задачи, найти надо наименьшее и наибольшее значения и в ответ записать их произведение.

Преобразуем функцию с тем, чтобы можно было перейти к новой переменной:

$$f(x) = 2 \sin^2 x + \cos x = 2 - 2 \cos^2 x + \cos x.$$

Положим $t = \cos x$ и перейдем к вопросу поиска наименьшего и наибольшего значений функции

$$\varphi(t) = -2t^2 + t + 2 = -2\left(t - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$$

на множестве $-1 \leq t \leq 1$. Квадратичная функция φ может принимать наибольшее и наименьшее значения либо при $t = \frac{1}{4}$, либо на концах промежутка ее рассмотрения, т. е. при $t = -1$ или при $t = 1$. Находя значения функции φ во всех указанных точках, получаем, что ее наибольшее значение $\frac{17}{8}$ достигается при $t = \frac{1}{4}$, и наименьшее -1 — при $t = -1$. Искомое произведение равно -2.125 .

Пример 1.6. Найти коэффициенты трехчлена $ax^2 + bx + c$, зная, что при $x = -2$ он имеет наименьшее значение, равное 7, и при $x = 0$ — значение, равное 15.

Решение. Заметим, что поскольку говорится о достижении трехчленом наименьшего значения, коэффициент a положителен. Согласно равенству (1) наименьшее значение будет достигнуто в точке $-\frac{b}{2a}$, а так как по условию это точка -2 , получаем уравнение относительно коэффициентов трехчлена:

$$-\frac{b}{2a} = -2.$$

Далее, само наименьшее значение согласно (1) равно $\frac{4ac-b^2}{4a}$, а по условию это равно 7, стало быть у нас появляется еще одно уравнение

на коэффициенты:

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = 7.$$

Наконец, запишем тот факт, что значение в нуле данного трехчлена равно 15: $c = 15$. Получили систему из трех уравнений с тремя неизвестными, решая которую, находим $a = 2$, $b = 8$, $c = 15$.

Упражнения для самостоятельной работы

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции:

а) $f(x) = x^2 + 2x + 3$. Ответ: $\min f(x) = 2$.

б) $f(x) = x^2 - x$. Ответ: $\min f(x) = \frac{1}{4}$.

в) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 3}$. Ответ: $\max f(x) = \frac{4}{11}$.

г) $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3) + 4$. Ответ: $\min f(x) = 3$.

д) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 2}}$. Ответ: $\max f(x) = \frac{4}{\sqrt{7}}$.

е) $f(x) = 2 + \sin x - \sin^2 x$. Ответ: $\max f(x) = \frac{4}{11}$, $\min f(x) = 0$.

2. а) Найти сумму целых значений функции $y = 5 - 2 \sin^4 2x$.

Ответ: 12.

б) Найти наименьшее целое значение функции $y = 25^x - 5^{x+1} + 4$, 25. Ответ: -2.

в) Найти произведение наибольшего и наименьшего значений функции $y = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) - \sin^2 2x$. Ответ: -1.

г) Найти произведение наибольшего и наименьшего значений функции $y = \sin^2 x + \cos x + 1$, 5. Ответ: 1, 375.

д) Найти наименьшее целое значение функции $y = 4^x - 7 \cdot 2^x + 10$, 25. Ответ: -2.

е) Найти наименьшее значение функции $f(x) = \sin x + 4x + \frac{9\pi^2}{x}$, $x \in (0; +\infty)$. Ответ: $\min f(x) = 12\pi - 1$.

2. Нахождение наибольшего и наименьшего значений путем анализа множества значений. Находя множество значений, можно получить полную информацию о наименьшем и наибольшем значениях (о их величине или отсутствии). Однако нередко поиск множества значений сопровождается применением техники, связанной с производной и заключающейся в довольно подробном исследовании функции. В некоторых ситуациях можно обойтись без производных, и на одном из таких случаев мы остановимся.

Вспомним определение множества значений: число y является значением функции $f(x)$, если существует такое x , что

$$y = f(x), \quad (2)$$

иначе говоря, если равенство (2), рассматриваемое как уравнение, имеет решение. Тем самым, если в уравнении (2) считать y параметром, вопрос ставится так: y входит в множество значений в том и только в том случае, когда при таком y уравнение (2) имеет решение. Выяснив множество значений, можно в нем искать наибольший и наименьший элементы.

При рассмотрении примеров вместо буквы y для значений функций будем использовать более привычную для обозначения параметра букву a .

Пример 2.1. Найти наименьшее и наибольшее значения функции

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 3}. \quad (3)$$

Решение. Поставим, как планировали выше, вопрос: при каких a уравнение

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 3} = a \quad (4)$$

имеет корни? Поскольку знаменатель дроби в уравнении (4) всегда отличен от нуля, это уравнение равносильно уравнению

$$x^2 + x + 1 = a(x^2 + 3),$$

или

$$(a - 1)x^2 - x + 3a - 1 = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) не всегда квадратное — в нем коэффициент при x^2 содержит параметр, поэтому надо рассмотреть отдельно случаи $a = 1$ и $a \neq 1$. Если $a = 1$, то $x = -1$. Пусть $a \neq 1$. Тогда уравнение (5) имеет действительные корни в том и только в том случае, если его дискриминант неотрицателен, а это запишется в виде неравенства

$$12a^2 - 16a + 3 \leq 0.$$

Решая его, найдем, что оно верно при

$$\frac{4 - \sqrt{7}}{6} \leq a \leq \frac{4 + \sqrt{7}}{6},$$

стало быть, наименьшее и наибольшее из значений функции суть $\frac{4 - \sqrt{7}}{6}$ и $\frac{4 + \sqrt{7}}{6}$.

Упражнения для самостоятельной работы

1. Найдите множество значений функции $y = \frac{x^2+2}{x^2+3}$. Ответ: $[\frac{2}{3}; 1)$.
2. Найти наименьшее целое значение функции $y = \frac{4}{x^2+4x+5}$. Ответ: 1.
3. Найти наибольшее целое значение функции $y = \frac{x^2-5}{x^2+2}$. Ответ: 0.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функций:
 - а) $f(x) = \frac{x^2-6x+10}{x^2+2}$. Ответ: $\min f(x) = \frac{6-\sqrt{34}}{2}$; $\max f(x) = \frac{6+\sqrt{34}}{2}$.
 - б) $f(x) = \frac{12x^2+96x}{x^2+36}$. Ответ: $\min f(x) = -4$; $\max f(x) = 16$.
 - в) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$. Ответ: $\min f(x) = \frac{1}{3}$; $\max f(x) = 3$.
 - г) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$. Ответ: $\min f(x) = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$; $\max f(x) = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$.
 - д) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+3}$. Ответ: $\min f(x) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$; $\max f(x) = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

3. Способ нахождения наибольших и наименьших значений функции с использованием выпуклости функций. Рассмотрим задачи на нахождение наибольших и наименьших значений с использованием выпуклых функций.

Функция $f(x)$, непрерывная на промежутке $[a; b]$, называется выпуклой вниз (вверх), если для любых $x_1, x_2 \in [a; b]$ имеет место неравенство

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2},$$

соответственно

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}.$$

Достаточное условие выпуклости функции. Пусть определенная на промежутке Δ функция f имеет вторую производную в каждой точке этого промежутка. Тогда если $f''(x) \geq 0$ (соответственно $f''(x) \leq 0$) для любого $x \in \Delta$, то функция выпукла вниз (вверх) на промежутке Δ .

Утверждение. Пусть f — функция, выпуклая вниз (вверх) на промежутке Δ . Тогда для любых $x_1, x_2, \dots, x_n \in \Delta$ имеет место неравенство

$$f\left(\frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n}\right) \leq \frac{f(x_1)+f(x_2)+\dots+f(x_n)}{n},$$

соответственно

$$f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}\right) \geq \frac{f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)}{n}.$$

Пример 3.1. Найти наибольшее значение произведения $\Pi = \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$, где $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$ и $\alpha + \beta + \gamma = \pi$.

Решение. Рассмотрим функцию $f(x) = \cos x$ на промежутке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$. Так как $f''(x) = -\cos x \leq 0$ при $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, функция $f(x)$ выпукла вверх на этом промежутке. Следовательно,

$$\cos \frac{\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2}}{3} \geq \frac{1}{3} \left(\cos \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\beta}{2} + \cos \frac{\gamma}{2} \right) \geq \sqrt[3]{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}}$$

(использовано неравенство, связывающее арифметическое со средним геометрическим: $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$ для $a_1, \dots, a_n \geq 0$).

Так как $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\cos^3 \frac{\pi}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$, то $\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{8}$. В последнем неравенстве достигается равенство при $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{3}$; следовательно, наибольшее значение данного произведения равно $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Пример 3.2. Найти наибольшее значение суммы $S = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$, где $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$ и $\alpha + \beta + \gamma = \pi$.

Решение. Рассмотрим функцию $y = \sin x$. Легко проверить, что она выпуклая вверх на промежутке $[0; \pi]$. Стало быть,

$$\sin \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \geq \frac{1}{3}(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma)$$

или $3 \sin \frac{\pi}{3} \geq \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$ при α, β, γ из условия примера. Отсюда $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$, и поскольку в последнем неравенстве достигается равенство при $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{3}$, наибольшее значение искомой суммы равно $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Пример 3.3. Найти наименьшее значение суммы $S = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2}$, где $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, $\alpha, \beta, \gamma > 0$.

Решение. Функция $\operatorname{tg} x$ — выпукла вниз на $(0; \frac{\pi}{2})$, так как $y''(x) = \frac{\sin 2x}{\cos^4 x} \geq 0$. Следовательно,

$$\operatorname{tg} \frac{\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2}}{3} \leq \frac{1}{3} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right).$$

Применим к правой части неравенство Коши — Буняковского:

$$\left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)^2 \leq 3 \left(\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2} \right).$$

Но

$$\left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)^2 \geq 9 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} = 3.$$

Таким образом, из полученных неравенств вытекает, что

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2} \geq 1,$$

причем ясно, что равенство достигается при $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{3}$. Следовательно, наименьшее значение данной суммы равно 1.

Упражнения для самостоятельной работы

1. Найти наибольшее значение произведения:

а) $\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$, $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$, $\alpha + \beta + \gamma = \pi$. Ответ: $\frac{1}{8}$.

б) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y + \operatorname{tg} z$, $x, y, z > 0$, $x + y + z = \frac{\pi}{2}$. Ответ: $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

в) $\Pi = \sin x \cdot \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Ответ: $\frac{1}{2}$.

2. Найти наибольшее значение суммы:

а) $S = \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma$, $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$, $\alpha + \beta + \gamma = \pi$. Ответ: $\frac{3}{2}$.

б) $S = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$, $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$, $\alpha + \beta + \gamma = \pi$. Ответ: $\frac{9}{4}$.

3. Найти наименьшее значение суммы $S = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$, $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$, $\alpha + \beta + \gamma = \pi$. Ответ: $\frac{3}{4}$.

4. Доказать, что наибольшее значение периметра, вписанного в окружность радиуса R треугольника со сторонами a , b , c равно $3\sqrt{3}R$.

5. Дан прямоугольный треугольник, один из острых углов которого равен α . Найти отношение радиусов описанной и вписанной окружностей и определить, при каком α это отношение будет наименьшим.

Литература

1. Никольский С. Д., Потапов М. К. и др. Алгебра и начала анализа: учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений.—М.: Просвещение, 2006.—432 с.

2. Никольский С. Д., Потапов М. К. и др. Алгебра и начала анализа: учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений.—М.: Просвещение, 2007.—448 с.
3. Кречмар В. А. Задачник по алгебре.—М.: Наука, 1972.—415 с.
4. Клово А. Г. Математика, ЕГЭ-2007.—М.: ФГУ «Федеральный центр тестирования», 2006.—96 с.
5. Клово А. Г. Математика, ЕГЭ-2006.—М.: ФГУ «Федеральный центр тестирования», 2005.—112 с.
6. Кочагин В. В., Кочагин М. Н. Математика, ЕГЭ-2006.—М.: Просвещение, 2006.—400 с.

ДЗАРАСОВА ЭЛЬМА АГУБЕЧИРОВНА
Владикавказ, СОШ № 39

О ПЛАНИРОВАНИИ И ПРОВЕДЕНИИ ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

В. Н. Дятлов, Ю. А. Дмитриева

Мы обсудим два небольших, но важных фрагмента процесса решения логарифмических уравнений и неравенств. А именно будут предложены возможные ответы на следующие вопросы:

- 1) какие действия целесообразно совершать при решении логарифмических уравнений или неравенств?
- 2) как корректно применять основные логарифмические тождества?

1. О приведении логарифмического уравнения или неравенства к простейшему виду

Процесс решения логарифмических уравнений и неравенств можно организовать на основе постановки небольшого числа простых вопросов и исполнения тех или иных рекомендаций в зависимости от ответов на поставленные вопросы.

В следующем небольшом перечне собраны вопросы, которые следует задавать при решении логарифмического уравнения или неравенства, а также рекомендации, которые надлежит исполнять. После каждого вопроса стоит указание перехода на ту или иную рекомендацию в зависимости от ответа. Дав ответ на поставленный вопрос, следует перейти к соответствующему пункту и выполнить данные в нем рекомендации. Особенно следует обратить внимание на вопрос п. 3, играющий ключевую роль в выборе пути решения.

1. Одно ли основание во всех логарифмах? Да — перейти к п. 3, нет — к п. 2.

2. Привести к одному основанию. Лучше приводить к простому постоянному основанию.

3. Встречается ли в уравнении или неравенстве логарифм в степени, под корнем, в знаменателе дроби или произведение логарифмов? Да — перейти к п. 4, нет — к п. 5.

4. Пользуясь тождествами и переходя от логарифма произведения к сумме логарифмов, от логарифма дроби — к разности логарифмов, убирая показатели степени в подлогарифмических выражениях

и ставя их коэффициентами перед логарифмами, стараемся раздробить входящие в уравнение или неравенство логарифмы на возможно мелкие составляющие с тем, чтобы увидеть (и сделать) *замену* и перейти к уравнению или неравенству без логарифма. Решив его относительно новой переменной, вернуться к прежней переменной.

Стремление к возможно более простым фрагментам в рекомендации п. 4 не является догмой, это, скорее, руководство к действию, главная цель всех преобразований при использовании рекомендаций п. 4 — поиск замены.

5. Пользуясь основными тождествами и переходя от суммы логарифмов к логарифму произведения, от разности логарифмов — к логарифму дроби, убирая коэффициенты перед логарифмами в показатели степени подлогарифмических выражений, стараемся собрать всё в один логарифм и прийти к соотношению простейшего вида (т. е. вида $\log_a b = \log_a c$, $\log_a b < \log_a c$ и т. п.).

Покажем на двух несложных примерах, как используется приведенный выше перечень. При этом мы не будем заострять внимание на корректности преобразований в плане сохранения множества корней. Наша цель здесь — демонстрация использования вопросов и рекомендаций перечня.

Пример 1. Решим уравнение

$$\log_2(x-1) - 2 = \log_2(3x-7) - \log_2(x+1).$$

Обратимся к перечню. Основание одно, перейдем к вопросу 3 и найдем, что логарифмы в степени, под корнем, в знаменателе дроби или произведение логарифмов в уравнении не встречаются. Значит, будем собирать все выражения под один логарифм в левой части и один логарифм в правой, в результате чего придем к простейшему логарифмическому уравнению. Можно было бы в правой части перейти к логарифму дроби, но мы предпочитаем путем переноса члена со знаком минус в другую часть перейти к логарифму произведения:

$$\begin{aligned} \log_2(x-1) + \log_2(x+1) &= \log_2(3x-7) + \log_2 4 \\ \iff \log_2(x^2-1) &= \log_2 4(3x-7). \end{aligned}$$

Нетрудно найти его корни: $x = 3$, $x = 9$. Проверка показывает, что они удовлетворяют исходному уравнению.

Пример 2. Решим уравнение

$$\log_{4x} 4 + \log_{8x} 8 = \log_x 16.$$

Обратившись к перечню, приходим к выводу о необходимости перехода к одному основанию. Можно перейти к основанию x , однако мы предпочтем воспользоваться пожеланиями п. 3 и перейдем к простому постоянному основанию 2 (в качестве основания можно выбрать и 4, но тогда в процессе преобразований появятся дроби, чего нам не хотелось):

$$\frac{\log_2 4}{\log_2 4x} + \frac{\log_2 8}{\log_2 8x} = \frac{\log_2 16}{\log_2 x}.$$

Находим, что логарифм участвует в знаменателе дроби, значит, будем упрощать ситуацию, переходя от логарифма произведения к сумме логарифмов и избавляясь от показателей степени в подлогарифмических выражениях. В результате придем к уравнению

$$\frac{2}{2 + \log_2 x} + \frac{3}{3 + \log_2 x} - \frac{4}{\log_2 x} = 0.$$

В последнем уравнении переменная участвует только посредством выражения $\log_2 x$, которое и обозначим новой буквой, пусть $\log_2 x = z$. Переходим к уравнению относительно z :

$$\frac{2}{2 + z} + \frac{3}{3 + z} - \frac{4}{z} = 0,$$

и нетрудно найти, что его корнями будут $z = 4 \pm 2\sqrt{10}$. Возвращаясь к исходной неизвестной, получаем корни данного уравнения: $x = 2^{4 \pm 2\sqrt{10}}$.

2. Об использовании логарифмических тождеств

При решении логарифмических уравнений или неравенств обычно прибегают к использованию свойств логарифма, таких как

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c. \quad (1)$$

Однако иногда при применении формул (1) используют модуль подлогарифмических выражений, т. е. вместо формул (1) применяют формулы

$$\log_a bc = \log_a |b| + \log_a |c|, \quad \log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c|. \quad (2)$$

Попробуем разобраться, когда надо использовать формулы (1), а когда — формулы (2).

Мы будем использовать понятие равносильности соотношений [1]. Для удобства приведем кратко основные определения.

Математическое выражение, с которым связано некое множество, называемое множеством его корней (решений), сформированное по какому-либо правилу, будем называть *соотношением*.

Базовые соотношения — это уравнение и неравенство. Для уравнения или неравенства множество корней определяется как множество, состоящее из чисел, при подстановке которых в данное уравнение или неравенство получается верное числовое равенство или неравенство.

Новые соотношения можно получить из конечного набора уже имеющихся в результате применения к множествам корней данных соотношений двух теоретико-множественных операций — пересечения и объединения.

Пусть дан конечный набор соотношений. Говорят, что они образуют *систему (совокупность)*, если множеством корней считается пересечение (соответственно объединение) множеств корней образующих систему (совокупность) соотношений. Для обозначения системы (совокупности), как известно, используется фигурная (квадратная) скобка, охватывающая все соотношения системы (совокупности).

Два соотношения называют *равносильными*, если множества их корней совпадают, т. е. либо оба соотношения не имеют корней, либо каждый корень одного из соотношений будет корнем другого и каждый корень второго соотношения будет корнем первого. Факт равносильности соотношений отмечается путем постановки двусторонней стрелки вида $\Longleftrightarrow$ между соотношениями.

Если множество корней первого соотношения содержится в множестве корней второго, то говорят, что второе является *следствием* первого.

Используя введенные понятия, можно сказать, что процесс решения соотношения состоит в серии последовательных преобразований, цепочки переходов (в результате некоторых преобразований) от одного соотношения к другому, приводящей к соотношению, множество корней которого легко находится. Процесс решения желательно организовать как серию переходов, гарантирующих сохранение множества корней (равносильных переходов). Если на каждом шаге проводимые преобразования приводили нас к равносильным соот-

ношениям, можно утверждать, что множество корней полученного в финале соотношения будет множеством корней исходного. Если хоть на одном шаге равносильность нарушалась, то гарантировать, что мы в итоге нашли множество корней данного (а не последнего) соотношения, невозможно. Особенно важно соблюдать равносильность при решении неравенств. В то время как для уравнения переход к следствию всего лишь вызовет необходимость проверки полученных в итоге результатов, которая обычно нетрудно выполняется, для неравенства проверка чаще всего невозможна.

Таким образом, решение соотношения — это процесс, *направленный в одну сторону*, от данного соотношения к другому, и т. д., пока не выявится множество корней. Следовательно, когда мы собираемся использовать ту или иную формулу при переходе от одного соотношения к другому, надо учесть все обстоятельства, гарантирующие равносильность перехода при использовании данной формулы.

Поясним на примере формул (1) и (2), когда, какую из них и как следует использовать. Рассмотрим для простоты уравнение вида

$$\varphi(x, \log_a f(x)g(x)) = 0. \quad (3)$$

Этот вид говорит о том, что в уравнении участвует логарифм произведения, а также еще какие-то выражения, связанные с переменной (важно присутствие логарифма произведения!). Обращаясь только к тем ограничениям, которые связаны с логарифмом произведения (об ограничениях и принципе их сохранения см. [1]), находим, что оно заключается в требовании положительности подлогарифмического выражения, т. е. в требовании положительности произведения:

$$f(x)g(x) > 0. \quad (4)$$

Допустим, что по ходу решения нам потребовалось представить логарифм произведения в виде суммы логарифмов сомножителей, и мы воспользовались первой из формул (1). Тогда в преобразованном уравнении вместо выражения $\log_a f(x)g(x)$ будет участвовать выражение $\log_a f(x) + \log_a g(x)$, в котором требования уже другие, а именно здесь требуется одновременное выполнение неравенств

$$f(x) > 0, \quad g(x) > 0,$$

т. е. требование выполнения системы неравенств

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Как видим, ограничения изменились, причем не в сторону ослабления, а в сторону усиления — неравенству (4) удовлетворяют такие значения $f(x)$ и $g(x)$, которые имеют один знак, в частности, оба отрицательные, а система (5) требует положительности этих значений. Вполне возможно, что при использовании такого преобразования множество корней сузится (если корни исходного уравнения лежат там, где система (5) не выполнена).

Что делать для обеспечения равносильного перехода? Следует провести преобразование так, чтобы сохранились все имевшиеся в уравнении (3) ограничения. Для этого можно поступить, например, следующим образом. Сначала снять почти все ограничения, воспользовавшись при преобразовании первой из формул (2), а затем включить в систему с преобразованным соотношением бывшие в исходном уравнении ограничения. Ослабление ограничений происходит при постановке модуля у подлогарифмических выражений (в таком случае появляются ограничения $f(x) \neq 0$, $g(x) \neq 0$, более слабые, чем ограничения в уравнении (3)). В результате преобразования получится уравнение

$$\varphi(x, \log_a |f(x)| + \log_a |g(x)|) = 0. \quad (6)$$

Добавив к нему ограничение (4), имевшееся в уравнении (3), получим, что уравнение (3) равносильно, как нетрудно доказать, системе

$$\begin{cases} \varphi(x, \log_a |f(x)| + \log_a |g(x)|) = 0, \\ f(x)g(x) > 0. \end{cases} \quad (7)$$

Итак, если в рассматриваемом уравнении есть логарифм произведения (частного) и мы хотим перейти от него к сумме (разности) логарифмов, то надо воспользоваться формулами (2), позаботившись об ограничениях.

Формулы (1), конечно же, будут использованы при обратном переходе. А именно, если в уравнении была сумма (разность) логарифмов, а нам почему-то надо перейти к логарифму произведения (частного), то понадобятся формулы (1). Проследим за таким переходом на примере уравнения вида

$$\varphi(x, \log_a f(x) + \log_a g(x)) = 0. \quad (8)$$

Этот вид сообщает нам о том, что в уравнении участвует сумма логарифмов, а также еще какие-то выражения, связанные с переменной

(важно присутствие суммы логарифмов). Обращаясь только к тем ограничениям, которые связаны с суммой логарифмов, находим, что они состоят в требовании (5). Когда на место суммы логарифмов мы поставим логарифм произведения, вместо ограничений (5) появятся ограничения (4), более слабые. Следовательно, этот переход менее опасен, чем предыдущий, он не может привести к потере корней, но их контроль на финальной стадии решения обязателен.

Проанализируем, какие ограничения будут в уравнении

$$\varphi(x, \log_a f(x)g(x)) = 0, \quad (9)$$

полученном из (8) при указанном выше преобразовании. Здесь есть требование положительности произведения, т. е. ограничение (4), а значит, если x — корень уравнения (9), то $f(x)$ и $g(x)$ должны иметь один знак. Поэтому для гарантии одновременной положительности $f(x)$ и $g(x)$ на таком x достаточно проверить (с учетом положительности произведения) положительность одного из выражений $f(x)$ или $g(x)$, второе будет положительным с учетом нового ограничения $f(x)g(x) > 0$. Это рассуждение приводит к тому, что уравнение (8) равносильно (и это нетрудно доказать) системе

$$\begin{cases} \varphi(x, \log_a f(x)g(x)) = 0, \\ \begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

Участие в (10) совокупности говорит о том, что из двух ограничений $f(x) > 0$, $g(x) > 0$ проверить можно лишь одно, другое для x , являющегося корнем уравнения в системе (10), будет выполнено. Конечно, в (10) можно было не записывать совокупность двух неравенств, а проверить положительность обоих значений $f(x)$ и $g(x)$. Однако достаточность проверки лишь одного из неравенств $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$ может упростить завершение решения, если одно из выражений громоздко и проверка его положительности затруднена.

Переходы, аналогичные рассмотренным здесь, встречаются и в других ситуациях. Не обращаясь к подробностям, представим некоторые из таких переходов в виде таблицы, в левой колонке которой будут выражения, имеющиеся в данном соотношении, а в правой — преобразованные выражения плюс те требования, которые надо учесть для обеспечения равносильности. Подчеркнем, что переход от данного соотношения к преобразованному соответствует переходу от левой колонки таблицы к правой.

Особое внимание предлагаем обратить на переход от выражения $\log_a b^2$ к $2 \log_a |b|$, чаще всего встречающийся в логарифмических соотношениях, некорректное выполнение которого нередко приводит к ошибкам.

Таблица переходов

Дано в соотношении	Получаем в результате преобразования
$\log_a bc$	$\begin{cases} \log_a b + \log_a c , \\ bc > 0 \end{cases}$
$\log_a \frac{b}{c}$	$\begin{cases} \log_a b - \log_a c , \\ bc > 0 \end{cases}$
$\log_a b^2$	$2 \log_a b $
$\log_a b + \log_a c$	$\begin{cases} \log_a bc, \\ \left[\begin{array}{l} b > 0, \\ c > 0 \end{array} \right. \end{cases}$
$\log_a b - \log_a c$	$\begin{cases} \log_a \frac{b}{c}, \\ \left[\begin{array}{l} b > 0, \\ c > 0 \end{array} \right. \end{cases}$
$2 \log_a b$	$\begin{cases} \log_a b^2, \\ b > 0 \end{cases}$
$\sqrt{ab}$	$\begin{cases} \sqrt{ a }\sqrt{ b }, \\ ab \geq 0 \end{cases}$
$\sqrt{a}\sqrt{b}$	$\begin{cases} \sqrt{ab}, \\ \left[\begin{array}{l} a \geq 0, \\ b \geq 0 \end{array} \right. \end{cases}$

Покажем на примерах, как применяются изложенные рекомендации, при этом обратимся только к таким примерам, где надо использовать формулы с постановкой модуля. В последнем примере обсудим ситуацию, в которой, несмотря на рекомендации, модуль можно не ставить.

Пример 3. Решим уравнение

$$(1 + \log_5 2 - \log_{x+4} 10) \log_{x^2} 100 = (1 + \log_5 2) \log_{x+4} 10. \quad (11)$$

Перейдем во всех логарифмах к одному основанию, а именно к основанию 10 (целесообразность всех шагов при решении примеров опирается на перечень из разд. 1). Заметим, что $1 + \log_5 2 = \log_5 5 + \log_5 2 = \log_5 10$. Преобразуем (11):

$$\begin{aligned} (\log_5 10 - \log_{x+4} 10) \log_{x^2} 100 &= \log_5 10 \cdot \log_{x+4} 10 \\ \iff \left(\frac{1}{\lg 5} - \frac{1}{\lg(x+4)} \right) \frac{2}{\lg x^2} &= \frac{1}{\lg 5} \frac{1}{\lg(x+4)}. \end{aligned} \quad (12)$$

В последнем уравнении присутствует под логарифмом выражение x^2 , и если $\lg x^2$ заменить выражением $2 \lg x$, то сужается множество допустимых значений неизвестной и может произойти потеря корней. Посмотрим на другие выражения в уравнении — если среди них окажется такое, которое обеспечило бы положительность переменной x , то модуль можно не ставить. Однако у нас такого нет, поэтому поступим так, как договаривались ранее, т. е. от $\lg x^2$ перейдем к $2 \lg |x|$, тем самым сохранив ограничения. Перепишем (12) так:

$$\begin{aligned} \frac{\lg(x+4) - \lg 5}{\lg 5 \cdot \lg(x+4) \cdot \lg |x|} - \frac{1}{\lg 5} \frac{1}{\lg(x+4)} &= 0 \\ \iff \begin{cases} \lg(x+4) - \lg 5 - \lg |x| = 0, & (13) \\ \lg(x+4) \cdot \lg |x| \neq 0. & (14) \end{cases} \end{aligned}$$

Займемся уравнением (13). Запишем его в виде $\lg(x+4) = \lg 5|x|$ и заметим, что оно равносильно уравнению $x+4 = 5|x|$. Последнее уравнение при $x \geq 0$ становится таким: $x+4 = 5x$, и его корень $x = 1$ не удовлетворяет ограничению (14). Если $x < 0$, то получаем $x+4 = -5x$, и корень $x = -2/3$ этого уравнения удовлетворяет всем требованиям. Он и дает ответ.

Представьте себе, что мы пошли бы ошибочным путем, не поставив знак модуля в соответствующем месте. Тогда, как нетрудно заметить, мы пришли бы к неверному выводу, что корней нет.

Пример 4. Решим уравнение

$$\log_2 3 \cdot \log_{x+5} 4 - \log_4 (x-5)^2 \cdot \log_{x+5} 2 = 1. \quad (15)$$

Перейдем во всех логарифмах к одному основанию, а именно, к основанию 2, при этом обращая внимание на преобразование выра-

жения $\log_4(x-5)^2$:

$$\frac{2\log_2 3}{\log_2(x+5)} - \frac{\log_2|x-5|}{\log_2(x+5)} = 1 \iff \frac{\log_2 9 - \log_2|x-5|}{\log_2(x+5)} = 1$$

$$\iff \begin{cases} \log_2 9 - \log_2|x-5| = \log_2(x+5), \\ \log_2(x+5) \neq 0. \end{cases} \quad \begin{matrix} (16) \\ (17) \end{matrix}$$

Решим уравнение (16). Имеем

$$\begin{aligned} (16) &\iff \log_2 9 = \log_2|x-5| + \log_2(x+5) \\ &\iff \log_2 9 = \log_2|x-5|(x+5) \iff |x-5|(x+5) = 9. \end{aligned}$$

Интересно, что последний переход, в результате которого исчезли логарифмы, приводит к равносильному уравнению без дополнительных ограничений. Теперь

$$|x-5|(x+5) = 9 \iff \begin{cases} x \geq 5, \\ x^2 - 25 = 9, \\ x < 5, \\ 25 - x^2 = 9. \end{cases}$$

Корнем первой системы будет $x = \sqrt{34}$, второй системе удовлетворяют числа $x = \pm 4$, из которых только $x = 4$ удовлетворяет ограничению (17). Таким образом, корнями уравнения (15) будут $x = \sqrt{34}$ и $x = 4$.

Пример 5. Решим уравнение

$$\log_3(1-x^2)^2 = 5 + \sqrt{14\log_{\sqrt{3}}(1-x) + 7\log_{\sqrt{3}}\frac{(1+x)^2}{3}} - 5. \quad (18)$$

Наметим план действий. Будем переходить к одному основанию, а именно основанию 3, и затем совершать действия, нацеленные на поиск замены, т. е. попытаемся выделить фрагмент, который будем считать единым блоком, и обозначим его новой буквой. Предварительно проведем анализ входящих в уравнение выражений. Видим, что в одном из подлогарифмических выражений есть квадрат некоего выражения, а именно $(1+x)^2$. Поскольку мы планируем избавляться от показателей степени в подлогарифмических выражениях, отнесемся к связанному с этим действием переходу внимательнее.

Нам предстоит перейти от выражения $\log_{\sqrt{3}}(1+x)^2$ к выражению $2\log_{\sqrt{3}}|1+x| = 4\log_3|1+x|$, и прежде чем оставлять внутри логарифма выражение с модулем, посмотрим, есть ли в других деталях уравнения сумма $1+x$ без модуля, и если таковая есть и тем самым есть требование ее положительности, то в проводимом преобразовании модуль можно не ставить. Однако такое выражение больше не встречается, и модуль оказывается неизбежным.

Реализуя намеченный план и опуская элементарные выкладки, приходим к равносильному (18) уравнению

$$2\log_3|1-x^2| - 5 = \sqrt{28(\log_3(1-x)|1+x|) - 19}. \quad (19)$$

В этом уравнении сохранилось требование $1-x > 0$, пришедшее из уравнения (18), и с его учетом имеем

$$|1-x^2| = |(1-x)(1+x)| = (1-x)|1+x|.$$

Мы пришли к тому, что неизвестная участвует в уравнении только посредством выражения $(1-x)|1+x|$, находящегося под логарифмом, стало быть, можно сделать замену. Положим

$$\log_3(1-x)|1+x| = z.$$

Относительно неизвестной z получили уравнение

$$2z - 5 = \sqrt{28z - 19}, \quad (20)$$

которое равносильно системе

$$\begin{cases} 2z - 5 \geq 0, \\ 4z^2 - 20z + 25 = 28z - 19. \end{cases} \quad (21)$$

Нетрудно обнаружить, что корнями уравнения в системе (21) будут $z = 1$ и $z = 11$, однако $z = 1$ не удовлетворяет неравенству системы (21), а значит, не будет решением уравнения (20).

Пришло время возвращаться к исходной неизвестной:

$$\begin{aligned} \log_3(1-x)|1+x| = 11 &\iff (1-x)|1+x| = 3^{11} \\ \iff \begin{cases} 1+x > 0, \\ 1-x^2 = 3^{11}, \\ 1+x < 0, \\ x^2 - 1 = 3^{11} \end{cases} &\iff x = -\sqrt{1+3^{11}}. \end{aligned}$$

Пример 6. Решим уравнение

$$1 + \log_3(x+1)(x+2) = \sqrt{6 - \log_9(x+1)^4 + \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(x+2)}. \quad (22)$$

В этом примере мы убедимся в том, что формулы, обеспечивающие равносильные переходы, желательно использовать вдумчиво, просматривая все детали соотношения.

Обратившись к вопросам перечня из разд. 1, находим, что у нас разные основания, так что перейдем к одному основанию, а именно к основанию 3:

$$1 + \log_3(x+1)(x+2) = \sqrt{6 - \frac{1}{2} \log_3(x+1)^4 - 2 \log_3(x+2)}.$$

Отвечая на вопрос 3 перечня, находим, что в уравнении присутствует логарифм под корнем, и перейдем к рекомендациям п. 4. У нас есть выражение $\log_3(x+1)^4$, и поскольку в рекомендациях есть пожелание убрать показатель степени в подлогарифмическом выражении, сделаем это корректно, т. е. перейдем к выражению $4 \log_3 |x+1|$. Посмотрим на другие выражения в уравнении и задумаемся, вытекает ли из них какая-то информация о знаке $x+1$. В уравнении есть вызванные областью определения логарифма требования $x+2 > 0$ и $(x+1)(x+2) > 0$, и при выполнении этих требований гарантируется, что $x+1 > 0$, стало быть, знак модуля в планируемом преобразовании можно опустить без опасения потери корней. Далее, согласно пожеланию п. 4 перечня надлежит перейти от логарифма произведения к сумме логарифмов, и если это делать без обращения к другим деталям уравнения, то надо воспользоваться формулой $\log_3(x+1)(x+2) = \log_3 |x+1| + \log_3 |x+2|$. Однако из другого выражения есть требование $x+2 > 0$, а выше мы уже сделали заключение о том, что косвенно в уравнении присутствует требование $x+1 > 0$, так что и здесь знак модуля писать не будем. В итоге после запланированных преобразований приходим к уравнению

$$1 + \log_3(x+1) + \log_3(x+2) = \sqrt{6 - 2 \log_3(x+1) - 2 \log_3(x+2)},$$

равносильному уравнению (22). Полагая в нем

$$\log_3(x+1) + \log_3(x+2) = z,$$

приходим к уравнению без логарифмов: $1 + z = \sqrt{6 - 2z}$. Оно равносильно системе

$$\begin{cases} (1+z)^2 = 6 - 2z, \\ 1+z \geq 0. \end{cases} \quad (23)$$

Решая уравнение в системе (23), находим, что его корнями будут $z = 1$ и $z = -5$. Ясно, что неравенству системы удовлетворяет только $z = 1$.

Вернемся к исходной неизвестной:

$$\log_3(x+1) + \log_3(x+2) = 1 \iff \begin{cases} \log_3(x+1)(x+2) = 1, \\ x+2 > 0. \end{cases} \quad (24)$$

Избавляясь в уравнении системы (24) от логарифма, находим, что его корнями будут числа $\frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$, из которых только $\frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$ удовлетворяет неравенству системы (24), оно и составит ответ.

В заключение приведем в качестве упражнений несколько уравнений, при решении которых эффективно использование изложенных выше соображений. Все разобранные уравнения, кроме примера 1, а также предлагаемые в упражнениях, взяты из вступительных экзаменов в Новосибирский государственный университет разных лет, большая часть из них может быть найдена в [2].

Упражнения

Решить уравнения:

- 1) $\log_{\frac{1}{2}}(4 \log_3 x) = \sqrt{\log_2(\log_x^2 3) - 1}$, ответ: $\{3^{2^{-5}}\}$;
- 2) $\log_{x-4}(x-2) \cdot \log_7(x-4)^2 + \log_7(8-x)^2 = 2$, ответ: $\{5 + \sqrt{2}, 9\}$;
- 3) $\log_{\sqrt{x}}(3-x) \cdot \log_2 x + \log_2(x-6)^2 = 4$, ответ: $\{2\}$;
- 4) $\log_{\sqrt{x}}(6-x) \cdot \log_6 x + \log_6(x-1)^2 = 2$, ответ: $\{3, 4\}$;
- 5) $(\log_{6x+5} 2 + \log_{6x+5} 5) \log_4 10 = (\frac{1}{2} + \log_4 5 - \log_{6x+5} 10) \log_{x^2} 100$,
ответ: $\{-1/2\}$;
- 6) $(\frac{1}{2} \log_2 10 - \log_{x+3} 10) \log_{x^2} 100 = (\frac{1}{2} + \log_4 5) \log_{x+3} 10$, ответ:
 $\{-3/5\}$;
- 7) $(\log_{9x+1} 2 + \log_{9x+1} 5)(\log_8 5 + \frac{1}{3}) = (\log_8 10 - \log_{9x+1} 10) \log_{x^2} 100$,
ответ: $\{-1/17\}$;
- 8) $\log_5(5x-15) + \log_{25}(x+3)^2 = \log_5(2x^2 - 4x - 10) + 1$, ответ:
 $\{2 + \sqrt{5}\}$;
- 9) $\log_2(2x-2) + \log_4(x+1)^2 = 2 + \log_2(x^2 + x - 3)$, ответ: $\{\sqrt{6} - 1\}$;
- 10) $\log_3(2x-4) + \log_9(x+2)^2 = 1 + \log_3(x^2 + 2x - 9)$, ответ: $\{2\sqrt{7} - 3\}$.

Литература

1. Дятлов В. Н., Дятлов Г. В., Дмитриева Ю. А. Уравнения, неравенства, системы. Соотношения с корнями (радикалами).—Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2008.—(Сер. «Математические этюды для абитуриентов, учащихся, учителей». Этюд № 3).
2. Белоносов В. С., Фокин М. В. Задачи вступительных экзаменов по математике.—Новосибирск: Сибирское университетское изд-во, 2005.—606 с.

Дятлов Владимир Николаевич
Новосибирск, Новосибирский государственный университет,
Южный математический институт ВНЦ РАН

Дмитриева Юлия Александровна
Новосибирск, Новосибирский государственный университет

Секция физики

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Е. А. Борисова, А. П. Костенко, К. М. Корепанов

Современный стандарт физического образования требует такого построения учебного процесса, при котором студенты усваивают не только знания, но и основы методов научного познания. Это означает, что сообщения только умозрительных рассуждений, теоретических выкладок и экспериментально обнаруженных фактов в процессе изложения лекционного материала недостаточно. Необходимо сопровождать каждую лекцию демонстрационным экспериментом.

При изучении раздела физики «Колебания и волны» большинству студентов трудно представить, что такое затухающие колебания. Демонстрацию затухающих электромагнитных колебаний можно выполнить при помощи специальной установки. Обычно необходимо наличие осциллографа (например, типа С1-83), колебательного контура, содержащего катушку с индуктивностью L , конденсатора емкостью C и потенциометра с сопротивлением R . Проблема часто заключается в наличии приборов и в их работоспособности.

Каждый реальный колебательный контур обладает активным сопротивлением, и энергия, запасенная в контуре, постепенно расходуется на нагревание. Поэтому свободные колебания будут затухающими. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами для колебательного контура имеет вид

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = 0, \quad (1)$$

где $q'' = \frac{\partial^2 q}{\partial t^2}$ — вторая производная от заряда по времени, $q' = \frac{\partial q}{\partial t}$ — первая производная от заряда по времени, т. е. сила тока в контуре, $\beta = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ — собственная частота колебаний контура. Решением данного дифференциального уравнения является следующее выражение:

$$q = q_0 \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0), \quad (2)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4L^2}}$ — частота затухающих колебаний.

Для демонстрации затухающих колебаний в реальном колебательном контуре была написана компьютерная программа. Эта программа позволяет при помощи мультимедийного проектора для

большой аудитории демонстрировать результаты компьютерного эксперимента. Программа написана на языке «Делфи», имеет простой пользовательский интерфейс и занимает небольшой объем памяти (780 Кбайт). Она дает возможность иллюстрировать:

1) свободные незатухающие колебания идеального колебательного контура при $R = 0$;

2) затухающие колебания реального колебательного контура.

Программа строит график зависимости заряда в колебательном контуре от времени, одновременно отображаются две кривые: статическая зависимость амплитуды заряда $q_{\max} = q_0 \cdot e^{-\beta t}$ и динамическая — бегущая $q = q_0 \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0)$.

Программу отличает простота интерфейса, что позволяет преподавателю легко пользоваться ею во время лекции. Кроме того, данная программа может стать основой для создания виртуальной лабораторной работы «Изучение электромагнитных колебаний в колебательном контуре». После определенной доработки программа может стать основой методических указаний для выполнения лабораторных работ на реальных приборах.

Литература

1. Савельев И. В. Курс физики. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.—М.: Лань, 2007.—480 с.

БОРИСОВА ЕКАТЕРИНА АЛЕКСАНДРОВНА,
КОСТЕНКО АНАТОЛИЙ ПЕТРОВИЧ,
КОРЕПАНОВ КОНСТАНТИН МИХАЙЛОВИЧ
Екатеринбург, Уральский государственный
технический университет — УПИ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРА НА УРОКАХ ФИЗИКИ

Н. Ю. Милостивая

Важнейшей задачей школы, в том числе и преподавания физики, является формирование личности, способной ориентироваться в потоке информации в условиях непрерывного образования. Осознание общечеловеческих ценностей возможно только при соответствующем познавательном, нравственном, этическом и эстетическом воспитании личности. В связи с этим первую цель можно конкретизировать более частными целями: воспитание у школьников в процессе деятельности положительного отношения к науке вообще и к физике в частности; развитие интереса к физическим знаниям, научно-популярным статьям, жизненным проблемам. Физика является основой естествознания и современного научно-технического прогресса.

В настоящее время, когда компьютеры стали неотъемлемой частью урока, количество компьютерных программ, предназначенных для изучения физики, исчисляется десятками. Эти программы уже можно классифицировать в зависимости от вида их использования на уроках: обучающие программы, демонстрационные программы, компьютерные модели, компьютерные лаборатории, лабораторные работы, пакеты задач, контролирующие программы, компьютерные дидактические материалы.

Данная классификация является достаточно условной, так как многие программы включают в себя элементы двух или более видов программных средств, тем не менее, она полезна тем, что помогает учителю понять, какой вид деятельности учащихся можно организовать, используя ту или иную программу.

Когда же следует использовать компьютерные программы на уроках физики? Прежде всего, необходимо осознать, что применение компьютерных технологий в образовании оправдано только в тех случаях, в которых возникает существенное преимущество по сравнению с традиционными формами обучения. Одним из таких случаев является преподавание физики с использованием компьютерных моделей. Компьютерные модели позволяют получать в динамике наглядные запоминающиеся иллюстрации физических экспериментов и явлений, воспроизвести их тонкие детали, которые могут ускользать при наблюдении реальных экспериментов. Компьютерное моделирование позволяет изменять временной масштаб, варьировать в широких пределах параметры и условия эксперимен-

тов, а также моделировать ситуации, недоступные в реальных экспериментах. Некоторые модели позволяют выводить на экран графики временной зависимости величин, описывающих эксперименты, причем графики выводятся на экран одновременно с отображением самих экспериментов (очень ярко это выражено на интерактивных моделях по термодинамике), что придает им особую наглядность и облегчает понимание общих закономерностей изучаемых процессов. В этом случае графический способ отображения результатов моделирования облегчает усвоение больших объемов получаемой информации.

При использовании моделей компьютер предоставляет уникальную, не реализуемую в реальном физическом эксперименте возможность визуализации не реального явления природы, а его упрощенной теоретической модели с поэтапным включением в рассмотрение дополнительных усложняющих факторов, постепенно приближающих эту модель к реальному явлению. Кроме того, не секрет, что возможности организации массового выполнения разнообразных лабораторных работ, причем на современном уровне, в средней школе весьма ограничены по причине слабой оснащенности кабинетов физики. В этом случае работа учащихся с компьютерными моделями также чрезвычайно полезна, так как компьютерное моделирование позволяет создать на экране компьютера живую, запоминающуюся динамическую картину физических опытов или явлений.

В то же время использование компьютерного моделирования не должно рассматриваться в качестве попытки подменить реальные физические эксперименты их симуляциями, так как число изучаемых в школе физических явлений, не охваченных реальными демонстрациями, даже при блестящем оснащении кабинета физики очень велико. Несколько условный характер отображения результатов компьютерного моделирования можно компенсировать демонстрацией видеозаписей натуральных экспериментов, которые дают адекватное представление о реальном протекании физических явлений.

Среди мультимедийных средств хорошо зарекомендовал себя диск «Открытая физика». Полный мультимедийный курс физики, состоящий из отдельных модулей — компьютерных экспериментов — является уникальной обучающей программой, позволяющей ученику самостоятельно разобраться в различных вопросах физики, постигнуть ее основы, досконально понять сущность физических законов. Автор содержания курса «Открытая Физика» — Станислав Миронович

Козел, профессор МФТИ, руководитель сборной команды России на международных олимпиадах школьников по физике, Заслуженный деятель науки РФ. На диске представлены следующие разделы: механика, термодинамика, механические колебания и волны, электричество и магнетизм, оптика, квантовая физика.

Курс «Открытая Физика» содержит 84 компьютерных эксперимента, 11 видеозаписей и 8 графических моделей физических опытов, методические материалы, 2 часа звуковых пояснений по следующим разделам физики. Курс имеет поддержку через Интернет на сервере «Открытый колледж» www.college.ru.

Что же нужно сделать, чтобы урок в компьютерном классе был не только интересен по форме, но и дал максимальный учебный эффект? Учителю необходимо заранее подготовить план работы с выбранной для изучения компьютерной моделью, сформулировать вопросы и задачи, согласованные с функциональными возможностями модели. Так можно представить следующие виды заданий для учащихся к компьютерным моделям:

1. Ознакомительное задание. Это задание предназначено для того, чтобы помочь учащемуся понять назначение модели и освоить ее регулировки. Задание содержит инструкции по управлению моделью и контрольные вопросы.

2. Компьютерные эксперименты. После того как компьютерная модель освоена, имеет смысл предложить учащимся 1-2 небольших эксперимента, позволяющих учащимся глубже вникнуть в смысл происходящего на экране.

3. Экспериментальные задачи. Далее можно предложить учащимся экспериментальные задачи, т. е. задачи, для решения которых необходимо продумать и поставить соответствующий компьютерный эксперимент. Как правило, учащиеся с особым энтузиазмом берутся за решение таких задач. Несмотря на кажущуюся простоту, такие задачи очень полезны, так как позволяют учащимся увидеть живую связь компьютерного эксперимента и физики изучаемых явлений.

4. Расчетные задачи с последующей компьютерной проверкой. На данном этапе учащимся уже можно предложить 2-3 задачи, которые вначале необходимо решить без использования компьютера, а затем проверить полученный ответ, поставив компьютерный эксперимент. При составлении таких задач необходимо учитывать как функциональные возможности модели, так и диапазоны

изменения числовых параметров. Следует отметить, что если эти задачи решаются в компьютерном классе, то время, отведенное на решение любой из этих задач, не должно превышать 5–8 минут. В противном случае, использование компьютера становится мало эффективным. Задачи, требующие более длительного времени для решения, имеет смысл предложить учащимся для предварительной проработки в виде домашнего задания и/или обсудить эти задачи на обычном уроке в кабинете физики, и только после этого использовать их в компьютерном классе.

5. Неоднозначные задачи. В рамках этого задания учащимся предлагается решить задачи, в которых необходимо определить величины двух зависимых параметров, например, в случае бросания тела под углом к горизонту, начальную скорость и угол броска, для того чтобы тело пролетело заданное расстояние. При решении такой задачи учащийся должен вначале самостоятельно выбрать величину одного из параметров с учетом диапазона, заданного авторами модели, а затем решить задачу, чтобы найти величину второго параметра, и только после этого поставить компьютерный эксперимент для проверки полученного ответа. Понятно, что такие задачи имеют множество решений.

6. Задачи с недостающими данными. При решении таких задач учащийся вначале должен разобраться, какого именно параметра не хватает для решения задачи, самостоятельно выбрать его величину, а далее действовать, как и в предыдущем задании.

7. Творческие задания. В рамках данного задания учащемуся предлагается составить одну или несколько задач, самостоятельно решить их (в классе или дома), а затем, используя компьютерную модель, проверить правильность полученных результатов. На первых порах это могут быть задачи, составленные по типу решенных на уроке, а затем и нового типа, если модель это позволяет.

8. Исследовательские задания. Наиболее способным учащимся можно предложить исследовательское задание, т. е. задание, в ходе выполнения которого им необходимо спланировать и провести ряд компьютерных экспериментов, которые бы позволили подтвердить или опровергнуть определенные закономерности. Самым сильным ученикам можно предложить самостоятельно сформулировать такие закономерности. Заметим, что в особо сложных случаях учащимся можно помочь в составлении плана необходимых экспериментов или предложить план, заранее составленный учителем.

9. Проблемные задания. С помощью ряда моделей можно продемонстрировать так называемые проблемные ситуации, т. е. ситуации, которые приводят учащихся к кажущемуся или реальному противоречию, а затем предложить им разобраться в причинах таких ситуаций с использованием компьютерной модели.

10. Качественные задачи. Некоторые модели вполне можно использовать и при решении качественных задач. Такие задачи или вопросы, конечно, лучше сформулировать, поработав с моделью заранее.

11. Компьютерная лабораторная работа. Учитель готовит заранее раздаточный материал — инструкцию, в которую входят простые, средние и трудные задания. Все их нужно решить, используя компьютерные модули, ответ записывается в листе-отчете и сдаются учителю. Ниже приводится такой лист для лабораторных работ «Изотермический процесс» (приложение 1), «Линзы» (приложение 2).

Таким образом, задания творческого и исследовательского характера существенно повышают заинтересованность учащихся в изучении физики и являются дополнительным мотивирующим фактором. По этой причине такие компьютерные уроки приближаются к идеалу, так как ученики получают знания в процессе самостоятельной творческой работы, ибо знания необходимы им для получения конкретного, видимого на экране компьютера результата. Учитель в этих случаях является лишь помощником в творческом процессе овладения знаниями.

Разумеется, компьютерная лаборатория не может полностью заменить настоящую физическую лабораторию. Рекомендуем до начала компьютерного эксперимента провести эксперимент «на натуре». Однако выполнение компьютерных лабораторных работ требует определенных навыков, характерных и для реального эксперимента, — выбор условий эксперимента, установка параметров опыта. Такая интерактивность открывает перед учащимся огромные познавательные возможности, делая их не только наблюдателями, но и активными участниками проводимых экспериментов. Следует отметить, что в компьютерных моделях воссоздаются реальные количественные условия физических экспериментов; это в значительной степени способствует выработке у учащихся ощущения реальных масштабов физических явлений и процессов.

Далее можно выделить следующие диски:

1. Кудряшова Т. Г., Кудрявцев А. А. и др. Виртуальные лабораторные работы по физике 6-9 классы.—М.: Новый диск, 2007.

На диске помещены лабораторные работы: «Изменение размеров малых тел», «Измерение массы тела на рычажных весах», «Измерение объема твердого тела», «Определение плотности вещества», «Измерение выталкивающей силы», «Изучение колебаний нитяного маятника», «Выяснение условий равновесия рычага», «Изучение равноускоренного движения», «Изучение явления теплообмена».

Как видно, из 9 лабораторных работ — 6 для 7-го класса. Все работы хорошо продуманы, разбиты на этапы, ученик имеет возможность перед выполнением работы повторить теорию, с помощью интерактивных моделей максимально приблизиться к условиям реальности, по окончании эксперимента есть возможность самому придумать опыт и в конце работы проверить свои знания тестом. Диск полезен учителю при подготовке к лабораторной работе и оказывается незаменимым при отсутствии оборудования.

2. Боровский Л. Я. Курс физики. Ч. 1. Механика; Ч. 2. Термодинамика, электричество.—М.: Медиахаус, 2005.

На дисках помещены электронные учебники, справочники и, что особенно важно, множество интерактивных моделей физических процессов, интерактивных задач.

3. Физика. Интерактивные творческие задания. 7-9 классы.—М.: Новый диск, 2007.

Диск содержит большое количество наглядного материала — анимаций, иллюстраций, схем; интерактивные задания различного жанра — тесты, упражнения на выбор правильного ответа; игры, пазлы, проведение научного исследования, задания для работы в группах и всем классом.

4. Физика. Библиотека наглядных пособий / под ред. Н. К. Хананова.—ИС: Образование.—ООО «Дрофа», 2004.

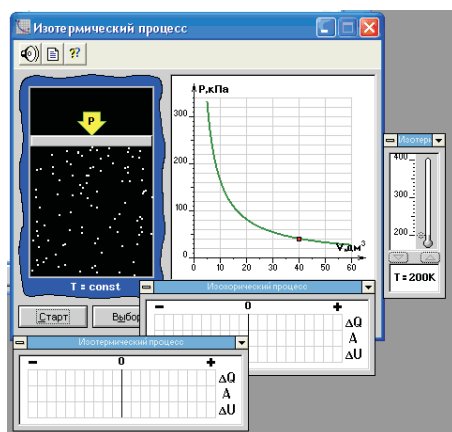
Диск удобен для составления презентаций, вставок на уроке, виртуальных экспериментов, интерактивных докладов.

Современные интерактивные курсы являются нетрадиционными дидактическими материалами и включают принципиально новые элементы, недоступные в обычных учебниках. Это позволяет поставить процесс обучения школьников на качественно новую ступень. При постоянном использовании интерактивных курсов улучшается обратная связь с учащимися, которая при традиционном преподавании сводится только к проверке ЗУН.

Литература

1. Филиппова И. Я. Информационные технологии в преподавании физики.— URL: <http://ifilip.narod.ru>.
2. Информационные технологии в преподавании физики.—URL: <http://cnit.ssau.ru/graph/samlit/files/zhirkova>.
3. Физика в анимациях.—URL: <http://www.somit.ru/karta.htm>.
4. Гомулина Н. Н., Михайлов С. В. Технология использования интерактивных компьютерных курсов с элементами дистанционного образования на уроках физики и астрономии.—URL: <http://www.ito.su/2000/III/2/221.html>.
5. Кавтрев А. Ф. Равномерное движение. Моделирование неупругих соударений // Физика.—2001.—№ 20.—С. 5–7.

Приложение 1



Карточка № 1

с заданиями к компьютерной лабораторной работе
«Изотермический процесс»

Ф. И. _____
Класс _____

1. Найди в содержании раздел «Молекулярная физика и термодинамика».

2. Раскрой этот раздел и найди окно модели «Изотермический процесс».

3. В раскрывшейся модели изотермического процесса нажмите на кнопку «Старт». Просмотрите действие модели (нажав еще раз на кнопку «Старт», прослушайте объяснение).

4. Нажав еще раз на кнопку «Старт», наблюдайте за построением графика. Рассчитайте, для какой температуры T_1 построена эта изотерма. Проверьте правильность ответа по модели (в правой части модели показан термометр). Перенесите график на лист.

5. Увеличьте температуру до $T_2 = 300$ К. Постройте изотерму для этой температуры на том же графике. Сравните изотермы при T_1 и T_2 .

Сделать вывод: изотерма с большей температурой ($T_2 > T_1$) лежит ...

6. При $T = 200$ К рассчитать, чему равен объем газа, если давление $p = 40$ кПа. Проверить результат расчета по графику.

Дано:	Решение:

7. Решить задачу № 1.

В изотермическом процессе ($T = 200$ К) $P_1 = 160$ кПа, $V_1 = 10$ дм³. Чему равно давление P_2 , если $V_2 = 20$ дм³.

Результат вычислений проверить по графику.

Дано:	Решение:

8. Решить задачу № 2.

При $T = 200$ К, $P_1 = 160$ кПа, $V_1 = 10$ дм³. Чему равно давление P_2 , если $P_2 = 50$ кПа.

Проверить ответ на модели.

Дано:	Решение:

9. Решить задачу № 3.

Для водорода давление $P = 300$ кПа, температура $T = 400$ К. Определить объем газа. Проверить ответ на модели.

Дано:	Решение:

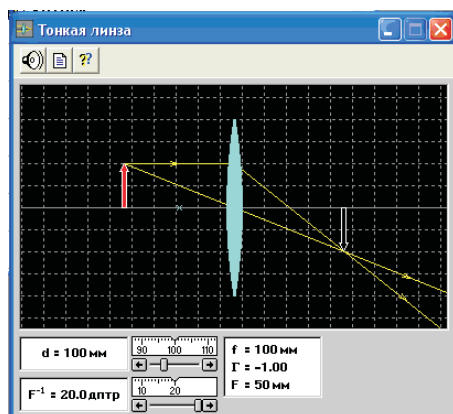
10. Построить графическую зависимость P от V для температуры $T = 400$ К (масса кислорода 1 кг). Проверить результат на компьютерной модели.



Решить задачи заданные компьютером.

Для этого на экране нажать клавишу и следовать инструкции.

Приложение 2



Лабораторная работа «Линзы»

Вариант № 1

Ф. И. _____

Класс _____

1. Дать определение линзы.

2. Какие бывают линзы?

3. Что такое фокус линзы?

4. Построить изображение предмета, находящегося между фокусом и двойным фокусом собирающей линзы.

5. На интерактивной модели линзы проверить правильность своего чертежа.

6. Найди в содержании раздел «Оптика».

7. Раскрой этот раздел и найди тему «Тонкая линза». Изучи действие этой модели (научись, изменяя фокусное расстояние, получать изображение собирающей и рассеивающей линзы, изменять расстояние d).

8. Решить задачу № 1 (Мартынов 1024 Т1). Построить чертеж. Проверить правильность своего чертежа на модели.

Дано:	Решение:

9. Решить задачу № 2 (Мартынов 1024 Т3). Построить чертеж. Проверить правильность своего чертежа на модели.

Дано:	Решение:

10. Решить задачу № 3 (Мартынов 1024 Т6). Построить чертеж. Проверить правильность своего чертежа на модели.

Дано:	Решение:

11. На интерактивной модели для собирающей линзы расположить предмет в фокусе ($F = 50$ мм) на расстоянии $d = 50$ мм. Перенести полученный чертеж в тетрадь.

Милостивая Наталья Юрьевна
Владикавказ, СОШ № 6

ПОИСКИ НОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ ФИЗИКИ

Г. М. Молчанова

Эксперимент в учебном процессе — это главный метод воспитания и развития учащихся на уроках физики. Вне зависимости от вида использования на уроке (демонстрационно или фронтально), он должен быть источником познания, должен научить детей наблюдать, исследовать и объяснить результаты эксперимента.

В своей работе я часто использую экспериментальные задачи как основу физического образования. По своей направленности они могут быть расчетными, логическими, исследовательскими и смешанного характера, индивидуальными или фронтальными.

Экспериментальные задачи исследовательского характера можно проводить после завершения стадии овладения теоретическим материалом учащимися, подкрепленным тренировочными задачами. Именно через решение тренировочных задач (2-3 урока) все учащиеся убеждаются в сущности отдельных физических явлений и законов, что способствует развитию логического физического мышления. Далее переходим от тренировочных задач к исследовательским задачам.

В данном материале рассказывается лишь об одной из технологий применения экспериментальных задач в разделе «Геометрическая оптика» на уроке под названием (по теме) *«Исследование преломляющих свойств линзы»*. На уроке в соответствии с целями и задачами учащиеся используют лабораторное оборудование, выполняют физические эксперименты, в результате чего они приобретают практические навыки, развивают самостоятельность, наблюдательность, и отрабатывают умение применять физическую теорию на практике в каждой конкретной задаче.

I этап урока. В организационном моменте урока дается информация о видах деятельности учащихся на уроке, о поэтапном распределении времени на выполнение этой деятельности:

- 1) краткое итоговое повторение теории (10 минут);
- 2) самостоятельное решение экспериментальных задач (20 минут);
- 3) самостоятельная работа с тестами (10 минут).

Краткое итоговое повторение теории линз необходимо для теоретической подготовки учащихся к самостоятельным исследованиям. Для наглядности использую два транспаранта (в бумажном или проекционном исполнении), содержащие опорные конспекты в виде блок-схем № 1 и № 2, включающих теорию линз, правила прохождения световых лучей через линзу и правила построения изображений в линзах.

Чтобы убедиться в готовности учеников к осуществлению исследовательской деятельности, я провожу блиц-опрос, требующий от учащихся четких и кратких ответов. К примеру:

1. Назовите *два способа наблюдения*, с помощью которых вы убедитесь, какая из двух линз рассеивающая, а какая собирающая?

Ответ: а) визуально по форме поверхности линзы; б) по мнимым изображениям в линзах.

2. Какая физическая величина характеризует преломляющие свойства линзы?

Ответ: оптическая сила линзы, модуль $|D|$.

3. Какая физическая величина характеризует действие линзы: собирающее или рассеивающее?

Ответ: Знак D : $D > 0$ — собирается линза, $D < 0$ — рассеивается линза.

4. От чего зависят действия или преломляющие свойства линзы?

Ответ: используется формула $|I|$ блок-схемы № 1. Зависят от $n_{\text{л}}$, от $n_{\text{среды}}$, от модулей радиусов кривизны поверхностей линзы, от формы поверхностей линзы (выпуклые, вогнутые, плоские).

5. Как можно изменить оптическую силу линзы?

Ответ: изменить среду, окружающую линзу (т. е. $n_{\text{среды}}$), так как другие параметры линзы $n_{\text{л}}$, R_1 , R_2 у линзы изменить нельзя.

Для убедительности ответа на демонстрационном столе с помощью собирающей линзы получаем на экране четкое действительное изображение светящегося предмета (свеча, лампа накаливания). Затем линзу опускаем в кювету с плоскими вертикальными гранями, заполненную водой. Ученики наблюдают на экране размытое изображение предмета и правильно объясняют, почему это произошло, применяя формулу (1) из блок-схемы № 1.

6. Как составить систему центрированных линз и как оценить действие этой системы?

Ответ: а) сложить линзы вплотную; б) по мнимому изображению предмета.

7. Как нужно применять формулу тонкой линзы?

Ответ: с учетом знаков.

II этап урока. После информационной подготовки учащиеся переходят ко II этапу урока — самостоятельному решению экспериментальных задач. Каждый ученик получает бланк-инструкцию с заданиями (отпечатаны на компьютере). Перед ними стоит задача: быстро завершить эксперимент, снять показания (выполнить измерения), занести их в бланк карандашом, сделать расчеты в рабочих тетрадях и проверить их опытом. Может показаться, что на эксперименты отводится мало времени. Но ученики успевают справиться с практическими заданиями, так как от них не требуется оформление отчета о проделанной работе. Отчет в соответствии с требованиями, изложенными в бланке-инструкции, ученики оформляют дома. Инструкции остаются у учеников и сдаются вместе с отчетом на следующем уроке.

При выполнении эксперимента по инструкции учащиеся могут испытывать затруднения. Чтобы избежать их, в тексте есть подсказки. Если и они не помогут преодолеть затруднения, тогда ученик получает карточку к заданию с дополнительным пояснением. Обычно задания «1» и «2» у учащихся не вызывают затруднений, а вот задание «3» может вызвать затруднение у слабых учеников несмотря на то, что похожие задания отрабатывались ранее на тренировочных задачах.

Карточка к заданию 3 содержит подсказки, позволяющие ученику получить правильные результаты.

Если ученики не успели выполнить расчет в 3-ем задании, то они это сделают дома.

Для сильных учащихся, быстро и умело экспериментирующих, по выбору (по желанию) предлагается задание 3* повышенной сложности.

Если все-таки моим коллегам покажется, что учащиеся на уроке перегружены, то этот материал можно разделить на 2 урока.

К описанию урока прилагаются транспаранты с блок-схемами № 1 и № 2, экспериментальные задания в бланке-инструкции и варианты тестов.

III этап урока. Третий этап урока — это самостоятельная работа с тестами, 3 варианта. В каждом варианте содержится пять-шесть заданий с выбором ответа, а седьмое задание требует математически несложного расчета в письменном виде. Третий вариант предлага-

ется более подготовленным учащимся. Через 10 минут все учащиеся сдают решения тестов.

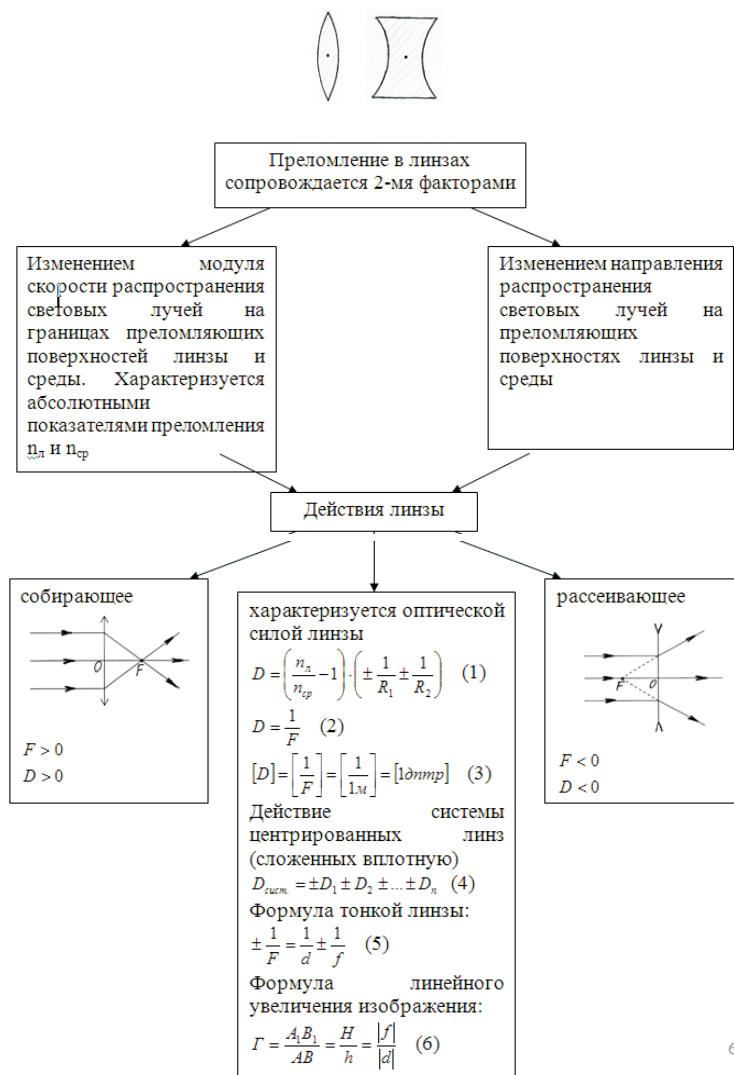
Материал к тестам подбирался из сборников различных авторов по подготовке учащихся к ЕГЭ по физике. В результате такой деятельности на уроке ученики получают две оценки: первая — за решение экспериментальных задач с учетом быстроты и «чистоты» выполнения эксперимента и умения правильно, в соответствии с требованиями инструкции, оформить отчет; вторая — за решение тестов.

Литература

1. *Тренин А. Е.* Физика. Интенсивный курс подготовки к единому государственному экзамену.—М.: Айрис-пресс, 2005.—288 с.
2. *Орлов В. А., Ханнанов Н. К.* Единый государственный экзамен 2002. Контрольные измерительные материалы. Физика.—М.: Просвещение, 2003.—224 с.

Приложение 1

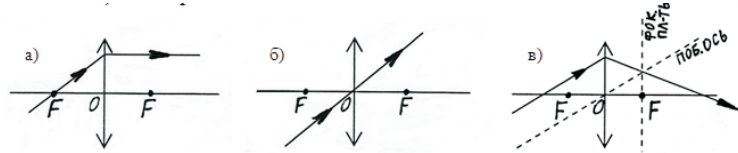
Линзы
Блок-схема № 1



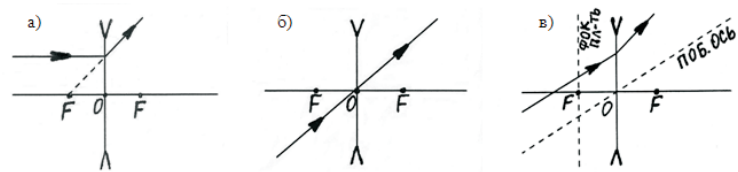
Приложение 2

Правила построения изображения в линзах
Блок-схема № 2

1) в собирающей линзе:



2) в рассеивающей линзе:

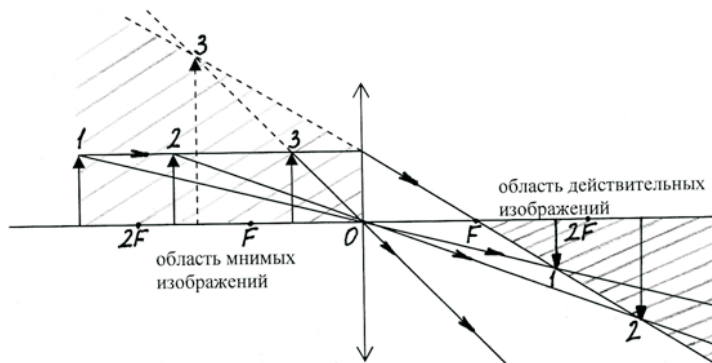


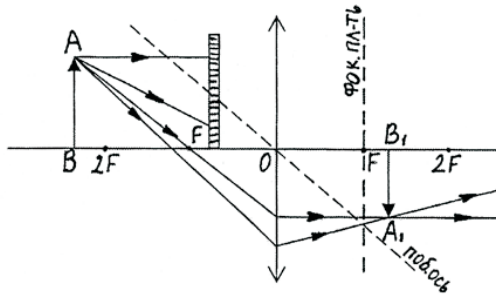
Свойства тонкой линзы.

Лучи падающие и преломленные взаимно обратимы.

1) Точечный объект и его изображение лежат на одной оптической оси;

2) Луч, параллельный побочной оси, пересекается с ней после преломления в фокальной плоскости: см. рис. 1 (в) и рис. 2 (в).





Бланк-инструкция
к экспериментальной работе
«Исследование преломляющих свойств линзы»

I. Цель работы:

- 1) убедиться в объективности законов геометрической оптики на примере явления преломления света в линзе;
- 2) научиться определять оптическую силу линзы (ее преломляющие свойства) практически, логически и аналитически;
- 3) оценить и рассчитать оптическую силу системы центрированных линз.

II. Оборудование: линза собирающая, линза рассеивающая, лабораторная лампа на подставке с колпачком, источник тока, экран, масштабная миллиметровая сетка на подставке, измерительная линейка.

III. Практическая часть.

Задание № 1. Оценить действие линз: выяснить, какая из двух линз является собирающей, а какая рассеивающей. Объяснить ваш выбор;

а) наблюдая линзы визуально, описать и подтвердить логическим рассуждением действие каждой линзы. (Подсказка: используйте расчетную формулу оптической силы линзы.)

б) наблюдайте изображение предмета, расположенного близко от каждой линзы. Опишите эти изображения, проведите сравнения, назовите общие и отличительные признаки, постройте эти изображения, запишите формулу тонкой линзы и формулу линейного увеличения для каждого наблюдения.

Задание № 2. Вычислить фокусное расстояние и оптическую силу собирающей линзы, F_1 и D_1 . Для этого получите на экране четкое изображение предмета. Измерьте расстояние от предмета до линзы $d_1 = \dots$ см, от линзы до изображения $f_1 = \dots$ см. Опишите изображение. Выполните построение изображения и расчеты. Записать ответ: $F_1 = \dots$ см, $D_1 = \dots$ дптр. Оформить решение задачи с условиями:

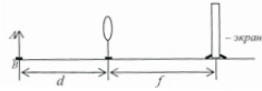
Дано:	
$d_1 = \dots$ см	
$f_1 = \dots$ см	
Найти:	
F_1, D_1	

Проведите проверку полученного результата, поместив предмет и экран на расстоянии $2F$ от линзы по обе стороны линзы. Опишите наблюдение. Можно проверить и другим способом: удалив предмет на «бесконечность», получить изображение предмета в виде светящейся точки на экране и измерить расстояние от линзы до экрана. Это и есть фокусное расстояние линзы. Почему? Доказать (используйте формулу (5) из блок-схемы № 1).

Дополнительное задание: во время опыта закройте нижнюю часть линзы (или левую часть линзы) полоской бумаги. Проследите, как изменяется изображение на экране. Объясните.

Карточка к заданию 2

Чтобы рассчитать фокусное расстояние и оптическую силу собирающей линзы, нужно провести опыт: вдоль одной прямой расположить последовательно предмет (источник света), линзу и экран.



Передвигая линзу или предмет, или экран, получить на экране действительное обратное увеличенное или уменьшенное изображение. Измерить d или f , подставить в формулу тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \quad \text{откуда } F_1 = \frac{d \cdot f}{d + f} = \dots \text{ (см)} = \dots \text{ (м)}.$$

Оптическая сила $D_1 = \frac{1}{F_1} = \dots$ (дптр).

Задание № 3. Вычислить фокусное расстояние и оптическую силу рассеивающей линзы F_2 и D_2 . Для этого получите мнимое изображение предмета, измерьте расстояние от предмета до линзы $d_2 = \dots$ см. Затем с помощью масштабной миллиметровой сетки на подставке измерьте высоту изображения $H_2 = \dots$ см, а затем, убрав линзу, измерьте высоту предмета $h_2 = \dots$ см. Применяя формулу тонкой рассеивающей линзы и формулу линейного увеличения линзы, произведите вычисления.

Решение оформить в виде задачи с условиями:

Дано:	
$d_2 = \dots \text{см}$	
$h_2 = \dots \text{см}$	
$H_2 = \dots \text{см}$	
Найти:	
F_2, D_2	

Запишите ответ: $F_2 = \dots$ см, $D_2 = \dots$ дптр (с учетом знаков).

Карточка № 1 к заданию 3

Подсказка 1. Запишите формулу тонкой рассеивающей линзы с учетом знаков: $-\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2}$, получите формулу для расчета

$$F = -\frac{|d_2| \cdot |f_2|}{|f_2| - |d_2|}.$$

Подсказка 2. Запишите формулу линейного увеличения Γ , выразите из нее $|f_2|$, подставьте данные из опыта и вычислите $|f_2|$.

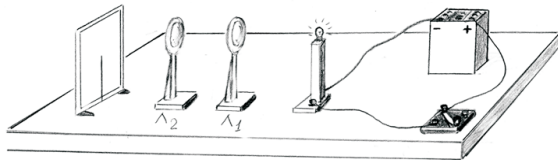
$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|f_2|}{|d_2|} \implies |f_2| = \frac{d_2 \cdot H}{h} = \dots$$

Подсказка 3. Вычислите F_2 рассеивающей линзы и оптическую силу линзы $D_2 = \frac{1}{F_2}$ по формуле $F = -\frac{|d_2| \cdot |f_2|}{|f_2| - |d_2|}$. Вычисляя по формулам, получим значение $F_2 = \dots$ см = $\dots$ м и $D_2 = \frac{1}{F_2}$ со знаком (+). Но ответ следует записать со знаком (−), так как фокус у рассеивающей линзы — мнимый, и оптическая сила такой линзы (−).

Карточка № 2 к заданию 3*

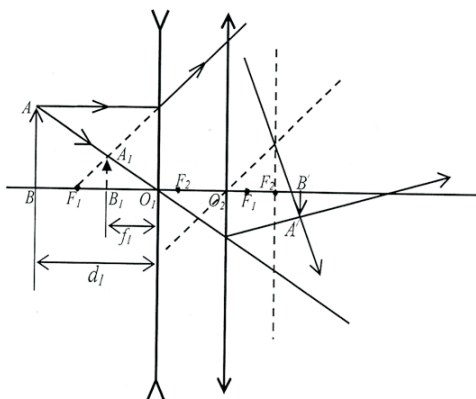
Для вычисления фокусного расстояния и оптической силы рассеивающей линзы проведите эксперимент одновременно с двумя линзами: рассеивающей и собирающей. Собирающая линза должна быть короткофокусной.

Задание: расположите оборудование на столе в такой последовательности: предмет, рассеивающая линза L_1 , собирающая линза L_2 , экран.



Передвигая собирающую линзу, добейтесь четкого изображения предмета на экране. Измерьте расстояние d_1 от предмета до линзы L_1 .

Затем, убрав линзу L_1 , медленно передвигайте предмет к линзе L_2 . Получите на экране действительное изображение предмета. Так получается только в том случае, если предмет займет место мнимого изображения в линзе L_1 . Измерив расстояние от предмета до положения линзы L_1 в первом опыте, находим расстояние f_2 мнимого изображения до линзы L_1 . Используя формулу тонкой рассеивающей линзы, вычислите фокусное расстояние F_2 и оптическую силу линзы D_2 . Выполните построение чертежа в 1-ом опыте.



$$-\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1}.$$

За решение этой задачи ученик получает третью оценку. На следующем уроке полезно послушать сообщение ученика по решению задания 3* всеми учащимися.

Задание № 4. Составьте систему центрированных линз. Оцените действие этой системы. Опишите мнимое изображение предмета, полученное этой системой. Рассчитайте оптическую силу системы центрированных линз: $D_{\text{сист.}} = \pm D_1 \pm D_2$.

IV. Задание на дом: подготовьте отчет о работе в письменном виде в тетрадях для лабораторных работ.

Линзы

Тест № 1

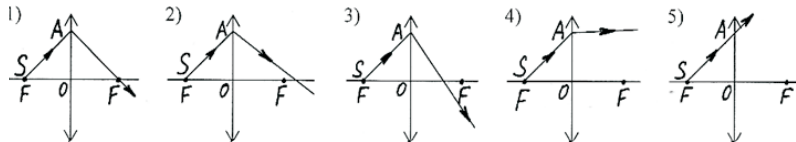
А-1. Можно ли с помощью рассеивающей линзы получить действительное изображение предмета? Если да, то где ее нужно расположить?

- 1) нет, нельзя;
- 2) да, между фокусом и двойным фокусом;
- 3) да, между линзой и фокусом;
- 4) да, в двойном фокусе;
- 5) да, за двойным фокусом.

А-2. Если стеклянную собирающую линзу опустить в воду, то ее фокусное расстояние

- 1) не изменится;
- 2) уменьшится;
- 3) увеличится;
- 4) линза станет рассеивающей;
- 5) линза станет отрицательной.

А-3. Укажите номер рисунка, на котором правильно изображен ход светового луча SA после прохождения собирающей линзы:



А-4. Какой тип изображения невозможно получить с помощью собирающей линзы:

- 1) действительное, перевернутое, уменьшенное;
- 2) действительное, перевернутое, увеличенное;
- 3) мнимое, прямое, уменьшенное;
- 4) мнимое, прямое, увеличенное;
- 5) действительное, перевернутое, равное.

А-5. Укажите характеристику изображения предмета в собирающей линзе, если предмет расположили между фокусом и оптическим центром линзы:

- 1) действительное, обратное, увеличенное;
- 2) действительное, обратное, уменьшенное;
- 3) действительное, обратное, равное;
- 4) мнимое, прямое, увеличенное;
- 5) мнимое, прямое, уменьшенное.

А-6. Если закрыть верхнюю половину собирающей линзы, с помощью которой получено действительное изображение на экране, то:

- 1) нижняя половина изображения исчезнет;
- 2) верхняя половина изображения исчезнет;
- 3) изображение на экране сместится вверх;
- 4) изображение на экране сместится вниз;
- 5) все изображение останется на прежнем месте, но его яркость уменьшается.

В-1. Чтобы получить изображение предмета в натуральную величину, его следует расположить от собирающей линзы с оптической силой 5 дптр на расстоянии:

- 1) 0,1 м; 2) 0,2 м; 3) 0,4 м; 4) 0,8 м; 5) 2 м.

Тест № 2

А-1. Можно ли с помощью рассеивающей линзы получить увеличенное изображение предмета? Если да, то где его нужно расположить?

- 1) нет, нельзя;
- 2) да, между линзой и фокусом;
- 3) да, между фокусом и двойным фокусом;
- 4) да, в двойном фокусе;
- 5) да, за двойным фокусом.

А-2. Воздушную линзу поместили в воду. Как действует эта линза в воде?

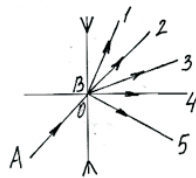
- 1) как собирающая;
- 2) как рассеивающая;
- 3) она не изменяет ход луча;
- 4) может действовать и как собирающая, и как рассеивающая.

А-3. Укажите характеристики изображения предмета, находящегося между фокусом и двойным фокусным расстоянием в собирающей линзе:

- 1) действительное, обратное, уменьшенное;
- 2) действительное, обратное, увеличенное;
- 3) мнимое, прямое, уменьшенное;
- 4) мнимое, прямое, увеличенное;
- 5) действительное, обратное, равное.

А-4. Укажите номер луча, который показывает правильный ход луча АВ после прохождения рассеивающей линзы:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.



А-5. Рассеивающая линза дает действительное изображение предмета, если он расположен:

- 1) между линзой и фокусом;
- 2) между фокусом и двойным фокусным расстоянием линзы;
- 3) за двойным фокусным расстоянием;
- 4) ни при каких условиях;
- 5) в двойном фокусе.

А-6. Если закрыть нижнюю половину собирающей линзы, с помощью которой на экране получено действительное изображение, то:

- 1) нижняя половина изображения исчезнет;
- 2) верхняя половина изображения исчезнет;
- 3) изображение на экране сместится вверх;
- 4) изображение на экране сместится вниз;
- 5) изображение останется на месте, но его яркость уменьшается.

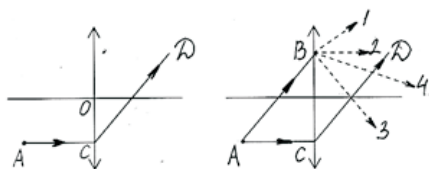
В-1. Оптическая сила собирающей линзы 6 дптр. На каком расстоянии от линзы нужно поместить предмет, чтобы получить мнимое изображение на расстоянии 25 см от линзы?

Тест № 3

А-1. Можно ли с помощью двояковогнутой линзы получить действительное изображение предмета?

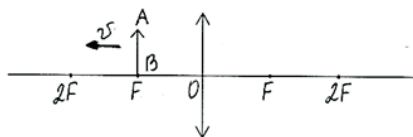
- 1) невозможно ни в каких случаях;
- 2) можно, если предмет расположить ближе фокусного расстояния линзы;
- 3) можно, если линзу поместить в прозрачную среду, оптическая плотность которой больше оптической плотности материала линзы;
- 4) можно, если предмет находится между фокусом и двойным фокусным расстоянием линзы;
- 5) можно, если линза находится в вакууме.

А-2. Луч AC после прохождения линзы идет по направлению CD . Какой луч правильно показывает ход луча AB после преломления в линзе?



А-3. Как меняются линейные размеры изображения предмета, получаемого при помощи собирающей линзы, если предмет равномерно перемещают параллельно самому себе от точки F к точке $2F$:

- 1) увеличиваются;
- 2) уменьшаются;
- 3) остаются неизменными;
- 4) может быть по-разному.



А-4. Как изменится изображение предмета на экране, если закрыть правую половину линзы:

- 1) исчезнет правая половина изображения на экране;
- 2) исчезнет левая половина изображения на экране;
- 3) изображение уменьшится в 2 раза;
- 4) изображение увеличится в 2 раза;
- 5) изображение останется на прежнем месте, но яркость его уменьшится.

А-5. Какие изображения можно получить с помощью системы двух центрированных линз с $D_1 = 4$ дптр и $D_2 = -5$ дптр?

- 1) действительное, обратное, уменьшенное;
- 2) действительное, обратное, увеличенное;
- 3) действительное, обратное, равное;
- 4) мнимое, прямое, увеличенное;
- 5) мнимое, прямое, уменьшенное.

В-1. Чтобы мнимое изображение предмета, даваемое рассеивающей линзой, было в 2 раза меньше предмета, предмет следует расположить на расстоянии от линзы, равном:

- 1) половине фокусного расстояния;
- 2) фокусному расстоянию;
- 3) $3/2$ фокусного расстояния;
- 4) двойному фокусному расстоянию;
- 5) $5/2$ фокусного расстояния.

В-2. Расстояние от лампы до экрана 5 м. Для того чтобы получить на экране увеличенное изображение лампы, собирающую линзу с фокусным расстоянием 80 см следует поместить между лампой и экраном. На каком расстоянии от лампы должна быть установлена линза?

- 1) 4 м либо 1 м; 2) 4 м; 3) 1 м; 4) 2 м либо 3 м; 5) 2,5 м.

Ответы к тестам

Варианты	Задания							
	А-1	А-2	А-3	А-4	А-5	А-6	В-1	В-2
1	1	3	4	3	4	5	3	-
2	1	2	2	2	4	5	1	-
3	1	2	2	5	5	-	2	1

«ПАРЯЩИЙ» ДИСК

**Н. Б. Пушкарева, Е. А. Борисова,
Л. Г. Малышев, В. С. Гуцин**

Преподавание физики в техническом ВУЗе накладывает на преподавателя определенные дополнительные обязанности. Иллюстрируя то или иное явление, он должен не только показать и объяснить его, но и предложить слушателям возможное практическое применение или техническое решение, основанное на этом явлении. Предложенный вариант классического опыта «Парящий» диск отвечает этим требованиям.

Основу опыта «Парящий» диск составляет электромагнит, магнитопровод которого имеет форму цилиндра и состоит из нескольких железных сердечников и двух катушек, питаемых переменным током в противофазе. На цилиндр кладется диск из алюминия диаметром 250 мм и толщиной 6 мм и массой 850 г. Этот демонстрационный эксперимент иллюстрирует возникновение вихревых индукционных токов.

Другой вариант эксперимента позволяет определить неизвестное удельное сопротивление проводника. В этом случае в качестве эталонного диска-образца используется диск из чистого алюминия с известным удельным сопротивлением. Измеряя высоту подъема и зная массу и размеры алюминиевого диска, можно получить зависимость для определения удельных сопротивлений различных образцов. Для этого необходимо знать высоту подъема диска из неизвестного материала, а также массу и размеры.

Таким образом, при демонстрации этого известного опыта можно не только иллюстрировать физические явления, но и решать практические задачи по определению электросопротивления дисков, изготовленного из разных материалов, по высоте «парения».

Литература

1. Савельев И. В. Курс физики. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.—М.: Лань, 2007.—480 с.

ПУШКАРЕВА НАДЕЖДА БОРИСОВНА,
БОРИСОВА ЕКАТЕРИНА АЛЕКСАНДРОВНА,
МАЛЫШЕВ ЛЕОНИД ГРИГОРЬЕВИЧ,
ГУЩИН ВЛАДИМИР СИЛАНТЬЕВИЧ
Екатеринбург, Уральский государственный
технический университет — УПИ, кафедра физики

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ФОРМА АКТИВИЗАЦИИ ИНТЕРЕСА УЧАЩИХСЯ К ИЗУЧАЕМОМУ МАТЕРИАЛУ

Т. И. Радченко

В современных условиях недостаточного интереса учащихся к предметам естественнонаучного цикла большое значение приобретают разнообразные формы и методы, призванные усилить внимание детей к изучаемому материалу. Скука, однообразие и заштампованность — величайшие враги успешности учебного процесса. Учитель должен помогать ученику развивать самостоятельность мышления и логику рассуждений. Для этого целесообразно вначале разбирать чужой ход мыслей, при этом соглашаясь или не соглашаясь с ним, а затем выдвигать свои предложения. В результате школьник нарабатывает умение критически оценивать полученную информацию, что немаловажно в современных условиях лавины не всегда проверенной и научно-достоверной информации, а, с другой стороны, он приучается не только высказывать критические замечания, но и быть способным предложить что-то свое.

Одним из вариантов привлечения внимания учащихся могут оказаться задания типа: «Найди ошибку». В работе с применением этой дополнительной формы активизации можно выделить три ее вида: классно-урочную, внеклассную и самостоятельного поиска информации.

Если последний вид предполагает, что учащиеся будут периодически находить соответствующие примеры самостоятельно, то первые два требуют от педагога умения составлять такие тексты по мере необходимости, соблюдая при этом определенные правила и принципы. Предлагать составлять учащимся специальные тексты с ошибками нецелесообразно: ученик должен, в первую очередь, знать верные ответы.

Рекомендации по составлению текстов

1. Тексты, предназначенные для восприятия на слух, должны содержать небольшое количество ошибок (I уровень). В данном случае производится как тренировка внимания, так и укрепление памяти. Если текст будет выдан учащимся в письменном виде, то количество

ошибок в нем можно немного увеличить. Следует отметить, что устная форма на этом этапе предпочтительнее, так как на уроке такая работа не должна занимать много времени, и, следовательно, ошибок будет предъявлено не так много. А это уже повод для учащихся продемонстрировать не только свои знания, но и возможности своей памяти перед товарищами. Кроме того, ошибки, воспринятые зрительно, могут зафиксироваться в памяти отдельных школьников, с еще не сформировавшимся критическим мышлением.

2. Возможно, что часть текста будет выполнять не образовательные задачи, а воспитательные.

3. Анализ может быть подвергнут стиль рассказчика из предложенного текста. Например, тавтология, нарушения логики в излагаемом материале, неверное использование научной терминологии, речевые ошибки и т. д. Такие тексты могут быть необходимы для того, чтобы ученики увидели на примере чужих ошибок, как должен быть выстроен правильный ответ в идеале. Конечно, учитель может вести такую работу во время текущих ответов учеников. Но, во-первых, если ученика постоянно перебивать, то он может сбиться и потерять нить своих рассуждений. Во-вторых, возможно корректировки или, наоборот, похвалы требует сам стиль изложения, но как привлечь к этому внимание одноклассников, не мешая отвечающему, ведь полностью устный ответ воспроизвести в том же виде, обычно, невозможно? Поэтому в данном случае текст рассказа, обсуждаемый с классом, поможет и учителю в его работе с детьми, и самим ученикам при формировании своего ответа.

4. Если текст (II уровень) предназначен для предъявления его в письменном виде, то на количество ошибок в нем (как и на сам объем) вряд ли стоит накладывать ограничения. Такие тексты лучше применять при проведении каких-либо мероприятий, чтобы учащиеся могли поработать над информацией дома, выясняя, уточняя и обсуждая между собой необходимые сведения. Этим будут, естественно, заниматься ученики, у которых уже сложились навыки работы с учебной и справочной литературой, поэтому они настороженно относятся к каждому слову исследуемого текста.

Современная система образования выдвигает требование к умениям ученика, а впоследствии уже взрослого человека, самостоятельно добывать информацию. И в этом случае на первый план выходит не только умение найти необходимую информацию, воспринять ее, переработать, но также критически оценить как сам ис-

точник полученной информации, так и ее достоверность, т. е. соответствие научно-обоснованным теориям. Человек должен научиться, насколько возможно, отличать гипотезу от научной теории, предположения от утверждений, науку от наукообразия. А это, порой, не так уж и просто. Сейчас можно прочесть и услышать все, что угодно: очищение дома от негативной энергии, причем методами деревенских бабок седой старины (ТВ); наличие вакуума, отдающего свою энергию внутри луковиц растений или получение химических элементов на уровне алхимиков средневековья (газеты); движение крови по капиллярам со скоростью больше скорости звука (из лекции для распространителей чудодейственных лекарств); в Интернете полно непроверенной информации. Неточности перевода попадают на страницы красочных изданий детской справочной литературы. Ошибки появляются на страницах школьных учебников.

Конечно, будет лучше, если учащиеся научатся не только находить изъяны в чужой работе. Как говорится: «Не ошибается только тот, кто ничего не делает». Но со школьной скамьи человека надо приучать к конструктивной критике, т. е. человек должен быть настроен не на разрушение, а на созидание. Он должен уметь найти ответы на вопросы: «А что ты предлагаешь? А как должен выглядеть правильный вариант?»

Радченко Татьяна Ивановна
Владикавказ, МОУ СОШ № 26

Секция информатики

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ ПРИМЕНЕНИЮ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Л. С. Кулаева

Приобщение к информационной культуре — это не только овладение компьютерной грамотностью, но и приобретение этической, эстетической и интеллектуальной чуткости. То, что дети могут с завидной легкостью овладевать способами работы с различными электронными, компьютерными новинками, не вызывает сомнений; при этом важно, чтобы они не попали в зависимость от компьютера, а ценили и стремились к живому, эмоциональному человеческому общению.

Обучение на данном этапе развития общества — процесс очень сложный и неоднозначный. С появлением все новых информационно-коммуникационных технологий меняется и форма, и содержание процесса обучения.

Компьютер сегодня — основной рычаг жизнедеятельности общества, который выступает не только как средство достижения уникальных возможностей, но и как связующее звено между всеми отраслями производства и образования. Но стоит ли при этом полностью компьютеризировать обучение? И тут мнения разделились. Одни, например, считают нормальным тот факт, что учащиеся, которые не относятся к разряду слабых, зачастую в примитивных арифметических вычислениях без калькулятора допускают ошибки, считая, что главное в современном обучении — понимание действия, а не детальное его исполнение. Сложность преподавания в такой ситуации состоит в создании единой системы обучения на основе традиционных и инновационных форм обучения. Вследствие создания и развития этой единой системы, появляется все больше программ и методик обучения различных уровней обучения. Несмотря на обилие таких программ и различных методик, они не теряют актуальности и находят свое применение. Учитель, который находится в постоянном поиске методов и форм работ, который старается разнообразить формы и методы преподавания, всегда рад новым разработкам и в дальнейшем использует их в своей преподавательской деятельности.

Программы обучения с использованием компьютера должны включать четыре взаимосвязанных компонента:

- активное познание учащимися окружающего мира;

- поэтапное усвоение все усложняющихся игровых способов и средств решения игровых задач;
- изменение предметно-знаковой среды на экране монитора;
- активизирующее общение ребенка со взрослыми и сверстниками.

Описываемая методика обучения школьников применению современных информационных технологий предлагает проводить контрольные (или зачетные) работы в форме ролевой игры в модели предприятий и учреждений. Применение компьютерной техники при этом позволяет сделать занятие привлекательным и по-настоящему современным, осуществлять индивидуализацию обучения, объективно и своевременно проводить подведение итогов.

Предлагаю проверочную работу по данной методике.

Проверочная работа № 1

Использование средств Microsoft Office в учреждении. Создать модель школы, т. е. основные составляющие звенья жизнедеятельности школы. А именно:

1. *Директор школы* должен обеспечить учреждение нормативными документами: лицензия и устав школы (демонстрируется умение работать с документом и пользоваться ресурсами сети Интернет).
2. *Завуч школы* должен создать расписание уроков для 9 классов на неделю (демонстрируется умение работать с текстом, с электронными таблицами и базами данных).
3. *Бухгалтер* создает расчетные бланки начисления заработной платы по упрощенной форме (демонстрируется умение работать с формулами в электронных таблицах).
4. *Учитель* должен создать презентацию по теме к уроку (демонстрируется умение работать с программой разработки презентации).
5. *Проверяющий* должен просмотреть все работы и дать всем свою оценку с комментариями (демонстрируется умение с локальной сетью и базами данных).

Каждому ученику отводится своя роль в этой игре, где они командой создают модель своей школы. Члены команды очень ответственно относятся к своим задачам и в то же время помогают друг другу, учатся работать коллективно над поставленной задачей. Сначала учащиеся разрабатывают алгоритм действий каждого, а затем вместе отчитываются в целом за всю созданную модель.

Такая методика позволяет глубже понять специфику предприятия или учреждения, в которое они играют.

По данной методике можно коллективно решать задачи различных моделей с использованием разнообразных прикладных программных продуктов.

Учащиеся видят и понимают необходимость получения знаний, расширения кругозора и развития логического мышления, когда непосредственное применение определенного теоретического курса на практике происходит осмысленно в легкой (игровой) для восприятия форме, максимально приближенной к жизни.

Ролевые игры в экономические структуры общества помогают учащимся глубже понять суть отдельных отраслей жизнедеятельности человека и прочувствовать их на практике, что в дальнейшем облегчит им работу на производстве.

Кулаева Людмила Сослановна
с. Гизель, СОШ № 2

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ
АНАЛИТИЧЕСКОМУ МЫШЛЕНИЮ НА ПРИМЕРЕ
ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «КОДИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ»

И. А. Молчанова

В учебнике Угриновича Н. Д. «Информатика и ИКТ» (профильный уровень, 10 класс) очень хорошо изложен материал по кодированию информации и, главное, корректно с профессиональной точки зрения. Но это изложение рассчитано на детей именно 10 класса, которые хорошо знакомы с такими понятиями, как логарифм и вероятность. Но тему кодирования желательно изучать в 6–7 классах.

Лебедев Г. В. говорил, что изучая с детьми научные направления, можно сколь угодно упрощать информацию, но ни в коем случае не искажать ее. В связи с этим изложение материала должно измениться, упростится, но без искажения смысла.

В предлагаемой методике изучения этой темы используется подход, основанный на аналогиях и учитывающий синергизм (фрактальность) излагаемого материала. Предлагается следующая схема изложения материала:

- 1) существующие системы кодировки;
- 2) законы кодирования в существующих системах;
- 3) создание новых систем кодирования;
- 4) кодирование по новой схеме или кодирование с использованием существующих систем кодировки;
- 5) перенос законов кодирования в новую систему;
- 6) формализация правил кодирования информации.

Все переходы осуществляются на основе найденных аналогий и закономерностей в строящейся модели.

Существующие системы кодировки. С первого класса на уроках математики и русского языка мы начинаем изучение двух основных систем кодирования информации, основанных на двух разных алфавитах и использующих различные правила кодирования информации. И тут мы с вами понимаем, что кодируем мы информацию для того, чтобы ее записать, т. е. сохранить и передать, например, издаваемые нами звуки это тоже закодированная информация. В дальнейшем на уроках математики, химии, физики мы углубляем наши знания о методах кодирования информации в этих научных разделах, основанных на символах, формулах, правилах построения

формул. А уроки музыки приобщают нас совершенно к иным способам кодирования. Все школьные предметы обучают нас правилам обработки и преобразования информации в этих предметных областях. Но во всех предметных областях существуют некоторые общие законы. Давайте увидим эти закономерности.

Введем понятие кодируемой информации — это то разнообразие информации, которое мы хотим записать с помощью специальных символов. Таким образом, кодируемая информация обладает таким свойством как количество, которое отображает разнообразие исходного множества данных. *Обозначим это количество кодируемой информации буквой n .*

Кодирование информации осуществляется с помощью алфавита кодирования, например, для словесной (вербальной) информации в качестве алфавита кодирования выбирается алфавит русского, английского, немецкого или какого-либо иного языка. Одни и те же мысли мы можем записать и передать на любом языке, но они будут выглядеть совершенно различно, так как кодирование будет происходить по различным правилам, правилам языка. Отсюда можно заметить, что кодирование информации осуществляется на основе определенного алфавита и по определенным правилам.

Совершенно понятно, что алфавит, с помощью которого мы собираемся кодировать информацию, имеет ограниченную размерность. Размерность или мощность алфавита — это количество символов, составляющих алфавит. Например, в русском языке 32 (без «ё») буквы, в английском — 26, а для того чтобы закодировать целые числа, нам нужен алфавит из 12 символов — (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -). *Обозначим мощность алфавита кодирования буквой k .*

Теперь рассмотрим, как относятся друг к другу n и k . Практически во всех системах кодирования $k \ll n$ (много меньше). Справедливости ради необходимо сказать, что есть системы, где $k = n$ или очень близко к n (например, иероглифы — это такая система кодирования, где каждому слову ставится в соответствие некоторое изображение). Такие системы использовать неудобно. И уж совсем не оправдано использование систем, в которых $k > n$. Поэтому в человеческой практике прижились системы, в которых k меньше n .

Законы кодирования в существующих системах. Так как же изобразить всю кодируемую информацию, если для этого не хватает символов кодирования? И здесь был придуман следующий ход — кодирование производится не одним символом, а некоторым

набором символов из алфавита, т. е. для кодирования используется слово — конечный набор символов из алфавита кодирования.

Слово имеет свою характеристику — длину (*обозначим длину слова кодирования буквой l*). Длина кодируемого слова зависит от того, каково количество кодируемой информации и какова мощность алфавита кодирования. Рассмотрим для примера кодирование информации с помощью азбуки Морзе. В азбуке Морзе алфавит кодирования состоит из двух символов ($\cdot$, $-$). Сначала допустим, что закодировать нужно только два слова — «да» и «нет». Тогда с помощью всего лишь одного сигнала мы можем передать одно из двух слов. Т. е. говорят, что одним сигналом можно передать два состояния. Вас это удивит, ведь одним сигналом можно передать только одно значение. Тогда посмотрим на это утверждение с другой стороны. «Да» и «нет» мы можем с вами передавать кивком головы, значит с помощью кивка головы можно передать два высказывания, и тут то мы с вами понимаем, что речь идет о том, что существует два варианта кивка головой. Но если мы хотим с вами передать сообщение «не знаю», то кивка головы нам не достаточно, и тогда вступают в действие плечи, а это уже дополнительное значение сигнала.

Так как в азбуке Морзе один сигнал может принимать только два значения, то с помощью одного сигнала мы можем передать только два различных сообщения. А если нам нужно передать не два, а 32 различных сообщения (например буквы русского алфавита), при этом количество символов в азбуке Морзе менять мы не хотим?

В этом случае мы каждой букве должны поставить в соответствие уникальную комбинацию точек и тире, однозначно определяющую букву. Можно поступить следующим образом: букве «а» поставим в соответствие « $\cdot$ », букве «б» — « $-$ », тогда для передачи или записи буквы «в» одного сигнала не хватит, и мы добавляем еще один сигнал, например, «в» можно закодировать « $\cdot\cdot$ », а «г» — « $\cdot-$ » и т. д. Если продолжать так дальше, то для буквы «ж» придется добавлять еще один сигнал « $\cdot\cdot\cdot$ », а буква «я» будет кодироваться уже 5 сигналами — « $\cdot\cdot\cdot-$ » (Проверьте!).

В общеизвестной азбуке Морзе соответствие между буквами и их кодами предлагается иное, но и в азбуке Морзе самое большое число сигналов, необходимое для кодирования буквы, равно 5, что и является длиной слова кодирования.

Сейчас мы с вами показали, что длина слова кодирования зависит

от количества кодируемой информации и мощности алфавита кодирования. В нашем случае n (количество кодируемой информации) равно 32, k (мощность алфавита кодирования) равна 2, а l (длина слова кодирования) равна 5.

Создание новых систем кодирования. Что нужно сделать, чтобы создать собственную систему кодировки? А нужно поступить следующим образом:

1) сначала определить, что мы собираемся кодировать с помощью этой системы (область кодирования);

2) далее выяснить размеры области кодирования (мощность области кодирования): конечная или бесконечная;

3) если мощность области кодирования бесконечна или достаточно большая, то можно воспользоваться общеизвестной для этих целей системой кодирования, например, чтобы закодировать слова используются буквы;

4) если мощность конечная и маленькая по размеру, то можно каждому элементу поставить в соответствие отдельный символ кодирования, например, для определения направления ветра достаточно использовать 8 стрелочек из Розы Ветров () или можно просто обозначить цифрами от 0 до 7.

В компьютерных технологиях в качестве элементов (букв) изображения информации берут только 0 и 1. Поэтому это множество называется двоичной (бинарной) системой.

Почему именно двоичная система? На самом деле можно придумать сколь угодно много других систем, но двоичная система оказалась более устойчивой, т. е. в природе самыми устойчивыми являются 2 состояния — нет (0) и да (1). Например, лампочка либо горит, либо не горит (даже если она еле светит, она все равно горит).

С помощью различных комбинаций 0 и 1 можно записать разнообразные данные. Для этого нужно построить таблицу кодирования, в которой перечисляются все объекты, которые необходимо закодировать и им в соответствие ставятся наборы из 0 и 1.

Кодирование по новой схеме или кодирование с использованием существующих систем кодировки. Итак, сначала нужно определиться с количеством кодируемой информации.

Допустим нужно закодировать цвета полей шахматной доски. Шахматная доска — черно-белая, т. е. нужно закодировать два цвета. Поставим в соответствие черному цвету — 1, а белому цвету — 0;

тогда цветовая гамма шахматной доски может быть записана в виде

0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0

Таким образом, нам потребовалось слово из одной буквы, которая может быть либо 0, либо 1.

А если нам необходимо закодировать стороны света — север, запад, юг, восток, т. е. нужно представить 4 элемента исходного множества с помощью 0 и 1. С этой целью снова построим таблицу кодирования:

север	00
запад	01
юг	10
восток	11

Таким образом, для кодирования информации, которая может принимать 4 состояния, нам понадобились двухсимвольное слово из 0 и 1.

Ну, а если нужно закодировать информацию, которая может принимать 7 состояний (ноты), то нам понадобятся уже трехсимвольные слова из 0 и 1:

до	000
ре	001
ми	010
фа	011
соль	100
ля	101
си	110

Вы, наверно, заметили, что у нас остался один код — 111, который никакому исходному данному не поставлен в соответствие. Ему может быть назначен какой-нибудь необходимый знак, например, пауза. Т. е., на самом деле, трехсимвольное слово можно использовать для кодирования 8 различных состояний.

Теперь назовем 1 символ из кодового слова для двоичной системы битом. Тогда 1 бит может принимать одно из значений из множества изображений, в нашем случае — 0 или 1.

Перенос законов кодирования в новую систему. Теперь попытаемся найти некоторые закономерности между объемом кодируемой информации (числом ее состояний) и количеством бит, необходимых для ее кодирования:

Число состояний	Длина кодового слова в битах (кол-во бит)
2	1
4	2
8	3

Заметим, что числа, стоящие в первой колонке есть степени двойки:

Число состояний	Длина кодового слова в битах (кол-во бит)
2 (2^1)	1
4 (2^2)	2
8 (2^3)	3

Здесь существует две интересные закономерности.

1. Заметим, что степень совпадает с длиной кодового слова. Можно предположить, что для 64 различных состояний нам понадобится слово в 6 бит ($64 = 2^6$).

А сколько нужно бит для кодирования информации, которая может принимать 20 значений? Для этого мы должны найти такую наименьшую степень двойки, при которой получится значение большее или равное 20.

$2^4 = 16$ — меньше 20 комбинаций.

$2^5 = 32$ — больше 20 комбинаций.

Т. е. $2^4 < 20 < 2^5$.

Значит, ответом на поставленный вопрос будет — 5 бит.

2. Вторая закономерность связана с основанием степени (т. е. с 2) и количеством символов, используемых для изображения информации — 2 (0 и 1).

Для установления закономерностей рассмотрим другую систему кодирования, в которой будем использовать три символа для изображения исходного множества, например, 0, 1 и 2. Тогда односимвольное слово позволит нам закодировать три различных состояния

исходного множества, двухсимвольное слово нам даст возможность закодировать 9 различных состояний (00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22). Отсюда мы видим, что для этой системы кодирования таблица 1 будет иметь вид:

Число состояний	Длина кодового слова
3 (3^1)	1
9 (3^2)	2
27 (3^3)	3

Попробуем написать общую формулу по установленным закономерностям.

Формализация правил кодирования информации. Пусть нам дано k различных символов, с помощью которых мы хотим изобразить n различных объектов. Для этого потребуется l -буквенное слово, где $k^{l-1} < n \leq k^l$, l — минимально необходимое количество букв для кодирования n различных объектов с помощью k символов.

Типичные задачи и способы их решения, использующие эту закономерность:

1. Дана система кодирования информации с k различными символами (если в задаче речь ведется о битах, то $k = 2$) и l -символьное слово кодирования. Определить количество (объем) информации, которое можно закодировать этой системой. (Ответ: k^l различных состояний.)

Задача. В корзине лежат шары. Все разного цвета. Сообщение о том, что достали синий шар, несет 5 бит информации. Какое наибольшее количество шаров было в корзине?

РАЗБОР. Дано 5-битовое слово кодирования, по умолчанию — в двоичной системе кодирования. Найти максимальное количество сообщений, которые можно закодировать этой системой.

РЕШЕНИЕ. $2^5 = 32$.

Ответ: 32 шара.

2. Дана система кодирования информации с k различными символами и n различных объектов, которые нужно закодировать в заданной системе. Какой минимальной длины слово необходимо для кодирования? (Ответ: такое наименьшее l , при котором k^l будет больше или равно n .)

Задача. Световое табло состоит из лампочек, каждая из которых может находиться в двух состояниях («включено» или «выключено»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться

на табло, чтобы с его помощью можно бы было передать 200 различных сигналов?

РАЗБОР. Дана система, в которой два различных символа. Нужно закодировать 200 сигналов с помощью заданной системы. Какой длины слово потребуется для этого?

РЕШЕНИЕ. $2^7 = 128$ — этого недостаточно, $2^8 = 256$ — этого достаточно.

Ответ: достаточно 8 лампочек.

3. Дано n различных объектов, которые нужно закодировать l -символьным словом. Сколько состояний должна иметь система кодирования? (Ответ: такое наименьшее k , при котором $n \leq k^l$.)

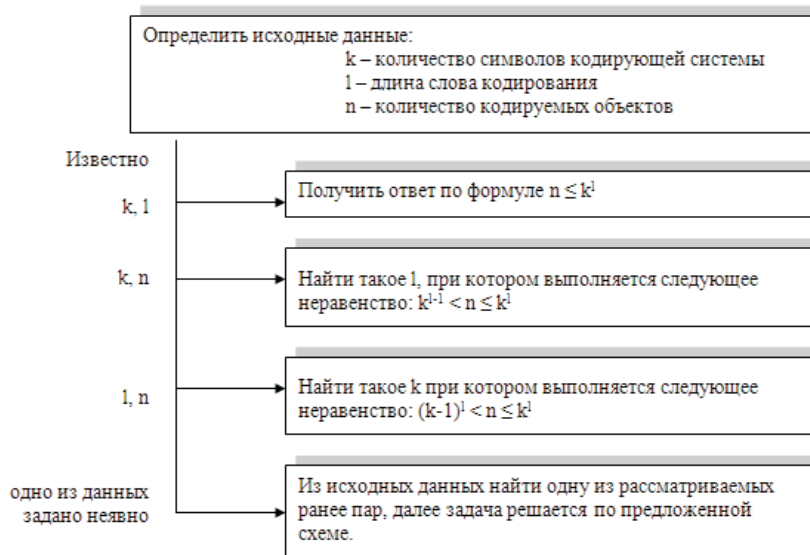
Задача. Какое наименьшее число символов должно быть в алфавите, чтобы при помощи всевозможных трехбуквенных слов, состоящих из символов данного алфавита, можно было передать не менее 9 различных сообщений?

РАЗБОР. Дано 9 различных сообщений, которые нужно закодировать 3-символьным словом. Сколько различных символов должна содержать система кодирования?

РЕШЕНИЕ. $2^3 = 8 < 9$ — недостаточно, $3^3 = 27 > 9$ — достаточно.

Ответ: в алфавите должно быть 3 буквы.

Общий алгоритм решения задачи:



Из приведенных выше примеров, следует, что можно придумать бесконечное число различных систем кодирования. И даже при одних и тех же количественных показателях системы код может означать совершенно различные данные. Примером тому являются существующие системы кодировки данных на компьютере: КОИ-8, Unicode и др.

Литература

1. Угринович Н. Д. Информатика и ИКТ: Учебник для 10 класса. Профильный уровень.—М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.—371 с.
2. Угринович Н. Д. Преподавание курса «Информатика и ИКТ» в основной и старшей школе. 8–11 классы: методическое пособие.—М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.—180 с.
3. Андреева Е. В, Босова Л. Л., Фалина И. Н. Математические основы информатики. Элективный курс: учебное пособие.—М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.—328 с.

Молчанова Ирина Александровна
Владикавказ, Северо-Осетинский государственный
университет им. К. Л. Хетагурова,
математический факультет, кафедра алгебры и геометрии

САЙТ ШКОЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ В ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Н. Х. Хубаева

Сайт школьного учреждения в сети Интернет — это новое образовательное средство обучения учащихся, педагогические основы которого нуждаются в разработке. В связи с интенсивным развитием информационных технологий роль образовательных сайтов в деятельности школ возрастает. От содержания, организационной структуры и функций образовательного сайта зависит не только успех взаимодействия школы с внешним миром, но и учебные процессы, происходящие внутри школьного заведения.

Чтобы понять, какое место может занимать сайт в школьной среде, что способствует его созданию и на что может влиять сам сайт, проанализируем эту среду и ее окружение с точки зрения того, какое отношение к сайту могут иметь формирующие эту среду некоторые представители общества.

Участник процесса		Интерес в создании сайта	Что сможет сделать для создания и продвижения сайта	«Побочный» результат
Учитель	«Своей» школы	Обмен опытом, самореклама, публикация мультимедийных и учебных материалов, идеи, блоги	Структура сайта, дизайн, содержание, программирование	Группа заинтересованных учителей
	Другой школы	Обмен опытом, идеи, сравнение	Структура сайта, дизайн, содержание, программирование	
Администратор	«Своей» школы	Формирование имиджа школы	Поддержка или выдвижение инициатив, регламенты	Новые нормативные документы
	Другой школы	Опыт по формированию имиджа школы, сравнение	Идеи	Стремление сделать также или лучше

Ученик	«Своей» школы	Общение, дистанционное обучение, гордость за школу, интерес к Интернет-профессиям, блоги	Структура сайта, дизайн, содержание, программирование	Группа заинтересованных учащихся, освоение Интернет-профессий
	Другой школы	Общение, идеи	Структура сайта, дизайн, содержание, программирование	Группа заинтересованных учащихся, возможность выбора школы
Родители	«Своей» школы	Информированность, гордость за школу, за ребенка	Идеи, заказ на отражение на страницах сайта нужной информации, финансирование	Группа заинтересованных родителей
	Другой школы	Информированность	Идеи, заказ на отражение на страницах сайта нужной информации	Группа заинтересованных родителей, возможность выбора школы для ребенка
Выпускники школы		Общение, гордость за школу	Идеи, заказ на отражение на страницах сайта нужной информации, финансирование	Группа заинтересованных выпускников
Органы управления образованием		Информация, имидж муниципалитета	Заказ на отражение на страницах сайта нужной информации, финансирование	Новый информационный канал
ВУЗы		Информация о потенциальном абитуриенте	Заказ на отражение на страницах сайта нужной информации	Новый информационный канал
Бизнес		Реклама, информация о потенциальном работнике	Финансирование, заказ на отражение на страницах сайта нужной информации	Новый информационный канал
Местное сообщество		Реклама, гордость за школу, информированность	Идеи, заказ на отражение на страницах сайта нужной информации, финансирование	Группа заинтересованных представителей сообщества, новый информационный канал

Педагогическая концепция школы и ее основные структурные элементы определяют базовую основу сайта. Направленность образовательного сайта определяется общей ориентацией учебного заведения, из которой следуют функциональные назначения отдельных блоков сайта. Функциональное назначение каждого блока сайта определяется направлением концепции школы. Школьный сайт решает две задачи. Во-первых, деятельность учеников и педагогов отражается на сайте для внешних посетителей. Во-вторых, школьный сайт — инструмент для эффективного решения традиционных задач очного обучения: организации дистанционных родительских собраний, проведения конкурсов, информационной поддержки обучения.

Конструирование образовательного сайта учебного заведения для решения актуальных проблем учебной деятельности опирается на разработку и определение функций субъектов такой деятельности. Школьный сайт является эффективным инструментом для решения задачи расширения образовательных траекторий очного обучения, организации процесса дистанционного образования в школе, информационной поддержки учащихся и педагогов, локальных координаторов.

Учащийся школы, как основной субъект очного и дистанционного обучения, выполняет в структуре сайта следующие функции:

1. Создает новый творческий продукт, на основе которого происходит его коммуникативная дистанционная деятельность — участие в дистанционных научно-практических конференциях; защита творческой работы в чат и видео конференциях и т. п. Свою учебную продукцию, оформленную в *htm*-формате, школьники могут размещать в специально отведенных местах на сайте, например, картины — в живописной мастерской, сочинения — в литературной хрестоматии или в школьной электронной газете, работы по естествознанию — в научном ученическом журнале. Учебная продукция и другая информация каждого ученика связана системой гиперссылок с рабочими местами других пользователей сайта — учителей, психологов, администрации. Данная система предполагает наличие разных уровней доступа к данным, защиту информации специальными паролями.

2. Школьник ведет коммуникативную образовательную деятельность с другими субъектами дистанционного обучения, выстраивает систему взаимодействия с ними. Размещенные на школьном сайте

веб-конференции или доски объявлений служат основой для проведения конференций по учебным предметам как внутри школы, так и за ее пределами в дистанционных проектах и олимпиадах.

3. С помощью учителя или локального координатора (родителя, психолога) учащийся осуществляет управление процессом организации своей дистанционной учебной деятельности: проводит личное целеполагание, соотносит свое планирование с целями и задачами других субъектов дистанционного обучения, анализирует свои учебные результаты, корректирует план деятельности. Данный процесс на сайте отражается с помощью личного дневника учащегося, куда он и его педагог заносят различные сведения, заметки, суждения. С помощью специальных компьютерных программ проводятся графические выкладки результатов учебной деятельности учащегося на основе разработанных параметров учета: статистика успехов учащегося в том или ином предмете, краткая и подробная диаграммы роста его достижений, фиксация неуспеваемости и т. п.

4. Учащийся приобретает новые универсальные умения и личностные качества в результате дистанционной деятельности и преобразовывает уже имеющиеся, с выводом последних на качественно новый уровень.

Локальный педагог-координатор, ведущий дистанционную учебную деятельность на месте, т. е. в обычной школе, которую посещают учащиеся, включенные в дистанционную деятельность, является одним из основных субъектов дистанционного обучения.

Таковыми координаторами-организаторами могут быть учителя-предметники, администраторы школы, заведующие учебной и воспитательной работой в школе, методисты предметных объединений и др. Следует отметить изменение повышения уровня профессиональных функций очных педагогов, которые из передатчиков знаний превращаются в организаторов учебного творческого процесса. Используя разработанную и применяемую в Центре дистанционного образования «Эйдос» креативную технологию организации дистанционной учебной деятельности (1), региональный локальный координатор пересматривает традиционный подход к роли и функциям учителя в школе.

Перечислим функции локального координатора, осуществляющего организацию учебного процесса и взаимодействие с субъектами дистанционного обучения. Локальный координатор:

1. Создает условия для вовлечения учащихся в дистанционные проекты, олимпиады и другие формы — находит и доводит до сведения учащихся информации о дистанционных учебных мероприятиях, размещая данную информацию на школьном образовательном сайте в специальных разделах; составляет список участников дистанционных мероприятий и размещает их визитные карточки на школьном сайте (все это может быть сделано с привлечением самих учащихся, а также технических специалистов), организует возможность доступа учащихся к техническим средствам и телекоммуникационным технологиям.

2. Выделяет с помощью учителей-предметников или методистов базовые знания, умения и навыки, которые учащиеся могут приобрести, работая в той или иной форме дистанционной деятельности, и подготавливает специальный учебный раздел для сайта. По всем учебным предметам могут создаваться страницы со ссылками на ресурсы сети Интернет, которые используются как учителями, так и школьниками. Для учеников на сайте располагаются базы данных с ресурсами по изучаемым образовательным областям, включаются поисковые системы и средства навигации. Полезными для учеников являются страницы с тестами по разным предметам.

3. Организует очные и дистанционные элементы учебного процесса, определяет их соотношение в учебной деятельности учащегося, а также в своей деятельности. Школьный сайт должен иметь разделы, позволяющие помочь администрировать образовательный процесс. По всем учебным предметам могут создаваться веб-квесты — страницы сайта со ссылками на внешние ресурсы сети Интернет, которые могут использоваться как во время занятий, так и в самостоятельной работе школьников. Учителю не придется тратить время очного урока на диктовку домашних заданий и рекомендаций к ним, все это можно оставлять для школьников на сайте. Там же могут размещаться и выполненные учениками работы, что обеспечит их наглядность и ускорит организацию контроля.

4. Координирует сам процесс учебной деятельности учащихся в ДО, определяет приоритеты и расстановку акцентов.

Школьный сайт имеет разделы и функции, позволяющие улучшить систему администрирования учебно-воспитательного процесса. Дирекция школы с помощью различных списков рассылки может оперативно информировать учеников, учителей, родителей

о текущих мероприятиях, обсуждать насущные проблемы, осуществлять диагностические процедуры. Школьный сайт полезен для взаимодействия с Департаментом образования, другими школами региона, образовательными фондами и организациями, связанными с деятельностью школы (вузы, библиотеки, музеи, театры, санитарная и пожарная службы, магазины учебных пособий и т. д.).

5. Организует в школе дистанционную работу с болеющими учениками: рассылает и принимает учебные задания для таких учеников; «закрепляет» болеющих учеников за здоровыми из этого же класса для дополнительных дистанционных консультаций; проводит консультации родителей на тему дистанционной поддержки обучения их детей. Результаты семинаров с родителями, учебные программы, занятия для болеющих учеников размещаются при поддержке технического центра школы на самом сайте. На школьном сайте также необходимо размещение методической базы для учителей, в которую войдут учебные планы, программы, конспекты уроков, видеоматериалы, аудиокурсы, подготовленные школой и материалы к ним.

Таким образом, можно сделать выводы о том, что:

– Грамотно созданный сайт будет «живучим» в случае учета интересов максимально возможного количества групп. «Если интересы автора гипертекста и пользователя ресурса не совпадают, то коммуникативный процесс не состоится, так же как в ситуации, когда смысл, заложенный автором, адекватно не постигается пользователем». При этом обязательно надо решать вопрос о поддержке или продвижении сайта.

– Очевидно, что «побочным продуктом» практически для каждой группы будет появление желания повысить свою ИКТ-компетентность. По всей видимости, обязательным условием успешности информатизации школьного пространства вообще и сайтостроения в частности является решение «задачи информационно-коммуникационного всеобуча для всех участников образовательного процесса, создание необходимого делового климата в учебных заведениях».

– В ходе работы над разработкой и продвижением сайта создаются новые объединения, группы по интересам, появление которых невозможно без идеи создания школьного сайта.

– Кроме расширения информационно-коммуникативного школьного пространства возможна и оптимизация взаимодействия его составляющих, поскольку оперативность и «правильность» принимаемых решений во многом зависят от скорости и полноты информации о состоянии образовательного учреждения и внешней среды. Этому способствует содержание и «обновляемость» сайта школы.

– Создание сайта может оказывать влияние не только «внутри» самой школы, но и за ее пределами.

– В основе всего лежит человеческий фактор.

В результате сбора информации о состоянии информатизации и сайтах школ РСО-Алания выяснилось, что компьютеризированы, в той или иной степени, 100 % школ. Из них 100 % имеют выход в Интернет. Используют электронный адрес 92 % школ, имеют собственный сайт 98 %. Если подходить с оценкой по пятибалльной школьной шкале, 70 % — это оценка «2.5», а округленно «3» или «удовлетворительно».

По проведенному опросу привлекательным делают сайт следующие факторы:

- а) наличие информации для «посторонних» посетителей;
- б) скорость загрузки сайта;
- в) обновляемость, «свежесть» информации;
- г) удобность навигации;
- д) современность и привлекательность дизайна.

Литература

1. Хуторской А. В. Принципы разработки и применения креативных технологий лично-ориентированного дистанционного обучения // Интернет. Общество. Личность. Тез. докл.—СПб.: Ин-т «Открытое общество», 1999.—С. 264–266.
2. Хуторской А. В., Андрианова Г. А., Николаев Е. А. Педагогические основы образовательного сайта // EIDOS-JOURNAL.—2000.—Вып. 16.—URL: <http://www.eidos.ru/journal/title.htm>.—E-mail: eidos@accessnet.ru.
3. Монахов М. Ю., Воронин А. А. Создаем школьный сайт в Интернете. Элективный курс: Учебное пособие.—М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.—128 с.
4. Хуторской А. В., Орешко А. Технология создания сайтов. Как стать веб-строителем и подготовиться к осознанному выбору Интернет-профессий // ИКТ в образовании.—№ 23.

-
5. *Комягин В. Б.* Бесплатная WEB-страница своими руками.—М: Лучшие книги, 2005.—240 с.

ХУБАЕВА НАНУЛИ ХАРИТОНОВНА
Владикавказ, МОУ СОШ № 3

**КОНКУРС
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ
РАБОТ. ТЕЗИСЫ
ДОКЛАДОВ ПРИЗЕРОВ**

Секция математики

ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ

А. А. Атаева

Цель данной работы — в исследовательской деятельности по вопросам, связанным с математической базой, обеспечивающей плодотворную работу ученых-естествоиспытателей. Язык математики, на котором научился разговаривать человек, открыл поистине безграничные возможности в познании окружающего мира и в его последующем преобразовании.

Задача работы — изучение и поиск новых математических ресурсов для описания различных явлений, свойств и процессов и, как следствие этого, внесение собственных предложений. В данном случае была выбрана фрактальная геометрия, являющаяся достаточно новой и к тому же очень перспективной областью математики. Поэтому тема представленной исследовательской работы является **актуальной**. Изучая фракталы, автором были найдены их многочисленные примеры не только в области естественных наук, но и в других областях человеческой деятельности. Фракталы оказались и в поэзии, и в музыке, и в живописи.

В процессе работы также было выполнено определение фрактальных размерностей не только по обычным расчетным формулам, но и **с помощью экспериментальных методов**. Геометрическим методом были определены размерности участков рек, береговых линий морей, контуров гор. При этом было использовано *специальное приспособление* со стеклянной миллиметровой сеткой и линзой Френеля. Графики строились в двойных логарифмических координатах.

Новизной в работе являются авторские подходы, связанные с авторскими моделями описания структуры льда, строения Вселенной, авторскими фракталами и рассмотрением фрактальной анизотропии. Но особенно инновационным можно считать привлечение фрактальной геометрии при рассмотрении контактирующих в процессе трения поверхностей, тем более что вопросы о трении далеки от своего решения как с точки зрения физики, так и с точки зрения математики. Речь идет о фрактальных кривых силы трения; о поверхностях, рассматриваемых как канторова пыль на квадрате; о фрактальном характере фазового портрета линейного осциллятора.

Литература

1. Жиков В. В. Фракталы // Соросовский образоват. журн.—1996.—№ 12.—С. 109–117.
2. Третьяков Ю. Д. Дендриты, фракталы и материалы // Соросовский образоват. журн.—1998.—№ 11.—С. 96–102.
3. Урицкий В. М., Музалевская Н. Н. Фрактальные структуры и процессы в биологии // Биомедицинская информатика и эниология.—СПб., 1995.—С. 84–130.
4. Золотухин И. В. Фракталы в физике твердого тела // Соросовский образоват. журн.—1998.—№ 7.—С. 108–113.
5. Розгачева И. К. Фракталы в космосе // Земля и Вселенная.—1993.—№ 1.—С. 10–16.

АТАЕВА Алина Артуровна
Владикавказ, СОШ № 26, 10 класс

ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ В ЗАДАНИЯХ ЕГЭ

Д. Р. Камбердиева

Цель моей исследовательской работы заключается в рассмотрении задач с параметрами, которые сводятся к исследованию линейной или квадратичной функции.

Актуальность выбранной темы заключается в том, что данный класс задач в школьных учебниках по математике практически отсутствует.

Полученные знания позволили решать задачи повышенной сложности, встречающиеся в заданиях СЗ ЕГЭ.

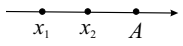
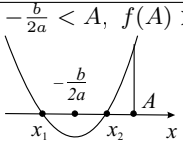
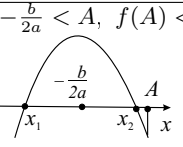
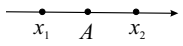
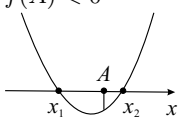
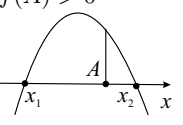
Задача № 1 [1]. Найти все значения параметра a , при которых выражение $(11a - 3a^2)x - 7a$ больше выражения $6x - 3a^2 + 6$ при любом значении x , принадлежащем промежутку $(2; 5)$.

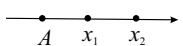
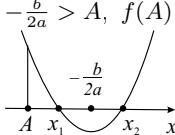
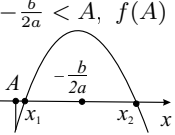
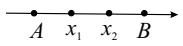
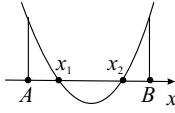
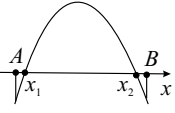
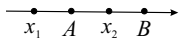
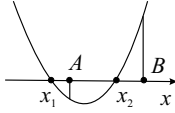
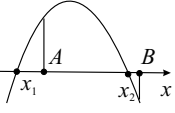
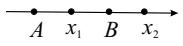
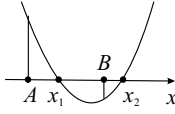
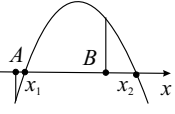
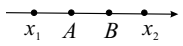
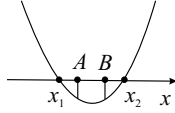
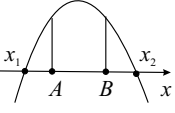
Задача № 2 [2]. Найти все значения a , для которых при каждом x из промежутка $(3; 9]$ значение выражения $\log_3^2 x + 3 \log_3 x$ не равно значению выражения $9 + a \log_3 x$.

При решении таких задач необходимо знать расположение корней квадратного трехчлена по отношению к некоторому числу или числам. Условия расположения корней квадратного трехчлена относительно чисел A и B приведены в таблице из [3].

Мы в своей работе рассмотрели методы решения двух типов задач, наиболее часто встречающихся в вариантах ЕГЭ. Работа над этой темой позволила понять, как важен функциональный подход к решению задач повышенной трудности.

В приводимой ниже таблице x_1 и x_2 — корни многочлена $f(x) = ax^2 + bx + c$, $D = b^2 - 4ac > 0$, $a \neq 0$.

Условия на корни	$a > 0$	$a < 0$
$x_1 < A, x_2 < A$ 	$-\frac{b}{2a} < A, f(A) > 0$ 	$-\frac{b}{2a} < A, f(A) < 0$ 
$x_1 < A < x_2$ 	$f(A) < 0$ 	$f(A) > 0$ 

$x_1 > A, x_2 > A$ 	$-\frac{b}{2a} > A, f(A) > 0$ 	$-\frac{b}{2a} < A, f(A) < 0$ 
$A < x_1 < B, A < x_2 < B$ 	$A < -\frac{b}{2a} < B, f(A) > 0, f(B) > 0$ 	$A < -\frac{b}{2a} < B, f(A) < 0, f(B) < 0$ 
$x_1 < A, A < x_2 < B$ 	$f(A) < 0, f(B) > 0$ 	$f(A) > 0, f(B) < 0$ 
$B < x_2, A < x_1 < B$ 	$f(A) > 0, f(B) < 0$ 	$f(A) < 0, f(B) > 0$ 
$x_1 < A, x_2 > B$ 	$f(A) < 0, f(B) < 0$ 	$f(A) > 0, f(B) > 0$ 

Литература

1. Лысенко Ф. Ф., Калашников В. Ю. и др. Математика. ЕГЭ-2008. Тесты для подготовки.—Ростов-на-Дону: Легион, 2008.—208 с.
2. Ишина В. Н., Денищева Л. О. и др. Самое полное издание типовых заданий ЕГЭ-2009: Математика.—М.: Астрель, 2009.—124 с.
3. Потапов М. К. и др. Математика. Методы решения задач. Для поступающих в вузы: Учебное пособие.—М.: Дрофа, 1995.—336 с.
4. Дворянинов С. Задача с параметром С3 из демонстрационного варианта ЕГЭ-2008 // Математика, 2008.—№ 8.—С. 21–23.
5. Дворянинов С. Две дюжины задач для подготовки к ЕГЭ-2008 // Математика, 2007.—№ 24.—С. 18–19.

КАМБЕРДИЕВА ДИАНА РОБЕРТОВНА
Владикавказ, Гимназия № 5, 11 класс

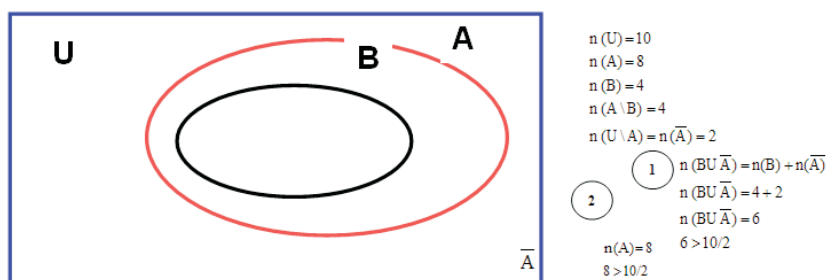
ЛОГИКА И ПАРЛАМЕНТ

Д. М. Кантемирова

В представленной работе показано применение метода математического моделирования при решении прикладной задачи (процедура голосования в парламенте).

Решение практических задач средствами математики, как правило, содержит три этапа: формализацию («перевод» исходной задачи на язык математики), решение математической задачи, интерпретацию найденного решения («перевод» решения с языка математики в термины исходной задачи). Этот общий подход отражает суть метода математического моделирования [1].

В настоящей работе рассмотрим задачу о «Кеше» [2], исходные данные которой представлены схемами Эйлера — Венна.



По условию задачи утверждение B не проходит прямым голосованием, так как $n(B) < \frac{n}{2}$. Совет голосованием принял одно за другим следующие постановления:

1. «Если Кеша совершил покушение, то его следует наказать бревном по голове, а если нет, то его наказывать не надо».
2. «Кеша совершил покушение».

На основании этих двух постановлений Кеша был наказан бревном по голове.

Правильно ли решение Совета?

1. Формализация. Пусть утверждение A — «Кеша совершил покушение (виновен)»; Утверждение B — «Кеша заслужил наказание бревном по голове».

Первое постановление, принятое Советом, есть утверждение $B \vee \bar{A}$, где $\bar{A}$ (не A') — отрицание A' ;

Второе постановление есть утверждение A' .

2. Решение математической задачи средствами математической логики.

$(B \vee \bar{A}) \wedge A' = B \vee A' \vee (\bar{A} \wedge A') = (B \vee A' \vee A) = B \wedge A$, т. е. $(B \vee \bar{A}) \wedge A' = B \wedge A$. Так как $B \vee \bar{A}$ и A — истинные утверждения, то по таблице истинности для конъюнкции имеем $(B \vee \bar{A}) \wedge A' — истинное утверждение.$

В силу доказанного равенства $B \wedge A$ — истинное утверждение.

3. Интерпретация. Полученный результат означает, что «Кеша виновен и его следует наказать бревном по голове».

В результате проведенного исследования получены следующие выводы.

1. Метод математического моделирования применим при решении различных прикладных задач.

2. Работа по теме может быть продолжена по линии обобщения полученных результатов.

Литература

1. Абатурова В. С. Математическое моделирование школьникам 1. Линейные модели: учеб. пособие.—Владикавказ: ВНЦ РАН и РСО-А, 2007.—112 с.
2. Шапиро А. И. Логика и парламент // Квант.—1995.—№ 3.—С. 6–11.

КАНТЕМИРОВА ДИНА МАЛХАЗОВНА
Владикавказ, СОШ № 27, 8 класс

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ В ЗАДАНИЯХ С 5 НА ЕГЭ

З. Р. Мамиева, В. Р. Токаев

Актуальность рассмотрения данной темы обусловлена следующими обстоятельствами:

- 1) отсутствие данного вида задач в школьных учебниках по математике;
- 2) необходимость разработки метода решения уравнений, содержащих сложные функции.

Исследование этих вопросов способствует качественной подготовке к ЕГЭ.

Мы выбрали те задачи ЕГЭ, для решения которых надо:

1. Знать понятие сложной функции.
2. Уметь находить множество значений функции.
3. Уметь решать уравнения высших степеней.
4. Уметь решать трансцендентные уравнения.
5. Уметь строить графики элементарных функций.

Полученные знания позволили нам решать следующие типовые задачи.

1. Решить уравнение $f(g(x)) + g(\sqrt[3]{200 - f(x)}) = 7$, если известно, что $f(x) = x^4 - 5x^2 - 30$,

$$g(x) = \begin{cases} \frac{4}{3} \log_2(x-2) - \frac{49}{(x-3)^2}, & \text{если } x \geq 7, \\ 1, & \text{если } x < 7. \end{cases}$$

Мы открыли для себя новый метод решения уравнений: метод оценки и нахождения множества значений функции, который стал средством решения более сложных уравнений. При этом мы увидели, как конструируются такие задачи и как знание свойств монотонности функции облегчает их решение.

В работе составлен следующий алгоритм решения задач данного вида:

1. Найти множество значений функции $f(x)$ (функция $f(x)$ должна быть ограничена).
2. Оценить промежуточный аргумент функции $g(f(x))$.
3. Упростить данное уравнение.
4. Решить уравнение $f(g(x)) = a$ относительно $g(x)$.
5. Решить уравнения $g(x) = b$.

Литература

1. Лысенко Ф. Ф., Калашников В. Ю. и др. Математика. ЕГЭ-2008. Тесты для подготовки.—Ростов-на-Дону: Легион, 2008.—208 с.
2. Ишина В. И., Денищева Л. О. и др. Самое полное издание вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2009.—М.: Астрель, 2009.—124 с.
3. Лысенко Ф. Ф., Агафова И. М. и др. Математика, Подготовка к ЕГЭ-2009. Вступительные испытания.—Ростов-на Дону: Легион, 2008.—400 с.
4. Дворянинов С. Исследование функций в заданиях С 5 на ЕГЭ // Математика, 2007.—№ 24.—С. 12–18.
5. Дворянинов С. Две дюжины задач для подготовки к ЕГЭ-2008 // Математика, 2007.—№ 24.—С. 18–19.

МАМИЕВА ЗАРИНА РУСЛАНОВНА,
ТОКАЕВ ВАДИМ РУСЛАНОВИЧ
Владикавказ, Гимназия № 5, 11 класс

Секция физики

ИНЕРЦИЯ ТЕПЛА ПРИ НАГРЕВЕ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ СРЕДЫ В РЕЖИМЕ С ОБОСТРЕНИЕМ

М. А. Алборов

Первые научные представления о процессе теплопроводности сформировались еще в XVIII веке. Но некоторые явления, такие как инерция тепла, не были систематически изучены, так как выявить это явление можно в режиме нагревания с обострением, наблюдать которое в реальности сложно. В таких случаях строится математическая модель и моделирование процесса производится с помощью вычислительной техники. Моей задачей было продемонстрировать роль методов математики и информатики в изучении физического явления — инерции тепла. А также промоделировать этот процесс в машинной среде.

Для реализации поставленной задачи мне потребовалось познакомиться с понятиями: дифференциальные уравнения, частные производные, разностные схемы, явные и неявные схемы.

Нагревание среды в стандартном режиме описывается уравнением $\frac{\partial T}{\partial t} = k_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, где T — температура, t — время, x — координата однородного одномерного стержня, k_0 — коэффициент теплопроводности. Нагревание же в режиме с обострением описывается уравнением $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (k_0 T^\sigma \frac{\partial T}{\partial x})$, где T — температура, t — время, x — координата однородного одномерного стержня, k_0 — коэффициент теплопроводности, σ характеризует нелинейность среды.

После аппроксимации частных производных разностными отношениями по явной схеме выражается значение температуры на следующем временном слое:

$$T_i^{j+1} = \left(1 - \frac{2\tau}{h^2}\right) T_i^j + \frac{\tau}{h^2} (T_{i-1}^j + T_{i+1}^j).$$

Индекс i отвечает за координату стержня, а индекс j — за время. Такое грубое приближение позволило достаточно хорошо промоделировать процесс обычного нагревания, но оказалось недостаточно точным для режима нагревания с обострением. Оценка результатов производилась на качественном уровне в виде графиков.

Литература

1. Змитренко Н. В., Михайлов А. П. Явление инерции тепла // Компьютеры, модели, вычислительные эксперименты: введение в информатику с позиции математического моделирования.—М.: Наука, 1988.—С. 137–170.
2. Лобанов А. И., Петров И. Б. Одномерные краевые задачи. Уравнение теплопроводности.—URL: <http://www.intuit.ru>.

АЛБОРОВ МАРАТ АЛАНОВИЧ
Владикавказ, РФМЛИ, 10 класс

ФИЗИКА В ВАННЕ

И. Г. Кайшаури

Физику можно изучить по книгам. Но можно знакомиться с этой наукой, проводя самостоятельные опыты и исследования.

Цель настоящей исследовательской работы — изучить физические свойства самой распространенной, самой интересной и легко доступной на Земле жидкости — воды.

Лабораторией для исследований служит ванна, имеющаяся в любой современной квартире. Проводимые опыты просты и оригинальны. Их могут понять как школьники, так и взрослые люди. Изучаются такие явления, как образование волн на поверхности воды, преломление света в воде, опытное определение массы в ванне, испарение и конденсация, свойства мыльных пузырей, поверхностное натяжение волны, работа сифона, действие Архимедовой силы, трения, инерции, устойчивость плавающих тел, свойства водяных капель.

Практическое применение имеет устройство для получения пресной воды, так как перед человечеством все острее и острее стоит проблема нехватки питьевой воды.

На примере темы «Исследование быстроты замерзания горячей и холодной воды» представлена структура деятельности при выполнении экспериментальной исследовательской работы по физике.

В работе рассмотрены физические явления, которые легко наблюдать и исследовать. Рекомендуемые самостоятельные исследования наверняка побудят многих к более серьезным занятиям увлекательной наукой — физикой.

Литература

1. Ковтунович М. Г. Домашний эксперимент по физике.—Челябинск: Экодом, 1995.—47 с.
2. Горев Л. Занимательные опыты по физике.—М.: Просвещение, 1985.—194 с.
3. Майоров А. Н. Физика для любознательных или о чем не узнаешь на уроке.—Ярославль: Академия развития, 1999.—176 с.
4. Шахмаев Н. И. Физический эксперимент в школе.—М.: Просвещение, 1989.—254 с.

5. Эльшанский И. И. Хочу стать Кулибиным.—М.: Дрофа, 2007.—208 с.
6. Рачлис Х. Физика в ванне.—М.: Наука, 1986.—96 с.

КАЙШАУРИ ИЛЬЯ ГЕОРГИЕВИЧ
Владикавказ, Центр дополнительного
образования «Интеллект», 8 класс

РАЗВИТИЕ ЭНЕРГЕТИКИ. ПРОБЛЕМА ГЛОБАЛЬНОГО ПОТЕПЛЕНИЯ. ДОМ «ТЕРМОС»

Г. А. Калагов

Целью данной работы явилась попытка показать, как нерационально человек использует традиционные органические топлива, наносящие колоссальный вред окружающей среде. К тому же их запасы исчерпаемы, поэтому преимущество альтернативного топлива очевидно. В практической части работы приводятся примеры их бытового и технического использования. Сегодня человечество полностью зависит от энергии, поэтому использование и освоение альтернативного топлива является самой важной и актуальной проблемой человечества. Сохранение энергии так же важно, как и ее добыча.

В первой части работы автор предлагает строить дома по типу дома «термоса», который как раз и направлен на сохранение энергии. Стены здания покрываются пеностеклом, армированным алюминиевой фольгой, которая препятствует утечке тепла путем излучения.

Вторая часть работы посвящена рассмотрению альтернативного энергоресурса. Таким ресурсом является электроэнергия, полученная в результате пьезоэлектрического эффекта, возникающего в пластах земной коры. Поляризованные заряды можно снимать с плит, тем самым уменьшать механическое напряжение в литосфере, в результате которого уменьшается и тектоническая активность земной коры, т. е. уменьшается интенсивность землетрясений. Таким образом, отпадает необходимость вырабатывать электроэнергию на электростанциях, которые, к тому же, сильно вредят Земле.

Литература

1. Базаров И. П. Термодинамика.—М.: Высшая школа, 1983.—344 с.
2. Черноуцан А. И. Краткий курс физики.—М.: Физматлит, 2002.—320 с.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Электричество.—М.: Наука, 1983.—688 с.
4. Павленко Ю. Г. Начала физики.—М.: Экзамен, 2005.—864 с.
5. Бельц Л. Д. Инженерная геология.—М.: Высшая школа, 1985.—128 с.
6. Зверев А. Т., Зверева Е. Г. Экология.—М.: Оникс 21 век, 2002.—336 с.
7. Плонский А. Ф. Пьезоэлектричество.—М.: ГИТТЛ, 1956.—56 с.

КАЛАГОВ ГЕОРГИЙ АЛИБЕКОВИЧ
Владикавказ, СОШ № 21, 11 класс

РАСТЕНИЯ И ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

И. А. Котаева

Данная работа представляет собой исследование в области биофизики, достаточно *актуальное* в современных условиях нарушения экологического баланса биосферы. Оно посвящено изучению ряда электрических свойств растений, позволяющих биологическим структурам не только исполнять и контролировать процессы своей жизнедеятельности, но и проявлять достаточно четко ответные реакции на воздействия различного рода.

Целью данной работы стало рассмотрение происходящих в клетках растений ряда физических и химических процессов, обеспечивающих как процессы жизнедеятельности растений, так и их ответные реакции на то или иное воздействие. При этом, естественно, не нужно сбрасывать со счетов влияние на электрические процессы нахождения растений внутри огромного сферического конденсатора с двумя обкладками (земной шар и атмосфера, соответственно). В теоретической части работы рассмотрены: потенциал действия, переменный потенциал и микроритмы. О происхождении последних автор высказывает собственную *гипотезу*, так как они значительным образом напоминают графики для выпрямления переменного тока.

Задача работы — проведение многочисленных экспериментов по изучению ряда электрических свойств растений (сопротивления, емкости и т. п.) и изменению этих свойств в результате воздействий различного рода, а также анализ полученных результатов с целью внесения авторских предложений.

В процессе выполнения экспериментов по исследованию электрических свойств автором были рассмотрены различные зависимости, построены графики, сделаны выводы и обобщения.

Практическая значимость работы состоит в том, что автором предложена конструкция прибора (на базе мультиметра и с применением линзы Френеля), позволяющего изучать электрические свойства и сигналы растений в полевых условиях или использовать данный прибор для проведения экспериментов по биологии и физике в условиях школы. Это же, помимо ряда экспериментов и полученных выводов, стало *новизной* данного исследования.

Литература

1. *Опритов И. А.* Электрические сигналы высших растений // Современное естествознание.—М.: Магистр-Пресс, 2002.—Т. 2.—С. 14–18.
2. *Генкель П. А.* Физиология растений.—М.: Просвещение, 1975.—335 с.
3. *Ткачук В. А.* Мембранные рецепторы и внутриклеточный кальций // Современное естествознание.—М.: Магистр-Пресс, 2002.—Т. 8.—С. 221.
4. *Ремизов А. И.* Медицинская и биологическая физика.—М: Дрофа, 2003.—560 с.
5. *Беркинблит М. И.* Электричество в живых организмах.—М.: Наука, 1988.—286 с.

Котаева Илона Алановна
Владикавказ, СОШ № 26, 10 класс

ВЛИЯНИЕ УЛЬТРА- И ИНФРАЗВУКА НА ОРГАНИЗМ ЧЕЛОВЕКА

А. Н. Пожиганов

В представленной работе проведено исследование собранного материала о природе ультра и инфразвука и об их влиянии на организм человека. Рассмотрены источники возникновения ультра и инфразвуков техногенного и природного характера. Установлено, что ультра и инфразвуки в определенных дозах, диапазонах частот, а также амплитудах колебаний способны оказывать на человека как благотворное, так и губительное влияние. И как следствие, из этого сделан вывод от том, что дальнейшие исследования в этой области могут привести к созданию, с одной стороны, уникального технологического и медицинского оборудования, служащего во благо человечеству, а с другой — к созданию грозного оружия, направленного против него.

Литература

1. Клюкин И. И. Удивительный мир звука.—Л.: Судостроение, 1979.—168 с.
2. Прохоров А. М. Физическая энциклопедия.—М.: Советская энциклопедия, 1990.
3. Лесов В. Не так уж страшен инфразвук? // Наука. Техника. Сетевой журн.—URL: <http://www.technics.com>.
4. Хорбенко И. Г. Звук, ультразвук, инфразвук // Квант.—2008.—№ 3.—С. 10–14.

Пожиганов Андрей Николаевич
Владикавказ, РФМЛИ, 9 класс

ВЛИЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ СОТОВЫХ ТЕЛЕФОНОВ НА ОРГАНИЗМ ЧЕЛОВЕКА

С. А. Хацаева

Целью нашего исследования является изучение проблемы влияния электромагнитного поля сотовых телефонов на организм человека. Задача работы — изучение литературы о влиянии ЭМП сотовых телефонов на организм человека, проведение эксперимента и социологического опроса среди учеников, учителей, родителей, выработка конкретных рекомендаций по уменьшению этого влияния.

Основными элементами сотовой связи (СС) являются базовые станции (БС) и мобильные радиотелефоны (МРТ). Основным принцип работы СС — деление на соты. Сигнал с МРТ улавливается локальной БС, в зоне действия которой он находится, и передается на другие БС, постепенно приближаясь к соте абонента, которому сигнал адресован. БС принимают сигналы со всех других БС. Антенны БС устанавливаются на высоте 15–100 м над землей. Приемные антенны не являются источниками ЭМИ.

Можно выделить следующие моменты влияния ЭМИ:

- продолжительность воздействия;
- мощность единовременного воздействия;
- область организма, на которую направлено воздействие;
- сочетание с другими источниками электромагнитного излучения.

При всесторонних исследованиях установлено, что наиболее чувствительны к воздействию ЭМИ центральная нервная система, глаза.

Нами было опрошено 240 учащихся, 53 учителя и 46 родителей, проведены исследования в 11 классе. Они показали, что артериальное давление одноклассников после получасового разговора по телефону повышается на 5–10 единиц, а температура поверхности около уха (измеряли полупроводниковым терморезистором) повышается на 1,5° С примерно у 39 % исследуемых после 30 минутного разговора.

Более детально мы провели социологический опрос. Наибольшей популярностью пользуются телефоны марки Nokia, Samsung, SE. О влиянии ЭМП 97 % учеников и 70 % взрослых знали, остальные — нет. Оказалось, несмотря на осведомленность, 69 % учеников и 30 %

взрослых соблюдают меры предосторожности. Продолжительность разговора учеников гораздо больше (2–4 часа), чем у взрослых (1–2 часа). Дискомфорт после разговора по телефону испытывают всего лишь 21 % учащихся и только 7 % взрослых. Абсолютное большинство опрошенных не знает о постоянном соединении телефона с базой, даже если не разговаривают. Большая половина учащихся испытывает постоянную потребность в использовании мобильного телефона.

Рекламируемые чехлы и бейсболки не защищают от воздействия излучения. Единицей измерения уровня излучения является величина SAR (Specific Absorption Rates) — это уровень излучения в ваттах на кг ткани. Чем меньше эта величина, тем меньше телефон воздействует на организм.

Чтобы уменьшить воздействие ЭМП, надо соблюдать определенные правила пользования. На наш взгляд, они должны выглядеть так:

- приобретая телефон, выбирайте наименьшее значение SAR;
- носите телефон в сумке, а не на теле;
- после набора номера не приставляйте телефон сразу к уху, подождите 2–5 секунд, так как в этот момент ЭМИ в несколько раз больше, чем во время разговора;
- не разговаривайте непрерывно более 5 минут;
- не пользуйтесь телефоном во время грозы;
- не пользуйтесь телефоном в транспорте;
- во время разговора не обхватывайте верхнюю часть корпуса.

Литература

1. Большой справочник для школьников и поступающих в вузы.—М.: Дрофа, 2007.—С. 72–87, 133–167.
2. Мир электричества.—М.: Дрофа, 2004.—302 с.
3. Григорьев Ю. Г. Электромагнитное поле и здоровье человека.—М.: РУДН, 2002.—177 с.

ХАЦАЕВА СВЕТЛАНА АРКАДИЕВНА
Алагир, МОУ СОШ № 2, 11 класс

Секция информатики

ПРИМЕНЕНИЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ В УПРАВЛЕНИИ ОС

А. А. Белоус

Со времени изобретения компьютеров с каждым годом они становились все более интеллектуальными. Теперь же стало возможным общение человека с компьютером. Все больше вычислительных мощностей и научных исследований направлены на осуществление естественного общения с компьютерами. Оно реализуется, в основном, с помощью систем распознавания. Распознаются графические, звуковые образы, даже запахи. Причем в методах распознавания всех этих объектов есть сходства.

В данной работе была представлена реализация способа «мышинных жестов» управления операционной системой. («Жест мышью» — это специальное движение мыши, образующее команду.) Идея способа состоит в замене навигации по командам меню на ввод команд с помощью знаков, нарисованных на плоскости экрана движениями мыши. «Рисовать» команды значительно быстрее и проще, чем искать нужный пункт меню. Кроме того, такой способ облегчает работу для тех, кому затруднительно пользоваться клавиатурой.

Жест фиксируется, если нажать и удерживать старт-кнопку (обычно это правая кнопка мыши) и одновременно «начертить» мышью нужную фигуру. В зависимости от программы, движение может отображаться на экране в виде следа или не отображаться.

Методы распознавания — это пока бурно развивающаяся отрасль ИТ, которая, даже в ее нынешнем состоянии, приносит пользу другим областям инженерных наук, таким как робототехника или телекоммуникации.

Литература

1. Свободная энциклопедия «Википедия». — URL: <http://ru.wikipedia.org>.
2. Интернет-университет информационных технологий. — URL: <http://www.intuit.ru>.
3. Портал для людей, увлекающихся ИТ. — URL: <http://www.habrahabr.ru>.
4. Фленов М. Е. Программирование в Delphi глазами хакера. — СПб.: БХВ-Петербург, 2003. — 362 с.

5. Московский Центр непрерывного математического образования.—URL:
<http://informatics.mccme.ru>.

БЕЛОУС АРТЕМ АНДРЕЕВИЧ
Владикавказ, Центр дополнительного
образования «Интеллект», 11 класс

ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ СОЦИАЛЬНО- ЭКОНОМИЧЕСКИМ РАЗВИТИЕМ РЕГИОНА

А. Е. Бердникова

Одним из актуальных вопросов современного управления социально-экономическим развитием региона является вопрос об источниках привлечения инвестиций и эффективности использования инвестиционных ресурсов.

Объем привлечения инвестиций в различные регионы России зависит от состояния инвестиционного климата, последовательности в проведении рыночных реформ, уровня развития экономического потенциала, динамики преобразований производственной, финансовой и деловой инфраструктур, интенсивности использования природных ресурсов и др.

В связи с нарастающим мировым финансовым кризисом основная задача, стоящая перед регионами, состоит в том, чтобы избежать катастрофических последствий его развития. Одной из важнейших причин экономического кризиса следует считать отсутствие в регионах действенных механизмов мобилизации собственных и привлечению внешних источников ресурсов и их эффективного использования для проведения экономической и инвестиционной политики, направленной на подъем производства. Не является исключением и Республика Северная Осетия-Алания. Все вышесказанное обусловило выбор темы нашего исследования.

Цель работы заключается в разработке модели, описывающей влияние социально-экономических показателей республики на объемы привлечения инвестиций в основной капитал.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- рассчитаны коэффициенты корреляции для рассматриваемых показателей;
- из социально-экономических показателей отобраны те, динамика которых имеет сильную связь с динамикой показателя «объем инвестиций в основной капитал»;
- выявлены основные показатели и степень их влияния на объем привлечения инвестиций;
- были рассчитаны коэффициенты регрессионного уравнения.

При проведении исследования использовались социально-экономические показатели регионального развития, содержащиеся в материалах Госкомстата РФ, а также данные исследований консалтингового агентства «Эксперт».

Была выдвинута гипотеза о том, что на объем привлечения инвестиций в регион влияют сложившиеся социально-экономические показатели прошлого периода, которые, на наш взгляд, в той или иной мере влияют на инвестиционную привлекательность региона.

Для построения модели зависимости объемов инвестиций в основной капитал от рассмотренных факторов используется метод регрессионного анализа с аппроксимацией функции инвестирования полиномом первой степени. Результаты, полученные на основе проведенного исследования, могут применяться для определения эффективных направлений вложения инвестиций, обеспечивающих наибольшую отдачу, а также способствующих формированию инвестиционной привлекательности региона. Разработано приложение в программном пакете обработки данных MATLAB.

Литература

1. Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе.—М.: ЮНИТИ, 2000.—354 с.
2. Ануфриев И. Е., Смирнов А. Б., Смирнова Е. Н. MATLAB 7.—СПб.: БХВ-Петербург, 2005.—1104 с.
3. URL: <http://www.AKM.ru>.
4. URL: <http://www.raexpert.ru>.

БЕРДНИКОВА АНАСТАСИЯ ЕВГЕНЬЕВНА
Владикавказ, Северо-Осетинский государственный
университет им. К. Л. Хетагурова,
математический факультет, 2 курс

КОМПИЛЯТОР ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

А. В. Клюев

Целью данной работы является визуализация работы компилятора на примере разбора арифметических и тригонометрических выражений с использованием абстрактной структуры данных — стека.

Стек — линейная структура данных, работающая по принципу «последний зашел — первый ушел». Это означает, что элемент, вошедший в стек самым последним, выйдет при разборе выражения самым первым.

Для реализации данной задачи в моей программе был создан объект `STACK`, а в нем два стека — один для чисел, другой для знаков. В них во время выполнения программы будут записываться и удаляться промежуточные значения операций с помощью функций, созданных в объекте. Кроме этого, в моей программе было введено понятие приоритетности. Это означает, что значения из стеков могут удаляться и добавляться только в определенной последовательности и только в определенных случаях.

Знаки в стек со знаками могут добавляться только в том случае, если приоритетность поступающего знака выше, чем приоритетность знака в стеке. Самой низшей приоритетностью (0) обладают знаки тригонометрических функций и знаки скобок. Самой высшей приоритетностью (3) обладает знак степени, (2) — знаки умножения и деления, (1) — знаки сложения и вычитания.

В моей программе реализован не только полный проход всего выражения и моментальное его решение, но и пошаговое исполнение. Это осуществлено благодаря одной процедуре пошагового вычисления, но выполняющейся в цикле для моментального решения. Кроме того, работа визуализирована, на форме созданы два абстрактных стека — два `ListBox`-а, которые отображают положение значений в стеках.

Типы данных благодаря использованию запятой (!) могут быть как целыми, так и вещественными.

Программа позволяет начинающим программистам разобраться в работе компилятора и стека на примере разбора математических выражений. А для обычных пользователей она может служить очень удобным калькулятором, в который можно целиком записывать выражение и получать точный ответ.

Литература

1. *Стивенс Р.* Delphi. Готовые алгоритмы.—СПб: Питер, 2004.—384 с.
2. *Фаронов В. В.* Программирование на языке высокого уровня Delphi.—СПб: Питер, 2004.—352 с.
3. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: построение и анализ.—М.: МЦНМО, 2001.—961 с.
4. *Макконелл Дж.* Мир программирования. Основы современных алгоритмов.—М.: Техносфера, 2004.—368 с.

Клюев Александр Вадимович
Владикавказ, Центр дополнительного
образования «Интеллект», 11 класс

КРИПТОАНАЛИЗ ПОДСТАНОВОЧНЫХ ШИФРОВ

В. С. Молчанов

С каждым годом компьютеры все прочнее и прочнее входят в наш мир. Как следствие, все острее и острее встает вопрос защиты той информации, которая там хранится. Поэтому с каждым годом все больше и больше требуются квалифицированные специалисты, способные обеспечить сохранность информации при ее передаче по каналам связи. Наряду с ростом числа новых криптографических алгоритмов в последние годы стремительно развивается и криптоанализ, изучающий процессы воссоздания открытого текста или ключа, или и того и другого вместе из зашифрованного текста.

Целью данного проекта является изучение методов вскрытия шифротекстов, получения статистических данных для частотного анализа текста и автоматизация процесса взлома шифра Цезаря.

Взломать шифр — значит определить наиболее вероятное сообщение из возможных. На сегодняшний день существует множество видов криптоанализа, каждый из которых зависит, в первую очередь, от имеющейся у криптоаналитика информации [2] на основе только известного: шифртекста, открытого текста, выбранного открытого текста, выбранного шифртекста. К универсальным методам относятся такие методы, как метод полного перебора, анализ на основе использования словарей, парадокс Дней Рождений, метод «встречи посередине», метод «разделяй и побеждай».

Криптоанализ на основе только известного шифртекста основывается на полном переборе, который можно постараться свести к перебору с отсечениями, если использовать частотный анализ текста. В основу частотного анализа положены исследования текстов определенного языка на повторяемость символов или групп символов в тексте.

Для взлома шифра Цезаря достаточно применить частотный анализ встречаемости букв. Правомерно утверждать, что длина ключа в шифре Цезаря равна 1 и лежит в рамках размерности используемого алфавита. Сопоставляя символы, которые имеют наибольшую частоту встречаемости в текстах данного алфавита с самой часто встречающейся буквой в шифре, можно подобрать ключ для расшифрования.

При взломе шифра Виженера можно выделить следующие этапы: определение длины ключа (периода), определение самого ключа.

Известны следующие способы определения длины ключа: тест Казиски (1863), тест Фридмана (1920).

Алгоритм взлома шифра простой подстановки: подсчитать частоту встречаемости шифрообозначений, а также их сочетаний — биграмм, триграмм и т. д. Выявление гласных и согласных (удвоение гласных реже, чем удвоение согласных, гласные расположены равномерно по тексту и чередуются иногда через 2-3 знака, с ней чаще всего сочетается согласная). Выдвижение гипотез о значениях шифрообозначений, их проверка. Восстановление исходного текста.

В ходе работы над проектом написана программа для получения и анализа статистических данных, необходимых для проведения криптоанализа текста, написанного в некотором алфавите: частота повторяемости букв алфавита; частота встречаемости биграмм; частота встречаемости триграмм; анализ встречаемости гласных и согласных букв в биграммах; статистический анализ встречаемости гласных и согласных букв в триграммах; проанализирована сочетаемость букв алфавита; получена частота чередования гласных и согласных букв.

Написана программа определения взаимного индекса совпадений для подстрок, а также, основываясь на тесте Казиски и тесте Фридмана, получения предполагаемой длины ключа. С использованием полученных данных в программе ReCezar проводится криптоанализ текста, зашифрованного методом Цезаря. Реализован алгоритм криптоанализа шифра Виженера тестом Фридмана.

Литература

1. *Смарт Н.* Криптография.—М.: Техносфера, 2006.—528 с.
2. *Бабенко Л. К., Ищукова Е. А.* Методическое пособие по изучению блочных алгоритмов шифрования и современных методов их криптоанализа по курсу «Криптографические методы и средства обеспечения защиты информации».—Таганрог: ТРТУ, 2003.—496 с.
3. *Яценко В. В.* Введение в криптографию.—СПб.: Питер, 2001.—288 с.
4. *Вельшенбах М.* Криптография на С и С++ в действии. Учебное пособие.—М: Триумф, 2004.—464 с.
5. *Скляр И.* Криптоанализ — наука решения головоломок.—URL: <http://www.sklyaroff.ru>.

Молчанов Валентин Сергеевич
Владикавказ, Центр дополнительного
образования «Интеллект», 8 класс

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПРИЗЕРЫ КОНКУРСА ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ

Диплом I степени

Математика:

Кантемирова Дина, г. Владикавказ, СОШ № 27, 8 класс

Физика:

Алборов Марат, г. Владикавказ, РФМЛИ, 10 класс

Котаева Илона, г. Владикавказ, СОШ № 26, 10 класс

Информатика:

Белоус Артем, г. Владикавказ, гимназия № 5, 11 класс

Диплом II степени

Математика:

Камбердиева Диана, г. Владикавказ, гимназия № 5, 11 класс

Информатика:

Молчанов Валентин, ЦДО «Интеллект», 8 класс

Клюев Александр, ЦДО «Интеллект», 9 класс

Бердникова Анастасия, г. Владикавказ, СОГУ, 2 курс

Диплом III степени

Математика:

Атаева Алина, г. Владикавказ, СОШ № 26, 10 класс

Мамиева Зарина, г. Владикавказ, гимназия № 5, 11 класс

Токаев Вадим, г. Владикавказ, гимназия № 5, 11 класс

Физика:

Хацаева Светлана, г. Алагир, СОШ № 2, 11 класс

Кайшаури Илья, г. Владикавказ, ЦДО «Интеллект», 8 класс

Пожиганов Андрей, г. Владикавказ, РФМЛИ, 9 класс

Калагов Георгий, г. Владикавказ, СОШ № 21, 11 класс

Информатика:

Алборов Марат, г. Владикавказ, РФМЛИ, 10 класс

Грамоты (IV место и вне конкурса)

Математика:

Ларин Алишер, г. Владикавказ, РФМЛИ, 6 класс

Мищерская Евгения, г. Владикавказ, СОШ № 3, 7 класс

Слюсарев Леонид, г. Владикавказ, РФМЛИ, 9 класс

Кесати Алина, г. Владикавказ, СОШ № 38, 11 класс

Физика:

Эльчепаров Азамат, г. Владикавказ, СОШ № 26, 9 класс

Тучашвили Давид, г. Владикавказ, СОШ № 26, 10 класс

Черджи́ев Андрей, г. Владикавказ, СОШ № 26, 10 класс

Информатика:

Купцов Даниил, г. Владикавказ, ЦДО «Интеллект», 8 класс

Бузырев Максим, г. Владикавказ, РФМЛИ, 10 класс

Пилиев Антон, г. Владикавказ, РФМЛИ, 10 класс

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Приветственное слово председателя оргкомитета	7

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ

Секция математики

Абатурова В. С. О применении мотивационно-прикладных задач в профильных классах экономической направленности..	13
Бодряков В. Ю., Жаворонков В. Д., Фомина Н. Г. Инновационные элементы в проведении сессионного экзамена по высшей математике с учетом содержания ГОС ВПО.....	19
Бодряков В. Ю., Лашкова О. С., Фомина Н. Г. О корреляции успеваемости со структурой интеллекта по Амтхауэру студентов-математиков педагогического вуза	28
Бодряков В. Ю., Нигматуллина Е. Н., Фомина Н. Г. К вопросу о влиянии структуры интеллекта по Амтхауэру на отчисления студентов математического факультета УрГПУ поступления 2006 года.....	32
Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Углубленный статистический анализ успеваемости студентов-математиков при обучении в педагогическом вузе	38
Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Бидихотомическая вероятностно-статистическая модель оценки уровня знаний учащихся образовательных учреждений	48
Дзарасова Э. А. О способах нахождения наименьшего и наибольшего значений функции.....	59
Дятлов В. Н., Дмитриева Ю. А. О планировании и проведении процесса решения логарифмических уравнений и неравенств.....	69

Секция физики

Борисова Е. А., Костенко А. П., Корепанов К. М.	
Затухающие колебания в колебательном контуре	85
Милостивая Н. Ю. Использование компьютера на уроках физики	87
Молчанова Г. М. Поиски новых технологий для создания исследовательской деятельности учащихся на уроках физики	99
Пушкарёва Н. Б., Борисова Е. А., Малышев Л. Г., Гуцин В. С. «Парящий» диск	114
Радченко Т. И. Дополнительная форма активизации интереса учащихся к изучаемому материалу	116

Секция информатики

Кулаева Л. С. Методика обучения школьников применению современных информационных технологий	121
Молчанова И. А. Методика обучения школьников аналитическому мышлению на примере изучения темы «Кодирование информации»	124
Хубаева Н. Х. Сайт школьного учреждения как средство обучения в педагогической системе	133

КОНКУРС ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ. ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ ПРИЗЕРОВ

Секция математики

Атаева А. А. Применение фрактальной геометрии в естественных науках	145
Камбердиева Д. Р. Задачи с параметром в заданиях ЕГЭ ...	147
Кантемирова Д. М. Логика и парламент	149
Мамиева З. Р., Токаев В. Р. Исследование функций в заданиях С 5 на ЕГЭ	151

Секция физики

Алборов М. А. Инерция тепла при нагреве теплопроводной среды в режиме с обострением	155
Кайшаури И. Г. Физика в ванне	157
Калагов Г. А. Развитие энергетики. Проблема глобального потепления. Дом «Термос»	159
Котаева И. А. Растения и электричество	160
Пожиганов А. Н. Влияние ультра- и инфразвука на организм человека	162
Хацаева С. А. Влияние излучения сотовых телефонов на организм человека	163

Секция информатики

Белоус А. А. Применение распознавания образов в управлении ОС	167
Бердникова А. Е. Применение информационных технологий в системе управления социально-экономическим развитием региона	169
Клюев А. В. Компилятор для математических выражений ...	171
Молчанов В. С. Криптоанализ подстановочных шифров	173

ПРИЛОЖЕНИЕ

Призеры конкурса исследовательских работ	177
---	------------

Сборник материалов
V Региональной
научно-практической конференции

КОЛМОГОРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ — 2009

Редакционная коллегия:
В. С. Абатурова, В. Н. Дятлов,
Е. С. Каменецкий, И. Д. Цопанов

Зав. редакцией *В. В. Кибизова*
Компьютерная верстка *М. Д. Бичкаева*

Подписано в печать 17.07.2010.
Формат бумаги $60 \times 84^{1/16}$. Усл. п. л. 10,58.
Тираж 250 экз. Заказ № 222.

Южный математический институт ВНЦ РАН
362027, г. Владикавказ, ул. Маркуса, 22.

Отпечатано в ИПО СОИГСИ им. В. И. Абаева
362040, г. Владикавказ, пр. Мира, 10.

