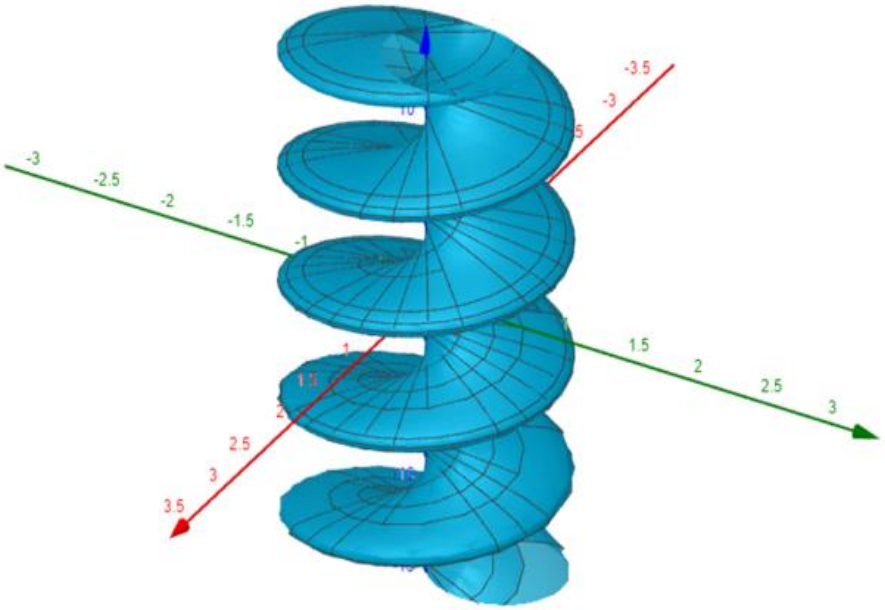
МОСКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ УНИВЕРСИТЕТ МГПУ | САМАРСКИЙ ФИЛИАЛ

САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЦИФРОВАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: РАЗВИТИЕ ТРАДИЦИЙ И НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Материалы 45-го Международного семинара А. Г. Мордковича по математическому и информационному образованию (1–3 октября 2026 года)



САМАРА 2026

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

САМАРСКИЙ ФИЛИАЛ ГОСУДАРСТВЕННОГО АВТОНОМНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ
«МОСКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ЦИФРОВАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: РАЗВИТИЕ ТРАДИЦИЙ И НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Материалы 45-го Международного семинара А. Г. Мордковича
по математическому и информационному образованию
(Самара, 1–3 октября 2026 года)

Одобрено редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»

© Самарский университет, 2026
ISBN 978-5-7883-2327-5

САМАРА
Издательство Самарского университета
2026

УДК 371.3(062)+378.147(062)
ББК Ч426.221я431+Ч426.32я431+Ч448.02я431
Ц752

Редакционная коллегия:
А. Г. М о р д к о в и ч, основатель и научный руководитель семинара,
доктор педагогических наук, профессор;
А. В. Я с т р е б о в, научный руководитель семинара,
доктор педагогических наук, профессор;
И. Е. М а л о в а, научный руководитель семинара,
доктор педагогических наук, профессор;
А. В. К у п р и я н о в, ответственный редактор,
доктор технических наук, доцент;
С. Н. Б о г д а н о в, заместитель редактора,
кандидат физико-математических наук, доцент

Ц752 **Цифровая трансформация образования: развитие традиций и новые возможности в обучении математике и информатике:** материалы 45-го Международного семинара А. Г. Мордковича по математическому и информационному образованию (Самара, 1–3 октября 2026 г.) / ответственный редактор А. В. Куприянов; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Самарский университет. – Самара: Издательство Самарского университета, 2026. – 1 CD-ROM. (9,1 Мб). –Загл. с титул. экрана. – Текст. Изображение: электронные.

ISBN 978-5-7883-2327-5

В сборник включены статьи участников 45-го Международного семинара А. Г. Мордковича по актуальным проблемам математического образования и образования в области информатики. Адресуется преподавателям учреждений начального, общего среднего, среднего специального, высшего и дополнительного образования, аспирантам, магистрантам, студентам и слушателям учреждений, обеспечивающих повышение квалификации и переподготовку педагогических кадров.

УДК 371.3(062)+378.147(062)
ББК Ч426.221я431+Ч426.32я431+Ч448.02я431

Минимальные системные требования:
PC, процессор Pentium, 160 МГц;
оперативная память 32 Мб;
на винчестере 16 Мб;
Microsoft Windows XP/Vista/7;
разрешение экрана 1024x768 с глубиной цвета 16 бит;
DVD-ROM2-x и выше, мышь; Adobe Acrobat Reader.

© Самарский университет, 2026

Ответственный редактор А. В. Куприянов

Статьи публикуются в авторской редакции

Редакционно-издательская обработка
издательства Самарского университета

Подписано для тиражирования 08.10.2026.

Объем издания 9,1 Мб.

Количество носителей 1 диск.

Тираж 11 дисков.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

СОДЕРЖАНИЕ

Пленарное заседание

Малова И.Е.
Фундаментальные основы математической темы: диалоговые дидактические материалы для учащихся и учителя ***16***

Григорьев С.Г.
Автоматизация построения системы академической генеалогии ***20***

Вечтомов Е.М.
Об обучении абстрактной алгебре будущих учителей математики ***22***

Ивашова О.А.
Математическая культура младших школьников: культурологические подходы и компоненты ***26***

Орлов В.В.
Некоторые аспекты современного этапа цифровизации отечественного математического образования ***30***

Подходова Н.С., Терентьева О.Ю., Терентьев А.Д.
Когнитивно-дидактические основания трансформации обучения математике в нейросетевой образовательной среде ***34***

Шабанова М.В., Розыев Аман Довран оглы
Геометрические задачи для обучения критическому анализу выводов искусственного интеллекта ***40***

Секция 1.
Перспективы развития информационной и математической культуры младших школьников

Зубова С.П., Лысогорова Л.В.
Формирование математической культуры у младших школьников ***46***

Кудашкина А.В.
Безопасная цифровая среда для младших школьников: от родительского контроля к личной информационной грамотности ***51***

Нестеренко Л.П.
Педагогические инструменты развития математической культуры младших школьников ***55***

Сизова М.Н.
Особенности формирования понятий у младших школьников ***59***

Федорова Т.В.
Современные технологии в математическом образовании: возможности применения веб-приложения Geoboard в обучении младших школьников ***63***

Шереметьева О.В.
Развивающие возможности процесса усвоения младшими школьниками геометрического материала ***67***

Секция 2.
Школьное математическое образование: проблемы и перспективы

Абатурова В.С.
Инновационная система повышения квалификации учителей математики ***72***

Армеева Е.В., Басина Е.В.
«Праздник точных наук»: из опыта организации городского дня математики ***76***

Артюхина М.С., Шкрябко Н.А.
Лабораторные работы по стохастике как средство развития функциональной математической грамотности обучающихся ***80***

Бабарико Р.М.
Некоторые стратегии применения методов картирования в обучении ***84***

Безенкова Е.В.
Алгоритм составления цепочек заданий на основе материалов истории математики ***88***

Бирюлина Е.В.
Анализ типичных ошибок, допущенных при решении показательно-логарифмического неравенства на ЕГЭ по математике профильного уровня в 2026 году ***92***

Боженкова Л.И.
Алгоритмический подход в обучении школьников математике: вчера и сегодня ***95***

Волкова А.И., Дроздов М.В., Куклев М.В.,
Петрова А.С., Ярышева М.И., Бахусова Е.В.
Увлекательная математика от будущих учителей: опыт популяризации математики ***99***

Ворушило-Звежинская Е.В.
Модель развития поисковой деятельности учащихся при обучении геометрии в VII–IX классах ***103***

Гаврилова М.А., Старцева Т.А.
Как создать метапредметное задание по математике и работать с ним на уроке ***107***

Горбачев В.И., Трошина Н.В.
Структура и содержание евклидовой геометрии общего математического образования ***111***

Дорофеев С.Н., Павлова Е.С., Наземнова Н.В.
Многокомпонентные упражнения как основа формирования действия по распознаванию образа ***115***

Ежова Н.В.
Развитие математических способностей учащихся через систему модифицированных заданий ***119***

Еловикова Ю.А.
Приемы алгоритмизации решения некоторых типов задач с параметром аналитическим методом ***123***

Карневич О.Н.
Особенности методики построения систем учебных заданий контекстного типа для формирования геометрической грамотности учащихся 10–11 классов ***127***

Комаров Ф. А., Фофанов К.А.
Пропедевтика понятия «Производная функции» на уроках физики в 9 классах ***131***

Костин С.В.
Как сделать уроки по предмету «Вероятность и статистика» интересными? ***135***

Липилина В.В., Зотова М.Д.
Уравнения с параметрами как средство развития вариативного мышления старшеклассников ***139***

Матушкина З.П.
К вопросу обучения решению задач различными способами ***143***

Новикова Е.О.
Использованием средств визуализации информации при обучении математике в 5-6 классах ***147***

Омельян О.М.
О методике введения понятия критической точки в школьном курсе математики в старшей школе ***151***

Охват Л.П.
Метод выносных чертежей как средство преодоления когнитивных трудностей при обучении построению сечений многогранников ***154***

Пономарева Л.В., Теплов А.А., Ушакова Е.В.
Роль математических знаний в выполнении заданий ГИА по химии ***158***

Пузырева Е.Н.
О систематизации модельных представлений геометрического и евклидова пространств в учебной геометрической деятельности ***162***

Рыбакина Н.А., Рыбакин В.И.
Обучение обобщенному методу решения задач на части в основной школе ***166***

Садыкова Е.Р., Разумова О.В., Мухаметзянова З.Н.
Интеграция технологии проблемного обучения и визуализации при обучении учащихся геометрическим построениям в пространстве ***172***

Салаватова С.С.
Платформа «электронная игровая школа» в аспекте решения дилеммы родного языка ..***177***

Сенников Д.В.
Стохастическая подготовка учащихся в 7–9 классах: проблемы и направления совершенствования ***181***

Смирнов В.А., Смирнова И.М.
О предпрофильной подготовке учащихся 7-9 классов к инженерным профессиям при обучении геометрии ***185***

Сонина А.А., Егупова М.В.
Практико-ориентированный проект на уроке по теме «Векторы» в 9 классе ***188***

Фефилова Е.Ф., Чистякова А.Г.
Обобщение и систематизация знаний и умений обучающихся основной школы ***192***

Хохлова Д.Е.
Электронные образовательные ресурсы в обучении теории графов: методика и практические аспекты (школьный курс математики) ***197***

Чиспияков С.В., Грачева О.Ю.
Интегрирование векторно-координатного метода решения стереометрических задач в процесс изучения стереометрии в средней школе. Основные понятия ***201***

Секция 3.
Математическое образование в вузе: вызовы современности
3.1. Методика обучения математике в вузе

Артюхина М.С., Артюхин О.И.
Психолого-педагогический аспект математической подготовки гуманитариев ***206***

Бахусова Е.В.
Методические возможности содержания дисциплины «Основы нечёткой математики» в подготовке учителя математики и информатики ***210***

Беляева С.Д., Судакова А.Г., Новичкова О.Е.
Формирование системы математических понятий у курсантов с использованием технологии кроссворда ***214***

Боровских А.В.
Математическое мышление как предмет педагогической деятельности ***218***

Виноградов Е.В.
Time-escape алгоритм вмногоэтапном математико-информационном задании как средство развития креативности ***220***

Головашкин Д.Л., Яблокова Л.В.
Подготовка выпускной квалификационной работы: проекция русского культурного кода на образовательный процесс ***224***

Губарь Л.Н.
Преемственность в обучении теории вероятностей: цифровые инструменты в развитии стохастического мировоззрения ***228***

Деза Е.И., Стесева О.И.
О месте чисел Бернулли в предметной подготовке учителей математики ***232***

Дробышева И.В.
Направления и средства повышения качества математического образования студентов ***235***

Ермаков В.Г.
Проблемы и пути развития критического мышления учащихся и студентов при их обучении математике в условиях цифровизации образования ***238***

Игошин В.И.
Аксиоматический (абстрактный) подход к характеристике некоторых конкретных математических объектов ***242***

Калинин С.И., Панкратова Л.В.
Решение некоторых показательных уравнений и неравенств посредством аналога неравенства Иенсена для p-выпуклых функций ***248***

Ким-Тян Л.Р.
Преподавание математики как фундаментальной дисциплины в условиях цифровизации в инженерном вузе ***251***

Коновалова Е.И.
Игра в математику ***255***

Корнилов В.С.
Дидактические технологии развития прикладной математической культуры в преподавании некорректных и обратных задач ***258***

Кривошеева Ю.Ю.
Преподавание дифференциальных уравнений в японской вышей школе: сравнительный анализ ***261***

Кузьмин Ю.Н., Калядин В.П.
Место классической математики в системе образования. ***264***

Куликова О.В., Куликова И.В.
Визуализация функциональных взаимосвязей при формировании математических понятий ***268***

Латышева Л.П., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л.
Практико-ориентированные задания с производственным содержанием в обучении математике и информатике ***272***

Лисицын М.Д.
О формировании математических понятий и синтезе представлений обучающихся ***.....276***

Сотникова О.А.
К вопросу о фундаментальности алгебраической подготовки при обучении будущих учителей математики ***.....280***

Тарасенко А.В.
О важности обучения теории погрешностей при решении задач с практическим содержанием ***.....283***

Фахретдинова В.А.
О некоторых методических аспектах преподавания дисциплины «Алгебра и геометрия» в рамках проекта «Фундаментальные дисциплины» ***.....286***

Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н., Родионова М.С.
О проблеме удержания интереса к математике в техническом вузе ***.....290***

Читоркин Е.Е.
Рефлексивный анализ преподавания блока математических дисциплин: взгляд недавнего выпускника ***.....294***

3.2. Методическая подготовка будущих учителей математики

Богданова Е.А., Богданов П.С., Богданов С.Н.
Подготовка будущих учителей математики к реализации идей фузионизма ***.....299***

Власова И.Н.
Подготовка будущего учителя математики к работе в инженерных классах в условиях НТР ***.....303***

Волкова Н.А.
Исторический маятник математики: фундаментальные знания и практические умения в предметной подготовке будущего учителя математики ***.....307***

Гельфман Э.Г., Подстригич А.Г.
Искусственный интеллект в подготовке будущих учителей математики (на материале учебных текстов проекта «Математика. Психология. Интеллект») ***.....311***

Гильмуллин М.Ф.
Опыты в истории математики и математического образования ***.....316***

Евелина Л.Н.
Особенности методической подготовки будущих учителей математики к изучению первых разделов стереометрии ***.....320***

Иванюк М.Е.
Теория графов в методико-математической подготовке современного учителя математики ***324***

Иванюк М.Е., Кечина О.М.
Реализация внутрипредметных связей математических дисциплин в обучении будущих учителей математики ***328***

Карпова Т.Н., Буракова Г.Ю.
Использование мультимедиа в методической подготовке будущих учителей математики ***332***

Кислякова М.А.
Методические средства и приемы обучения студентов использованию электронных образовательных ресурсов для коррекции знаний школьников по геометрии ***336***

Кондаурова И.К.
Методическая подготовка учителя математики: от выявления и нивелирования дефицитов к формату проактивности ***340***

Крылатых С.И.
Промышленно-образовательная экскурсия как одна из форм подготовки будущего педагога к технологическому просвещению ***344***

Кузина Н.Г.
Технологические карты как средство формирования готовности студентов педагогических вузов к осуществлению методической деятельности ***348***

Макеева О.В.
Математическое моделирование как содержательно-методическая линия в курсе математического анализа ***351***

Мартынова Е.В.
О методах и формах решения задач конструктивной геометрии в процессе подготовки учителя математики ***356***

Маслова Ю.В., Яшина Е.Ю.
Проблемы использования искусственного интеллекта студентами и абитуриентами при контроле знаний по математике в дистанционном формате ***359***

Сангалова М.Е., Федорова С.В., Фролова Э.В.
Применение технологии микрообучения в процессе математической подготовки студентов педагогического вуза ***363***

Соколова Е.В.
Особенности проведения практики на курсах переподготовки учителей математики ***367***

Столярова И.В.
Демоэкзамен как средство формирования готовности будущего учителя математики к проектированию целостного учебного процесса в условиях обновленных образовательных стандартов общего образования ***371***

Удовенко Л.Н.
О перспективах математического образования на примере подготовки учителей в институте математики и информатики МПГУ ***374***

Утеева Р.А.
Научно-исследовательская лаборатория «Школа математического развития и образования – 5+» – опытно-экспериментальная база для будущих учителей математики ***378***

Хилюк Е.А.
Особенности методической подготовки будущих учителей математики для работы в условиях цифровой образовательной среды ***382***

Шатрова Ю.С.
Особенности изучения теория графов будущими учителями математики ***386***

Секция 4.
Информатика в образовании как новый вид грамотности

Безроднова О.А.
Разработка чат-бота-репетитора по подготовке к ЕГЭ по профильной математике: архитектура и методическое неполнение ***391***

Власова-Галасеева Н.М.
Формирование математико-цифровых компетенций через программирование пропорционального регулятора движения робота (с выходом на элементы ИИ) ***395***

Гриншкун В.В., Копылова В.В.
Развитие системы подготовки педагогов к проведению дидактических дискурсов с применением иммерсивных технологий ***399***

Желудков А.В.
Применение конвергентного языка разработки и метода универсальных расширенных синтаксических деревьев при обучении программированию ***403***

Журанова Н.А., Пугач О.И.
Вопросы формирования метапредметной коммуникативной компетентности школьников в условиях цифрового разрыва ***407***

Заводчикова Н.И., Быкова И.А.
Средства управления деятельностью учащихся при решении задач по программированию ***411***

Заруцкая Т.С., Пономарев И.С.
Безопасная коммуникация для уязвимых групп: как прикладная информатика решает проблему кибербуллинга через дизайн мессенджеров ***415***

Иванов А.М.
Цифровой иммунитет: как нейросети помогают сформировать осознанную безопасность у учащихся ***418***

Корнилов П.А., Федотова Н.П.
Кооперативные алгоритмы и алгоритмы без обратной связи ***422***

Кузьмина А.М.
AI как инструмент решения проблемы асимметрии информации ***425***

Маняхина В.Г., Бороздина М.В., Иванова Н.Ю., Муравьева О.В.
Содержание учебной проектно-технологической практики будущих учителей математики по разработке цифровых образовательных ресурсов с применением ИИ ***429***

Орлова Н.Н.
Информатика в образовательном процессе как средство формирования цифровой грамотности современного общества ***433***

Орлова Т.С., Яремко Н.Н.
Обучение старшеклассников прогнозированию на интегрированных уроках математики и информатики ***437***

Рябова П.А.
AI-агенты в обслуживании и настройке персонального компьютера рядового пользователя: будущее наступило сегодня? ***441***

Фазлеева Э.И., Тимербаева Н.В.
Разработка плана-конспекта урока в методической подготовке будущего учителя информатики ***445***

Хисамиева Ю.М.
Особенности смешанного обучения в современном цифровом мире на уроках информатики ***449***

Щулепников С.В.
Школьники без опыта работы с ПК: проблема обучения ***453***

Секция 5
Цифровизация математического образования и искусственный интеллект

Белоусова В.И., Чуксина Н.В., Шестакова И.А.
Переосмысление методики преподавания дискретной математики в эпоху доступа к большим языковым моделя ***457***

Белоусова М.М., Кныш А.А., Поторочина К.С.
Проектирование карты индивидуальных возможностей студентов при обучении математике в условиях цифровизации образования ***461***

Бушуев М.К.
Нейросети в обучении геометрии: мониторинг готовности педагогического сообщества к цифровой трансформации ***465***

Ганеева А.Р., Хисматуллин А.А., Овчинникова А.С.
Проектирование заданий по вероятности с помощью искусственного интеллекта ***469***

Дворяткина С.Н., Паршина А.Н.
Цифровая платформа групповой модерации как инструмент развития исследовательских навыков старшеклассников в курсе математики ***473***

Зайчикова Н.А.
Специфика реализации научениеметрии в условиях цифровой образовательной среды ***477***

Евсеева Е.Г., Каземиров Б.В.
Проектирование будущими учителями математики и информатики обучения с использованием систем искусственного интеллекта ***481***

Каптерев А.И.
Повышение роли аналитики в доказательной педагогике ***485***

Кочагина М.Н.
Сервис «Цифровое зеркало учебного занятия» в системе методической подготовки будущего учителя математики ***489***

Латыпова Н.В.
Анализ использования нейросетей студентами математических направлений подготовки в Удмуртском госуниверситете ***493***

Лебедев К.А., Райхельгауз Л.Б.
Периодическая иерархия математических структур как основа учебников нового поколения ***497***

Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В.
К вопросу о проблемах преподавания математического анализа в эпоху цифры ***502***

Матвеева Е.П., Кощеева Е.С.
О формировании промпт-компетенций у студентов математиков педвузов в ходе анализа текстов, сгенерированных нейросетями ***506***

Мельников Ю.Б., Белоусова В.И., Поторочина К.С.
Список языков школьного курса математики и их роль в условиях цифровизации ***510***

Орлова Д.А.
Задачи с проверяемым содержанием как дидактическое средство развития математической функциональной грамотности учащихся основной школы ***514***

Пучков Н.П., Попов А.И.
Формирование математического стиля мышления в условиях цифровизации образования ***517***

Райхельгауз Л. Б., Лебедев К.А.
Разработка и апробация структурированного учебника-справочника по математике с интеграцией искусственного интеллекта (на основе объективной иерархии числовых и алгебраических систем) ***521***

Рыманова Т.Е., Черноусова Н.В.
Повышение математической образованности школьников в условиях цифровой трансформации ***525***

Семеняченко Ю.А.
Особенности математической подготовки будущих учителей математики для работы в условиях цифровой образовательной среды ***529***

Суханова А.Г.
Роль компьютерного моделирования при обучении математике в вузе ***533***

Тестов В.А.
Математизация знаний как фундамент процесса цифровой трансформации образования ***537***

Торопова С.И.
Совместимы ли искусственный интеллект и исследовательская математическая деятельность? ***541***

Тюленева О.Н.
Трансформация педагогической позиции преподавателя математики в условиях доступности систем искусственного интеллекта: от контроля результата к управлению процессом аргументации ***545***

Филимоненкова Н.В.
Актуальность взаимного оценивания студентов в условиях цифровизации образования ***549***

Шакирова Л.Р., Фалилеева М.В.
Проектирование курса «Методика обучения математике» в рамках модели 4C/ID для формирования сложных профессиональных компетенций будущих учителей математики ***553***

Хайдукова Е.А., Сидорова Н.В.
Критерии отбора цифровых образовательных ресурсов для развития математической грамотности обучающихся на уроках математики в основной школе ***557***

Пленарное заседание

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕМЫ: ДИАЛОГОВЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ И УЧИТЕЛЯ

И. Е. Малова, д-р пед. наук, профессор,
Южный математический институт
Владикавказского научного центра Российской академии наук,
Брянск, Россия
e-mail: mira44@yandex.ru

Аннотация. В статье представлены методологические и методические задачи по выделению в математическом содержании темы её фундаментальных основ и организации деятельности обучающихся по их освоению с использованием диалоговых дидактических материалов. Приведены примеры решения методических задач методистом и искусственным интеллектом.

Ключевые слова: фундаментальные основы математической темы, диалоговый дидактический материал, деятельностный подход, личностно ориентированное обучение.

FUNDAMENTAL BASIS OF MATHEMATICAL TOPICS: DIALOGUE DIDACTIC MATERIALS FOR PUPILS AND TEACHERS

I. E. Malova, doctor of pedagogical sciences, professor,
Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Center
of the Russian Academy of Sciences,
Bryansk, Russia
e-mail: mira44@yandex.ru

Annotation. This article presents methodological and teaching challenges for identifying fundamental basis of a topic in its mathematical content and organizing pupils' activities to master them using dialogue teaching materials. Examples of solutions to these challenges by a methodologist and artificial intelligence are provided.

Keywords: fundamental basis of the mathematical topic, dialogue-based teaching materials, activity-based approach, pupil-centered learning.

Фундаментальность образования всегда была в центре внимания специалистов и общественности, однако до сих пор практика обучения испытывает дефицит средств обеспечения освоения обучающимися фундаментальных основ учебных предметов, в частности, математики. Фундаментальные основы темы определяют её содержание, структуру и методологию.

Сформулируем методологические задачи по определению фундаментальных составляющих математических тем и основ организации учебного процесса по их освоению.

Методологическая задача 1. Определить структурные составляющие темы, которые можно отнести к её фундаментальным основам.

Считаем, что к фундаментальным основам темы следует отнести: структурные составляющие темы и связи между ними; способы доказательства теорем (решения задач на доказательство); виды задач и способы их решения.

Методологическая задача 2. Реализовать требования деятельностного подхода и личностно ориентированного обучения для обеспечения предметной успешности обучающихся и обогащения их субъектного опыта.

В нашем исследовании эта задача решается с использованием специально разработанных дидактических материалов для учащихся и педагогов,

предусматривающих ведение учебного диалога. Диалоговый дидактический материал представлен в виде диалоговой компьютерной презентации и раздаточного материала по типу тетради с печатной основой.

Методологическая задача 3. Выбрать источник(и) математического содержания, по которому организуется освоение фундаментальных основ математических тем и обогащение субъектного опыта обучающихся.

В нашем исследовании – это учебники под редакцией В.Е. Подольского, входящие в перечень рекомендованных учебников для углублённого изучения математики в старших классах.

Рассмотрим проблемы представления математического содержания в учебниках и соответствующие методические задачи по их преодолению применительно к каждой фундаментальной основе.

Проблемы представления в учебнике математической темы:

1. Изложение темы в учебнике представлено последовательно без выделения надпредметных связей, к которым, в частности относятся структурные составляющие темы.

2. В учебнике отсутствуют задания, позволяющие обобщить и систематизировать материал.

На решение перечисленных проблем направлена **методическая задача 1**: разработать такую карту темы, чтобы она демонстрировала структурные её составляющие и связи между ними.

Проблемы представления доказательств в тексте учебника:

1. Не выделено условие и заключение теоремы.

2. Не выделены этапы доказательства.

3. Не всегда представлены обоснования.

На решение перечисленных проблем направлена **методическая задача 2**: так раскрыть этапы доказательства, чтобы на их основе можно было не только понять доказательство, но и перенести его на доказательство других теорем.

Проблемы представления решений в тексте учебника:

1. Не выделено условие и требование задачи, не указан вид задачи.

2. Не выделены этапы решения.

3. Отсутствует мотивация шагов (возникает вопрос, как догадаться о соответствующем шаге решения).

На преодоление перечисленных проблем направлена **методическая задача 3**: определить вид задачи и так раскрыть этапы решения, чтобы на их основе можно было не только понять решение, но и перенести его на решение других задач рассматриваемого вида.

Приведём пример дидактического материала «Карта темы» (рис. 1). Дидактический материал сопровождается компьютерной презентацией с анимационными эффектами, позволяющими обучающимся выстроить рассказ о структурных составляющих темы и связях между ними, самостоятельно запомнить пропуски в дидактическом материале и сравнить их с вариантом методиста. К структурным составляющим темы «Параллелепипед» [1] отнесены: определение; свойства параллелепипеда; виды параллелепипеда в зависимости от выбранного основания классификации; формула вычисления длины диагонали.

Диалог определяется пропусками в тексте: в определении надо восстановить существенные признаки; в формулировках свойств – фрагменты условия и/или заключения; при раскрытии видов параллелепипеда требуется назвать эти виды; для формулы требуется восстановить словесную формулировку.



Рисунок 1 – Дидактический материал «Карта темы “Параллелепипед”»

Представим задачи, которые решались методистом при составлении карты темы, их решение искусственным интеллектом (Chatgpt5) и анализ ответов искусственного интеллекта (ИИ).

Задача № 1**.** *Дано*: текст учебника геометрии (10 класс, параграфы 19-20).

Требуется: 1) составить список структурных составляющих темы; 2) изобразить картинкой (картой, схемой) структурные составляющие и связи между ними.

Результат решения: не смогли загрузить в ИИ параграфы школьного учебника.

Задача № 2. *Дано*: список ключевых вопросов темы: определение параллелепипеда; свойства параллелепипеда о противоположных гранях, о диагоналях, о центре симметрии, об отрезках, соединяющих точки пересечения диагоналей противолежащих граней; виды параллелепипеда в зависимости от расположения бокового ребра к плоскости основания; виды прямого параллелепипеда в зависимости от фигуры, лежащей в основании.

Требуется: 1) раскрыть каждый вопрос; 2) изобразить картинкой (картой, схемой) ключевые вопросы и связи между ними.

Результат решения ИИ по раскрытию каждого из перечисленных вопросов:

1. Определение параллелепипеда:

«*Параллелепипед – это трёхмерная геометрическая фигура, состоящая из шести граней, каждая из которых является параллелограммом. В общем случае противоположные грани равны и параллельны, а все рёбра в интерьере параллелепипеда имеют одинаковую длину. Ограничение параллелепипеда определяет его объём и площадь поверхности*».

Анализ ответа ИИ на вопрос 1: в определении родовым понятиям названа трёхмерная геометрическая фигура, а не призма. К определению отнесены свойства параллелепипеда о противоположных гранях и боковых рёбрах, названных ИИ «рёбрами в интерьере параллелепипеда».

2. Свойства параллелепипеда:

«*Противоположные грани: в параллелепипеде каждая пара противоположных грани равны и параллельны. Это свойство обеспечивают структурную симметрию.*

Диагонали: диагонали параллелепипеда соединяют не соседние вершины. Каждая диагональ в параллелепипеде соединяет две противоположные вершины и может быть использована для вычисления длины с использованием теоремы Пифагора.

Центр симметрии: центр симметрии – это точка, которая является серединой всех диагоналей параллелепипеда, и в которой происходит отражение всех точек.

Отрезки, соединяющие точки пересечения диагоналей противоположных граней: эти отрезки равны и соединяют два центра граней, что подтверждает симметричность фигуры».

Анализ ответа ИИ на вопрос 2: в формулировке свойства противоположных граней нет согласования слов; вместо свойства диагоналей параллелепипеда дано определение; свойство отрезков, соединяющих точки пересечения диагоналей противоположных граней, математически неверно. К положительным сторонам ответа ИИ здесь и далее следует отнести указание на возможность применения того или иного вопроса. Представляется, ответы ИИ можно использовать для заданий учащимся «Оцени ответ».

3. Виды параллелепипеда:

«*В зависимости от расположения бокового ребра к плоскости основания:*

- *Прямые параллелепипеды: боковые рёбра перпендикулярны к основанию.*
- *Наклонные параллелепипеды: боковые рёбра наклонены под углом к основанию.*

Виды прямого параллелепипеда в зависимости от фигуры, лежащей в основании:

- *Прямоугольный параллелепипед: основание – прямоугольник.*
- *Квадратный параллелепипед: основание – квадрат.*
- *Шестиугольный параллелепипед: основание – шестиугольник*».

Анализ ответа ИИ на вопрос 3: если по первому основанию правильно выделены виды параллелепипеда, хотя есть ошибки в распознавании (90 градусов – это тоже угол), то по второму основанию – нет (если основание – квадрат, то это тоже прямоугольный параллелепипед; в основании параллелепипеда не может быть шестиугольника).

Результат решения ИИ по изображению ключевых вопросов и связей между ними: представленная ИИ схема трудно понимается, например, почему выделено не три уровня: определение, свойства, виды, а их смешение.

В докладе предполагается привести примеры решения ИИ других методических задач.

Список литературы

1. Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: геометрия: углубленный уровень. – М.: Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ», 2019. – 272 с.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ АКАДЕМИЧЕСКОЙ ГЕНЕАЛОГИИ

С. Г. Григорьев, д-р техн. наук, профессор, член-корр. РАО,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: grigorsg@yandex.ru

Аннотация. В работе рассмотрена система автоматизированного построения академической генеалогии на основе анализа авторефератов диссертационных работ, размещенных в открытом доступе. Разработанная система находится в сети Интернет в открытом доступе.

Ключевые слова: академическая генеалогия, диссертация, автореферат, научный аппарат диссертационного исследования, база данных авторефератов

AUTOMATION OF THE CONSTRUCTION OF THE ACADEMIC GENEALOGY SYSTEM

S. G. Grigoriev, doctor of technical sciences, professor,
Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences,
Moscow City Pedagogical University,
Moscow, Russia
e-mail: grigorsg@yandex.ru

Annotation. The paper considers a system of automated construction of academic genealogy based on the analysis of abstracts of dissertations posted in the public domain. The developed system is publicly available on the Internet.

Keywords: academic genealogy, dissertation, abstract, scientific apparatus of dissertation research, database of abstracts

Академическая генеалогия понимается как междисциплинарное направление, изучающее структуру и развитие научного знания через отношения научного руководства. В нашей стране сложилась система подготовки научных кадров на основе подготовки диссертационных исследований. Начиная с 2000 года все авторефераты в обязательном порядке размещаются на сайтах государственных библиотек, они находятся в открытом доступе. Авторефераты диссертаций, защищенных до 2000 года тоже находятся в открытом доступе, но размещаются авторами в инициативном порядке.

Имеющиеся в открытом доступе авторефераты были проанализированы, на их основе сформирована специализированная база данных. Для ее формирования использован принятый в нашей стране стандарт структуры авторефератов диссертационных исследований. Это стандарт предполагает наличие научного аппарата диссертации, представленного в автореферате, данные об авторе диссертации, руководителях, консультантах, оппонентах, ведущей организации, месте выполнения исследований, диссертационном совете. Для обработки текста автореферата был создан prompt, – текстовая команда, которая описывает задачу, решаемую с применением генеративной модели. В результате файлы авторефератов были преобразованы в файлы вида JSON. База данных структурирована по специальностям диссертационных

исследований. В качестве примера можно привести раздел педагогика-психология. Объем данного раздела 51194 единицы. Объем JSON файлов соответствующих авторефератов диссертаций составил 1,8 гигабайт. С учетом низкого качества скан-копий авторефератов диссертационных исследований к анализу научных школ были привлечены группы экспертов. В настоящее время проведена обработка и других групп специальностей.

Для построения академической генеалогии была разработана программа визуализации научной школы. Результатом работы этой программы является граф-дерево. Вершиной дерева является научный руководитель, концевые вершины – это авторы диссертационных исследований. Данное дерево может иметь несколько уровней, если кто-то из диссертантов является руководителем других диссертационных работ. В процессе построения системы академической генеалогии используется база данных авторефератов диссертационных работ. Визуализация отношений научный руководитель – диссертант имеет большое значение, это позволяет продемонстрировать научные связи. Для формирования дерева применяется следующий алгоритм. Вводится фамилия, имя, отчество ученого, который является научным руководителем диссертационных исследований. В базе данных отыскиваются все элементы, в которых присутствует эти данные. Затем просматриваются элементы базы данных, датированные более поздними годами, с целью поиска записей, в которых руководителем выступает автор диссертации. Поиск осуществляется по всей базе на основе рекурсии. В итоге формируется структура, представляющая собой таблицу, которая трансформируется в граф – дерево. Данное дерево отражает иерархию отношений научной школы.

Разработано специальное приложение «Академическая генеалогия». Она размещена в сети Интернет и работает в режиме WEB – интерфейса и находится в свободном доступе. Ссылка на программу приведена ниже: Веб-ресурс «Академическая генеалогия». – URL: https://academic-genealogy.academyrh.info/ .

В качестве примера работы данного приложения, ниже на рисунке 1., приведено дерево научной школы профессора А.Г. Мордковича.

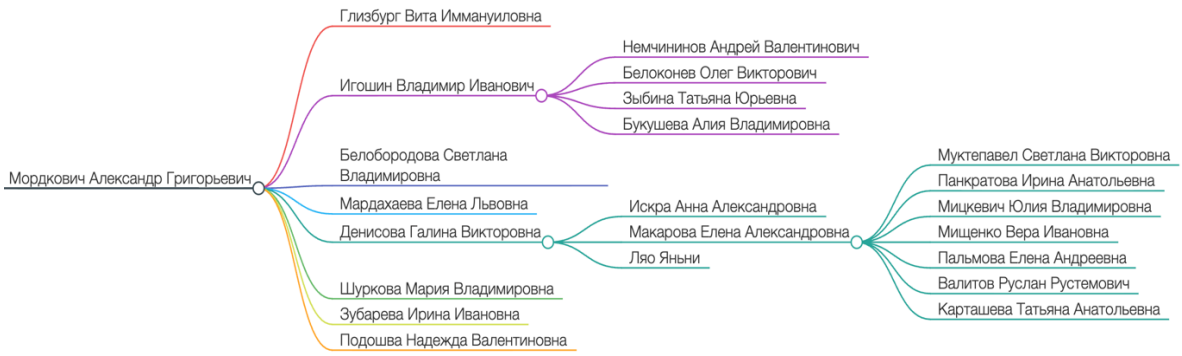


Рисунок 1 – Дерево научной школы профессора А.Г. Мордковича

ОБ ОБУЧЕНИИ АБСТРАКТНОЙ АЛГЕБРЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Е. М. Вечтомов, д-р физ.-мат. наук, профессор,
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина,
Сыктывкар, Россия
e-mail: vecht@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются методологические и методические вопросы обучения абстрактной алгебре при подготовке учителей математики. В дидактике вузовской алгебры выделены структурный и задачный подходы, принцип гармонии, аксиоматический метод, фундаментальные идеи изоморфизма, координатизации и факторизации. Совокупная и последовательная реализация этих положений – это путь к пониманию и качественному усвоению алгебраических знаний.
Ключевые слова: курс абстрактной алгебры, дидактика математики, методология обучения алгебре, подготовка учителя математики.

ON TEACHING ABSTRACT ALGEBRA TO FUTURE MATH TEACHERS

E. M. Vechtomov, doctor of physic-mathematical sciences, professor,
Syktyvkar State University named Pitirim Sorokin,
Syktyvkar, Russia
e-mail: vecht@mail.ru

Abstract. The article discusses methodological and pedagogical issues problems of teaching abstract algebra to mathematics teachers. The didactics of higher algebra highlights structural and problem approaches, the principle of harmony, the axiomatic method, and the fundamental ideas of isomorphism, coordination, and factorization.
Keywords: course in abstract algebra, mathematics didactics, methodology of teaching algebra, training of a mathematics teacher.

В системе подготовки учителей математики и информатики необходимы полноценные курсы алгебры, геометрии и математического анализа. Вузовский курс алгебры – помимо линейной алгебры и теории многочленов – должен содержать семестровый раздел абстрактной (общей) алгебры, являющийся связующей методико-методологической линией всего курса. Вопросы методологии и методики обучения высшей алгебре рассматривались в работах [1; 2; 4–6]. При подготовке учителей математики можно использовать учебное пособие [3].

Выделим основные, на наш взгляд, методологические и дидактические положения и идеи построения курса высшей алгебры, обеспечивающие его внутреннее единство, целостность и понимание.

1. ***Структурный подход.*** Понятие алгебраической структуры – сквозная дидактическая линия всего курса высшей алгебры. Структурный подход предполагает ***выявление в конкретном алгебраическом объекте присущей ему алгебраической структуры***. Центральные понятия группы, кольца и поля определяются во вводном курсе алгебры и используются на протяжении всего обучения математике в вузе. Они развиваются спиралевидно – концентрами:

- числовые структуры и определения;
- проявления в структурах линейной алгебры;

• общие теории групп, колец и полей,

• использование в теории многочленов;

• применения в теории чисел,

• как теоретическая основа изучения числовых систем.

2. ***Задачный подход*** предполагает последовательное решение следующих видов математических задач:

• простые упражнения на идентификацию, узнавание изучаемой алгебраической структуры;

• стандартные учебные задачи на понимание;

• учебно-исследовательские задачи на развитие;

• научно-исследовательские задачи.

Подчеркнем, что полезно разрабатывать и предлагать циклы взаимосвязанных задач – типовых, нестандартных, исследовательских. См. [1, параграф 26; 2, глава 2; 3].

3. ***Принцип гармонии***, заключающийся во взвешенном, доступном и одновременно научном изложении знания, опирающемся на чувство меры. В теории познания существуют два взаимодополняющих постулата: Бритва Оккама и Призма Менгера. Первый постулат утверждает, что не нужно множить сущности без необходимости. А второй постулат говорит о том, что за любой кажущейся простотой необходимо стремиться увидеть скрытые сущности.

Отметим следующие ключевые аспекты принципа гармонии.

3.1. Уместное употребление терминов.

Так, термины понятий *группа, кольцо, поле* следует использовать уже в первом семестре при начальном рассмотрении числовых систем с формулированием их свойств. Не надо бояться введения общепринятых названий, которые отражают существо дела, будут применяться далее и подробно изучаться в разделе «Абстрактная алгебра». В то же самое время, следует отказаться от чрезмерного употребления новых для обучающихся терминов.

3.2. Методически грамотное применение методов «от общего к частному» и «от конкретного к абстрактному».

При обучении математике невозможно ограничиться одной дедукцией. Например, в линейной алгебре изучаются n-мерные арифметические векторные пространства $\mathbf{R}^n$ ($n \in \mathbf{N}$) и общие векторные пространства над полем. Сначала следует рассмотреть векторное пространство $\mathbf{R}^n$ как частный случай векторных пространств с доказательством их структурных свойств, а уже затем, на этой базе, изучать векторные пространства в общем виде. По сложению векторные пространства являются абелевыми группами, хотя элементы теории групп изучаются позднее. Заметим также, что умножение векторов векторного пространства V на скаляр $r \neq 0$ есть линейный оператор на V – автоморфизм векторного пространства V. Попеременное, последовательное использование методов «от общего к частному» и «от конкретного к абстрактному» весьма уместно и плодотворно.

3.3. Диалектическое сочетание наглядности и абстрактности.

Это положение примыкает к предыдущему дидактическому принципу. На примере векторных пространств $\mathbf{R}^2$ и $\mathbf{R}^3$ наглядно иллюстрируются основные свойства теории векторных и евклидовых пространств. На геометрическом языке координатные евклидовы плоскость $\mathbf{R}^2$ и пространство $\mathbf{R}^3$ позволяют дать основы аналитической геометрии. В векторном пространстве $\mathbf{R}^3$ точки, прямые, плоскости представляют собой в точности собственные линейные многообразия.

Принцип наглядности хорошо работает при использовании метода Гаусса (в форме приведения матрицы к ступенчатому виду) как теоретического инструмента

доказательства целого ряда основных теорем о системах линейных уравнений и матрицах (см. [1, с. 234–237]).

Как принцип абстрактности применяется в линейной алгебре, демонстрируют следствия теоремы о сумме ранга и дефекта линейного отображения конечномерных векторных пространств [1, с. 233–234] и изложение темы об определителях [1, с. 237–241].

4. ***Аксиоматический метод.*** Абстрактные алгебраические структуры определяются аксиоматически. Аксиоматический метод изучения высшей алгебры является ведущим подходом к изложению и обоснованию алгебраических знаний. Поэтому в дидактике высшей алгебры необходимо четко обозначать его составные части: первичное понятие, аксиома, определение, дедукция, теорема, теория.

Но для понимания материала этого не достаточно. Необходима определенная пропедевтика. До аксиоматического определения понятия группы нужны простейшие примеры (числовые и функциональные). Особо важную роль играет группа взаимно однозначных преобразований непустого множества с операцией композиции (суперпозиции) преобразований, в частности группа подстановок (перестановок) элементов конечного множества. Это будет понятно позднее, при доказательстве теоремы Кэли. Произвольная ассоциативная алгебраическая операция на непустом множестве (полугрупповая операция) реализуется как композиция соответствующих преобразований этого множества. При этом мы можем видеть, что понятие группы отражает идею симметрии, служит алгебраическим воплощением фундаментального понятия симметрии.

Чередование теоретического материала (теории) и конкретных примеров (моделей теории) является важным дидактическим приемом достижения понимания аксиоматической теории.

5. ***Универсально-алгебраический (категорный) метод*** изучения алгебраических структур, при котором конкретные и абстрактные алгебраические объекты (структуры) изучаются совместно с их гомоморфизмами – сохраняющими структуру отображениями. Большое значение имеют теорема о гомоморфизме и такая общеалгебраическая конструкция как прямое произведение структур.

6. ***Идея изоморфизма.*** Изоморфные математические структуры обладают одинаковыми структурными свойствами. Поэтому при описании алгебраических структур одного типа и их классификации изоморфные структуры отождествляются. Например, при изучении конечномерных векторных пространств V над полем $\mathbf{R}$ действительных чисел можно рассматривать только n-мерные арифметические векторные пространства $\mathbf{R}^n$, поскольку векторные пространства V исчерпываются – с точностью до изоморфизма – пространствами $\mathbf{R}^n$ по всем натуральным числам n. При этом данная конкретная алгебраическая структура может допускать целый ряд изоморфных структур, имеющих различную математическую природу. Так, моделями (изоморфными проявлениями, реализациями) циклической группы n-го порядка $\{1, a, \ldots, a^{n-1}\}$ служат:

- аддитивная группа $\mathbf{Z}_n$ классов вычетов целых чисел по модулю n;
- мультипликативная группа комплексных корней n-ой степени из 1;
- группа самосовмещений первого рода (поворотов) правильного n-угольника.

7. ***Координатизация*** – это сопоставление математическим объектам (структурам) M арифметических или алгебраических объектов $A(M)$ (чисел, наборов чисел, матриц, многочленов и т. д. – координат исходных объектов), в которых можно производить соответствующие операции и вычисления, дающие информацию об объектах M. Обычно в качестве M выступают тополого-геометрические структуры. Первые примеры координатизации доставляют простейшие измерения и тригонометрия.

Классической иллюстрацией служит метод координат в аналитической геометрии. Алгебраическая геометрия и алгебраическая топология основываются на более абстрактной координатизации, «координатами» которой выступают: локальные кольца и поля, сопоставляемые алгебраическим многообразиям, гомологическая и гомотопическая группы топологических многообразий и др. Зачастую отображение $M \to A(M)$ функториально, и в ряде случаев порождает различные теории двойственности (классические двойственности Понтрягина, Стоуна, Гельфанда – Наймарка, Хьюитта, двойственности в алгебраической геометрии). Идея координатизации пронизывает всю современную математику и показывает место абстрактной алгебры в математике.

8. ***Идея факторизации***, основой которой является триединство базовых понятий гомоморфизма (эпиморфизма), конгруэнции и фактор-структуры, выраженное в теореме о гомоморфизмах. В ряде важных типов алгебраических структур конгруэнция есть отношение сравнимости по модулю:

- нормальной подгруппы группы,
- идеала кольца,
- подпространства векторного пространства.

Отметим, что понятие конгруэнции на произвольной алгебре A является важнейшим универсально-алгебраическим понятием, не имеющим, в общем случае, эквивалентов во множестве подалгебр алгебры A. Такова ситуация в теории полугрупп, решеток, полуколец, хотя для полугрупп, решеток и полуколец имеется понятие идеала.

Примечание. Положения 1–3 имеют обще-методический характер, а положения 4–8 касаются частной методики (см. [1, параграф 15]).

Список литературы

1. Вечтомов Е.М. Философия математики: учебное пособие. – 2-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 317 с.

2. Вечтомов Е.М. Математика: основные математические структуры. – 2-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 296 с.

3. Вечтомов Е.М., Сидоров В.В. Абстрактная алгебра. Базовый курс: учебное пособие. – Киров: Радуга-ПРЕСС, 2014. – 260 с.

4. Вечтомов Е.М., Чермных В.В. Изучение алгебраической структуры // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2012. – № 1 (3). – С. 41-48.

5. Сотникова О.А. Целостность вузовского курса алгебры как методологическая основа его понимания. – Архангельск: Поморский университет, 2004. – 356 с.

6. Сотникова О.А. Методологический подход к изучению теоретического материала курса алгебры педагогического вуза. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2021. – 177 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ: КУЛЬТУРОЛОГИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ И КОМПОНЕНТЫ

О. А. Ивашова, канд. пед. наук, доцент,
Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия,
e-mail: oaivashova@yandex.ru

Аннотация. В статье кратко представлены подходы к определению математической культуры младшего школьника с позиции родового понятия «культура». Показана важность аксиологического, семиотического герменевтического, исторического и др. подходов для понимания сути математической культуры. Сопоставлены компоненты математической культуры, предложенные разными авторами, из них выделены сходные. Выявлена их связь с указанными подходами к культуре.

Ключевые слова: культура, подходы к ее определению, математическая культура младшего школьника, компоненты культуры.

MATHEMATICAL CULTURE OF PRIMARY SCHOOL STUDENTS: CULTUROLOGICAL APPROACHES AND COMPONENTS

O. A. Ivashova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia,
e-mail: oaivashova@yandex.ru

Abstract. The article briefly outlines approaches to defining the mathematical culture of primary school students, viewed through the lens of the broader concept of "culture." It highlights the importance of axiological, semiotic-hermeneutic, and historical approaches—among others—for understanding the essence of mathematical culture. The article compares components of mathematical culture proposed by various authors, identifying common elements: the value-based, cognitive, and reflexive-evaluative components. It also establishes the connection between these components and the aforementioned approaches to culture.

Keywords: culture, approaches to defining culture, mathematical culture of primary school students, components of culture.

Развитие элементов математической культуры (МК) у младших школьников мы считаем одной из основных целей современного начального математического образования. Часто МК школьников рассматривают через призму содержания учебного предмета и выделяют ее части: алгоритмическую, графическую, логическую, вычислительную и культуру математической речи [1; 4].

Мы рассматриваем МК, опираясь на родовое понятие «культура». Для ее определения существует множество подходов. В данной статье рассмотрим проявления общекультурных подходов к МК младших школьников, ее компоненты и их связи.

Из множества общих подходов к культуре мы выбрали те, которые позволяют глубже понять МК младших школьников [4], назовем основные из них.

Аксиологический подход к культуре позволяет рассматривать МК как совокупность ценностей. Важно, чтобы младший школьник ценил математическое образование – и свое,

и общества в целом, осознавал, что приобретенные знания позволяют найти более рациональные решения поставленных задач [5].

Семиотический подход к культуре рассматривает МК как систему знаков. Овладение основами школьного математического языка – важная задача начального образования, без решения которой невозможно говорить о приобщении к МК. При этом надо учитывать, что математический язык – искусственный.

Герменевтический подход к культуре трактует МК как множество текстов, осмысливаемых людьми. Акцент делается на понимании учеником изучаемого математического материала. Это одно из важнейших условий овладения МК. Без понимания нет культуры.

Антропологический подход рассматривает культуру как свойственный людям способ удовлетворения потребностей и саморазвития личности. МК связана с развитием логического и образного мышления, удовлетворением имеющейся у детей младшего школьного возраста потребности в творческой деятельности за счет регулярного включения заданий творческого, в том числе исследовательского характера.

Исторический подход подчеркивает, что культура, в том числе МК, есть продукт истории общества. Важно знакомить школьников с историей математики, показывать развитие способов математической деятельности и преимущества современных приемов вычислений и измерений и др.

Функциональный подход рассматривает культуру как условие обеспечения жизни человека. Для овладения МК важно создавать условия, чтобы младшие школьники видели применение математики для решения практических вопросов, раскрывать внутри- и межпредметные связи.

Субъектный подход характеризует культуру отдельной личности, а не общества. Для становления МК необходимо индивидуально подходить к каждому ученику, формировать его субъектную позицию.

Более подробная характеристика перечисленных подходов к культуре дана, например, в работе [6], а применительно к МК младших школьников – в работах [4; 5].

Говоря об общей культуре личности школьника, отметим исследование [3], в котором раскрыты важнейшие основания ее развития: онтологический, гносеологический и аксиологический. Онтологические основания составляют содержание учебных дисциплин и способы их изучения. Гносеологическими основаниями культуры названы способы и механизмы познания для создания, передачи и усвоения культурных ценностей. Аксиологические основания – это ценностные ориентиры учащихся в образовании и действительности, их мотивационные установки.

В данной статье нет возможности останавливаться на подробном анализе различных определений МК школьников (К.О. Ананченко, В.Г. Болтянский, Л.В. Воронина, Г.В. Дорофеев, Д. Икрамов, Т.Н. Миракова, В.И. Снегурова, Х.Ш. Шихалиев и др.). МК является частью духовной культуры, в ней можно выделить 2 составляющие: процессуальную (культура как деятельность) и результативную (культура как результат этой деятельности) [6; 4]. Приведем определения МК младших школьников как деятельности и как ее результата.

Под МК школьников *как процессом* мы понимаем такую их учебную деятельность, которая направлена на осмысленное овладение математическими

знаниями и умениями, в том числе, общекультурного характера; которая развивает личность: ее учебно-познавательную мотивацию, образное и логическое мышление, опыт творческой, в том числе исследовательской деятельности; которая организована с учетом социальных условий и характеристик необходимой обществу культуры [4].

МК личности как результат Л.В. Воронина и Л. В. Моисеева определяют так: «математическая культура личности – личностное интегративное качество, представляющее собой результат взаимодействия ценностно-оценочного, когнитивного, рефлексивно-оценочного и действенно-практического компонентов» [2, с. 41]. Это определение опирается на основания математической культуры личности, раскрытые в [3]. Указанные компоненты МК описаны в исследовании [2] следующим образом.

Ценностно-оценочный компонент МК включает формирование эстетического восприятия окружающего мира, осознание учеником ценности математических знаний, умений и алгоритмизации деятельности.

Когнитивно-информационный компонент МК предполагает формирование математических знаний и умений, математического мышления, математического языка.

Действенно-практический компонент МК направлен на формирование умений применять математические знания на практике, выделять математическую ситуацию из множества других.

Рефлексивно-оценочный компонент МК включает умения осуществлять рефлексию процесса математической деятельности и ее результата.

По мнению авторов [2] первый из названных выше компонентов опирается на аксиологические основания, следующие три – на гносеологические.

В работах [3] (со ссылкой на исследования С. Н. Сиренко) и [7; 8] названы по 3 компонента культуры, которые зафиксированы в таблице 1, два из них отличаются от предыдущих. Когнитивно-компетентностный компонент культуры предполагает предметную грамотность и компетентность [3]. Креативный компонент МК включает интуицию, воображение, творческие умения на математическом содержании [7; 8].

Таблица 1 – Сопоставление взглядов разных авторов на компоненты культуры личности и МК младших школьников.

Компоненты культуры личности в работах Сиренко С.Н., Галынского В.М., Кисель Н.К. и др.	Компоненты МК младших школьников в работах	
	Ворониной Л.В., Моисеевой Л.В.	Тарасюка Ю.А., Уртеновой А.У., Уртенова Н.С.
	Ценностно-оценочный	Мотивационно-ценностный
Когнитивно-компетентностный	Когнитивно-информационный	Когнитивный
	Действенно-практический	
Рефлексивно-оценочный	Рефлексивно-оценочный	Рефлексивно-оценочный
Креативный		

Из Таблицы 1 видно, что все указанные авторы выделяют когнитивный и рефлексивно-оценочный компоненты. Необходимыми мы считаем мотивационно-ценностный компонент МК младших школьников (акцент на который сделан в работах [7; 8]) и креативный [3]. В исследованиях [3; 7; 8] не рассматривается отдельно действенно-

практический компонент, но умение применять знания при решении задач отнесены к когнитивно-компетентностному / когнитивному компоненту. В [7; 8] этот компонент МК, помимо описанного выше, включает работу математическими методами с общекультурной информацией и умение жизненными примерами иллюстрировать математические вопросы [8].

Мы считаем, что в МК младших школьников целесообразно выделить следующие компоненты: мотивационно-ценностный, когнитивный, действенно-практический, рефлексивно-оценочный, творческий (креативный). Кратко обоснуем некоторые моменты. 1. Мотивационно-ценностный компонент МК необходим, т.к. является ведущим фактором развития личности [4; 5]. 2. Несмотря на то, что реализация когнитивного компонента невозможна без практики по использованию математических знаний и умений, выделение действенно-практического компонента МК подчеркивает практикоориентированность их применения. 3. Культура невозможна без решения творческих, в том числе исследовательских задач [4; 5].

В заключении укажем связи компонентов МК с подходами к культуре, отобранными для ее характеристики: 1) мотивационно-ценностный компонент связан с аксиологическим, историческим, функциональным подходами к культуре; 2) когнитивный компонент МК соответствует герменевтическому и семиотическому подходам; 3) действенно-практический компонент связан с герменевтическим и функциональным подходами к культуре; 4) рефлексивно-оценочный компонент опирается на субъектный и герменевтический подходы.

Обоснование указанных связей и виды задач для их реализации в начальном математическом образовании являются предметом других статей.

Список литературы

1. Батчаева П.А.Ю. Генезис математической культуры в научно-методической литературе // Chronos. – 2020. – № 11 (50). – С. 13-16.

2. Воронина Л.В., Моисеева Л.В. Математическая культура личности // Педагогическое образование. – 2012. – № 3. – С. 37–44.

3. Галынский В.М., Кисель Н.К. и др. Основания развития личности в системе непрерывного образования: структурно-логическая схема // Высшая школа. – 2007. – № 4. – С. 40-46.

4. Ивашова О.А. Развитие математической культуры школьников на метаметодической основе: учебно-методическое пособие. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2006. – 35 с.

5. Ивашова О.А. Исследовательская деятельность младших школьников как средство формирования ценностей // Математика в школе. – 2023. – № 2 (115). – С. 13-18.

6. Кармин А.С. Культурология. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: «Лань», 2003. – 928 с.

7. Тарасюк Ю.А. Формирование математической культуры у младших школьников // Мир детства в современном образовательном пространстве: сборник статей студентов, магистрантов, аспирантов. – Витебск: Витебский государственный университет им. П.М. Машерова, 2022. – Вып. 13. – С. 147-49.

8. Уртенова А.У., Уртенов Н.С. Математическая культура: структура и содержание // Сибирский педагогический журнал. – 2014. – № 2. – С. 51-56.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ СОВРЕМЕННОГО ЭТАПА ЦИФРОВИЗАЦИИ ОТЕЧЕСТВЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В.В. Орлов, д-р пед. наук, профессор,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия

Аннотация. В контексте истории развития отечественного математического образования выделен ряд проблем, возникших на современном этапе цифровизации образовательного пространства.

Ключевые слова: цифровизация образования, отечественное математическое образование, методика обучения математике, проблемы обучения математике.

SOME ASPECTS OF THE MODERN STAGE OF DIGITALIZATION IN DOMESTIC MATHEMATICAL EDUCATION

V.V. Orlov, doctor of pedagogical sciences, professor,
Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia

Abstract. In the context of the history of the development of domestic mathematical education, a number of problems that have arisen at the current stage of digitalization of the educational space have been highlighted.

Keywords: digitalization of education, domestic mathematical education, methods of teaching mathematics, problems of teaching mathematics.

В феврале 2026 г. исполнилось 325 лет со времени открытия Школы математических и навигацких наук, что ознаменовало начало создания системы государственного математического образования в России и привело к появлению московской, а с 1715 года и петербургской школ методики обучения математике. Начиная с 1714 года, стали открываться Цифирные школы, в которых изучались арифметика, элементы геометрии и тригонометрии, артиллерийские, инженерные школы, в которых рассматривались и прикладные вопросы математики.

Наряду с «Арифметикой …» Л.Ф. Магницкого в них использовались учебники Леонарда Эйлера, его учеников и последователей. Считается, что отечественное математическое образование формировалось в рамках западноевропейской образовательной модели, а в постсоветский период еще и с участием американских образовательных моделей.

Догматическое преподавание математики постепенно трансформировалось в информационную модель обучения. Открытие Учительской семинарии в Москве в 1779 г. и в Санкт-Петербурге – имперской столице России – в 1784 г. способствовало развитию практики обучения математике. Зачатки модели программированного обучения математике можно обнаружить в учебниках геометрии М.Е. Головина (не позднее 1796 г,), а Белль-Ланкастерсий метод (обучение в диалоге) перенес на российскую почву Ф.И. Буссе в первой трети XIX в. В этот период началась как уровневая, так и профильная дифференциация математического образования (классические и реальные гимназии, городские и уездные училища).

В 1864 г. в Санкт-Петербурге был открыт педагогический музей военно-учебных заведений – прообраз современных учреждений повышения квалификации и переподготовки работников образования. В нем были собраны различные учебные пособия и программы, используемая в обучении наглядность и простейшие технические средства обучения учебным предметам. Именно не позднее этого времени мы можем говорить о применении наглядности и технических средств обучения в математике как учебном предмете.

Понятно, что по мере развития техники и технологий в учебный процесс внедрялись новые средства: проекционная аппаратура, учебное кино, учебное телевидение, компьютерная техника с ее мультимедийными возможностями. За последние десять–пятнадцать лет образовательное пространство значительно изменилось, а в последнее время в его функционирование еще и агрессивно вмешивается искусственный интеллект. В большей мере это касается математического образования, что позволяет говорить о его резкой цифровой трансформации. Все это ставит вопросы перед методикой обучения математике как наукой, учебным предметом и реальной практикой и предполагает поиск новых ответов. Ключевыми из этих вопросов остаются вопросы зачем, как и какой математике учить школьников и студентов.

На первый вопрос автор и его коллеги по кафедре неоднократно отвечали, например, в [1]. Самостоятельную познавательную деятельность обучаемого по освоению им предметного содержания на различных ступенях обучения следует рассматривать как средство развития психических функций и различных видов мышления, воспитания и социализации, формирования научной картины мира, предпрофессиональной и профессиональной подготовки.

Что касается вопроса о содержании математического образования, то в постсоветский период наметилась тенденция его сокращения и упрощения, особенно в школе. По нашему мнению, содержательный пик в школьной математике приходился на шестидесятые годы прошлого века, когда при изучении математического анализа в классах с углубленным изучением математики рассматривались не только числовые, но и степенные ряды, а в аналогичном курсе алгебры – цепные дроби и основная теорема алгебры многочленов. Также часть теорем курса геометрии сначала «переехала» в задачи с решениями, затем – в задачи, а потом и исчезла из школьных учебников. В связи с этим требуют уточнения понятия «базовый курс математики», «профильный курс математики», «углубленное изучение математики». Не будет ошибкой считать современные курсы не углубленными, а расширенными, относить современную программу для углубленного изучения математики к «базовой» программе семидесятых годов прошлого века. Все это требует широкого обсуждения в научно-методическом сообществе.

Аналогичная тенденция наблюдается и на математических факультетах педагогических университетов, что не способствует глубокому пониманию студентами – будущими учителями математики – фундаментальных закономерностей и связей в математике как науке и осложняет выбор методических подходов при планировании изучения различных вопросов школьного курса математики.

В последнее время словарь методики математики обогатился такими терминами, как кластер и кейс, синквейн и фишбон и рядом других, что связано с активным

использованием различных моделей обучения математике, в том числе и западных. Не отстают здесь и нормотворческие образовательные организации, занимающиеся переименованиями и заданием жесткой структуры уроков различных типов. К стыду своему автор статьи не так давно узнал, что урок изучения нового материала стал уроком открытия новых знаний, выделились уроки развивающего контроля, часть уроков попала в категорию уроков общеметодологической направленности. В структуре уроков всех типов присутствуют этапы мотивации и рефлексии. Причем ситуации, связанные с мотивацией, часто носят искусственный, если не сказать, неправдоподобный характер, часто отстают от современного развития гражданской и военной техники и современного производства. Вряд ли ученики 5 класса поверят, что Дюймовочка и Лунтик могут обсуждать проблемы решения линейных уравнений, и захотят помочь им в этом вопросе, а старшеклассникам остро необходимо знание объема стога сена конической формы. Учителю и преподавателю вуза следует постоянно помнить о законе Йеркса-Додсона, о том, что наилучшие результаты достигаются при средней интенсивности мотивации. Излишняя и навязчивая мотивация может нанести вред учебному процессу и требует определенных затрат времени. Можно сказать, что в настоящее время наблюдается определенная театрализация процесса обучения математике, тогда как появление новых математических знаний должно быть кратким, четким, понятным, не содержащим, по возможности, околоматематической терминологии.

Важным вопросом остается оценка качества математических знаний. Изменение заданий итоговой аттестации по математике в сторону упрощения и переоценка стоимости заданий приводит к некорректному сопоставлению результатов ОГЭ и ЕГЭ в разные годы и требует разработки более чувствительных оценочных инструментов.

Изучение математики часто представляется как непрерывные процесс решения задач, поэтому в методике математики ведущая роль отводится работе с задачами, прежде всего, сюжетными и геометрическими. Ежегодно результаты итоговой аттестации подтверждают, что учащиеся испытывают значительные трудности при работе с ними, несмотря на многолетнюю постоянную работу специалистов в области методики математики и учителей в этом направлении, и автора статьи и его коллег, в частности [2, 3]. Исследования в этом направлении требуют новых подходов в связи с активным вмешательством в процесс обучения математике и, в том числе, контрольно-оценочные процедуры в школе и вузе искусственного интеллекта (ИИ).

Говоря об обучении поиску решения математических задач, мы неоднократно подчеркивали, что ведущими направлениями в этой работе является обучение стратегиям поиска решения и их реализация учителем и учениками на уроках и при самостоятельной работе, изучение методов решения задач и обучение выбору метода, решение задач различными методами, составление качественных наборов задач по различным темам школьного и вузовского курсов математики. Очевиден тот факт, что искусственный интеллект активно вмешивается в процесс решения задач, прежде всего, типичных. Под типичными в этом контексте мы понимаем задачи школьных учебников и задачников по математике для школ и вузов. Мы убедились опытным путем, что ИИ уже способен описывать и простейший поиск решения задач, по крайней мере, школьных. И эти возможности ИИ следует пытаться эффективно включать в процесс обучения математике, поскольку существует же такой этап как работа с решенной

задачей. Он достаточно четко прописан во всех учебниках. Тем самым, мы, в частности, увеличим долю устной работы на уроках математики.

Наши эксперименты, показали, что ИИ пока еще недостаточно эффективно справляется с неалгебраическими методами решения сюжетных задач и «не любит» геометрические задачи на вычисление с несколькими ответами.

Еще одна проблема, решение которой необходимо найти, это достоверность результатов контрольно-оценочных мероприятий, особенно проводимых в дистанционном формате. Исключение несанкционированного использования ИИ учащимися и студентами при решении математических задач, а также поиск новых форм и средств диагностики становятся важным вопросом методики обучения математике.

Список литературы

1. Орлов В.В., Подходова Н.С., Снегурова В.И. Концептуальные основы построения курса математики (в логике стандартов общего образования) // Педагогика. – 2019. – № 3. – С. 55-68.

2. Орлов В.В., Подходова Н.С., Фефилова Е.Ф. Обучение учащихся самостоятельному поиску решения задач: сюжетные задачи // Математика в школе. – 2026. – № 3. – С. 24-38.

3. Орлов В.В., Подходова Н.С., Фефилова Е.Ф. Обучение школьников стратегиям самостоятельного поиска решения геометрических задач // Математика в школе. – 2026. – № 2. – С. 15-25.

КОГНИТИВНО-ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НЕЙРОСЕТЕВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Н. С. Подходова, д-р пед. наук, профессор,
Российский Государственный педагогический университет им. А.И. Герцена,
Россия, Санкт-Петербург
e-mail:podhodova@gmail.com
О. Ю. Терентьева, преподаватель,
Михайловская военная артиллерийская академия,
Россия, Санкт-Петербург
e-mail:olgaspuperlove@mail.ru
А. Д. Терентьев, магистрант,
Российский Государственный педагогический университет им. А.И. Герцена,
Россия, Санкт-Петербург
e-mail:andrewxathefrog@gmail.com

Аннотация. тремительное развитие технологий искусственного интеллекта (ИИ), особенно генеративных нейросетевых моделей, становится одним из наиболее значимых факторов трансформации современного образования. Вместе с тем внедрение искусственного интеллекта сопровождается рядом серьезных педагогических вызовов. Поэтому ключевой научной проблемой становится не вопрос о возможности использования искусственного интеллекта в обучении математике, а вопрос о том, каким образом должна измениться сама методика обучения математике в условиях нейросетевой образовательной среды. Цель статьи состоит в выявлении когнитивно-дидактических оснований трансформации методики обучения математике в нейросетевой образовательной среде и выделении некоторых направлений ее развития с сохранением развивающего характера математического образования.

Ключевые слова: трансформация методики обучения математике, искусственный интеллект в образовании, нейросетевая среда, психологические и дидактические основания, критическое мышление, обучающиеся, педагоги.

COGNITIVE AND DIDACTIC FOUNDATIONS FOR TRANSFORMING MATHEMATICS TEACHING METHODOLOGY IN AN AI-ENHANCED EDUCATIONAL ENVIRONMENT

N.S. Podhodova, doctor of pedagogical sciences, professor,
Herzen State Pedagogical University of Russia,
Russia, Saint Petersburg
e-mail:podhodova@gmail.com
O.Y. Terenteva, teacher,
Mikhailovskaya Artillery Military Academy,
Russia, Saint Petersburg
e-mail:olgaspuperlove@mail.ru
A.D. Terentev, student,
Herzen State Pedagogical University of Russia,
Russia, Saint Petersburg
e-mail:andrewxathefrog@gmail.com

Abstract. The rapid advancement of artificial intelligence (AI), particularly generative AI technologies, has become one of the most significant drivers of transformation in contemporary education. At the same time, the integration of AI into educational practice poses a number of serious pedagogical challenges. Consequently, the central research question is no longer whether artificial intelligence should be used in mathematics education, but rather how the methodology of mathematics teaching should be transformed in an AI-enhanced educational

environment. The aim of this paper is to identify the cognitive and didactic foundations for transforming the methodology of mathematics teaching in an AI-enhanced educational environment and to outline key directions for its further development while preserving the developmental nature of mathematics education.
Keywords: mathematics teaching methodology transformation; artificial intelligence in education; AI-enhanced educational environment; psychological and didactic foundations; critical thinking; mathematics education; students; teachers.

В отличие от предыдущих этапов цифровизации, когда информационные технологии преимущественно обеспечивали доступ к учебной информации, автоматизацию контроля и поддержку самостоятельной работы обучающихся, современные интеллектуальные системы способны выступать полноценными участниками образовательного процесса. Наиболее заметные изменения происходят в математическом образовании. Это обусловлено тем, что современные большие языковые модели успешно решают широкий круг учебных математических задач, осуществляют символьные преобразования, создают динамические модели, объясняют математические понятия, генерируют доказательства, предлагают различные способы решения задач, генерируют новые учебные материалы, анализируют ошибки учащихся и ведут содержательный диалог [1; 2]. Благодаря этому обучающийся получает возможность обращаться к интеллектуальному помощнику практически на каждом этапе учебной деятельности.

В настоящее время существенно изменяется традиционная структура взаимодействия участников образовательного процесса: наряду с системой отношений «учитель – ученик» формируется новая модель «учитель – ученик – искусственный интеллект», оказывающая влияние на содержание, методы и организацию обучения [3].

Появление интеллектуальных систем, способных выполнять значительную часть мыслительных операций, требует переосмысления многих фундаментальных положений методики обучения математике. Начиная с 2023 года, научный интерес смещается к исследованию возможностей больших языковых моделей и их влияния на процессы преподавания и изучения математики [2; 4; 5]. Кроме указанных выше возможностей использования ИИ в математике исследования подтвердили его эффективность при выполнении различных дидактических функций. Так, Carnegie Learning (математика + ИИ) показало рост успеваемости (особенно слабых учеников), увеличение скорости решения задач (https://discover.carnegielearning.com) [6]. Исследования по Intelligent Tutoring Systems (ITS) (Cognitive Tutor, ALEKS) продемонстрировали прирост результатов по математике: $g \approx 0{,}31–0{,}34$ (значимый эффект) [7]. Как оказалось, использовании ИИ особенно эффективны при обучении алгебре и базовым умениям. Но при этом учащиеся чаще копируют стратегии, а не понимают их. ИИ позволяет создавать подсказки и решения, визуализировать информацию, диагностировать типичные ошибки. При этом наибольший педагогический эффект достигается в тех случаях, когда искусственный интеллект не заменяет самостоятельную деятельность учащихся, а выступает средством поэтапной поддержки процесса решения математических задач. Эффективность интеллектуальных обучающих систем обусловлена, прежде всего, возможностью адаптации содержания обучения к индивидуальным особенностям учащихся, оперативной диагностикой типичных ошибок и организацией непрерывной обратной связи [2; 8] Однако авторы подчеркивают, что положительное влияние интеллектуальных систем проявляется лишь при сохранении ведущей роли учителя в организации учебного процесса. Поэтому с дидактических позиций учителю необходимо постоянно сопровождать ученика при взаимодействии с ИИ на уроке, например, через систему промптов для разных этапов и подбор учебного материала, в частности, задач, практически не используемых в учебнике (на несуществование, многозначность, текст которых порождает несколько разных чертежей или графиков, …), что

требует определенной подготовки учителя. Согласно аналитическим материалам OECD, искусственный интеллект способен существенно расширить доступность качественного образования, однако его эффективное применение требует специальной подготовки учителей, разработки педагогических моделей взаимодействия человека и интеллектуальных систем [9].

Вместе с тем современные исследования свидетельствуют о неоднозначности получаемых результатов. В систематическом обзоре D. Panqueban и J. Huincahue отмечается, что большинство опубликованных работ посвящено описанию технологических возможностей искусственного интеллекта, тогда как психологические механизмы его влияния на математическое мышление изучены значительно слабее [5].

Конечно, организация взаимодействия ученика и ИИ в процессе обучения математике требует обратиться и к когнитивным особенностям этого взаимодействия, и к проблеме преодоления рисков, возникающих при использовании ИИ. Что касается когнитивных оснований, то обратимся к когнитивным различиям мозга человека и ИИ, значимым для математики.

В июле 2025 состоялась международная олимпиада по математике (IMO 2025), где модель OpenAI показала результат уровня «золота». 6 месяцев ее создатели Алекса Вэй, Ноама Брауна и Шерил Сюй создавали модель общего назначения (не тренируя ИИ конкретно под задачи IMO 2025). ИИ смог решить 5 из 6 задач (35/42 баллов), что соответствует результату лучших ~10% участников (золотые медали), но хуже результата лучших школьников, участвовавших в IMO 2025. То есть ИИ пока оказался не лучшим в математике, т.к. он не обладает креативностью и инсайтом, а самые сложные задачи (особенно комбинаторика) требуют «озарения» - тут люди пока сильнее, он нестабилен (может решить очень сложную задачу и ошибиться в более простой (неустойчивое «мышление»). И все-таки прогнозируют победу в следующей IMO. Масштабируемость (может пробовать тысячи решений, комбинировать стратегии, учиться на огромных базах задач), способность к инженерным трюкам (генерация + проверка решений, ансамбли моделей), что резко повышает результат. Плюс олимпиада — это все-таки короткие задачи и ограниченные области. А в настоящей математике ИИ пока сильно слабее (на исследовательских задачах показывает менее 10% успеха). Несмотря на то, что современные нейросети приближаются к мозгу по числу параметров, человеческий мозг обладает более сложной и динамической системой связей, что обеспечивает его превосходство в гибкости и постановке задач.

Таблица 1 – Сравнение особенностей мозга и ИИ

Особенность	Мозг человека	ИИ
Долгие рассуждения	✓ Да	Ограничено
Работа с неопределенностью	✓ Высокая	Ограниченная
Постановка задач	✓ Да	Нет
Обучение в процессе	✓ Да	Почти нет
Инсайт	✓ Сильный	Ограничен
Понимание смысла	✓ Глубокая	Статистическое

Эти когнитивные различия необходимо учитывать и методистам, и учителям, организуя взаимодействие обучающихся и ИИ на уроках математики. Не менее значим учет рисков применения генеративного искусственного интеллекта. К числу наиболее значимых относятся: снижение самостоятельности обучающихся, формирование избыточного доверия к интеллектуальным системам, распространение академической

недобросовестности и появление феномена «иллюзии понимания», когда учащийся принимает объяснение, предложенное искусственным интеллектом, без его осмысления и проверки, а также возникновения эффекта «когнитивного аутсорсинга», при котором интеллектуальные действия передаются искусственному интеллекту, и, конечно, ослабления критического отношения к получаемым результатам, ослабления критического мышления [3; 10; 11], где правильность рассуждений имеет не меньшее значение, чем правильность окончательного ответа.

Отношение учащихся и студентов к использованию ИИ в образовании имеет неоднозначных характер. Примерно 56% учащихся положительно относятся к внедрению в учебный процесс ИИ, около 17 % – относятся отрицательно. При этом примерно 25 - 28% учащихся опасаются, что использование ИИ может снизить развитие критического мышления или привести к избыточной зависимости от ИИ [12]. Об этом же говорят авторы исследования preservice teachers (учителя-студенты), добавляя риски снижения уверенности и творческого мышления [12].

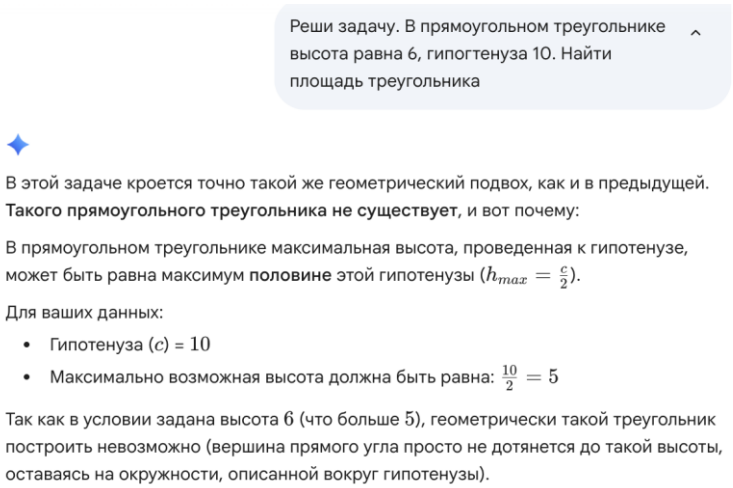
Решению проблемы развития критического мышления в последние полвека уделяется особое внимание, оно рассматривается как одна из ключевых компетенций в концепции 4К. Но с внедрением нейросетей она становится особо острой. Критическое мышление включает важнейшие умения, такие как анализ и оценка поступающей информации, обобщение информации, установление причинно-следственных связей, формулировка проблемы, поиск решения проблемы, обоснование собственной точки зрения, применение полученных знаний при решении задач реального мира [13, 14].

Учитывая дидактические и когнитивные основания, мы можем констатировать, что дело за методикой обучения математике. Необходимо организовать обучение так, чтобы преодолеть или избежать этих рисков.

Рассмотрим **задачу.** В прямоугольном треугольнике высота равна 6, а гипотенуза 10.

Мы предложили решить эту задачу трем разным моделям Gemini, ChatGPT, DeepSeek.

Gemini



Далее модель начинает обосновывать свой неполный, а значит, и неверный ответ. К рассмотрению другого случая она не приступила. В тексте задачи «гипотенуза» написана с ошибкой, но модели все равно, что может вызвать у учеников небрежное отношение к орфографии, но если учитель обратит на это внимание («модель не обращает внимание на орфографию, также она может не обратить внимание и на арифметическую ошибку») это будет способствовать снижению доверия к ответам нейросетей. ChatGPT написал о двух формулах площади, изобразил картинку с правильной ситуацией, но решил неверно и записал неправильный ответ 30. DeepSeek сразу решил и получил неверный ответ 30. Его ошибка заключалась в том, что он

«рассудил», что дана высота, проведенная к гипотенузе, как делает достаточно много учеников, да и некоторые учителя.

Как можно организовать работу с учениками?

Первое дидактическое требование: ученик начинает решать первым. Пытается проанализировать условие, сделать чертеж, записать решение. А далее можно использовать несколько приемов в работе с учениками:

- просит ИИ найти ошибку в его решении, даже если решение правильное (ИИ любит соглашаться с автором запросов, поэтому будет выдвигать разные версии, что может посеять сомнение у ученика в непогрешимости ИИ)

- сравнить решения разных моделей, проанализировать предложенные решения, выделить лучшее, если правильные;

- на основе сравнения найти причины разных решений. Это может позволить найти правильные решения;

- выступить ученику в роли учителя ИИ.

Мы попробовали сделать последнее, написав DeepSeek, что решение неверно. С нашей подсказкой данная нейросеть решила правильно. Такая работа будет способствовать преодолению указанных выше рисков,

Второе дидактическое требование: учитель постоянно сопровождает ученика, является организатором его познавательной деятельности.

Таким образом, дидактические основания определяют организационный аспект трансформации методики обучения математике, а когнитивные – отбор содержания, на котором целесообразно организовать взаимодействие ИИ и обучающихся на уроках математики. Ключевым фактором успешной интеграции искусственного интеллекта в процесс обучения математике становится не совершенство самих технологий, а изменение содержания учебной деятельности, характера взаимодействия учителя, обучающихся и нейросетей, структуры математических задач и организации рефлексии.

Список литературы

1. UNESCO. Guidance for Generative AI in Education and Research. – Paris: UNESCO, 2023.

2. OECD. Digital Education Outlook 2023: Towards an Effective Digital Education Ecosystem. – Paris: OECD Publishing, 2023.

3. Nkambou R., Bourdeau J., Mizoguchi R. (eds.). Artificial Intelligence in Education. – Springer.

4. Kasneci E. et al. ChatGPT for Good? On Opportunities and Challenges of Large Language Models for Education // Learning and Individual Differences. – 2024.

5. Panqueban D., Huincahue J. Artificial Intelligence in Mathematics Education: A Systematic Review. – 2024.

6. Carnegie Learning. – URL: https://discover.carnegielearning.com (дата обращения: 17.07.2026).

7. Hwang S. Examining the Effects of Artificial Intelligence on Elementary Students' Mathematics Achievement: A Meta-Analysis // Sustainability. – 2022. – Т. 14. – № 20. – С. 13185.

8. Strohmaier A., Bödefeld S., Reinhold F. LLAMA LIMA: A Living Meta-Analysis on the Effects of Generative AI on Learning Mathematics // arXiv. – 2026.

9. VanLehn K. The Relative Effectiveness of Human Tutoring, Intelligent Tutoring Systems, and Other Tutoring Systems // Educational Psychologist. – 2011.

10. Mhlanga D. The AI-Savvy Educator. – Springer, 2024.

11. Bowen J.A., Watson C. Teaching with AI: A Practical Guide to a New Era of Human Learning. – Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2024.

12. Zhang D., Wijaya T.T., Wang Y. et al. Exploring the Relationship between AI Literacy, AI Trust, AI Dependency, and 21st Century Skills in Preservice Mathematics Teachers. – 2025.

13. Подходова Н.С., Терентьева О.Ю. Развитие критического мышления: уровни сформированности // Современные проблемы науки и образования. – 2022. – № 4.

14. Подходова Н.С., Терентьева О.Ю. Развитие критического мышления: уровни его сформированности // Эвристика и дидактика: материалы XI Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2022. – С. 176-178.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ КРИТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ ВЫВОДОВ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

М. В. Шабанова, д-р пед. наук, профессор,
Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова,
Архангельск, Россия
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
Аман Довран оглы Розыев, учитель математики,
Совместная туркмено-российская средняя общеобразовательная школа
имени А.С. Пушкина, Ашхабад, Туркменистан
e-mail: aman.roziev.1995@gmail.com

Аннотация. Появление генеративного искусственного интернета в открытом доступе привело к обострению проблемы академической честности обучающихся в массовом математическом образовании. Одной из наиболее часто озвучиваемых идей решения данной проблемы, помимо прямого запрета на его использование, является обучение критическому анализу получаемых выводов. В статье представлены некоторые виды геометрических задач, отнесенные к различным уровням развития критического мышления учащихся.

Ключевые слова: обучение геометрии, критическое мышление, искусственный интеллект, компьютерный эксперимент, виды геометрических задач.

GEOMETRIC PROBLEMS FOR TEACHING CRITICAL ANALYSIS OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE CONCLUSIONS

M. V. Shabanova, doctor of pedagogical sciences, professor,
Northern (Arctic) Federal University, named after M.V. Lomonosov,
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
A.D. Roziev, mathematics teacher,
Joint Turkmen-Russian secondary school named after A.S. Pushkin
e-mail: aman.roziev.1995@gmail.com

Abstract. The emergence of a generative artificial Internet in open access has led to an aggravation of the problem of academic integrity of students in mass mathematical education. One of the most frequently voiced ideas for solving this problem, in addition to an outright ban on its use, is training in critical analysis of the findings. The article presents some types of geometric problems related to different levels of students' critical thinking development.

Keywords: geometry learning, critical thinking, artificial intelligence, computer experiment, types of geometric problems.

Развитие технологий генеративного искусственного интеллекта (Gen Al) существенно расширило возможности решения математических задач. Средства массовой информации все чаще сообщают о математических открытиях, сделанных учеными с помощью Gen Al. Учащиеся также возлагают большие надежды на Gen Al, делегируя ему решение математических задач, поставленных учителем. Частое обращение обучающихся к Gen Al в случае интеллектуальных затруднений или для экономии времени расценивается многими учителями и преподавателями математики как кризис в математической образовании. Многие из них предлагают ограничить доступ обучающихся к Gen Al, что технически трудно осуществимо не только в урочной деятельности и при проведении диагностических мероприятий, но в особенности в ходе выполнения обучающимися заданий во внеурочное время. IT-компании предлагают альтернативное решение – создание на базе Gen Al режима «Репетитор», который не предоставляет обучающемуся готового решения задачи, а направляет ход его

рассуждений с помощью системы наводящих вопросов. Однако, это не решает проблему, так как выбор (чем пользоваться) остается за обучающимися.

Существует и третий подход (самый трудоемкий) – переработка учебных заданий, с целью ориентации их не только на повышение у обучающихся уровня предметной подготовки, но и на обучение разумному использованию Gen Al.

Реализацию этого подхода мы предлагаем осуществлять на базе традиционных задач школьного курса математики, решение которых находится на грани или за гранью возможностей Gen Al, т.е. задач решаемых не всеми или ни одной из популярных среди обучающихся Gen Al. Авторами статьи выявлены признаки таких геометрических задач: задачи на готовых чертежах; задачи с открытым требованием; задачи решение которых требует нетипичных дополнительных построений или переосмысления и преобразования образов геометрических конфигураций.

Модификация таких задач состоит в придании им контекстной формы и в дополнении требования «решить задачу» требованием провести критический анализ выводов, сделанных Gen Al в ходе работы над задачей с указанием критериев и способов его проведения. Развивающий характер задач определяется тем, что критерии и предлагаемые способы проведения анализа определяются с учетом уровня актуального развития критического мышления обучающихся и уровня их математической подготовки с целью организации деятельности в зоне ближайшего развития [1].

В ходе исследования авторами использовалась уровневая шкала развития способности учащихся к критическому анализу выводов Gen Al согласованная со шкалой, принятой в международной практике оценки критического мышления [2].

1. Низший – индивид считает все выводы Gen Al верными, не делает попыток оценить их релевантность задаче, адаптации к уровню своей математической подготовки, предъявляемым учителем требованиям к результату решения задачи (Unreflective Thinker).
2. Ниже базового – индивид признает необходимость проверки правдоподобия выводов Gen Al, но испытывает трудности при её проведении, так как не владеет соответствующими способами деятельности (Challenged Thinker).
3. Базовый – индивид владеет базовыми способами для проверки правдоподобия выводов Gen Al, но самостоятельно не может определить условия их применения (Beginning Thinker).
4. Повышенный – индивид практикует критический анализ выводов Gen Al и стремиться к расширению спектра объектов анализа, освоенных критериев, методов и средств (Practicing Thinker).
5. Высокий – индивид свободно ориентируется в методах критического анализа рассуждений и выводов Gen Al, ведет диалог с целью их улучшения и адаптации к уровню математической подготовки пользователя, использует Gen Al как вспомогательный инструмент математической деятельности (Advanced Thinker).

Приведем примеры задач, ориентированных на перевод учащихся с одного уровня на другой. Для краткого обозначения их развивающих функций будем использовать обозначения: $n \longmapsto (n+1)$, где n – номер актуального уровня развития по представленной выше шкале ($n \in \{1,2,3,4,5\}$), $(n+1)$ – номер потенциального уровня развития.

Задача 1 $(1 \longmapsto 2)$**.** Вовочка использовал ChatGPT, чтобы решить задачу: «*В четырехугольник $KLMN$ вписана окружность с центром O. Эта окружность касается стороны MN в точке A. Известно, что $\angle MNK = 90^o$, $\angle NKL = \angle KLM = 120^o$. Найдите градусную величину угла LOA*». Затем проверил полученный ответ с помощью еще трёх нейросетей. В результате получил четыре разных ответа: ChatGPT: 60^o, Алиса AI: 180^o, DeepSeek: 150^o, MathGPT: 30^o.

Создайте в динамической среде точную модель конфигурации, описанной в условии задачи, чтобы выбрать из 4-х ответов правдоподобный и докажите его справедливость.

Пример показывает, что контекст задач вида (1⟼2) включает описание ситуации использования Gen Al, мотивирующей на проведение критического анализа выводов. Требование задачи указывает на параметр анализа (оценка правдоподобия результатов) и на способ его проведения (построение точной компьютерной модели).

Задача 2 (2⟼3)**.** Иван решил использовать DeepSeek для обсуждения идей, возникающих в ходе решения задачи: «*В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом B, проведена биссектриса угла A. Известно, что она пересекает серединный перпендикуляр, проведенный к стороне BC в точке K. Найдите угол BCK, если известно, что угол ACB равен 40°*». Прочитайте протокол их диалога:

Иван: *В условии задачи не сказано, где расположена точка K: внутри треугольника, на его стороне или вне треугольника. Придется рассматривать все три случая?*

DeepSeek: *Вы правы, вообще говоря, да. Если угол ACB больше 45°, то точка K может оказаться внутри треугольника. Но, в данном случае точка K находится вне треугольника.*

Используя компьютерный эксперимент, установите, какие из утверждений DeepSeek правдоподобны? Обоснуйте их.

Контекст задачи типа (2⟼3) расширяет представления учащихся о способах использования Gen Al (режим «репетитор»). Мотивы проведения критического анализа выводов Gen Al могут быть не представлены в описании ситуации (считаются сформированными). В инструктивной части задания представлен рекомендуемый способ проверки. Выводы Gen Al подбираются так, чтобы они являлись верными лишь частично.

Задача 3 (3⟼4). Учитель отметил на отрезке *AB* произвольную точку *C* и на отрезках *AC* и *CB* как на сторонах построил квадраты *ACDE* и *CBGF* как показано на рисунке 1.

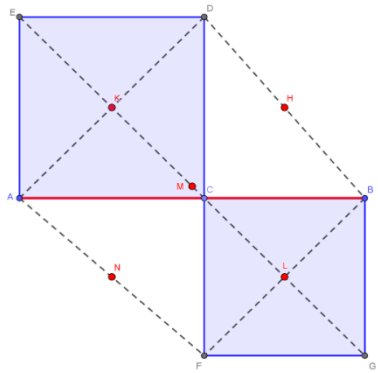


Рисунок – 1

Затем он отметил середины некоторых отрезков – точки *K, M, N, L, H* – и сообщил, что поставит пятерку тому, кто найдет скрытые свойства этой конструкции и сформулирует утверждения, истинные всегда (для всех положений точки *C*)/ иногда (для некоторых из них)/ никогда (нет положений, для которых они истинные). Петя очень хотел получить пятерку, но решил, что сам не справится с заданием, и поручил генерацию утверждений Gen Al.

Gen Al сформулировал четыре утверждения. Помогите Пете разобраться, к какой категории каждое из них относится. Обоснуйте свою точку зрения, выбрав подходящий способ: 1) прямое доказательство; 2) пример и контрпример; 3) доказательство методом «от противного».

№	Утверждения ИИ	Всегда	Иногда	Никогда)
1	Точка *C* лежит на прямой *NH*			
2	Треугольник *KFB* – равносторонний			
3	*NKHL* – квадрат			
4	*ADBF* – прямоугольник			

Для постановки задач типа (3⟼4) используется открытая задача, требующая получения утверждений общего характера. Для проведения критического анализа подбираются утверждения, требующие варьирования способов оценки истинности. В инструктивной части представлены рекомендуемые (осваиваемые учащимися) способы проведения критического анализа.

Задача 4 (4⟼5)**.** Решая задачу «*Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 24 и 25, а основание равно 9. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции*», DeepSeek пришел к выводу: «*Площадь трапеции равна 300. Обоснование: Пусть в трапеции ABCD основания AD и BC параллельны, AB=24, CD=25, одно из оснований равно 9. Биссектриса угла ADC проходит через середину M стороны AB. Используя координатный метод и свойства биссектрисы, получаем, что высота трапеции h=24, а основания равны 9 и 16. Площадь вычисляется по формуле (9+16):2·24=300*». Найдите пробелы в этом обосновании и устраните их. Найдите более простой способ решения.

В задачах типа (4⟼5) контекст сведен к минимуму, критическому анализу подвергается не сам заключительный вывод, а его обоснование (полнота, правильность, универсальность, рациональность). Методы проведения критического анализа явно не указаны, так как считаются освоенными, акцент делается на расширении границ их применимости.

Задача 5 (5 ⟼)**.** Для работы над исследовательским проектом по выявлению скрытых свойств конфигурации, состоящей из *произвольного треугольника и построенных на его сторонах квадратов, их центров J, K, L и середин отрезков, соединяющих некоторые вершины квадратов – точек M, N, O (см. рис.2),* Илья пользовался Gen Al. В результате были получены 7 утверждений

1. Треугольник *OMN* – равносторонний.

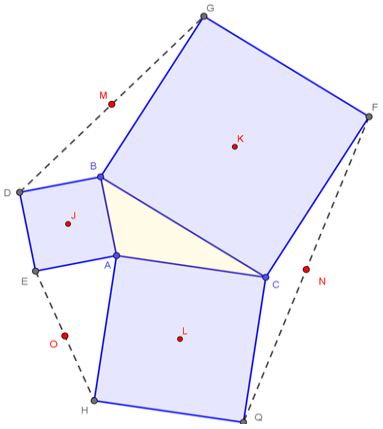


Рисунок – 2

2. Треугольники *HEA*, *DBG*, *FCQ* и *ABC* равновелики.

3. Площадь квадрата, построенного на большей стороне равна сумме площадей остальных квадратов только, если треугольник *ABC* прямоугольный.

4. Центры соседних квадратов *L* и *J*, *J* и *K*, *K* и *L* связаны поворотом на 90º вокруг точек *O*, *M* и *N* соответственно.

5. Прямые *AK*, *BL* и *CJ* пересекаются в одной точке.

6. Точка пересечения медиан треугольника *ABC* и *JKL* совпадают.

7. $S_{JKL} = S_{ABC} + \frac{AB^2+BC^2+AC^2}{8}$.

Какие из утверждений НЕ могут быть представлены Ильей в качестве результатов его исследовательского проекта и почему?

Развитие критического мышления не завершается достижением уровня 5. Для создания условий дальнейшего развития полезно использовать задачи типа (5⟼). Они представляют контекст использования Gen Al за рамками учебной деятельности. Поставленный в задаче вопрос является открытым и проблемным. Он оставляет учащимся свободу выбора показателей и способов проведения критического анализа. В данном случае задача единственного верного ответа, так как сам вопрос о допустимости использования технологии Gen Al в представленном виде деятельности является дискуссионным. Мы же считаем, что методически обоснованное и контролируемое учителем использование Gen Al в проектно-исследовательской деятельности обладает обширными возможностями для дальнейшего развития критического мышления учащихся. Особенно полезны задания на генерирование с использованием Gen Al, т.к. здесь вступают в действие дополнительные показатели оценки поступающей информации: релевантность, согласованность, достаточность данных, их реалистичность, практическая значимость результата и т.п. Данное направление апробировано в Туркмено-российской средней общеобразовательной школе имени А.С. Пушкина. Результаты апробации будут представлены в докладе.

Включение учащихся в процесс решения и составления контекстных заданий, аналогичных представленным, а также в деятельность генерирования практико-ориентированных задач с использованием Gen Al сформирует навыки разумного составления промптов, ведения диалогов и работы с протоколами Gen Al.

Список литературы

1. Выготский Л.С. Психология развития: избранные работы. – М.: Издательство Юрайт, 2025. – 281 с. – URL: https://urait.ru/bcode/562567.

2. Paul R., Elder L. Critical Thinking: Tools for Taking Charge of Your Learning and Your Life. – Pearson New International Edition, 2014. – 514 p.

Секция 1.
Перспективы развития информационной и математической культуры младших школьников

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

С. П. Зубова, канд. пед. наук, доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail:zubova@pgsga.ru
Л. В. Лысогорова, канд. пед. наук, доцент, заведующий кафедрой,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail:lysogorova@pgsga.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема формирования математической культуры как неотъемлемой составляющей общей культуры личности. Автором представлен анализ научных подходов к определению понятия «математическая культура», раскрыта её структура применительно к младшему школьному возрасту. Особое внимание уделяется приёмам развития математической культуры на уроках математики в начальной школе: использованию исследовательских заданий, занимательных задач, краеведческого материала. Приводятся примеры заданий, направленных на развитие различных компонентов математической культуры. Материалы статьи могут быть использованы учителями начальных классов, студентами педагогических специальностей, методистами.
Ключевые слова: математическая культура, младшие школьники, структура математической культуры, приёмы обучения, исследовательские задания, начальное математическое образование.

FORMATION OF MATHEMATICAL CULTURE IN PRIMARY SCHOOL CHILDREN

S.P. Zubova, candidate of pedagogical sciences, dotsent,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail:zubova@pgsga.ru
L.V. Lysogorova, candidate of pedagogical sciences., dotsent,
Samara State University of Social Sciences and Education
Samara, Russia
e-mail:lysogorova@pgsga.ru

Abstract. The article examines the issue of fostering mathematical culture as an integral component of an individual's general culture. The author analyzes scientific approaches to defining the concept of "mathematical culture" and outlines its structure with regard to primary school-age children. Particular attention is paid to methods for developing mathematical culture during primary school mathematics lessons, such as the use of inquiry-based tasks, engaging problems, and local history-related material. Examples of tasks aimed at developing various components of mathematical culture are presented. The materials in this article can be used by primary school teachers, students majoring in education, and methodologists.
Keywords: mathematical culture, primary school students, structure of mathematical culture, teaching methods, research-oriented tasks, primary mathematics education.

В настоящее время особое внимание придается развитию всех структур личности в единстве. В этом контексте понятие «математическая культура» целесообразно рассматривать не как набор знаний и умений, а как важнейший компонент общей культуры личности, «высшее проявление человеческой образованности и профессиональной компетентности» [1, с. 102].

Младший школьный возраст является благоприятным для интенсивного развития математической культуры личности, поскольку именно в это время закладываются основы математического мышления, формируется отношение к математике как к значимой сфере человеческой деятельности, развиваются умения рассуждать в соответствии с законами логики, проводить анализ и обобщение. По мнению А.П. Пахомовой, «математика является необходимой составной частью общей культуры человека», а её изучение «совершенствует общую культуру мышления, приучает младших школьников логически рассуждать, воспитывает у них точность и обстоятельность высказываний» [2, с. 46].

В то же время формирование математической культуры является длинным и сложным процессом, подчиняющимся психологическим закономерностям учения, зависящим от условий и технологий обучения. Это делает необходимым четкое понимание сущности, структуры, направлений и способов ее формирования. Именно поэтому целесообразно выявить характеристические свойства рассматриваемого феномена.

Термин «математическая культура» определяется в научных источниках неоднозначно. Анализ трактовок этого понятия показал, что математическая культура с позиций разных научных подходов рассматривается и как некое интегративное качество личности, и как часть общей культуры, и как система математических знаний и умений, и как аспект профессиональной компетентности [3, с. 1].

В ее состав включаются следующие компоненты: видение целостной математической картины мира, владение математическим мышлением, методами и языком математики [1, с. 103]. Эти компоненты являются универсальными для любого уровня образования, различаясь лишь степенью владения ими.

Для нашей статьи представляет интерес выявление специфики математической культуры младшего школьника как образовательного результата, поскольку именно он будет фундаментом для дальнейшего повышения уровня владения такой культурой. Математическая культура младшего школьника определяется как «система обретенных личностью математических знаний, форм и методов математической деятельности, которые, совершенствуясь в общекультурном процессе, оказывают влияние на структуру и внутренний мир личности» [4, с. 4]. Приведенное определение позволяет выявить когнитивные и деятельностные компоненты математической культуры младшего школьника, однако, ее состав включает и другие компоненты.

Так, Е.А. Седова в структуре математической культуры младшего школьника выделяет основные и вспомогательные компоненты:

Основные:

- *когнитивно-компетентностный* – система математических знаний, умений и навыков;
- *операциональный* – система умственных операций и действий;
- *креативный* – проявление творчества, стремление к исследованиям, научному поиску.

Вспомогательные компоненты:

- *коммуникативный* – знания и умения организации учебного взаимодействия;
- *ценностно-мотивационный* – система личностно-ориентированных ценностей, учебных мотивов;
- *рефлексивный* – умения осознавать и оценивать степень сформированности компонентов культуры и успешность деятельности по её формированию [4, с. 5].

Г.С. Евдокимова в составе математической культуры выделяет аксиологические, гносеологические и онтологические основания [2, с. 47]. В рамках этой модели культура личности включает ценностно-оценочный, когнитивно-информационный, действенно-практический и рефлексивно-оценочный компоненты. Такая структуризация, по мнению

ряда авторов, отличается достаточной полнотой и может быть положена в основу диагностики уровня сформированности математической культуры [2, с. 48].

Математическая культура младших школьников имеет свою специфику. Это связно с тем, что в этом возрасте интенсивно развивается мышление, переходя от наглядно-образного к понятийному, а ведущей деятельностью становится учебная. Следовательно, младшие школьники начинают овладевать абстрактными понятиями (а математические понятия являются абстрактными), выполнять не только генерализацию (донаучные обобщения) и получать эмпирические обобщения, но и осуществлять теоретические обобщения (в несложных ситуациях), а также использовать разные формы логического мышления (понятия, суждения и умозаключения) [5, с. 3]. Это создаёт благоприятные предпосылки для формирования математической культуры, однако требует учёта возрастных возможностей: материал должен быть доступен, опираться на практические действия с предметами и их моделями, постепенно переходить к внешнеречевой и умственной форме.

Специфика математической культуры младших школьников проявляется также в том, что её формирование происходит в тесной связи с развитием познавательных универсальных учебных действий: умения анализировать, сравнивать, обобщать, классифицировать, устанавливать причинно-следственные связи [6, с. 2].

Таким образом, мы видим, что уже в младшем школьном возрасте математическая культура представляет собой сложную структуру, включающую когнитивные компоненты (владение математическими понятиями, знание математических правил, свойств математических объектов), деятельностные, или операциональные, компоненты (владение алгоритмами математических действий, приемами вычислений, способами рассуждений и т.п.), креативные (умение осуществлять поиск решения нестандартных задач, рационализация вычислений и т.п.). ценностно-мотивационные (понимание связи математики с жизнью, важности математических знаний, стремление использовать математические знания в повседневной жизни, стремление и настойчивость при решении сложных математических задач). Понятно, что такая сложная структура требует поиска и комбинации соответствующих приемов ее формирования.

Приведем примеры таких приемов.

Использование заданий исследовательского характера. Учебная исследовательская деятельность, адаптированная к уровню познавательных возможностей школьников, является эффективным средством приобщения к математической культуре [7, с. 19]. Исследовательские задания предполагают: анализ информации, постановку проблемы, выдвижение гипотезы, проверку гипотезы, формулировку выводов, обобщение и применение новых знаний. При выполнении таких заданий обучающиеся вынуждены использовать такие методы исследования, как наблюдение, сравнение, аналогия, моделирование, неполная индукция [7, с. 20].

Пример. Обучающиеся делятся на группы. Каждой группе предлагается измерить стороны определенного прямоугольника, найти его периметр и площадь. Затем результаты измерений заносятся в таблицу (Таблица 1).

Таблица 1 – Данные измерений и вычислений в группах

Стороны прямоугольника, см		Периметр, см	Площадь, $см^2$
a	b		
1	7	16	7
2	6	16	12
3	5	16	15
4	4	16	16

– Что заметили? (Периметры одинаковые, а площади разные).

– Как изменяется площадь? (Увеличивается).

– Как вы думаете, почему? (Соотношение сторон меняется – если такой ответ появляется не сразу, то можно задать более конкретный вопрос: «Сравните соотношение сторон прямоугольника, как оно изменяется? Как вы думаете, связано ли это изменение с изменением площади?»).

– Как можно назвать последний прямоугольник в таблице? (Квадрат).

– Какой вывод можно сделать? (Из всех прямоугольников с одинаковым периметром самая большая площадь у квадрата).

– Проверьте свою гипотезу, для этого начертите квадрат со стороной 3 см, найдите его периметр и площадь, а затем начертив другие прямоугольники с таким же периметром и вычислив их площади. (Ученики чертят прямоугольники со сторонами 1см и 5 см, 2 см и 4 см).

Применение краеведческого материала. Задачи краеведческого содержания, фабула которых описывает географические, исторические, экономические, экологические особенности родного края, способствуют комплексному формированию компонентов математической культуры. Такие задачи повышают мотивацию учебной деятельности, реализуют деятельностный подход, расширяют кругозор, позволяют увидеть применение математических знаний в реальной жизни [4, с. 6–7].

Пример. При изучении нумерации чисел первого десятка обучающимся можно предложить следующее задание (Рисунок 1).



Рисунок 1 – Дом в центре Нижнего Новгорода

Этот дом находится в центре Нижнего Новгорода и построен в 19 веке. Хотели бы вы в таком доме жить? Посмотрите внимательно на эту фотографию. Сейчас мы поиграем в игру «Да-нет». Приготовьте свои сигнальные карточки. Помните, что если утверждение истинно (верное), то вы показываете зеленую карточку, а если нет – красную.

– В доме на рисунке видно всего 6 окон.

– Дверь в дом находится справа от фотографа.

– В этом доме два этажа.

– Крышу над балконом поддерживают колонны, которых на две меньше, чем окон на первом этаже.

– Водосточные трубы находятся с правой от фотографа стороне дома.

– На втором этаже мы видим два окна.

К работе по составлению подобных задач полезно привлекать самих обучающихся, что способствует развитию не только математических, но и исследовательских, коммуникативных умений.

Задания по развитию логического мышления и математического языка. Систематическое включение в уроки заданий на анализ, синтез, сравнение, сериацию, классификацию, обобщение, формирование умений строить суждения и умозаключения способствует развитию операционального и когнитивного компонентов математической

культуры. Особое внимание уделяется развитию математической речи – умению грамотно использовать математическую терминологию, обосновывать свои суждения и действия.

Примеры.

1. Прочитайте выражение разными способами: 8 + 7.

2. Значение выражения 23 – ▼ + △ – 6 + 11 равно 63. Чему будет равно значение выражения 23 + 20 + △ – ▼ – 5? В обоих выражениях одинаковые значки означают одинаковые числа.

Таким образом, результативность формирования математической культуры обеспечивается использованием комплекса методических приёмов: включением исследовательских и занимательных заданий, применением краеведческого материала, систематической работой по развитию логического мышления и математической речи. Важным условием является также создание ценностно-мотивационной среды, в которой математика предстаёт не как набор отвлечённых правил, а как значимая и интересная сфера человеческой деятельности.

Список литературы

1. Воронина Л.В. Математическая культура личности: сущность, структура, содержание // Педагогическое образование в России. – Екатеринбург: УрГПУ, 2012. – № 3. – С. 38–42. – ISSN 1993-8542.

2. Евдокимова Г.С., Бочкарева В.Д. Математическая культура – высшее проявление образованности и профессиональной компетентности // Вестник Чувашского университета. – Чебоксары: ЧГУ, 2015. – № 2. – С. 102–107. – ISSN 1810-1909.

3. Пахомова А.П. Математическая культура младших школьников как педагогический феномен // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – Шадринск: ШГПУ, 2020. – № 2 (46). – С. 45–50. – ISSN 2542-0291.

4. Седова Е.А. Применение исследовательских заданий в занимательной форме для становления вычислительной культуры у младших школьников // Начальное образование. – М.: МПГУ, 2020. – № 4. – С. 19–23. – ISSN 1998-0728.

5. Гришкова А.Н. Использование краеведческого материала как средства формирования математической культуры младшего школьника [Электронный ресурс] // Инфоурок: образовательный портал. – Смоленск, 2020. – URL: https://infourok.ru/statya-ispolzovanie-kraevedcheskogo-materiala-kak-sredstva-formirovaniya-matematicheskoj-kultury-mladshego-shkolnika-6723331.html.

6. Баринова Е.В. Формирование математической культуры у детей старшего дошкольного и младшего школьного возраста [Электронный ресурс] // Инфоурок: образовательный портал. – Смоленск, 2020. – URL: https://infourok.ru/formirovanie-matematicheskoj-kultury-u-detej-starshego-doshkolnogo-i-mladshego-shkolnogo-vozrasta-4927942.html.

7. Рубцова Т.С. Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Занимательная математика» [Электронный ресурс] // Первое сентября: издательский дом. – М., 2024. – URL: https://urok.1sept.ru/publication/204992.

8. Поломошнова Е.О. Математическая культура школьника [Электронный ресурс] // Инфоурок: образовательный портал. – Смоленск, 2021. – URL: https://infourok.ru/statya-matematicheskaya-kultura-shkolnika-5266485.html.

БЕЗОПАСНАЯ ЦИФРОВАЯ СРЕДА ДЛЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ: ОТ РОДИТЕЛЬСКОГО КОНТРОЛЯ К ЛИЧНОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ ГРАМОТНОСТИ

А. В. Кудашкина, студент 2 курса,
О. И. Пугач, научный руководитель, канд. пед. наук, доцент,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный социально-педагогический университет»,
Самара, Россия
e-mail: likakud@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются современные подходы к обеспечению безопасной цифровой среды для младших школьников. Проведен сравнительный анализ функциональных возможностей средств родительского контроля, бесплатных средств родительского контроля: Google Family Link, Яндекс DNS и встроенных инструментов Android. Выявлено, что данные сервисы эффективно ограничивают доступ к нежелательному контенту, однако не формируют навыки самостоятельного безопасного поведения в сети. Доказана необходимость развития личной информационной грамотности младших школьников. Сделан вывод о целесообразности комплексного подхода, объединяющего технические средства защиты и педагогическое сопровождение.

Ключевые слова: цифровая среда, младшие школьники, информационная грамотность, цифровая безопасность, родительский контроль, медиаграмотность, Google Family Link, Яндекс DNS, Android, цифровые компетенции.

SAFE DIGITAL ENVIRONMENT FOR PRIMARY SCHOOL STUDENTS: FROM PARENTAL CONTROL TO PERSONAL INFORMATION LITERACY

A.V. Kudashkina, second-year student,
O.I. Pugach, scientific supervisor, candidate of hedagogical sciences, associate professor
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: likakud@yandex.ru

Abstract. The article examines modern approaches to creating a safe digital environment for primary school students. A comparative analysis of the functional capabilities of free parental control tools, including Google Family Link, Yandex DNS, and built-in Android parental control features, is presented. The study shows that these services effectively restrict access to inappropriate online content but do not foster children's independent safe online behavior skills. The necessity of developing primary school students' personal information literacy is substantiated. It is concluded that ensuring children's digital safety requires a comprehensive approach that combines technical protection tools with pedagogical support.

Keywords: digital environment, primary school students, information literacy, digital safety, parental control, media literacy, Google Family Link, Yandex DNS, Android, digital competencies.

Современное образование развивается в условиях цифровизации. Младшие школьники ежедневно используют цифровые устройства, что расширяет

образовательные возможности, но одновременно повышает риск столкновения с информационными угрозами.

С целью изучения особенностей использования цифровых устройств детьми младшего школьного возраста и определения наиболее распространённых средств родительского контроля было проведено анкетирование 23 родителей. Исследование было направлено на выявление используемых цифровых платформ, практик применения средств родительского контроля, а также отношения родителей к вопросам обеспечения информационной безопасности детей.

Анализ результатов показал, что наиболее распространёнными устройствами являются смартфоны под управлением операционной системы Android (43,5 %) и iPhone (34,8 %). Персональные компьютеры с операционной системой Windows и планшеты используются значительно реже (8,7 % и 4,3 % соответственно). Большинство родителей регулярно применяют средства родительского контроля (52,2 %), ещё 34,8 % используют их периодически. Среди наиболее распространённых решений были названы Google Family Link (33,3 %), Яндекс DNS (26,7 %) и встроенная функция «Экранное время» в iOS (23,3 %). Основными целями использования данных средств являются ограничение доступа к нежелательному интернет-контенту и регулирование продолжительности использования цифровых устройств детьми.

Для оценки взаимосвязи между отношением родителей к техническим средствам защиты и уровнем сформированности навыков безопасного поведения у детей были сопоставлены ответы респондентов по наиболее значимым показателям. Полученные результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Сопоставление мнения родителей о технической защите и реальных навыках детей

Показатель	Доля респондентов, %
Уверены, что технические ограничения полностью обеспечивают безопасность («Да» + «Скорее да»)	65,2
Считают необходимым обучение ИБ в школе («Да» + «Скорее да»)	100
Ребенок знает, как действовать при подозрительных сообщениях («Да»)	60,9
Родители объясняют правила защиты персональных данных («Да»)	91,3

Анализ результатов анкетирования показал, что родители активно используют средства родительского контроля для снижения цифровых рисков, связанных с использованием детьми сети Интернет. Вместе с тем полученные данные свидетельствуют о том, что применение технических средств защиты не исключает необходимости формирования у младших школьников навыков безопасного поведения в цифровой среде. Данный вывод соответствует результатам современных исследований, согласно которым технические ограничения позволяют снизить вероятность столкновения ребёнка с нежелательным контентом, однако они не формируют способность самостоятельно оценивать информационные угрозы и принимать безопасные решения.

Полученные результаты позволили определить наиболее востребованные цифровые платформы и средства родительского контроля, что послужило основанием для выбора объектов дальнейшего исследования. В сравнительный анализ были включены наиболее распространённые бесплатные и встроенные решения: Google Family Link (Android), Apple «Экранное время» (iOS/iPadOS), Microsoft Family Safety (Windows) и Яндекс DNS («Безопасный режим»). Выбор данных сервисов обусловлен результатами проведённого анкетирования, а также их широким распространением среди пользователей различных цифровых платформ.

Сравнительный анализ проводился по следующим критериям: ограничение экранного времени, контроль устанавливаемых приложений и программ, фильтрация интернет-контента, защита от нежелательного контента, контроль местоположения устройства, наличие отчётов об активности пользователя, а также возможность формирования у ребёнка навыков безопасного поведения в цифровой среде. Результаты сравнительного анализа представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Сравнение средств родительского контроля на различных платформах

Критерий	Google Family Link (Android)	Apple «Экранное время» (iOS)	Microsoft Family Safety (Windows)	Яндекс DNS
Ограничение экранного времени	+	+	+	-
Контроль приложений / программ	+	+	+	-
Фильтрация сайтов	+	+	+	+
Защита от нежелательного контента	+	+	+	+
Контроль местоположения	+	+ (в Family Sharing)	+ (для мобильных)	-
Отчёты об активности	+	+	+	-
Формирование информационной грамотности	-	-	-	-
Подтверждение выбора по опросу родителей	+ (33,3 %)	+ (23,3 %)	+ (3,3 %)	+ (26,7 %)

Анализ данных таблицы 2 показывает, что, несмотря на широкий спектр технических возможностей рассмотренных средств родительского контроля, все они решают лишь задачи фильтрации и ограничения активности, не затрагивая содержательный аспект цифровой безопасности.

Наиболее функциональным решением для Android является Google Family Link, обеспечивающий контроль экранного времени, приложений, местоположения и активности ребёнка [1]. Сопоставимые возможности для iOS предоставляет «Экранное

время», для Windows – Microsoft Family Safety, а Яндекс DNS эффективно фильтрует интернет-контент на уровне домашней сети.

Проведённый анализ показал, что средства родительского контроля эффективно ограничивают доступ к нежелательному контенту, но не формируют навыков самостоятельного безопасного поведения. Поэтому их применение должно сочетаться с развитием информационной грамотности младших школьников.

Формированию информационной грамотности способствуют образовательные проекты «Урок цифры», «Цифровой ликбез» и методические материалы для учителей.

Таким образом, средства родительского контроля являются важным элементом безопасной цифровой среды, однако максимальный эффект достигается только при их сочетании с систематическим формированием информационной грамотности во взаимодействии семьи и школы.

Список литературы

1. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования. – М.: Министерство просвещения Российской Федерации, 2021. – 53 с.

2. Концепция информационной безопасности детей в Российской Федерации: утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации. – М., 2023.

3. Солдатова Г.У., Рассказова Е.И. Психология безопасности цифрового детства. – М.: Издательство Московского университета, 2023. – 248 с.

4. Войскунский А.Е. Психология Интернета. – М.: Академический проект, 2022. – 287 с.

5. Роберт И.В. Современные информационные технологии в образовании. – М.: Юрайт, 2023. – 312 с.

6. Блинов В.И., Есенина Е.Ю., Сергеев И.С. Цифровая трансформация образования: вызовы и перспективы // Профессиональное образование и рынок труда. – 2022. – № 3. – С. 18-30.

7. Кузьмина М.В. Формирование цифровой грамотности младших школьников // Начальная школа. – 2024. – № 4. – С. 40-46.

8. Иванова С.В. Информационная безопасность детей в условиях цифровизации образования // Информатика и образование. – 2024. – № 6. – С. 57-64.

9. Федоров А.В. Медиаобразование и медиаграмотность. – М.: Академия, 2023. – 286 с.

10. Безопасность детей в цифровой среде: аналитический обзор практик родительского контроля / под ред. Г.У. Солдатовой. – М.: Фонд Развития Интернет, 2024. – 112 с.

11. «Цифровой ликбез»: образовательный проект по кибербезопасности для школьников [Электронный ресурс]. – URL: https://digital-likbez.datalesson.ru/?ysclid=mrj8mn1qm1754601690 (дата обращения: 10.07.2026).

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ИНСТРУМЕНТЫ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Л. П. Нестеренко, канд. пед. наук, доцент,
Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
организация дополнительного профессионального образования
«Центр развития образования»,
Самара, Россия
e-mail: nstrn@yandex.ru

Аннотация. Предложены педагогические средства развития математической культуры младших школьников. Рассматриваются проблемы в практике развития математической культуры младших школьников.

Ключевые слова: учебная мотивация, пропедевтика затруднений, дифференцированный подход к обучению, контрольно-оценочная самостоятельность, интеграция математики и конструирования, подготовка и проведение математических олимпиад.

PEDAGOGICAL TOOLS FOR DEVELOPING MATHEMATICAL CULTURE IN YOUTH SCHOOL STUDENTS

L.P. Nesterenko, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Municipal Budgetary Educational Institution
Organization of Additional Professional Education
Center for Educational Development,
Samara, Russia
e-mail: nstrn@yandex.ru

Abstract. Pedagogical means of developing the mathematical culture of junior school students are proposed. Problems in the practice of developing the mathematical culture of junior school students are considered.

Keywords: educational motivation, propaedeutics of difficulties, differentiated approach to teaching, control and evaluation independence, integration of mathematics and design, preparation and holding of mathematical competitions.

Математическая культура включает в себя не только совокупность математических знаний и способов математической деятельности, но и выступает средством развития мышления. Математика как школьная дисциплина является фундаментом для воспитания последовательного непротиворечивого логического мышления. Школьники учится анализировать, делать выводы, классифицировать, ставить гипотезы, доказывать. При обучении математике формируются основные формы мышления (суждение, понятие), обучающиеся овладевают логическими приемами деятельности на математическом материале. В состав математической культуры включаются не только формально-логические составляющие, но и компоненты, связанные с воображением, интуицией, догадкой, эвристикой. Практически любая современная профессия требует математических знаний.

В 2024 году президент России В. Путин поручил правительству утвердить план по повышению качества преподавания математики в школах. Проблема повышения

качества математической культуры школьников затрагивает аспекты математической культуры: вычислительная культура, математическая речь, функциональная математическая грамотность, универсальные учебные действия, математические способности, интерес к предмету и др. При этом поручается предусмотреть повышение качества подготовки учителей, преподающих математику, и устранить дефицит таких учителей.

Центральным средством развития математической культуры и повышения качества обучения является учебная мотивация обучающегося. Познавательный интерес – основной мотив учебной деятельности. Во входной диагностике курсов проводилось тестирование для определения исходного уровня знаний слушателей. На вопрос «Что является главным условием повышения качества образования в условиях ФГОС НОО?», около половины слушателей курсов выбрали «Роль учителя как проводника в активную деятельность учащихся», игнорируя ответ: «Мотивация – помощь обучающимся в нахождении интереса в учебном процессе». Формирование мотивов учения – это создание условий, при которых появятся мотивы, цели, эмоции. К формам и методам повышения учебной мотивации к обучению и формированию математической культуры школьника можно отнести проблемное обучение. Создание проблемных ситуаций стимулируют активную познавательную деятельность, анализ, поиск решений и развитие критического мышления. Педагогическая проблемная ситуация создается с помощью активизирующих действий, постановки вопросов, которые выявляют противоречия, что требует активной познавательной деятельности обучающихся, требующей поиска, анализа, актуализации знаний, принятие решений.

Пропедевтика затруднений обучающихся в процессе изучения математики – один из педагогических инструментов, обеспечивающий формирование предварительных знаний по теме в систематизированной и сжатой форме и предшествует основному изучению материала. Результаты проверочных работ показывают типичные затруднения обучающихся: при решении текстовых задач, в моделировании задачной ситуации, в усвоении десятичного состава и позиционного принципа строения многозначного числа, в алгоритмах письменных приемов арифметических действий, в преобразованиях единиц измерения величин и действиях над ними, в работе с информацией в курсе математики начальной школы, в определении и преобразованиях положения геометрических фигур в пространстве. Пропедевтика способствует снижению риска возникновения затруднений за счёт предварительной подготовки учащихся и более глубокому пониманию учебного предмета математики. Затруднения в усвоении учебного материала часто могут проявляться из-за недооценки учителями важных тем содержания учебной программы. Так, в ходе курсовой подготовки учителя выполняли тестовое задание: среди перечисленных понятий/способов действия выберите то, которое, по вашему мнению, является наиболее общим и исходным для остальных: а) сложение и вычитание многозначных чисел с переходом через разряд; б) умножение многозначного числа на однозначное; в) позиционный принцип строения многозначного числа; г) умножение и деление многозначных чисел «в столбик». Многие учителя отдавали свои предпочтения различным алгоритмам, лишь малая часть группы назвала позиционный принцип строения многозначного числа.

Организация образовательной деятельности, при которой учитываются индивидуальные особенности учащихся, освещается в статье 20 ФГОС НОО. Деление класса на группы, углубленное изучение предмета – педагогические инструменты, обеспечивающие усвоение материала на разных уровнях: базовом и повышенных.

По словам российского педагога И.Я. Лернера при любой организации обучения новому учебному материалу, учащийся проходит три этапа его усвоения, три уровня усвоения. Достаточно трудно внедряется в практику обучения математике разноуровневый подход. В текущий тест курсов ПК слушателям были включены учебные задания трех уровней сложности. Учителя должны решить все задания и выбрать среди них те, которые возьмут на урок математики в своем классе. Большинство выделили для своих классов задания 1 (низкий) и 2 (средний) уровней сложности, комментируя, что слабый класс. Лишь единицы учителей отметили, что возьмут задания всех трех уровней сложности, т.к. в классе дети разных уровней знаний и способностей. Результат тестирования слушателей курсов свидетельствует о неактуальности разноуровневого обучения для учителя, о приверженности к традиционному одноуровневому обучению, о недостаточной работе по развитию математических способностей обучающихся.

Контрольно-оценочная самостоятельность младшего школьника – ресурс повышения качества математического образования. Это готовность к осознанным, ответственным действиям для осуществления контроля и оценки своей деятельности. Ключевые педагогические элементы контрольно-оценочной самостоятельности школьников: критериальное оценивание, пооперационное, формирующее оценивание, образовательные места в классном пространстве, система специальных предметных задач и педагогические приемы формирования действий контроля и оценки у младших школьников. Д.Б. Эльконин рекомендовал главную форму контроля в учебной деятельности – пооперационный контроль, т.е. контроль за правильностью процесса осуществления способа действия. Использование технологии критериального оценивания заключается в сравнении достижений учащихся с чётко определёнными, заранее известными критериями – планируемыми образовательными результатами. Сами обучающиеся под руководством учителя/самостоятельно перечисляют критерии (предметные умения), необходимые для выполнения данного учебного задания. Учащийся после решения оценивает свое выполнение задания по этим критериям. Формирующее оценивание предполагает оценивание детьми своих достижений в процессе обучения, формирования математических понятий.

Математика – школьная дисциплина, которая является базой для воспитания правильного логического мышления. Малоэффективно развитие логической культуры, как составляющей математическую культуру обучающихся, только в рамках освоения учебного предмета. Анализ существующих программ и учебников начального курса математики свидетельствует о слабом использовании возможностей школьного курса математики для формирования общекультурных, общеинтеллектуальных умений, составляющих содержание логической культуры. Целесообразно и возможно включение логического конструирования в рамки действующей программы начального курса математики, во внеурочной деятельности, отдельного предмета в рамках школьного компонента, в качестве углубления основного программного содержания по математике.

Интеграция содержания обучения математике с особым типом упражнений нацелена на конструировании через практическую работу: конструирование геометрических фигур (частей столько, сколько нужно; частей больше, чем нужно; частей меньше, чем нужно), виды символьного конструирования (вещественный, графический, знаковый), конструирование моделей текстовых задач и др. Рассматриваемая методическая система нацелена на формирование интеллектуальных способностей, определяющих развитие математической культуры в целом.

Эффективным педагогическим инструментом развития математической культуры младших школьников является подготовка и проведение математической олимпиады. Обучение решению нестандартных олимпиадных задач обучающихся способствует развитию их математических способностей и повышает квалификацию учителей. Видный психолог В.А. Крутецкий выделил компоненты математических способностей и степень их выраженности в младшем школьном возрасте. Интерес и способности к математике активно развиваются при решении задач: инварианты, теория графов, свойства геометрических и магических фигур, принцип Дирихле, правила построения уникурсальных фигур, признаки делимости чисел, законы математической логики и арифметических операций, правила комбинаторики и т.д. Такие задачи включают в тексты современных математических олимпиад младших школьников. Практика проведения математических олимпиад показывает, что школы массово отправляют неподготовленных детей к участию в муниципальных и региональных олимпиадах. Об этом свидетельствуют пустые страницы в бланке решений участников и низкие баллы в оценках жюри. Совершенствование качества математических олимпиад может быть осуществлено по основным направлениям: систематическое проведение занятий математического кружка, регулярное проведение школьных математических олимпиад, повышение квалификации преподавателей начального общего образования по проблеме подготовки обучающихся к олимпиаде.

Список литературы

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации: утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. – URL: https://docs.edu.gov.ru/document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/ (дата обращения: 04.06.2026).

2. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / под ред. Н.И. Чуприковой. – М.: Издательство «Институт практической психологии»; Воронеж: Издательство НПО МОДЭК, 1998. – 416 с.

3. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.

4. Нестеренко Л.П. Пропедевтика развития инженерного мышления обучающихся средствами технологии решения изобретательских задач (ТРИЗ) // Ресурс успеха: методический альманах МБОУ ОДПО «Центр развития образования городского округа Самара». – 2023. – Вып. 4 (24). – С. 47-55.

5. Нестеренко Л.П. Олимпиада как ресурс успеха поддержки среды развития обучающихся, одаренных в области математики // Ресурс успеха: методический альманах МБОУ ОДПО «Центр развития образования городского округа Самара». – 2025. – Т. 2 (35). – С. 32-43.

6. Эльконин Д.Б. Избранные психологические труды. – М.: Педагогика, 1989.

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

М. Н. Сизова, канд. пед. наук,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: marin-sizov@yandex.ru

Аннотация. В статье показано, что целенаправленный переход от формальных действий к осмысленным выступает как логическое следствие методически организованной учебной деятельности, обеспечивающей накопление обучающимся опыта овладения научным понятием.

Ключевые слова: осмысленные действия, овладение научным понятием, методика обучения.

PECULIARITIES OF CONCEPT FORMATION IN PRIMARY SCHOOL CHILDREN

M. N. Sizova, candidate of pedagogical sciences,
Samara state university of social sciences and education,
Samara, Russia
e-mail: marin-sizov@yandex.ru

Annotation. The article demonstrates that the purposeful transition from formal educational actions to meaningful ones emerges as a logical consequence of methodologically organized educational activity that ensures the learner`s accumulation of experience in mastering scientific concepts.

Keywords: meaningful actions, scientific concept mastery, teaching methodology.

Проблеме формирования понятий, самому понятию «понятие» посвящено множество статей, монографий, работ ученых разных направлений. В учебных заведениях предлагается тематика работ учебного характера: рефераты, курсовые и дипломные работы, в которых с большей или меньшей убедительностью предъявляются рассуждения по данной проблематике. Кроме того, в работах психологов выделяется, как специфическое понятийное мышление, так и вопросы перехода от предметно-действенного, наглядно-образного к словесно-логическому мышлению. Где последнее можно считать переходом к мышлению при помощи слов, что иногда мы склонны отождествлять с предъявлением понятия. Звучит слово – мыслится понятие.

Актуальность этой проблематики не исчерпывается вышеперечисленным, а круг методических «неопределенностей», связанных с вопросом формирования понятий, все больше расширяется.

Между тем, исследуя вопрос с точки зрения культурно-исторического подхода, можно констатировать, что само понятие «понятие» возникло в философии относительно недавно. Философски термин conceptus (concipere – схватывать, зачинать, образовывать представление) формируется в средневековой схоластической традиции.

Если вспомнить классиков, то у Платона центральное место занимает учение об онтологически значимой «видимости» вещей и умопостигаемые сущности. Платоновская теория форм – это, по сути, теория общих сущностей, которые и делают возможным правильное мышление и возможность определения этих сущностей.

Аристотель конструирует логический аппарат. «Понятие» как логическая единица у Аристотеля – это то «общее», что раскрывается в определении, и чем мысленно можно оперировать. Особый термин при этом не вводится.

В русской традиции, сначала, понятие имеет более широкое бытовое значение – это «то, что понято», затем только приобретает черты логико-философского термина.

Термин закрепляется в XVIII–XIX вв. в рамках перевода западноевропейской метафизики и логики.

Обозначим, с какой точки зрения «понятие» рассматривается в разных отраслях науки.

В философии понятие рассматривается как форма рационального познания, которая выделяет и обобщает объекты по их существенным признакам.

В логике понятие – это инструмент для построения суждений и умозаключений. Понятие анализируется с точки зрения его структуры и отношений между понятиями, связанных со структурой.

В лингвистике понятие тесно связано со словом или словосочетанием, которое его выражает. Слово выступает материальным носителем понятия, средством его закрепления и передачи.

В психологии изучается, как у человека формируются и усваиваются понятия, в чем особенности формирования житейских и научных понятий.

В педагогике изучается процесс взаимодействия субъектов образовательного процесса с целью освоения понятий и формирования способности к осознанию процесса освоения.

Для методики обучения в начальной школе особенно актуальной становится процесс преобразования того, что еще не является понятием в то, что является понятием. Под словосочетанием «то, что является понятием» подразумевается «суть», «сущность», что мы мыслим таковым и по договоренности в обществе принято считать таковым. При этом стоит различать понятия, формирующиеся в обыденном мышлении от научных понятий. В начальной школе это становится особенно актуальным. В силу сензитивности младшего школьного возраста дети особенно восприимчивы к формированию научных понятий и к осознанию различий между ними и житейскими (бытовыми) представлениями.

Рассмотрим несколько точек зрения на проблему формирования понятий в младшем школьном возрасте.

Лев Семенович Выготский рассматривал формирование понятий как сложный процесс, который проходит через несколько стадий. Его психологической основой является способность к опосредованному мышлению. При этом знаки (слово) выступают как средство, направляющее мыслительные операции. Л.С. Выготский выделял житейские понятия, которые формируются от конкретного к абстрактному и научные – наоборот, от абстрактного к конкретному. На стадии настоящих понятий ребенок способен не только верно действовать, но и давать верные словесные пояснения, выделять наиболее общие и существенные признаки. При использовании теории деятельности для описания организации учебного процесса единицей анализа становятся действия/операции в структуре деятельности, смысл относится к уровню деятельности и мотива, а не операции. При фокусе на действиях и операциях смысл легко становится неявным, фоновым или легко может возникнуть соблазн абстрагироваться от его индивидуальных или даже типичных особенностей.

С другой точки зрения можно заметить, что в начальной школе осуществляется переход от непосредственных ассоциативных процессов к опосредованным. Промежуточное положение при этом переходе занимают обобщенные ассоциации, описанные П.А. Шеваревым. Обобщенная ассоциация – это не просто связь «стимул - реакция», а связь, в которой хотя бы один из членов содержит переменную особенность, требующую выделения (абстрагирования) существенного признака.

Такая ассоциация включает: осмысление ситуации (первый член), осмысление операции/правила (второй член), и как результат этого – смысл правила как связь между

типом ситуации и типом действия. Таким образом, смысл встроен в саму единицу анализа (ассоциацию).

Третья точка зрения, которая сформировалась как одно из современных направлений изучения понятийного мышления – «концептуальное изменение» (conceptual change). Оно выявило такие особенности обыденного мышления как стойкость и системность. Обыденное мышление предстало целостным образованием, которое сопротивляется простому замещению научными понятиями и теориями. Обыденные представления. детей и взрослых о явлениях, и устройстве мира, языка и математических отношений часто не соответствуют научной картине мира и рассматривается как «заблуждения» (misconceptions). Все дело в том, что обыденные представления во многом основаны на вере. А вера тем сильнее, чем больше она противостоит сторонним доказательствам, которые противоречат этой вере. И, будучи встроенной в идентичность человека может быть опорой всей психики человека, а не отдельных ментальных образований. Большинство исследователей-концептуалистов сходятся между собой в следующих положениях: 1) не только взрослые, но и детские понятия организованы в целостные системы, «теории», 2) существует так называемая «доменная специфичность» понятий, 3) детские и взрослые понятия характеризуются «локальной несоизмеримостью», 4) основные концептуальные изменения возникают у детей в возрасте от 6–7 до 10 лет.

В педагогике, методике обучения понятие рассматривается с разных точек зрения. С одной стороны, как объект изучения, исследования на разных уровнях его проявленности. Общие вопросы этого процесса описаны в научных работах по психологии. В педагогике же возникает вопрос конкретизации этих положений с точки зрения специфических предметных смыслов. С другой стороны, понятие в методике обучения рассматривается как средство/цель взаимодействия между субъектом действия и другим субъектом, между субъектом действия и объектом его (понятия) материальной проявленности в реальности, между разными субъектами действия в процессе взаимодействия с понятием. Под субъектом деятельности по овладению понятием понимается обучающийся, который в результате многообразных форм взаимодействия с понятием аккумулирует опыт этого взаимодействия и обретает способность дифференцировать понятие от альтернативных способов ментальной репрезентации объекта, таких как представления, ассоциативные связи, перцептивные комплексы и иные когнитивные феномены.

В педагогическом взаимодействии с обучающимися часто оказывается недостаточно слов-терминов, чтобы вести учебный диалог и уточнять метадействия общеинтеллектуального характера, которые помогут сосредотачиваться не только на собственно математическом содержании, но и на процессе его усвоения.

Приведем некоторые примеры из практики работы над математическими понятиями в начальной школе. Так, например, при работе со школьниками ввели критерии «понимания» слова-математического термина, обозначающего понятие.

В речевой оборот ввели

«Понимание 1» – слово знакомо, я уже его слышал и узнаю, могу различать объекты, которые оно обозначает.

«Понимание 2» – я сверился со словарем, учебником, учителем, одноклассником и т.п., что понимаем одно и то же. Могу рассказать другому человеку об этом понимании, ответить на вопросы.

«Понимание 3» – я могу задать уточняющие вопросы и придумать подобную задачу, выражение и т.п.

В речевых высказываниях мы переходим от описания к предписанию, за счёт чего возникают дополнительные модальности — деонтическая и каузальная, и тем самым этот переход меняет социальную и коммуникативную ситуацию.

Через Я-высказывание объявляется свой новый статус и способность. Я – тот, кто объясняет, понимает, я могу объяснить, я понимаю, могу понять. Высказывание осуществляется не в форме должествования, а в форме осуществления возможности.

Стоит также различать высказывания «Я хочу объяснить» и «Я объясняю». Первое высказывание содержит только потенциал возможности, но также в неявном виде и потенциал невозможности, так как может мыслится продолжение «…, но не могу».

В данной статье только обозначены некоторые возможности методических подходов, при которых целенаправленный переход от формальных учебных действий к математическим и учебным действиям наполненным индивидуальным смыслом (освоенное/понятое/понятие) выступает как логическое следствие.

Список литературы

1. Горячев В.В. О роли ассоциаций в отечественных исследованиях мышления // Мир науки. Педагогика и психология. – 2021. – Т. 9. – № 6. – URL: https://mir-nauki.com/PDF/01PSMN621.pdf.

2. Казанская К.О., Ромащук А.Н. Проблема перехода от «наивных» к научным понятиям: подход концептуальных изменений и школа Л.С. Выготского // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. – 2021. – № 3. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/problema-perehoda-ot-naivnyh-k-nauchnym-ponyatiyam-podhod-kontseptualnyh-izmeneniy-i-shkola-l-s-vygotskogo.

3. Коссов Б.Б., Ратанова Т.А. О теории обобщенных ассоциаций П.А. Шеварева // Вопросы психологии. – 1982. – № 5. – С. 61-72. – URL: https://www.voppsy.ru/issues/1982/825/825061.htm.

4. Остин Дж. Как совершать действия при помощи слов // Избранное. – М.: Пресс: Дом интеллектуальной книги, 1999. – 332 с.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ: ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ GEOBOARD В ОБУЧЕНИИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Т. В. Федорова, канд. пед. наук,
ФГБОУ ВО «Самарский государственный социально-педагогический университет»,
Самара, Россия
e-mail: fedorova@pgsga.ru

Аннотация. Целью настоящей статьи является демонстрация возможностей применения веб-приложения Geoboard в математическом образовании обучающихся начального звена школы.

Ключевые слова: математическое образование, младшие школьники, веб-приложение Geoboard.

MODERN TECHNOLOGIES IN MATHEMATICAL EDUCATION: THE POSSIBILITIES OF USING THE GEOBOARD WEB APPLICATION IN TEACHING YOUNGER SCHOOLCHILDREN

T. V. Fedorova, candidate of pedagogical sciences,
Samara State Socio-Pedagogical University,
Samara, Russia
e-mail: fedorova@pgsga.ru

Annotation. The purpose of this article is to demonstrate the possibilities of using the Geoboard web application in the mathematical education of elementary school students.

Keywords: mathematical education, elementary school students, Geoboard web application.

В современной начальной школе педагоги сталкиваются с необходимостью решения актуальных задач, в числе которых – развитие приемов умственной деятельности, пространственного мышления и воображения, математических и творческих способностей детей младшего школьного возраста.

Каким образом организовать обучение математике так, чтобы образовательная деятельность младших школьников носила поисковый, творческий характер, способствовала снижению уровня тревожности у многих учеников при изучении математики, развивать при этом не только предметные знания, но и метапредметные умения, а также личностные образовательные результаты, содействовать сохранению и развитию их учебной мотивации, добиваться повышения качества и оптимизации обучения математике обучающихся начальной школы?

В современном начальном математическом образовании имеется немало технологий, в том числе, ИКТ, которые помогают учителю в решении поставленных задач.

Цифровые образовательные ресурсы, одним из которых является математический планшет (геоборд), соответствуют современным техническим возможностям и способствуют плавному подключению младшего школьника к современному информационному пространству, помогая развивать у обучающихся основы компьютерной грамотности.

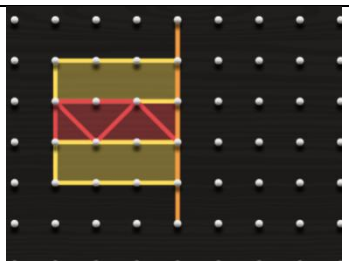
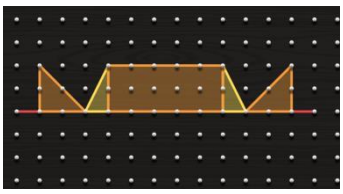
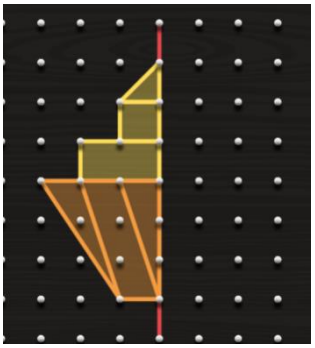
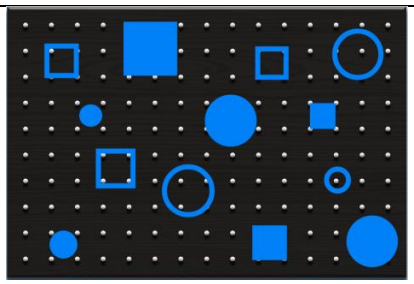
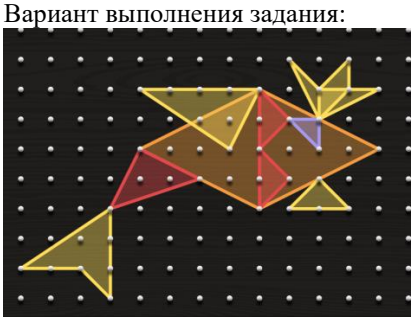
Веб-приложение Geoboard – многофункциональный учебно-игровой цифровой образовательный ресурс – позволяет детям конструировать на плоскости различные изображения (геометрические фигуры, узоры, предметы, силуэты, цифры). В процессе работы с различными инструментами веб-приложения ребенок учится математике с увлечением, у него формируются представления об окружающем мире, а геометрическое содержание обеспечивает систематическую образность подачи материала, имеет ничем не заменимое воздействие на общее развитие личности, формирование восприятия, развитие мыслительных процессов, внимания, памяти, воображения [1]. Геометрический материал в данном контексте выполняет не столько иллюстративную, сколько смыслообразующую функцию: он позволяет младшим школьникам осмысленно участвовать в процессе изучения математических объектов, закономерностей, структурировать свой опыт и формировать научные представления о пространстве, форме, структуре объектов [2]. Благодаря своей наглядности, вариативности и конкретности он обеспечивает переход от образного к логическому мышлению, от практических действий к теоретическому осмыслению. Опыт взаимодействия с геометрическими объектами позволяет обучающимся не только осваивать математические понятия, но и развивать универсальные учебные действия, формируя основу для успешного обучения в последующие годы.

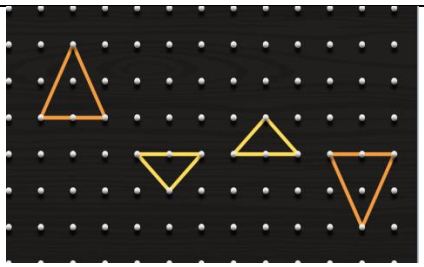
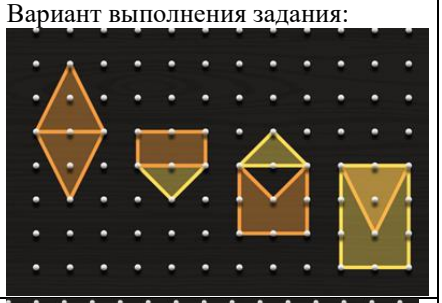
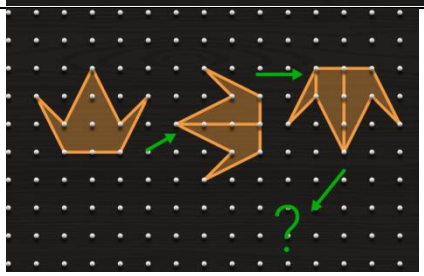
Для создания веб-изображений в приложении используются оригинальные инструменты – цветные резиночки и специальные цифровые карандаши, можно применять уже готовые фигуры – закрашенные и незакрашенные; имеется возможность добавлять числа и символы, заполнять фигуру цветом, а также менять цвет фигуры; ребенок может дублировать и поворачивать фигуры. Эти уникальные инструменты позволяют ученикам воплощать самые смелые, в том числе, творческие идеи, превращая традиционные методы в современные цифровые решения.

Веб-приложение Geoboard, как одно из ЭОР, благодаря своим возможностям обеспечивает интерактивный формат обучения. Платформа для обучения предоставляет возможность и ученикам, и учителям создавать и использовать интерактивные задания, которые помогают детям осваивать, совершенствовать и обобщать знания по различным темам математики; ученики могут работать парами, группами; задания возможно применять как на уроках, так и в процессе организации занятий внеурочной математической деятельности. Представим в таблице 1 некоторые примеры заданий по применению веб-приложения Geoboard в математическом образовании детей младшего школьного возраста.

Таблица 1 – Применение веб-приложения Geoboard (Geoboard by The Math Learning Center – URL: https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/) в математическом образовании детей младшего школьного возраста

Задача применения	Пример задания	Пример иллюстрации или выполнения задания с использованием веб-приложения Geoboard

Развитие приемов воображения (задание на прием реконструкции – по (признаку, свойству) части достроить начатое изображение до целого образа).	Попав в Тридевятое царство, Вовка пожелал: во-первых, пирожного, во-вторых, конфету, а в-третьих, мороженого. Двое из ларца обещали наколдовать сладости, да справились только с половиной задачи. Помогите Вовке выполнить желания – достройте на геоборде изображения. Работайте парами (договоритесь, кто будет начинать выполнение задания, а кто – заканчивать). 	  
Развитие приемов умственной еятельности (умение анализировать, сравнивать, классифицировать).	По заданию Василисы помогите Вовке разделить фигуры на группы. Предложите разные варианты. Выполняйте задание парами (один выполняет, другой – проверяет).  	
Развитие умения конструировать (задание на конструирование по условиям), развитие творческих способностей.	Вовка пошел к морю и стал звать Золотую рыбку. Изобразите ее на виртуальном геоборде из треугольников. Работайте парами (проверьте друг у друга). 	Вариант выполнения задания: 

Формирование математических способностей (задание на развитие способности к логическому мышлению в сфере количественных и пространственных отношений, числовой и знаковой символики, способность мыслить математическими символами).	Чтобы помочь Печке накормить его пирожками, Вовка рубил дрова, топил печку и замешивал тесто. Помогите Вовке слепить пирожки (достройте треугольники на геоборде – «испеките пирожки»): четырехугольные – с мясом, пятиугольные – с повидлом. 	 Вариант выполнения задания: 
Развитие пространственного мышления (как разновидности образного). Образ под влиянием задачи видоизменяется и по пространственному положению, и по структуре (задание на III тип оперирования пространственным образом).	В сказочной стране все волшебно. Во дворце у Царя на троне Вовка увидел корону. Захотел было Вовка надеть ее на себя, да неведомая сила подхватила ее и понесла. Старался Вовка догнать корону, да на глазах она меняться начала. Догадайтесь, что в изображении короны меняется. Найдите закономерность, продолжите, ответьте на вопрос: как будет выглядеть изображение короны? Двигайтесь по стрелочкам. Изобразите на геоборде. 	 Вариант выполнения задания: 

Таким образом, применение в математическом образовании младших школьников виртуального геоборда будет способствовать развитию специфико-математических (предметных), метапредметных (познавательных, коммуникативных, регулятивных) образовательных результатов, повышению у обучающихся интереса к изучению математики, результативности процесса обучения.

Список литературы

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности: основные характеристики надежности и их статистический анализ. – М.: КД Либроком, 2017. – 584 с.

2. Мусаева И.М. Приемы формирования у детей младшего школьного возраста умения классифицировать на уроках математики // Образовательные технологии в современном учебно-воспитательном пространстве: сборник статей V Всероссийской методико-практической конференции. – 2022. – С. 160-166.

РАЗВИВАЮЩИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРОЦЕССА УСВОЕНИЯ МЛАДШИМИ ШКОЛЬНИКАМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

О. В. Шереметьева, канд. пед. наук, доцент,
Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: olga.sheremetyeva@gmail.com

Аннотация. Сформулированы методические условия изучения геометрического материала в начальной школе, реализация которых способствует развитию пространственного и логического мышления младших школьников и повышению их уровня усвоения геометрических знаний.

Ключевые слова: изучение геометрического материала в начальной школе, развитие пространственного мышления младших школьников, развитие логического мышления младших школьников.

DEVELOPMENTAL OPPORTUNITIES OF THE PROCESS OF LEARNING GEOMETRICAL MATERIAL BY YOUTH SCHOOL STUDENTS

O. V. Sheremetyeva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Herzen Russian State Pedagogical University,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: olga.sheremetyeva@gmail.com

Annotation. The article formulates methodological conditions for studying geometric material in primary school, the implementation of which contributes to the development of spatial and logical thinking in primary school students and increases their level of geometric knowledge acquisition.

Keywords: studying geometric material in primary school, development of spatial thinking in primary school students, development of logical thinking in primary school students.

Изучение математики в начальной школе призвано развивать у детей умение искать пути решения проблем, получать субъективно новые знания на основе использования имеющихся знаний и методов, осуществлять переход от житейских представлений к отвлеченному мышлению. Геометрия, являясь органической частью математики, обладает при этом особыми возможностями для создания картины окружающего мира, позволяя связать в сознании видимое с абстрактными знаниями и рассуждениями.

Во ФГОС НОО в качестве предметных результатов обучения названы развитие пространственного, логического мышления, формирование умения формулировать утверждения, строить логические рассуждения, а также использовать начальные математические знания при решении практических задач для описания окружающих предметов, оценки их пространственных отношений [4]. Средством достижения перечисленных результатов может выступать геометрический материал. Но для того, чтобы геометрический материал мог выполнить эту роль, процесс его освоения должен соответствовать определенным методическим условиям. Остановимся на тех условиях,

работа по реализации которых представлена в существующих учебно-методических комплексах недостаточно.

1. *Организация работы с предметными моделями геометрических фигур.*

Реализация принципа наглядности в процессе изучения геометрических объектов предполагает наличие у детей возможностей оперирования предметными моделями идеальных геометрических объектов. Моторика и мышечное чувство грают важную роль в развитии мышления ребенка, поэтому недостаточно опираться только на непосредственное созерцание различных моделей геометрических объектов – предметных и графических, важно, чтобы ученики могли экспериментально обнаруживать свойства геометрических объектов в ходе активных действий с такими моделями.

Идеи использования предметной наглядности на начальном этапе изучения геометрии высказываются уже более ста лет. Так А.Р. Кулишер в своем докладе на 1 съезде преподавателей математики в 1911 году сформулировал критерии, которым должны удовлетворять пропедевтические курсы геометрии, одним из таких критериев было соединение трех составляющих – мысли, руки и слова [2].

Помимо учебных заданий, связанных с распознаванием геометрических объектов, учащиеся должны иметь возможность конструировать геометрические модели, разбивать их на части и составлять фигуры из частей. В качестве моделей геометрических объектов, которые для этого используются, могут выступать различные дидактические пособия, представляющие собой наборы плоских фигур, например, «геометрическое лото», дающие возможность непосредственного чувственного взаимодействия с ними – выкладывание последовательностей, разбиение на группы, создание орнаментов, составление фигур из деталей и др. Для этого же могут применяться различные конструкторы, например, магнитный конструктор, с помощью которого из плоских деталей можно составлять как плоские, так и объемные модели геометрических фигур, а также анализировать заранее составленные модели, разбирать их на части. Кроме того, целесообразно с первого класса использовать для индивидуальной работы модели многогранников, в первую очередь куба, а также различных видов призм, пирамид, на гранях которых можно рисовать маркером: строить линии, писать разные знаки для дальнейшего определения, какой из таких знаков написан на гранях, невидимых для наблюдателя, выполнять другие учебные задания [3].

2. *Организация работы с изображениями плоских геометрических фигур.*

Для изображений в начальной школе целесообразно использовать как нелинованную бумагу, так и бумагу с разлиновкой (квадратную, а для внеурочной деятельности и треугольную сетку) [5]. Нелинованная бумага может быть использована как для построения без использования инструментов, так и для построений с помощью линейки и угольника. В первом случае ребенок получает возможность фиксировать в сознании мышечные ощущения при проведении прямых и кривых линий, развивать глазомер. Во втором случае ребенок учится изображать фигуры в различных положениях, а не только в привязке к вертикальным и горизонтальным линиям на клетчатой бумаге.

Бумагу в клетку следует использовать в качестве инструмента, с помощью которого мы можем показать на рисунке различные свойства объектов – соотношения

длин, величин углов, наличие прямых углов, параллельность линий и др. Бумага в клетку может использоваться для выполнения учащимися заданий исследовательского характера. Например, можно предложить нарисовать отрезок длиной 6 клеток, сказав, что это одна из сторон треугольника, и нужно нарисовать две другие стороны треугольника при условии, что их длины равны. В ходе выполнения этого задания учащиеся выполняют пробные действия, затем проверяют их правильность при помощи линейки, обсуждают вопрос о количестве треугольников, отвечающих названным требованиям.

3. *Организация работы с изображениями объемных геометрических фигур.*

Как правило, в учебниках математики отсутствует работа по установлению соотношений между предметными моделями многогранников и тел вращения и их изображениями в параллельной проекции. С этой целью могут быть использованы задания на нахождение изображений предмета, имеющего форму известного многогранника, полученных из различных положений наблюдателей, задания на изменение положения предметной модели с целью соответствия данному изображению, построение плана местности, на которой расположены предметы, имеющие форму многогранников и др.

Для понимания детьми целесообразности нахождения специальных способов изображения невидимых ребер многогранников могут быть использованы прозрачные модели тел. Во внутреннюю область таких моделей может быть засыпан песок, поэтому можно обсудить с учениками изображение многогранника как с песком, так и без него, найти способ выделения тех ребер, которые мы не можем видеть, если внутри находится песок.

4. *Организация работы по расширению объема изучаемых понятий.*

Такая работа может осуществляться как за счет выполнения учащимися заданий на варьирование несущественных свойств геометрических объектов, так и заданий на определение существования объекта [1]. Примером последних может служить задание на выяснение вопроса о существовании пирамиды, у которой две грани являются прямоугольными треугольниками. Для выполнения этого задания учащиеся могут использовать различные модели пирамиды, в частности, составленную из деталей магнитного конструктора, или полученную из коктейльных трубочек, соединенных резинкой, проходящей внутри трубочек. Взяв какую-то из моделей пирамиды из трубочек, например, правильную четырехугольную, можно показать способ реализации условия – наличия граней в форме прямоугольных треугольников – с помощью изменения углов и длин ребер за счет растяжения соответствующих резинок.

В связи с незначительным объемом геометрического содержания в современных учебно-методических комплексах по математике для начальной школы, описанные методические условия изучения геометрического материала требуют от учителя определенных усилий по созданию учебных заданий и организации работы с ними. Но, как показывает практика, их реализация может оказать значительное влияние на развитие пространственного и логического мышления младших школьников и повышение их уровня усвоения геометрических знаний.

Список литературы

1. Каменкова Н.Г., Шереметьева О.В. Задания исследовательского характера для развития пространственных представлений школьников // Начальная школа. – 2025. – № 12. – С. 19-26.

2. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики 27 декабря 1911 – 3 января 1912 г. – Санкт-Петербург, 1913.

3. Туркина В.М., Шереметьева О.В. Изучение геометрических фигур в профессиональной подготовке будущих учителей // Начальная школа. – 2024. – № 9. – С. 9-13.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/ (дата обращения: 27.05.2026).

5. Шереметьева О.В. Задачи на построение с использованием сетки в процессе подготовки будущих учителей // Начальная школа плюс До и После. – 2004. – № 8. – С. 42-46.

Секция 2.
Школьное математическое образование: проблемы и перспективы

ИННОВАЦИОННАЯ СИСТЕМА ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

В. С. Абатурова, канд. пед. наук,
Владикавказский научный центр РАН, Южный математический институт ВНЦ РАН,
Владикавказ, Россия
e-mail: veronika-abaturova@yandex.ru

Аннотация. Раскрыты и обоснованы особенности созданной в Республике Северная Осетия-Алания инновационной системы повышения квалификации учителей математики, направленной на формирование и развитие исследовательской методической компетентности учителя. Представлены модульная структура содержания программ повышения квалификации учителей математики и организация обучения учителей в дидактической триаде «обучение – исследование – внедрение», а также технология научного метода решения проблем как инструмент формирования исследовательской методической компетентности учителя математики.
Ключевые слова: повышение квалификации учителей математики, исследовательская методическая компетентность, обучение, исследование, внедрение.

INNOVATIVE SYSTEM OF PROFESSIONAL DEVELOPMENT FOR MATHEMATICS TEACHERS

V. S. Abaturova, candidate of pedagogical sciences,
Владикавказский научный центр РАН, Южный математический институт ВНЦ РАН,
Vladikavkaz, Russia
e-mail: veronika-abaturova@yandex.ru

Annotation. The article reveals and substantiates the features of the innovative system of advanced training for mathematics teachers created in the Republic of North Ossetia-Alania, which is aimed at the formation and development of the teacher's research methodological competence. The article presents the modular structure of the content of advanced training programs for mathematics teachers and the organization of teacher training in the didactic triad of «teaching, research, and implementation», as well as the technology of the scientific method of problem solving as a tool for the formation of the research methodological competence of a mathematics teacher.
Keywords: advanced training for mathematics teachers, research methodological competence, training, research, and implementation.

Учитель в ходе обучения учащихся на уроке и во внеурочной деятельности сталкивается с множеством проблемных ситуаций, разрешение которых зависит не только от его предметных и методических знаний, но и от умения проводить собственное методическое исследование. В профстандарте педагога [5] отмечается, что учитель математики должен уметь организовывать исследования – эксперимент, обнаружение закономерностей, доказательства в частных и общем случаях, проводить совместно с обучающимися анализ учебных и жизненных ситуаций, в которых можно применить математический аппарат и математические инструменты.

Для формирования у учителя умения организовывать исследования, т.е. выявлять проблемные вопросы (исследовательские задачи), осуществлять поиск научно-обоснованных ответов (решений), необходимо иметь соответствующую систему повышения квалификации.

В связи с этим, разработанная в Республике Северная Осетия-Алания, инновационная система повышения квалификации учителей математики имеет следующие особенности:

I. Исследовательская направленность целеполагания (акцент сделан на формирование и развитие исследовательской методической компетентности учителя).

II. Модульная структура содержания программы (охватывает методическую, математическую и исследовательскую тематику).

III. Организация процесса повышения квалификации в дидактической триаде «обучение - исследование - внедрение».

Раскроем каждую особенность инновационной системы повышения квалификации и теоретические особенности их реализации.

I. Целью повышения квалификации учителей математики является формирование и развитие исследовательской методической компетентности учителей математики.

Исследовательская методическая компетентность учителя понимается как способность, готовность и успешный опыт реализации учителем исследовательской методической деятельности [1].

Под *исследовательской методической деятельностью учителя* понимаем методическую деятельность по решению исследовательских методических задач (ИМЗ), где *исследовательская методическая задача* – это сформулированная проблема обучения, которую предстоит решить.

Под *методической деятельностью учителя,* вслед за И. Е. Маловой [4], понимаем деятельность по организации педагогического процесса, направленную на полноценно результативное освоение обучающимися учебного предмета.

II. Созданы модули содержания образовательной программы повышения квалификации учителей математики, которые позволяют а) обеспечить предметную успешность обучающихся и обогатить их субъектный опыт (модуль 1); предоставить средства формирования и развития исследовательской методической компетентности учителя и научного стиля мышления учащихся (модуль 2); преодолеть затруднения учащихся и учителей при решении сложных математических задач (модуль 3).

Модуль 1. Реализация научно-обоснованных базовых методик на основе ключевых положений деятельностного подхода и личностно ориентированного обучения.

К базовым методикам относятся: методика формирования понятий, методика формирования умений, методика обучения решению задач, методика изучения теорем.

Модуль 2. Реализация этапов научного метода решения проблем (НМРП) в урочной и внеурочной деятельности учителя математики.

Теоретическими основами модуля являются: определение научного метода решения проблем, признаки распознавания завершенности этапов НМРП, сущность каждого этапа НМРП.

Под *научным методом решения проблем понимаем алгоритм исследовательских действий: I этап – постановка проблемы (исследовательской задачи); II этап – наблюдение, эксперименты и их анализ, III этап – поиск закономерностей, выдвижение гипотезы; IV этап – построение модели для проверки гипотезы; V этап – проверка гипотезы, получение решения, проверка адекватности решения; VI этап – выводы, постановка новой проблемы (исследовательской задачи)* [2].

Данное определение согласуется с пятиступенчатой процедурой решения проблем Джона Дюьи, обосновывающей необходимость постановки у учащихся научного мышления на всех стадиях обучения как конечную цель педагога: «I) чувство затруднения, II) его определение и определение его границ, III) представление о возможном решении, IV) развитие путем рассуждения об отношениях представления, V) дальнейшие наблюдения, приводящие к признанию или отклонению, т.е. заключение уверенности или неуверенности» [3, с.61].

Модуль также предусматривает:

1) примеры реализации научного метода решения проблем на уроках при применении базовых методик обучения математике и технологию анализа урока математики с позиции реализации на нем этапов научного метода решения проблем;

2) методические рекомендации: а) по подготовке школьников к участию в конкурсах исследовательских работ и научных конференциях, б) по обобщению методического опыта учителя, в) по подготовке учителей к работе в составе жюри конкурсов и олимпиад.

Модуль 3. Реализация методики преодоления математических затруднений обучающихся (школьников и учителей математики).

Методика предусматривает: методические приемы анализа условия задач выбранного типа и поиска способа их решения; теоретические основы решения задач выбранного типа; образцы решения задач выбранного типа.

III. Разработаны организационно-педагогические основы системы повышения квалификации учителей математики в дидактической триаде «обучение - исследование - внедрение».

Создание инновационной системы повышения квалификации учителей математики основано на принципе интеграции науки и образования, под которым понимаем *фундаментальное правило дидактики, требующее объединения теоретического обучения с реальной исследовательской методической деятельностью, в ходе которого исследование является частью учебного процесса, а учебный процесс - источником педагогических инноваций.* При этом, структура занятий выстраивается как последовательность этапов «теория – технология – практика».

Технология раскрывает ориентировочные основы для успешной практической деятельности по применению изученной теории.

Организационные основы предусматривают: а) непрерывность процесса повышения квалификации; б) деятельностный подход и личностно ориентированное обучение (диалогичность курсов повышения квалификации); в) методическое сопровождение: раздаточные материалы (листы с печатной основой; рабочие листы для учащихся); диалоговые обучающие компьютерные презентации.

Представленные модули отражают направления методической подготовки учителя. Содержание занятий с учителями вариативно – оно может включать один, два, или все три модуля на одном занятии. Примером инновационной программы курса повышения квалификации учителей математики (24 ак.ч.) является программа по теме «Развитие исследовательской методической компетентности учителя математики в условиях современных вызовов», реализованная в период с 24 по 27 июня 2026 года в Республике Северная Осетия-Алания в рамках XVI Открытой Республиканской летней математической школы для учителей (ЛМШУ-2026), с видеоматериалами которой можно ознакомиться по ссылке.

Разработанная инновационная система повышения квалификации учителей математики прошла успешную апробацию в системе повышения квалификации учителей математики в Республике Северная Осетия-Алания в рамках различных мероприятий: Летней математической школы для учителей (2011–2026 гг.), Владикавказской школы молодого учителя математики (2022 г.), Межрегиональной научно-практической конференции «Владикавказские Колмогоровские чтения» (2003–2026 гг.), Международной научной конференции «Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования» в рамках секции «Современные проблемы математического образования» (2015–2025 гг.), Лектория «Моделирование методической деятельности учителя при обучении учащихся решению сложных задач» (2021–2026 гг.), Межрегионального научно-практического семинара «Наука – Школе» (2011–2026 гг.).

Список литературы

1. Абатурова В.С. Развитие исследовательской методической компетенции учителя математики: Владикавказский семинар «Наука – Школе» // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2024. – № 1 (33). – С. 8–17.

2. Абатурова В.С. Научный метод решения проблем как инструмент создания новых методических решений // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития: материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (25–27 сентября 2025 г.). – Минск: Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка, 2025. – С. 284-287.

3. Дьюи Д. Психология и педагогика мышления / пер. Н.М. Никольской. – М.: Издательство Юрайт, 2021. – 166 с.

4. Малова И.Е. Непрерывная методическая подготовка учителя математики: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора педагогических наук. – Ярославль, 2007. – 43 с.

5. Приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. N 544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» (с изменениями и дополнениями) – URL: https://base.garant.ru/70535556/.

«ПРАЗДНИК ТОЧНЫХ НАУК»: ИЗ ОПЫТА ОРГАНИЗАЦИИ ГОРОДСКОГО ДНЯ МАТЕМАТИКИ

Е. В. Армеева, учитель математики,
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
городского округа «Город Архангельск» «Средняя школа № 14 с углублённым
изучением отдельных предметов имени Я.И. Лейцингера»,
Архангельск, Россия
e-mail: a7enka@yandex.ru
Е. В. Басина, учитель математики,
Муниципальное образовательное учреждение «Новодвинская гимназия»
Новодвинск, Россия
e-mail: evbasina@yandex.ru

Аннотация. В статье обобщается опыт организации внешкольного мероприятия муниципального уровня, приуроченного ко всероссийскому Дню математика. «Праздник точных наук» имеет целью популяризацию математических знаний среди разных возрастных категорий. В статье освещаются этапы подготовки и проведения мероприятий для школьников, их родителей и учителей, прошедших апробацию в городе Архангельске.

Ключевые слова: внеклассные мероприятия к Дню математика, популяризация математических знаний, формы внеурочной деятельности.

«THE HOLIDAY OF EXACT SCIENCES»: FROM THE EXPERIENCE OF ORGANIZING THE CITY DAY OF MATHEMATICS

E. V. Armeeva, mathematics teacher,
Municipal Budgetary General Education Institution
Urban District «Arkhangelsk city»
«Secondary School No. 14 with Advanced Study
of Certain Subjects named after Y.I. Leitzinger»,
Arkhangelsk, Russia
e-mail: a7enka@yandex.ru
E. V. Basina, mathematics teacher,
Municipal Educational Institution ‘Novodvinsk Gymnasium’,
Novodvinsk, Russia
e-mail: evbasina@yandex.ru

Abstract. The article summarizes the experience of organizing an extracurricular event at the municipal level, dedicated to the All-Russian Mathematics Day. The «Holiday of Exact Sciences» aims to popularize mathematical knowledge among different age categories. The article highlights the stages of preparation and holding events for schoolchildren, their parents and teachers who have been tested in the city of Arkhangelsk.

Keywords: extracurricular activities for Mathematics Day, popularization of mathematical knowledge, forms of extracurricular activities.

День математика в России – новый праздник, иниициатива об учреждении которого прозвучала в ноябре 2023 года на Всероссийском съезде учителей и преподавателей математики в МГУ имени М.В. Ломоносова. Он отмечается 1 декабря – в день рождения Н.И. Лобачевского. К этому дню можно приурочить внеклассные мероприятия, целью которых является популяризация математических знаний не только среди обучающихся общеобразовательных школ, но и всех участников образовательного процесса. Разработке таких мероприятий была посвящена деятельность творческой группы учителей математики города Архангельска и Архангельской области. Их задачами стали: развитие логического мышления и умения решать нестандартные математические задачи; формирование навыков коллективной работы, так как совместная работа над заданиями способствует созданию дружеской атмосферы и укреплению социальных и внутрисемейных связей; развитие мотивации к самообразованию; а также умению видеть математические закономерности в окружающем мире, в различных направлениях науки и техники, что способствует формированию целостного восприятия реальной действительности. Двухлетний практический опыт реализации городского «Праздника точных наук» в 2024, 2025 гг. представлен ниже.

На подготовительном этапе определяется круг участников праздника, место проведения, разрабатывается план мероприятий с учетом интересов всех, привлекаются партнёры - спонсоры. Гостями праздника стали команды 5-11 классов, их родители и учителя (всех предметов). Мероприятия разделяются на несколько категорий:

- игры для детских команд,
- квиз для команд учителей,
- лекторий для родителей,
- мастер-классы, математический спектакль и творческие конкурсы для всех желающих.

Площадкой проведения выбрана МБОУ «Средняя школа № 14 с углублённым изучением отдельных предметов имени Я.И. Лейцингера» г. Архангельска. Это обусловлено тем, что праздник проводится в течение одного дня. Начинается мероприятие со Всероссийского флешмоба «Контрольная по математике для взрослых и не только «MathCat», в котором принимают участие дети, родители, учителя. Суть игры составляет решение 10 авторских математических задач выбранного уровня сложности за 1,5 астрономических часа [1].

Следующие мероприятия проходят для разных категорий участников одновременно:

1. Лекторий для родителей (авторские разработки). Среди тем, предложенных родителям, были такие как: «Учимся читать учебник математики: как помочь ребёнку освоить смысловое чтение» (5-7 класс), «ОГЭ – это не страшно» (8-9 класс), «Решаем задания ЕГЭ вместе» (10-11 класс).

2. Командные игры для детей: «Олимпиадная математика в стране сказок», «Математический переполох» (авторские разработки) и др.

После проведения данного этапа всех объединяет творческая часть праздника: математический спектакль «Про Федота-стрельца и царицу Математику» (рисунок 3) [4],

мастер-классы «Многогранники в технике модульного оригами» [2], «Магия геометрии» (рисунок 1).



Рисунок 1 – Мастер-класс



Рисунок 2 – Фотозона



Рисунок 3 – Сцена из спектакля

Заключительным этапом праздника является квиз для учительских команд «Себе на уме» (авторская разработка) (фото 4).



Рисунок 4 – Сцена из спектакля

В ходе праздника демонстрируются тематические мультфильмы (например, «Коля, Оля и Архимед» и др.), организованы фотозоны (фото 2), выставки творческих работ учащихся (например, аппликации с использованием танграма). К каждому празднику готовятся авторские открытки к Дню математика.

Таким образом, традиционная внеклассная работа учителей математики обрела новый востребованный формат, который привлёк новую аудиторию: год от года растёт количество участников, что показывает возрастающий интерес к точным наукам. Организаторы получили много положительных отзывов. Данная работа будет продолжена в ежегодном формате.

Список источников

1. День математика (Репортаж с официальной группы в ВК МБОУ №14) – URL: https://m.vk.com/wall-699615_5176 (дата обращения 21.06.2026).

2. Сайт учителя математики Кузьминой И.А. Режим доступа: https://kuzminaia.narod.ru/mathem1.html (дата обращения: 21.06.2026).

3. Тимофеева Е.С. Организация и особенности проведения – URL: https://nsportal.ru/timofeeva-ekaterina-16 (дата обращения: 14.06.2025).

4. Флэшмоб по математике «Mahtcat» (Фоторепортаж с официальной группы учителей математике г. Архангельска и области) – URL: https://vk.com/wall-226272331_2980 (дата обращения: 21.06.2026).

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО СТОХАСТИКЕ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

М. С. Артюхина, д-р пед. наук, доцент,
Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
Арзамас, Россия
e-mail: marimari07@mail.ru
Н. А. Шкрябко, аспирант,
Армавирский государственный педагогический университет,
Армавир, Россия
e-mail: shkryabko.nik@mail.ru

Аннотация. В статье обосновывается необходимость развития функциональной математической грамотности обучающихся. Курс «Вероятность и статистика» обладает значительным дидактическим потенциалом для достижения этой цели благодаря своей прикладной направленности и связи с реальными случайными процессами. В качестве эффективного инструмента предлагаются лабораторные работы, сочетающие аналитический расчёт вероятностей с последующей экспериментальной проверкой результатов с использованием цифровых виртуальных сред.
Ключевые слова: лабораторные работы по математике, функциональная математическая грамотность, вероятность и статистика.

LABORATORY WORK ON STOCHASTICS AS A MEANS OF DEVELOPING STUDENTS' FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY

M. S. Artyukhina, doctor of pedagogical sciences, docent,
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Arzamas, Russia
e-mail: marimari07@mail.ru
N. A. Shkriabko,
Armavir State Pedagogical University,
Armavir, Russia
e-mail: shkryabko.nik@mail.ru

Annotation. The article substantiates the need for the development of functional mathematical literacy of students. The course «Probability and Statistics» has significant didactic potential to achieve this goal due to its applied focus and connection with real random processes. Laboratory work combining analytical calculation of probabilities with subsequent experimental verification of the results using digital virtual environments is proposed as an effective tool.
Keywords: laboratory work in mathematics, functional mathematical literacy, probability and statistics.

Современные тенденции социальной среды, такие как нестабильность, проникновение цифровых технологий во все сферы деятельности ориентируют

образовательные процессы на внутренние ресурсы ученика. Главными задачами становятся его самоактуализация и стремление реализовать свой потенциал [1]. Необходимо формирование новых личностных составляющих для реализации обучающихся в новых реалиях неопределенности и цифровизации. В связи с этим в педагогической науке все больше внимания уделяется развитию субъектности обучающегося. Ценностными личностными характеристиками становятся инициативность, самостоятельность в принятии решений, креативность и рефлексия, способность к продуктивной командной работе. Основой этих качеств является функциональная грамотность, основанная на совокупности прикладных знаний, умений и практических навыков. Именно она позволяет человеку критически оценивать информацию и находить выходы из нешаблонных ситуаций. Снижение функциональной грамотности может приводить к нарушению взаимодействия индивида с социумом и ограничивать возможности для полноценной самореализации и личностного роста.

Согласно методологии международного исследования PISA, структура функциональной грамотности современного человека представлена набором компонентов: читательская грамотность; математическая грамотность; естественнонаучная грамотность; финансовая грамотность; креативное мышление; глобальные компетенции [2].

Вопрос о том, что представляет собой функциональная математическая грамотность в научно-методической литературе остается дискуссионным. Анализ существующих точек зрения позволил выделить две основные содержательные линии [3]. В рамках компетентностно-ориентированного подхода ключевым в формировании математической грамотности является направленность на практикоориентированность и междисциплинарность в содержании обучения. В рамках системно-деятельностного подхода функциональная математическая грамотность включена в интерактивную среду обучения для самостоятельного познания и выработки умений самим обучающимся. Здесь роль учителя сводится к роли наставника, фасилитатора. Оба подхода имеют концептуальные особенности, но при этом, считаем, что для построения эффективного обучения математике направленного на формирование функциональной математической грамотности необходимо гармоничное сочетание двух подходов.

Анализ структуры математической грамотности позволил выделить в ней несколько взаимосвязанных уровней: базовый, операциональный, стратегический. На базовом уровне математическая грамотность определяется фундаментальными математическими знаниями, владением математическим аппаратом, достаточный уровень выполнения разнообразных вычислительных действий, а также набор сформированных мыслительных навыков, например, таких как индуктивные и дедуктивные методы. На операциональном уровне подключаются метапредметные навыки, умение применять математический инструментарий для решения задач из других предметных областей. На стратегическом уровне наиболее выражена когнитивная функция с развитыми математическими способностями, необходимая для решения нестандартных задач, в том числе из реальной практики, с подключением исследовательской составляющей [4].

Школьный курс «Вероятность и статистика» обладает большим дидактическим потенциалом для формирования функциональной математической грамотности,

поскольку связывает абстрактную математику с реальной жизнью, позволяя применять математические знания в повседневных ситуациях, где данные неочевидны, а процессы случайны. В структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основной школы рассматривается представление данных и описательная статистика, начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках, а понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновозможными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. Также в рамках этого курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах [5].

На наш взгляд, одной из эффективных форм изучения курса «Вероятность и статистика» в контексте формирования функциональной математической грамотности является лабораторная работа. Поскольку именно лабораторные работы нацелены на приобретение учащимися новых знаний в тесной связи с реальной жизненной практикой. Применение лабораторных работ в школьном курсе математики обеспечивает не только отработку вычислительных алгоритмов и экспериментальных процедур, но и интенсификацию восприятия за счет визуализации абстрактных математических объектов. Кроме того, данная форма организации занятий способствует углублению понимания предметного содержания, активизации мыслительных операций (анализ, синтез, обобщение) и формированию у школьников устойчивых навыков работы с источниками информации, что в совокупности выводит процесс усвоения знаний на качественно иной уровень.

В исследованиях В.Ю. Бодрякова и А.А. Быкова выделено, что лабораторные работы по математике, совмещающие в себе теоретическую подготовку (работа «математика-теоретика», когнитивный компонент) и практическую, желательно натурную, реализацию (работа «математика-экспериментатора», деятельностный компонент), являются действенным и эффективным воплощением когнитивно-деятельностного подхода к обучению математике. При этом лабораторным работам по математике не уделяется достаточного внимания, они правило, выполняются не систематически, от случая к случаю, и лишь некоторыми учителями, ввиду отсутствия необходимого учебного оборудования, цифровых инструментов и недостатка методических разработок [6].

Лабораторные работы по теории вероятностей целесообразно разделять на две составляющие. На первом этапе проводится аналитический расчет, затем экспериментальная проверка полученного результата с помощью цифрового инструмента. Методической особенностью данного подхода является решение поставленной задачи классическим или геометрическим способом, а затем проведение серии статистических испытаний. Современные цифровые инструменты (виртуальные лабораторные работы) позволяют моделировать процессы бросания кубиков, извлечение карт или шаров, а также случайный выбор точки на прямой. В итоге школьники оказываются вовлечены в процесс наблюдения: они видят, как частота события,

вычисляемая в сериях опытов, с каждым новым заходом всё плотнее прилегает к заранее просчитанной вероятности. Это переживание эмпирического факта и служит той опорой, на которой держится осмысленное принятие закона больших чисел, причем без заучивания, через собственный опыт, как элемент интерактивного обучения. Важным дидактическим приёмом является также обсуждение инвариантности результата. Завершается каждая работа рефлексией, в ходе которой ученики сопоставляют расчётные и опытные данные, обсуждают возможные расхождения и самостоятельно формулируют вывод о соотношении теории и эксперимента.

Таким образом, лабораторные работы позволяют формировать вероятностное мышление, прививать навыки работы с цифровыми инструментами, интерпретировать статистическую информацию и аргументированно строить умозаключения на основе эмпирических фактов, что отражается на функциональной грамотности учащихся.

Список литературы

1. Артюхина М.С., Артюхин О.И., Усимова Д.Ю. Современная образовательная среда в контексте постнеклассической научной парадигмы // Проблемы современного педагогического образования. – 2019. – № 62-2. – С. 21-24.

2. Рыбакова А.И. Некоторые виды функциональной грамотности личности и их взаимосвязь // Общество. – 2022. – № 4-2 (27). – С. 67-71.

3. Дроздова М.Ю. Формирование математической функциональной грамотности обучающихся основного общего образования в современных условиях // Наука, образование, общество: тенденции и перспективы развития: материалы Всероссийской научно-практической конференции (11 января 2023 г.). – Чебоксары: Центр научного сотрудничества «Интерактив плюс», 2023. – С. 27-35.

4. Артюхина М.С., Напалков С.В., Мозговая М.А., Шкрябко Н.А. Координатный метод как инструмент формирования функциональной математической грамотности обучающихся // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – № 1 (69). – С. 80-90.

5. Ланина С.Ю. Методические особенности изучения темы «Испытание Бернулли» в школьном курсе «Вероятность и статистика» // Проблемы современного педагогического образования. – 2024. – № 85-4. – С. 232-235.

6. Бодряков В.Ю., Быков А.А. Цифровые лабораторные работы по математике как современный инструмент формирования обучающегося-исследователя // Педагогическое образование в России. – 2024. – № 3. – С. 148-159.

НЕКОТОРЫЕ СТРАТЕГИИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ КАРТИРОВАНИЯ В ОБУЧЕНИИ

Р. М. Бабарико, аспирант, Смоленский государственный университет,
Смоленск, Россия,
e-mail: djblock0001@gmail.com

Аннотация. В статье обосновывается необходимость внедрения методов визуализации (картирования) в школьное образование как эффективного инструмента для структурирования знаний в условиях клипового мышления современных учеников. Выделены основные виды карт (интеллект-карты, концепт-карты, карты аргументов) и демонстрируется их применимость к различным дисциплинам, особенно подробно останавливаясь на курсе математики. В работе анализируются три стратегии использования картирования в обучении: самостоятельная разработка преподавателем, совместное творчество учителя и класса, а также индивидуальная работа учащихся. Особое внимание уделяется развитию критического мышления и творческих способностей школьников в процессе создания карт, а также рассматриваются риски самостоятельной работы (возможность ошибок), подчеркивается перспективность использования цифровых технологий, включая виртуальную и дополненную реальность, для создания трехмерных карт знаний, что может значительно повысить мотивацию и интерес учащихся к учебе.

Ключевые слова: картирование, интеллект-карты, образование, виртуальная реальность, методы картирования.

SOME STRATEGIES FOR APPLYING MAPPING METHODS IN TEACHING

R.M. Babariko, Postgraduate student, Smolensk State University,
Smolensk, Russia,
e-mail: djblock0001@gmail.com

Annotation. The article substantiates the need to introduce visualization (mapping) methods into school education as an effective tool for structuring knowledge in the context of clip-based thinking of modern students. The main types of maps (intelligence maps, concept maps, argument maps) are highlighted and their applicability to various disciplines is demonstrated, focusing in particular on the mathematics course. The paper analyzes three strategies for using mapping in teaching: independent development by the teacher, joint creativity of the teacher and the class, as well as individual work of students. Special attention is paid to the development of critical thinking and creative abilities of schoolchildren in the process of creating maps, as well as the risks of independent work (the possibility of mistakes). the perspective of using digital technologies, including virtual and augmented reality, to create three-dimensional maps of knowledge is emphasized, which can significantly increase students' motivation and interest in learning.

Keywords: mapping, mind maps, education, virtual reality, mapping methods.

Одной из особенностей человеческого восприятия является упрощенный процесс запоминания визуализированной информации. Сопровождающийся картинками, схемами, графиками материал чаще позволяет говорить об успешном усвоении того или

иного объема данных учеником. Если вспоминать школьные учебники по любой дисциплине, то можно заметить, что изображения служат дополнительным наполнением для целого ряда тем и параграфов: строения организмов в биологии, почвы и поверхности в целом представляются в «разрезанном» виде в географии, иллюстрации художников к литературным произведениям встречаются в учебниках литературы и т.п. Всё это служит дополнительным материалом где-то для подкрепления изученного, а где-то вовсе необходимостью. Одним из наиболее подходящих вариантов действий может послужить активное применение картирования в процессе обучения [1].

Картирование – это вид символической презентации, описывающей отношения между компонентами системы знаний. В дальнейшем повествовании мы будем понимать картирование как представление учебного материала по тому или иному предмету в графическом виде, например, в виде интеллект-карт. Интеллект-карта является средством визуализации информации с особой структурой: в центре листа или рабочей области располагается главное понятие, от которого в разные стороны идут ветви или пути, которые непосредственно связаны с основным понятием [2].

Сразу разделим варианты использования картирования в учебном процессе:

1. Процесс представления информации преподавателем в виде схемы для последующей демонстрации результата своего труда обучающимся.

2. Процесс создания карт путём совместного труда учащихся и преподавателя.

3. Процесс создания карт учащимися самостоятельно.

Прибегая к картированию, стоит понимать, что не всегда это может быть разумно. В любой учебной дисциплине существует как сложный для восприятия материал, который дается подростку тяжело (здесь картирование зачастую будет оправдано), так и материал, который не включает в себя обилия терминов или взаимосвязей. Очевидно, что во втором случае нет ощутимой необходимости для разработок интеллект-карт. Существует множество разновидностей тех или иных карт в зависимости от их определения, например, выделить можно следующие [3]:

Интеллект-карты (Mind Maps): имеют радиальную структуру, где от одной центральной идеи расходятся ключевые ветви. Идеальны для быстрого конспектирования темы или мозгового штурма.

Концепт-карты (Concept Maps): имеют сетевую структуру, где элементы связаны линиями с обязательными подписями («является частью», «приводит к», «влияет на»). Отлично подходят для изучения сложных систем (например, в биологии, физике или химии).

Карты аргументов (Argument Maps): древовидные схемы, которые показывают логические связи между главным утверждением, доводами «за» и контраргументами «против». Применяются в гуманитарных науках и обществознании.

Кластерные карты: хаотичная фиксация понятий вокруг темы без строгой иерархии, часто используется на начальном этапе изучения нового материала.

На уроке истории это может быть концепт-карта о причинах начала Первой мировой войны или причинах падения Римской империи. Концепт-карта здесь является достаточно удобным инструментом, чтобы устанавливать причинно-следственные связи. На уроках русского или иностранного языков подойдет кластерная карта, затрагивающая части речи или части предложения. Эти карты особенно наглядны при

изучении новой темы или как инструмент структурирования уже имеющихся сведений по теме. Отличным инструментом на уроке обществознания может послужить карта аргументов. Если устроить мероприятие в виде дебатов с обсуждением симпатичных ученикам политических или каких-либо других течений, то рассматривать их точки зрения можно с использованием визуализации аргументов оппонентов. Таким образом, можно считать методы картирования применимыми к любому школьному предмету, но подробнее остановимся на школьном курсе математики.

На уроках математики картирование поможет структурировать знания практически по любой теме. Например, на уроках геометрии в 7–9 классах с помощью различных карт можно рассматривать виды геометрических фигур, различные свойства и признаки. Если рассматривать геометрию, то интеллект-карта может быть посвящена видам четырехугольников: от центрального понятия исходят ветви в две стороны, одна из ветвей ведет к изображению трапеции, вторая ведет к изображению параллелограмма, а от параллелограмма ведут еще две ветви – к ромбу и к прямоугольнику. Наконец, от прямоугольника идет ветвь, которая оканчивается квадратом, который таким образом является последним узлом в данной карте. Применительно к алгебре проще воспринять материал позволяет, например, интеллект-карта, посвященная графикам функций, когда в центре размещено само понятие графика функции, а ветви интеллект-карты ведут к непосредственно видам графиков функций в общем виде и их схематическому изображению графиков. Другим примером может послужить карта со способами решения неравенства. Кроме того, практичным выглядит использование интеллект-карт, к которым учащиеся будут часто обращаться. Такой картой может быть карта, показывающая область допустимых значений функции (ОДЗ) различных функций. При постоянном использовании подобных карт в памяти учащихся отложится информационная схема, что продуктивно повлияет на их дальнейшее обучение.

В ситуации, когда педагог самостоятельно занимается разработкой карты, стоит учитывать погруженность самого педагога в материал, а также цель, которую он преследует при разработке той или иной карты. Однозначно можно сказать, что в условиях, когда преподаватель самостоятельно разрабатывает карту – он не ограничен временем урока, а это значит, что есть возможность составить нужную карту с достаточной для школьников информацией, соблюдая нужную преподавателю структуру. Самостоятельная разработка педагогом той или иной карты – это процесс, который выглядит наиболее практичным при освещении особенно важных, фундаментальных тем школьного курса математики. В курсе алгебры это могут быть темы, касающиеся квадратных уравнений. Либо темы, касающейся обыкновенных дробей, если карта разрабатывается для младших классов.

В условиях, когда создание карты – это совместная работа учителя и учеников во время занятия, либо когда это процесс работы учеников и их «направления» в нужном течении со стороны учителя, стоит учитывать, что эти 2 положения являются наиболее практичными с точки зрения восприятия важной информации и наиболее «живой» процедурой. В процессе совместной работы формируется не только понимание материала, но и включаются творческие способности учеников, а также развивается критическое мышление. Кроме прочего, данная ситуация может создать атмосферу, где ученики почувствуют, что они вместе с учителем преследуют общие цели и задачи –

структурировать информацию и помочь понять учащимися обсуждаемую тему. Такой формат работы выглядит перспективно при повторении изученного прежде материала, либо при изучении материала, который не вызывает ощутимых затруднений для обучающихся.

В ситуации, когда карты составляются учениками самостоятельно, учащиеся смогут в еще большей мере задействовать свои творческие способности и самостоятельно разобраться в материале, представив его в наиболее удобном для себя виде. Однако, стоит помнить о возможных ошибках и неточностях толкования материала, следствием чего, возможно, станет ситуация, когда созданная учеником собственная карта окажется бесполезной, а то и «вредной». Возможным решением такой проблемы может послужить методика, когда учащимся дается заготовленный шаблон частично заполненной карты по материалу.

Карты разрабатываются вручную на бумажных листах, но также могут создаваться в онлайн-сервисах и специальных приложениях [4]. Для разработки цифровых версий карт знаний на уроках математики необходимо внедрение в учебный процесс специализированного программного обеспечения. В эпоху, когда электронные устройства всё больше окружают человека, игнорирование столь значимого и перспективного инструмента для обучения становится контрпродуктивным. Соответственно, на уроках математики следует использовать компьютеры, планшеты и прочие устройства. Отдельной особенно перспективной нишей выглядят устройства дополненной или виртуальной реальности. Со временем подобные устройства становятся всё более доступными, тогда такого рода оборудование со временем можно позволить размещать в школах. Стоит рассмотреть виртуальную реальность в контексте создания различных карт знаний, ибо создание подобной уже трехмерной структуры открывает поистине обширные горизонты применения этих самых карт. Возможность «прикоснуться» к информации, вероятно, значительно повысит интерес школьников к изучению материала, а интерес к обучению – это одна из самых важных составляющих в образовании.

Список литературы

1. Екшембеева Л.В. Картирование в учебном процессе // ХАБАРШЫСЫ ВЕСТНИК. – 2012. – С. 173.

2. Романичева Е.С. Ментальные карты, или Интеллект-карты // Литература в школе. – 2015. – № 8. – С. 40-41.

3. Копыл В.И. Карты ума // MindManager. – Минск: Харвест, 2007. – С. 64.

4. Кудринская О.В. Ментальные карты в образовании // Теория и практика современных гуманитарных и естественных наук: сборник научных статей ежегодной XV межрегиональной научно-практической конференции (3–6 февраля 2015 г.). Вып. 5. Ч. 1. – Петропавловск-Камчатский: Камчатский государственный университет им. Витуса Беринга, 2015. – С. 147-150.

АЛГОРИТМ СОСТАВЛЕНИЯ ЦЕПОЧЕК ЗАДАНИЙ НА ОСНОВЕ МАТЕРИАЛОВ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

Е. В. Безенкова, учитель математики,
МАОУ «Школа бизнеса и предпринимательства»,
Пермь, Россия
e-mail: elena-bezenkova@yandex.ru

Аннотация. Обосновано включение материалов истории математики в процесс обучения геометрии школьников. Описана целесообразность использования цепочек заданий. Представлен общий порядок действий учителя математики для разработки заданий с исторической составляющей. Приведены примеры.
Ключевые слова: методика обучения геометрии в 7–9 классах; история математики; составление цепочек заданий.

AN ALGORITHM FOR CREATING TASK CHAINS BASED ON MATERIALS FROM THE HISTORY OF MATHEMATICS

E. V. Bezenkova, mathematics teacher,
School of Business and Entrepreneurship, Perm, Russia
e-mail: elena-bezenkova@yandex.ru

Annotation. The inclusion of materials from the history of mathematics in the process of teaching geometry to schoolchildren is substantiated. The expediency of using task chains is described. The general procedure of a mathematics teacher for developing assignments with a historical component is presented. Examples are given.
Keywords: Methods of teaching geometry in grades 7–9; history of mathematics; compilation of task chains.

Каждый учитель математики в той или иной мере использует в своей деятельности сведения из истории науки. Это позволяет повысить мотивацию (показывает, что математические понятия рождались не из прихоти учёных, а для решения реальных жизненных задач), облегчить понимание предмета (путь от конкретно-образного (древнего) к абстрактно-символическому (современному) – это самый естественный путь усвоения знаний), развивать гибкость мышления (альтернативные методы). Кроме того, превращает сухой предмет в часть мировой культуры через рассказы о судьбах учёных, научных спорах и исторических эпохах и дает возможность показать межпредметные связи (объединяет математику с историей, географией, литературой, информатикой и физикой, а также развивает читательскую и цифровую грамотность при работе с текстами).

Среди проблем, связанных с включением сведений из истории математики в процесс обучения школьников, большинство учителей выделяют основные две. Первая – дефицит времени урока, то есть исторические сведения не должны включаться в урок за счет предметного содержания. И вторая – отсутствие методических рекомендаций, то есть в рабочей программе курса «Геометрия 7-9» указана историческая составляющая предмета, перечислены знания и умения, которыми должны овладеть учащиеся, но не приводится место в тематическом планировании, не уточняется, какими средствами

учитель должен это выполнить. Вопросы поиска места в программе, материала и методики остаются открытыми.

В разработанной нами методике использования материалов истории математики в процессе обучения геометрии школьников 7–9 классов мы, учитывая второе опасение учителей, предлагаем технологизировать этот процесс посредством внедрения структурированных цепочек заданий, отражающих историко-математический компонент. Задания классифицируются по содержанию, назначению в обучении и по видам учебной деятельности. Изучение каждой главы курса сопровождается поэтапной работой (мотивационно-обучающий, организационно-консультативный, результативно-оценочный этапы работы) с цепочкой заданий. Выполнение большинства заданий выносится во внеурочную деятельность школьников, что учитывает первое опасение учителей. У нас разработана программа исторического сопровождения курса «Геометрия 7–9», содержащая в себе систему цепочек заданий на основе материалов истории математики.

Например, цепочка заданий, сопровождающая 1-ю главу раздела геометрии в 7 классе «Простейшие геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин» (по программе на ее изучение отводится 14 часов):

1) после рассказа учителя (портрет, даты жизни, эпиграф «К геометрии нет царской дороги») подготовить ответ на вопрос: почему геометрия, которую мы будем изучать в школе, Евклидова?

2) разгадать кроссворд с выделенным словом «начала», состоящий из определений и характеристик основных геометрических понятий;

3) составить небольшой рассказ об этом сочинении (когда, кто, зачем, сколько книг, о чем, их значение);

4) выделить ключевое слово каждой книги «Начал» и составить кроссворд из этих слов;

5) решить кроссворды, составленные одноклассниками;

6) принять участие в заключительной беседе [1].

Приведенная цепочка заданий помогает учителю раскрыть то, чем занимается геометрия, что изучает, как построена. Способствует мотивации школьников к ее изучению, хотя предупреждает, что легко не будет, следует стараться с самого начала. Кроме того введение в образовательный процесс данной цепочки позволяет создать условия для достижения школьниками таких личностных и метапредметных результатов, как готовность и способность обучающихся к саморазвитию, сформированность их мотивации к обучению, умение планировать свою деятельность, работать с информацией, решать творческие задачи, готовность вести диалог, слушать собеседника. Достичь этого позволяет сама историческая информация и задания к ней. В данном случае это информация о Евклиде, его труде «Начала» и задания, мотивирующие и поддерживающие интерес, направленные на осознанное восприятие и запоминание материала, на воспроизведение способа деятельности по примеру, на творческое применение знаний и умений. Заметим, что первые два задания – мотивационные, следующие три составляют основную часть цепочки и последнее – завершающее. В соответствии с этим соблюдаются и этапы работы с этими заданиями [2]. Обратим внимание на хронометраж: рассказ учителя – 5–7 минут от урока, решение

кроссворда – 10 минут, но это работа с геометрическими понятиями, их определениями, её следует проверить на оценку. Пункты 3, 4, 5 из цепочки школьники выполняют дома самостоятельно (после предварительного обучения, по памяткам, с проверкой учителем). Заключительная беседа о том, что узнали, зачем, чему научились, где пригодится, займет ещё 5–7 минут от урока. Итого на первых четырех уроках геометрии включение сведений из истории математики займет порядка 20 минут.

Резюмируя проведенный анализ примера, выделим ряд вопросов, возникающих при составлении подобных цепочек заданий:

1. Зачем в этом месте программы вводить исторические сведения?

Мотивировать, помочь в понимании, оживить предмет, развить мышление, навыки читательской, математической, цифровой грамотности, показать межпредметные связи.

2. Какие образовательные результаты смогут достичь школьники при выполнении цепочки заданий?

Личностные, метапредметные, предметные.

3. Какой исторический материал соответствует данному разделу курса и поставленным целям?

Биографии философов и ученых, их вклад в развитие науки, открытие математических фактов, решение задач, доказательство теорем.

4. Какие задания будут способствовать развитию выбранных образовательных результатов?

Задания, мотивирующие и поддерживающие интерес, направленные на осознанное восприятие и запоминание материала, на воспроизведение способа деятельности по примеру, на творческое применение знаний и умений и прочее.

5. Какова структура цепочки? Как её составить?

Мы предлагаем три структурные части: мотивационную, основную и заключительную.

6. Каковы этапы работы с ней?

В соответствии со структурой цепочки: мотивационно-организационный, обучающе-консультативный и организационно-оценочный.

Ответив последовательно на перечисленные вопросы, учитель сможет самостоятельно составить цепочку заданий на основе материалов истории математики, сопровождающую любую тему. Поменяв вопросы на утверждения, мы получаем *алгоритм* составления цепочки заданий на основе материалов истории математики.

Вопрос о том, почему учителю полезно быть не просто «потребителем» готовых учебников, а автором таких цепочек, является принципиальным для профессиональной педагогики. Перечислим причины, почему навык самостоятельного проектирования этих цепочек – это показатель высокого мастерства учителя.

Педагогическая адаптивность. Готовые методические пособия пишутся «для среднего ученика», но в реальности классы сильно различаются. Учитель, умеющий составлять цепочки сам, может «подогнать» исторический материал под уровень своего класса. В сильном классе он может взять более сложный первоисточник, предложить более сложные задания, а в классе с низкой мотивацией – адаптировать задание под

уровень практической игры или бытовой ситуации. Учитель становится режиссером, а не исполнителем чужого сценария.

Синхронизация с логикой урока. История математики, внедренная «для галочки», выглядит чужеродно. Только учитель понимает структуру своего урока: где именно возникает «интеллектуальный провал», где нужно усилить мотивацию, а где требуется наглядная опора. Самостоятельное составление цепочки позволяет встроить историю в конкретную логику вашего объяснения, превращая исторический факт в ключ к решению учебной проблемы.

Развитие метапредметной компетенции учителя. Умение связывать математику с историей культуры – это признак эрудиции и высокого уровня методической культуры. Учитель перестает быть «транслятором учебника» и становится интеллектуальным лидером. Ученики видят в нем человека, который понимает происхождение знаний, а не просто пересказывает параграф. Это повышает педагогический авторитет.

Развитие способности к «математизации» и логическому анализу. Процесс превращения исторического факта в цепочку заданий – это сложная мыслительная операция. Чтобы составить цепочку, учитель должен сначала сам глубоко понять «генезис» понятия. В процессе проектирования заданий он сам начнет лучше видеть «краеугольные камни» темы – те моменты, которые были трудны для древних математиков, и, скорее всего, будут трудны для ваших учеников. Учитель учится видеть структуру знания через его историю.

Создание уникального авторского банка заданий. Учебники обновляются, программы меняются, но авторские наработки учителя – это его «золотой фонд», который работает годами. Собственные цепочки заданий – это личный профессиональный актив. Ими можно обмениваться с коллегами, представлять их на конкурсах педагогического мастерства, включать в свои выступления на педсоветах и конференциях. Это основа для формирования «методического портфеля» учителя.

Список литературы

1. Безенкова Е.В. Использование заданий с элементами истории математики в процессе обучения геометрии в 7–9-х классах // Математическая подготовка в школе и вузе: содержание и технологии: материалы 43-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Сыктывкар, 26–28 сентября 2024 года. – Сыктывкар: Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина, 2024. – С. 271-275.

2. Безенкова Е.В. Этапы работы с историческим материалом в процессе обучения геометрии в 7–9 классах // Современные проблемы математики и математического образования: Международная научная конференция «78 Герценовские чтения», Санкт-Петербург, 15–17 апреля 2025 года. – Санкт-Петербург: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2025. – С. 163-167.

АНАЛИЗ ТИПИЧНЫХ ОШИБОК, ДОПУЩЕННЫХ ПРИ РЕШЕНИИ ПОКАЗАТЕЛЬНО-ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО НЕРАВЕНСТВА НА ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ В 2026 ГОДУ

Е. В. Бирюлина, канд. пед. наук, доцент,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Брянск, Россия
e-mail: loozz@yandex.ru

Аннотация. Проанализированы основные ошибки, допущенные при решении задания 15 (неравенство) в ЕГЭ по математике профильного уровня в 2026 году в Брянской области.
Ключевые слова: ЕГЭ по математике профильного уровня, показательно-логарифмические неравенства, типичные ошибки.

ANALYSIS OF TYPICAL ERRORS MADE WHEN SOLVING THE EXPONENTIAL-LOGARITHMIC INEQUALITY ON THE MATHEMATICS PROFESSIONAL LEVEL EXAM IN 2026

E.V. Biryulina, PhD, associate professor,
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky,
Bryansk, Russia
e-mail: loozz@yandex.ru

Annotation. The main errors made when solving task 15 (inequality) in the 2026 Mathematics Profile Level Unified State Exam in the Bryansk Region have been analyzed.
Keywords: Mathematics exam for advanced students, exponential and logarithmic inequalities, and typical errors.

ЕГЭ по математике – обязательный экзамен для каждого выпускника. В настоящее время существует две формы этого экзамена: базовый и профильный ЕГЭ по математике. Профильный экзамен – один из самых сложных единых государственных экзаменов. Структура КИМов ЕГЭ по математике профильного уровня в последние несколько лет остаётся неизменной. Первая часть – 12 заданий базового и повышенного уровней сложности с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Вторая часть – 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

К решению второй части приступают не все выпускники. На протяжении многих лет основные задания, с которых начинают работу со второй частью большинство учеников – это задания 13, 15 и 16.

Задание 13 – уравнения. Многие старшеклассники считают, что в задаче 13 могут быть только тригонометрические уравнения. Однако все чаще в этой задаче предлагаются комбинированные уравнения, в которых есть и тригонометрия, и логарифмы, показательные и другие функции. Оценивается в 2 первичных балла.

Задача 15 – неравенства. Показательные, иррациональные, логарифмические неравенства, неравенства с модулями, комбинированные неравенства, при решении которых можно использовать всевозможные методы и приемы решения (см., например, [1], [2]). Оценивается в 2 первичных балла.

Задача 16 – экономическая. Здесь задания на оптимизацию, на банковские платежи, вклады и кредиты. Оценивается в 2 первичных балла.

В 2026 году в Брянской области в задании 15 было предложено следующее неравенство: $2^{log_2(log_2 x)} + log_4^2 x - 3 \le 0$ (в разных вариантах числовые значения различны, но типы уравнений не отличаются).

Это показательно-логарифмическое неравенство, так как оно одновременно содержит и показательные, и логарифмические выражения. Приведём один из возможных способов решения такого неравенства.

$2^{log_2(log_2 x)} + log_4^2 x - 3 \le 0.$

1) Найдём область допустимых значений неравенства, учтём, что все подлогарифмические выражения строго больше нуля:

$\begin{cases} x > 0, \\ log_2 x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0, \\ log_2 x > log_2 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0, \\ x > 1; \end{cases} \quad x > 1.$

2) Выполним преобразования, применив основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов:

$2^{log_2(log_2 x)} + log_4^2 x - 3 \le 0;$

$log_2 x + log_4^2 x - 3 \le 0;$

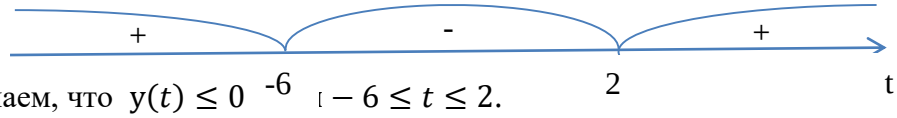
$\frac{1}{4} log_2^2 x + log_2 x - 3 \le 0;$

$log_2^2 x + 4log_2 x - 12 \le 0;$

3) Введём новую переменную: пусть $t = log_2 x$, тогда неравенство принимает вид:

$t^2 + 4t - 12 \le 0.$

Решим полученное неравенство методом интервалов. Рассмотрим функцию $y = t^2 + 4t - 12$; $D(y) = \mathbb{R}$. Нули функции: $t = -6$ или $t = 2$.



Получаем, что $y(t) \le 0$ при $-6 \le t \le 2$.

4) Вернёмся к переменной x:

$-6 \le log_2 x \le 2;$

$log_2 \frac{1}{64} \le log_2 x \le log_2 4;$

функция $y = log_2 x$ возрастает (т.к. 2>1), получаем неравенство:

$\frac{1}{64} \le x \le 4.$

5) С учётом ОДЗ, получаем, что $x \in (1; 4]$.

Ответ: $(1; 4]$.

Указанный способ не единственный для решения неравенства такого типа. Исходное неравенство можно решать и методом интервалов. Но в большинстве работ, в которых неравенство было решено верно, был использован именно приведённый метод.

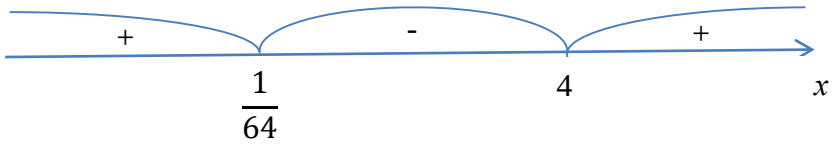
Рассмотрим основные виды ошибок, которые допустили выпускники при решении данного неравенства.

При нахождении области допустимых значений неравенства, многие учли, что $x > 0$, но не заметили, что выражение $log_2 x$ также является подлогарифмическим и должно принимать строго положительные значения. Т.е. было потеряно второе условие

в системе, что привело к неверному ответу при нахождении ОДЗ ($x > 0$) и неверному ответу всего неравенства: $\left[\frac{1}{64}; 4\right]$.

Выполняя преобразования, некоторые школьники при вынесении коэффициента не учли, что логарифм в квадрате, вынесли $\frac{1}{2}$ вместо $\frac{1}{4}$. В результате было получено неравенство: $\frac{1}{2}log_2^2 x + log_2 x - 3 \leq 0$, не являющееся следствием исходного.

После получения неравенства с новой переменной была допущена стандартная в данном случае ошибка. После нахождения нулей функции, обучающиеся не дорешали неравенство с новой переменной, вернулись к переменной x и продолжили решать неравенство методом интервалов. В результате ими была получена следующая числовая ось:



Грубейшей ошибкой является то, что функция, записанная в левой части исходного неравенства, рассматривается на промежутке, на котором она не определена, что непременно приводит к оцениванию 0 баллов.

Даже при правильном решении неравенства с новой переменной некоторые участники экзамена забывали учесть ОДЗ неравенства.

Таким образом, на основе анализа ошибок, сделанных выпускниками при решении предложенного неравенства, видны направления дальнейшей методической работы при решении неравенств такого типа:

- учёт всех условий при нахождении ОДЗ (выделять выражения, которые имеют ограничения на переменную, учиться проговаривать фразу: выражение (в данном случае логарифм) существует, если…);
- отработка применения свойств логарифмов в сложных случаях (отрабатывать каждое свойство на специальных упражнениях, предусматривающих все возможные случаи);
- устранение «раннего» возврата к «старой» переменной при применении метода замены переменной (не пропускать шаг записи решения неравенства с новой переменной в виде неравенства, а не промежутка),
- корректное применение метода интервалов (чётко отрабатывать схему метода интервалов по этапам).

Список литературы

1. Шестаков С.А. ЕГЭ 2018. Математика. Неравенства и системы неравенств. Задача 15 (профильный уровень). – М.: МЦНМО, 2018. – 352 с.

2. Ященко И.В., Шестаков С.А. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2025 году. Профильный уровень. – М.: МЦНМО, 2025. – 240 с.

АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИКЕ: ВЧЕРА И СЕГОДНЯ

Л. И. Боженкова, д-р пед. наук, профессор,
Мордовский государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева,
Саранск, Россия
e-mail: krasel1@yandex.ru

Аннотация. В статье рассмотрены содержательная и методическая части алгоритмического подхода в обучении математике. Представлено обоснование использования современной терминологии для традиционного понятия «алгоритмический подход в обучении». Указаны методические функции алгоритмического подхода в обучении математике, которые должна включать программа, входящая в состав современных цифровых образовательных ресурсов.
Ключевые слова: предписание и его открытие; ориентировочная основа действия; знаковая модель; цифро-когнитивный подход; интерактивная программа.

AN ALGORITHMIC APPROACH IN TEACHING MATHEMATICS TO SCHOOLCHILDREN: YESTERDAY AND TODAY

L. I. Bozhenkova, doctor of pedagogical sciences, professor,
Mordovian State M. E. Evseviev Pedagogical University,
Saransk, Russia
e-mail: krasel1@yandex.ru

Annotation. The article discusses the substantive and methodlcal parts of the algorithmic approach in teaching mathematics. The rationale for using modern terminology for the traditional concept of "algorithmic approach in learning" is presented. The methodical functions of the algorithmic approach in teaching mathematics are indicated, which should include a program that is part of modern digital educational resources.
Keywords: prescription and its disclosure; indicative basis of action; symbolic model; digital-cognitive approach; interactive program.

Алгоритмический подход в обучении, возникнув во второй половине XX в., активно используемый и в настоящее время, приобрёл особую актуальность в связи с информатизацией и цифровизацией всех сфер жизнедеятельности общества.

Понятие алгоритмического подхода в обучении введено (1966) Л. Н. Ланда. В результате анализа свойств алгоритмов (массовость, дискретность, детерминированность, результативность, конечность) с позиций возможности использования их в педагогических дисциплинах, учёный предложил использовать понятие «предписание». Был сделан вывод о том, что в дидактике свойства результативности и, отчасти, детерминированности зависят от многих факторов, связанных с процессом обучения. Поэтому предписание – это последовательность содержательных действий, необходимых для решения задачи. Результаты анализа содержания решаемых классов задач позволили Л. Н. Ланда ввести понятия предписаний алгоритмического, полуалгоритмического, полуэвристического, эвристического типов и предписания-планы. Таким образом, Л. Н. Ланда определил понятие алгоритмического подхода в обучении – это обучение решению задач определённого типа на основе использования предписаний [6]. Он особо подчёркивал, что главная задача учителя не

давать предписание в готовом виде, а организовать его «открытие» учащимися, составление (разработку) с последующим его использованием для решения задач [7].

В обучении математике алгоритмический подход (АП) – обучение общему методу решения математических задач определённого класса посредством использования предписания, выражающего этот метод [2]. Указанные пять типов предписаний существенно расширяют круг классов математических задач, для обучения решению которых целесообразно использовать АП. В контексте его реализации, условно выделим содержательную часть (представленность предписаний в учебниках математики или их объективное существование) и методическую часть – непосредственное использование учителем АП (по определению). Если предписание не представлено в учебнике, то «включается» методическая часть АП – предписание составляется учителем с помощью теоретико-экспериментального метода моделирования [10]. Для этого учителю необходимо владеть способом преобразования информации «алгоритмизация» и использовать его в обучении математике [2]. К данному моменту выделены классы школьных арифметических, алгебраических и геометрических задач, для обучения решению которых используется алгоритмический подход, составлены предписания соответствующих типов для их решения и разработана специальная методика применения алгоритмического подхода [1].

В методической части основным является умственный приём «Открытие предписания для решения математических задач». Прием при использовании выполняет управляющую функцию и имеет следующий состав: 1) выделить тип задач, для которого составляется предписание – общий метод решения; 2) предложить учащимся для анализа и решения набор задач, соответствующих всем «маршрутам» предписания, которое составляется; 3) организовать решение задач учащимися, оказывая, при необходимости, помощь; 4) обобщить решение задач, устанавливая последовательность операций, которые были выполнены; 5) правильно сформулировать операции и «открыть» (постепенно) соответствующие блоки предписания и всё предписание; 6) проанализировать предписание в целом [2]. Анализ этого приёма свидетельствует о том, что методическая часть реализации АП в обучении математике требует от учителя значительной предварительной подготовки, связанной с содержательной конкретизацией указанного приёма. Поэтому, как показывает эксперимент, учителя предлагают учащимся использовать только готовые предписания, представленные в учебнике, в то время как существует значительное число предписаний для решения классов математических задач [1].

В настоящее время, когда продолжается становление цифровой образовательной среды нового поколения, появились исследования, направленные на изучение проблемы организации образовательных цифро-когнитивных систем разных типов [3]. Изучается влияние использования цифровых технологий не только на структуру учебной деятельности, но и на познавательные психические процессы личности – развитие восприятия, внимания, памяти, воли, мышления, а также на эмоциональные и волевые психические процессы [4, 5, 9]. В контексте использования алгоритмического подхода в обучении появились новые термины – цифро-алгоритмический и цифро-когнитивный подходы [4]. Ю. В. Громыко отмечает, что: «В первом случае действия учащегося для самого ученика и педагога ничем не отличаются от алгоритма операций, обеспечивающих получение заданного ответа и представленных на компьютере. Во втором случае само действие учащегося по решению задачи и представление его в виде алгоритма и последовательности операций никогда не совпадают для ученика и учителя. Деятельность и действия ребенка никогда не отождествляются с набором и последовательностью операций, которые может выполнять компьютер. Сами операции и их последовательность не заданы, а должны быть обнаружены учащимся» [4, с. 241].

По сути дела за новыми терминами «скрываются» способы организации деятельности учащихся, связанные с использованием алгоритмического подхода в обучении с помощью компьютера. Они базируются на теории поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина и Н. Ф. Талызиной [3, 10]. Метод решения математических задач определённого класса является сложным умственным действием, знаковой моделью которого является предписание — ООД (ориентировочная основа действия). П. Я. Гальперин рассмотрел восемь видов ООД и два способа введения ООД, первый из которых — полная обобщённая ООД даётся в готовом виде. Согласно второму – организуется целенаправленная деятельность учащихся, направленная на «открытие» ООД, возможно, сначала неполной, необобщённой, но по мере продвижения учащихся в этой деятельности под управлением учителя, ООД становится полной и обобщённой [3]. В таком варианте деятельность учащихся приобретает творческий характер. Очевидно, что в терминологии Ю. В. Громыко эти способы отражают соответственно цифро-алгоритмический и цифро-когнитивный подходы. На наш взгляд, использование новых терминов для известных понятий и процедур в данном случае неоправданно, хотя и подчёркивает роль алгоритмического подхода в современных условиях, отражая его «цифровую трансформацию», и открывает новые возможности в обучении математике. Поэтому целесообразно говорить об использовании алгоритмического подхода в условиях цифровой образовательной среды (ЦОС).

Возможности алгоритмического подхода в ЦОС связаны с использованием различных цифровых образовательных ресурсов, например, образовательных платформ: «Российская электронная школа (РЭШ)», «Учи.ру», «Московская электронная школа (МЭШ)» и др.; платформ с элементами ИИ: «Cognil», «Microsoft Math Solver» и др.; интерактивные программы (GeoGebra, Mathway и др.). Для его реализации в обучении математике цифровые образовательные ресурсы должны включать специально разработанные программы, которые берут на себя отдельные важнейшие управляющие функции и обеспечивают методическую часть алгоритмического подхода в обучении математике. Кроме описанного выше, методическая часть включает мотивацию «открытия» предписания (мотивационная функция); формирование умственного приёма в материальном и материализованном виде, его становление в форме громкой речи и контроль усвоения приёма в форме речи «про себя» (знаково-лингвистическая функция); применение приёма для решения задач рассматриваемого класса (оценочная функция); различные способы переноса усваемого умственного приёма на решение сходных математических задач рассматриваемого класса (когнитивная функция). Программа должна предусматривать организацию переноса усвоенного приёма на решение практико-ориентированных задач, математическая модель которых – соответствующая математическая задача определённого класса (практическая функция). Только при реализации указанных функций осуществляется переход исполнения приёма в «умственном плане» (термин П. Я. Гальперина). Все указанные методические функции осуществления алгоритмического подхода в ЦОС в обучении математике должны быть включены в определённые цифровые развивающие образовательные ресурсы.

Следует отметить, что наиболее доступные образовательные платформы (РЭШ, МЭШ, Учи.ру) осуществляют контроль результата решения и предоставляют учащимся для просмотра готовое решение математической задачи. За кадром остаются выявление типа и класса математической задачи, теории необходимой для её решения; рефлексия собственных знаний и умений в соотнесении с необходимой теорией для решения задачи; поиск способа решения; перенос известного способа и т.п.

Таким образом, использование алгоритмического подхода в условиях ЦОС в обучении математике является важным фактором в становлении цифровой компетентности, необходимой в современном обществе [8].

Список литературы

1. Боженкова Л.И. Алгоритмизация как способ преобразования учебной информации школьного курса математики // Актуальные проблемы математической подготовки школьников и студентов: материалы II Всероссийской научной конференции Международного научно-образовательного форума «Человек, семья, общество» / отв. ред. М.Б. Шашкина. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2014. – С. 133-138.

2. Боженкова Л.И. Формирование УУД в обучении математике: типовые задания: учебно-методическое пособие. – М.: ФГБОУ ВПО МПГУ, изд-во «Эйдос», 2015. – 140 с.

3. Гальперин П.Я. Организация умственной деятельности и эффективность учения // Введение в психологию. – Изд. 3-е, доп. – М.: Книжный дом «Университет», 2010. – С. 2-59.

4. Громыко Ю.В., Рубцов В.В. Цифровая платформа Школы Будущего: цифро-когнитивный подход в отличие от цифро-алгоритмического упрощения образования // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности: труды 4-й Международной конференции (4–5 февраля 2021 г., Москва). – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. – С. 238-259. – URL: https://keldysh.ru/future/2021/21.pdf.

5. Лазарев В.С. Психолого-педагогические условия эффективного применения цифровых технологий для трансформации общего образования // Давыдовские чтения: сборник тезисов участников II Международной научно-практической конференции (12–13 сентября 2022 г.) / под ред. В.В. Рубцова, А.В. Конокотина. – М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2022. – С. 61-65.

5. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении / под общ. ред. Б.В. Гнеденко, Б.В. Бирюкова; АПН РСФСР, Институт психологии АН СССР. – М.: Просвещение, 1966. – 523 с.

7. Ланда Л.Н. Умение думать. Как ему учить? – М.: Знание, 1975. – 64 с.

8. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». Концепция развития цифровых компетенций студентов НИУ ВШЭ. – М.: Изд-во НИУ ВШЭ, 2020. – 16 с.

9. Рубцова О.В. Цифровые технологии как новое средство опосредования (часть первая) // Культурно-историческая психология. – 2019. – Т. 15. – № 3. – С. 117-124.

10. Талызина Н.Ф. Формирование приёмов математического мышления. – М.: ТОО «Вентана Граф», 1995. – 130 с.

УВЛЕКАТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ОТ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ: ОПЫТ ПОПУЛЯРИЗАЦИИ МАТЕМАТИКИ

А. И. Волкова, М. В. Дроздов, М. В. Куклев, А. С. Петрова, М. И. Ярышева, студенты,
научный руководитель Е.В. Бахусова, канд. пед. наук, доцент,
Поволжская академия образования и искусств имени Святителя Алексия,
Митрополита Московского,
Тольятти, Россия
e-mail: bahusova@mail.ru

Аннотация. Описан опыт работы преподавателей и студентов кафедры математики и информатики академии Святителя Алексия по популяризации математики среди школьников.
Ключевые слова: популяризация математики, занимательная математика, мастер-классы по математике, исторический лекторий по математике, семинары по математике.

ENGAGING MATHEMATICS FROM FUTURE TEACHERS: AN EXPERIENCE IN POPULARIZING MATHEMATICS

A. I. Volkova, M. B. Drozdov, M. V. Kuklev, A. S. Petrova, M. I. Yarysheva, students,
academic supervisor: E. V. Bakhusova, PhD, associate professor, Volga Region Academy
of Education and Arts named after St. Alexis, Metropolitan of Moscow,
Tolyatti, Russia
e-mail: bakhusova@mail.ru

Abstract. This article describes the experience of teachers and students from the Department of Mathematics and Computer Science at St. Alexis Academy in popularizing mathematics among schoolchildren.
Keywords: popularization of mathematics, engaging mathematics, mathematics master classes, historical lectures on mathematics, mathem

Важной профессиональной составляющей учителя математики является его умение увлекать школьников математикой, показывать занимательную сторону математического знания, вдохновлять учеников на занятия математикой. С целью формирования у будущих учителей опыта популяризации математики на кафедре математики и информатики академии Святителя Алексия организована работа со студентами по следующим направлениям: семинары по математике для старшеклассников; мастер-классы по занимательной математике; разработка математических экспонатов; лекторий по занимательной математике и истории математики и информатики; посты в сообществе кафедры в социальной сети в ВК.

Опишем каждое направление работы.

Семинары по математике для старшеклассников. Ежемесячно кафедра математики и информатики проводит семинары по математике для старшеклассников. На семинарах студенты решают олимпиадные задачи и задачи из второй части профильного ЕГЭ по математике. Программу семинара формируют студенты, учитывая пожелания школьников. Перед студентами стоит цель подробно объяснить каждый шаг решения задачи, сформулировать определения понятий и теорем, которые используются при решении задачи, вовлечь старшеклассников в совместное решение, выстроить диалог с аудиторией, ответить на вопросы школьников. При подготовке к семинарам студенты совместно с преподавателями

кафедры находят оптимальное решение выбранной задачи, тренируются в изложении решения задачи и записи решения на доске, анализируют возможные затруднения школьников и отрабатывают способы их предотвращения.

Мастер-классы по занимательной математике. Проведение мастер-классов по занимательной математике на кафедре математики и информатики является действенным способом привлечения внимания школьников к предмету. Мастер-классы строятся следующим образом: в начале демонстрируется интересные математические объекты или свойства, затем участники мастер-класса самостоятельно пытаются понять, как это работает, после чего ведущий рассказывает теорию, которая лежит в основе явления. Благодаря этой форме проведения мастер-классов математика воспринимается не как строгий свод формальных правил, а как область живого познания, где каждый ребенок может выступить в роли первооткрывателя. На кафедре математики и информатики разработаны мастер классы «Фокусы с числами», «Магические квадраты», «Лента Мебиуса», «Оригаметрия», «Фокусы с картами» и другие.

Целью мастер-класса «Фокусы с числами» является демонстрация свойств натуральных чисел в занимательной форме с последующим их доказательством. Мастер-класс «Магические квадраты» знакомит участников с определением, историей происхождения, способом построения и применением этого объекта. После чего ведущий строит магический квадрат, где сумма ряда равна числу, которое загадывает аудитория. В конце каждый гость получает открытку с шаблоном магического квадрата, что позволяет повторить его создание самостоятельно. Мастер-класс «Лента Мебиуса» демонстрирует свойства данной поверхности и через эксперименты с разрезанием развивает пространственное воображение участников. Мастер-класс «Оригаметрия» связывает знания из области геометрии с традиционным японским искусством складывания фигурок из бумаги. Цель этого мастер-класса – показать, как можно строить геометрические объекты путем складывания бумаги. В мастер-классе «Фокусы с картами» ведущий описывает математические операции и закономерности, которые лежат в основе известных карточных фокусов.

Разработка математических экспонатов. Целью исследовательской работы студентов в рамках данного направления является проектирование и изготовление комплекса экспонатов для проведения мастер-классов, экскурсий и открытых занятий. Центральная идея – «оживление» математики за счёт создания осязаемых прототипов абстрактных математических понятий, числовых закономерностей, геометрических объектов или фактов из истории математики. С готовыми экспонатами можно взаимодействовать и изучать их свойства, выступая в роли настоящего учёного. В рамках направления перед каждым студентом стоит ряд задач: выбора математической темы, наиболее подходящей для визуально-тактильной демонстрации; разработка и изготовление действующего прототипа экспоната из доступных материалов; создание тематического информационного плаката для демонстрации экспоната; проектировка сценария мастер-классов для школьников и гостей академии разных возрастов. На данный момент студентами кафедры выполнен первичный отбор тем, ведётся разработка информационных плакатов и тематических роликов, а также изготовлены первые рабочие экспонаты. В число выбранных тем вошли геометрическое обоснование формул сокращённого умножения, пентамино, магические квадраты, лента Мёбиуса, Ханойская башня, танграм, треугольник Пенроуза, треугольник Паскаля,

логарифмическая линейка и другие. В дальнейшем планируется создание полной коллекции заявленных экспонатов и переход к активному взаимодействию с аудиторией. Для работы с каждым экспонатом будет разработан сценарий занятия продолжительностью 20-25 минут, который поможет погрузить участников в мир математических экспериментов. Запланировано создание и запуск сайта проекта, который будет состоять из виртуальной галереи экспонатов с фотографиями и видеороликами, формы для записи на проводимые мероприятия и тематического раздела «Виртуальные экспонаты», в котором будет размещена информация об экспонатах, которые не представлены в нашей экспозиции, но доступны для изучения на компьютере. Последним этапом планируется оборудовать постоянное пространство с экспонатами на территории ВУЗа. Будут проводиться экскурсии и занятия для школьных групп в рамках дней открытых дверей, тематических фестивалей и других мероприятий, проводимых академией, а также встречи с учителями для передачи опыта популяризации математики.

Лекторий по занимательной математике и истории математики и информатики. Целью данного направления является изучение студентами истории математики и информатики, научного наследия выдающихся математиков. В декабря 2024 года в рамках VI Рождественских образовательных чтений Тольяттинской епархии студенты профиля «Математика и информатика» представили работы, посвящённые вкладу российских учёных в укрепление обороноспособности страны. Были подготовлены доклады о научном наследии и вкладе в победу в Великой Отечественной войне А.О. Гельфонда, А.Н. Крылова, М. В. Келдыша, А.Н. Колмогорова [1], С.А. Христиановича. Студенты обратились к истокам кибернетики в докладе об Алане Тьюринге как основоположнике теоретической информатики и искусственного интеллекта, раскрыли экономическое значение линейного программирования Леонида Канторовича. 25 марта 2025 года на VII Региональной молодёжной научно-практической конференции «Поволжский фестиваль студенческой науки» студенты подготовили доклады об истории возникновения и вехах развития искусственного интеллекта, о научном наследии Блеза Паскаля. Важное место заняло осмысление роли Леонарда Эйлера как основателя Российской математической школы и доклад с анализом 40-летнего пути школьной информатики [2]. 18 ноября 2025 года на Поволжском педагогическом форуме студенты представили доклады об экспонатах для музея занимательной математики, осветили исторический аспект преподавания математики в средней школе [3, 4]. На VIII Региональной молодёжной научно-практической конференции «Поволжский фестиваль студенческой науки», состоявшейся 26 марта 2026 года, будущие учителя математики и информатики посвятили свои доклады 325-летию математического образования в России.

Посты в сообществе кафедры в социальной сети в «ВКонтакте». Сообщество кафедры математики и информатики в социальной сети «ВКонтакте» (vk.com/math_and_inf) является важным образовательным ресурсом для студентов, школьников и преподавателей. Регулярное наполнение сообщества тематическими постами позволяет решать задачи популяризации математики, методической поддержки студентов и старшеклассников, привлечения абитуриентов. Опишем основные рубрики и форматы постов. Первая рубрика связана с историческими постами. Будущие учителя подготовили серию материалов, посвящённых истории математики и информатики. Данная рубрика позволяет познакомить подписчиков с важными вехами развития науки (https://vk.com/wall-199305043_3117,

https://vk.com/wall-199305043_3116, https://vk.com/wall-199305043_3090). Вторая важная рубрика – занимательные задачи. Публикуется условие задачи в виде изображения или набранного текста, а ответ скрыт, чтобы у подписчиков была возможность самостоятельно решить задачу и написать ответ в комментариях. Такая рубрика поддерживает интерес к математике и тренирует логическое мышление (https://vk.com/wall-199305043_3111, https://vk.com/wall-199305043_2501, https://vk.com/wall-199305043_2389, https://vk.com/wall-199305043_2297, https://vk.com/wall-199305043_2275). Третья рубрика – видео о математических объектах, созданные студентами кафедры. В сообществе уже выложены короткие видеоролики продолжительностью до трёх минут, в которых наглядным образом демонстрируются математические свойства объектов (https://vk.com/wall-199305043_3119, https://vk.com/wall-199305043_2890, https://vk.com/wall-199305043_2211, https://vk.com/wall-199305043_2915). Четвёртая рубрика – математический юмор. Это посты с мемами или забавными задачками-шутками. Юмор делает сообщество более живым и привлекательным для школьников. Пятая рубрика касается методических материалов. В сообществе публикуются анонсы научных конференций, методические материалы для преподавателей и студентов (https://vk.com/wall-199305043_3085, https://vk.com/wall-199305043_3035, https://vk.com/wall-199305043_2035, https://vk.com/wall-199305043_2977). Шестая рубрика – освещение семинаров по подготовке к ЕГЭ по профильной математике, которые ежемесячно проходят на кафедре. Перед каждым семинаром в сообществе публикуется пост, в котором сообщается время проведения, перечень задач, которые будут разбираться, а также прикладывается ссылка для регистрации на семинар. После семинара выкладываются видеозаписи наиболее интересных фрагментов, фотографии решения всех разобранных заданий. Это позволяет тем, кто не смог присутствовать, самостоятельно разобрать материал (https://vk.com/wall-199305043_3080, https://vk.com/wall-199305043_3058, https://vk.com/wall-199305043_2901, https://vk.com/wall-199305043_2294). Седьмая рубрика – освещение мастер-классов по занимательной математике, публикация математических фокусов. По формату она похожа на освещение семинаров, но с акцентом на практические приёмы и методики. Все перечисленные рубрики превращают сообщество кафедры в полноценную образовательную и коммуникационную среду.

Активное участие студентов в работе перечисленных направлений формирует у них опыт популяризации математики, необходимый в работе учителя.

Список литературы

1. Волкова А.И. Вклад математиков в великую победу на примере А.Н. Колмогорова и его исследований в сфере теории вероятностей // Поволжский вестник науки. – 2025. – № 36.

2. Волкова А.И. 40 лет школьной информатике: анализ содержания предмета на истоках и в современности // Поволжский вестник науки. – 2025. – № 37.

3. Ярышева М.И. Исторический аспект числовой линии в школьном курсе математики // Педагогический форум. – 2025. – № 16.

4. Волкова А.И. Исторический аспект в преподавании математики в средней школе // Поволжский вестник науки. – 2025. – № 38.

МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ПОИСКОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ В VII–IX КЛАССАХ

Е. В. Ворушило-Звежинская, аспирант, преподаватель,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: katerinazvezhinskaya@gmail.com

Аннотация. Охарактеризованы компоненты модели развития поисковой деятельности учащихся при обучении геометрии в VII–IX классах с использованием геометрического конструирования, раскрыты особенности средств развития поисковой деятельности учащихся при решении геометрических задач.
Ключевые слова: развитие поисковой деятельности, модель обучения, обучение геометрии.

A MODEL FOR THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' SEARCH ACTIVITY IN TEACHING GEOMETRY IN GRADES VII–IX

E. V. Vorushilo-Zvezhinskaya, postgraduate student, lecturer,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank, Minsk, Belarus
e-mail: katerinazvezhinskaya@gmail.com

Annotation. The components of the model of the development of students' search activity in teaching geometry in grades VII–IX using geometric construction are characterized, the features of the means of developing students' search activity in solving geometric problems are revealed.
Keywords: development of search activity, learning model, teaching geometry.

Начало изучения систематического курса геометрии в VII классе сопровождается переходом от описаний геометрических фигур, их свойств и отношений между ними, основанных на пространственных представлениях учащихся, к изложению логической (с разной степенью строгости) системы определений понятий, формулировок и доказательств утверждений, которая усваивается учащимися в ходе рассмотрения соответствующих геометрических конфигураций и решения задач. Мы предлагаем иной подход: изучение геометрии начинается с построения основных геометрических конфигураций из прямых и точек, а аксиомы, определения понятий и формулировки доказываемых утверждений вводятся на основе анализа возможных отношений между элементами этих конфигураций с точки зрения их использования для определения понятий, известных из пропедевтического курса геометрии. Тем самым реализуется конструктивно-логический метод построения теории, описанный в работе [5].

Такой подход позволяет организовать поисковую деятельность учащихся на этапе изучения нового материала и продолжить эту деятельность в ходе поиска алгоритмов решения типовых задач, приёмов и методов решения более сложных задач, то есть обеспечить развитие поисковой деятельности учащихся при обучении геометрии. Основой для разработки структуры модели развития поисковой деятельности послужили «модель развития конструктивной деятельности учащихся X–XI классов при обучении геометрии» [4] и «модель методической системы формирования поисковой деятельности студентов в процессе математической подготовки» [3].

Проектируемый согласно предложенной модели процесс обучения геометрии в VII–IX классах имеет две *цели*: *развитие поисковой деятельности учащихся* (переход от выполнения отдельных поисковых действий к осуществлению поисковой деятельности; планомерное выполнение поисковых действий; расширение содержания поисковой

деятельности; применение средств реализации, ускоряющих её течение и совершенствующих результаты; овладение учащимися поисковыми умениями и навыками) и *повышение уровня учебных достижений учащихся* (положительная динамика результатов выполнения диагностических работ по геометрии; снижение количества учащихся, испытывающих затруднения; увеличение доли учащихся, выполняющих задания высокого уровня сложности; применение учащимися нестандартных способов решения геометрических задач; рост мотивации к изучению геометрии).

Теоретические основы обучения геометрии, развивающего поисковую деятельность учащихся, включают терминологию, структуру и содержание процессов поиска и поисковой деятельности, *условия* её развития при обучении геометрии [2]: систематическое включение учащихся в поисковую деятельность на всех этапах учебно-познавательной деятельности; использование заданий, активизирующих поисковую деятельность; применение средств, ускоряющих процесс поиска; организация эвристических диалогов, направляющих поисковую деятельность учащихся в соответствии со структурой процесса поиска.

Для достижения целей обучения геометрии, развивающего поисковую деятельность учащихся, используются следующие *средства её реализации* и развития: произвольные геометрические конструкции (совокупности геометрических фигур, расположенных определённым образом, объединение которых является связной фигурой [4, с. 50]); фонд ключевых геометрических конструкций (геометрических конструкций, свойства которых известны и позволяют открывать свойства геометрических фигур и связи между ними [4, с. 71]); конструктор, элементами которого являются эти конструкции; приёмы конструирования и поиска решения геометрических задач; специальные учебные тексты и системы заданий.

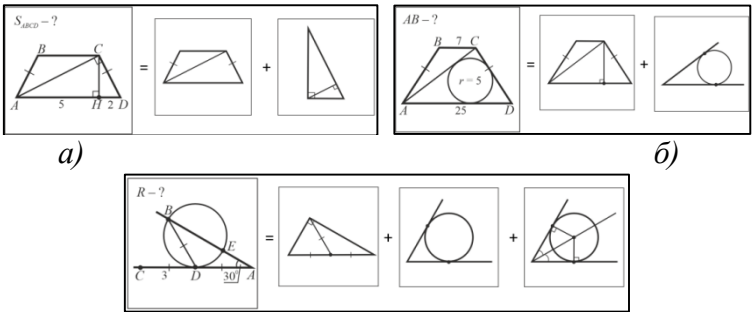
Геометрические конструкции являются одним из основных источников информации при поиске решения задачи, так как они выполняют *коммуникационную* функцию, состоящую в проявлении связей между геометрическими фигурами; *контекстную,* которая заключается в предоставлении конструкцией контекста для выявления свойств геометрических фигур, являющихся её элементами, и связей между ними; *информативную*, проявляющуюся в обеспечении возможности актуализировать базисную информацию об элементах такой конструкции и связях между ними; и *эвристическую*, которая состоит в содействии выявлению способа решения задачи.

Конструктор геометрических конструкций – дидактическая игра, представляющая собой набор изображений ключевых геометрических конструкций, выполненных на прозрачной плёнке, и заданий по работе с ними (на ознакомление со свойствами ключевых конструкций, на применение выявленных свойств и на конструирование новых задач). В процессе игры учащиеся обучаются *приёмам поиска решения задач:* поиск общего элемента конструкций (рассмотрение объекта поиска как пересечения ключевых геометрических конструкций) (рис. 1, *а*); поиск недостающего элемента конструкции (выявление части ключевой конструкции в данной и восстановление недостающих элементов) (рис. 1, *б*); поиск цепочки конструкций (выделение в данной конструкции ключевых геометрических конструкций или их частей и выявление их общих элементов) (рис. 1, *в*). Эти приёмы поиска являются обратными по отношению к приёмам составления задач, описанным в работе [1].

Развитие поисковой деятельности учащихся VII–IX классов при обучении геометрии с использованием геометрического конструирования включает *три этапа*:

– *подготовительный* – формирование фонда ключевых геометрических конструкций, ознакомление со структурой процессов поиска и поисковой деятельности (заметим, что

начинать обучение, развивающее поисковую деятельность, можно в начале любой темы систематического курса геометрии или в момент обобщения и систематизации знаний);



а) *б)*

в)

Рисунок 1 – Иллюстрация приёмов поиска решения задачи

– *формирующий* – систематическое осуществление поисковых процессов при изучении геометрических понятий и теорем, решении задач; ознакомление со средствами реализации поисковой деятельности и её развития; применение этих средств для поиска решения задач; систематическое решение геометрических задач, требующих осуществления поисковой деятельности; поиск формулировок новых геометрических задач с использованием конструктора геометрических конструкций;

– *рефлексивный* – осмысление последовательности поисковых действий; оценка результатов поисковых процессов; систематизация приёмов поисковых действий; презентация нестандартных способов решения задач; проектирование дальнейшей траектории развития.

Прохождение трёх этапов развития поисковой деятельности предполагается в процессе изучения каждой темы геометрии, что позволяет систематически производить измерение уровня развития поисковой деятельности и учебных достижений учащихся.

О *результатах развития поисковой деятельности* можно судить по трём критериям: самостоятельность осуществления процесса поиска открытой информации (той, которую можно непосредственно найти из информационной базы, которой изначально располагает субъект, осуществляющий поиск); самостоятельность осуществления процесса поиска скрытой информации (той, которую нельзя непосредственно найти из информационной базы, которой изначально располагает субъект, осуществляющий поиск); качество поисковой деятельности.

Целостное представление о модели развития поисковой деятельности учащихся VII–IX классов при обучении геометрии даёт рисунок 2. Таким образом, модель развития поисковой деятельности, которая служит основой для разработки методики обучения геометрии, развивающего поисковую деятельность учащихся VII–IX классов, включает следующие компоненты: *целевой*, отражающий цели обучения: развитие поисковой деятельности и повышение уровня учебных достижений учащихся; *теоретический*, отражающий используемую терминологию, структуру и содержание процессов поиска и поисковой деятельности, условия её развития при обучении геометрии; *инструментальный*, характеризующий средства реализации поисковой деятельности и её развития (произвольные геометрические конструкции, ключевые геометрические конструкции; конструктор, элементами которого они являются; приёмы конструирования и поиска решения геометрических задач; специальные учебные тексты и системы заданий); *преобразующий*, отражающий этапы развития поисковой деятельности учащихся VII–IX классов при обучении геометрии: подготовительный, состоящий в формировании фонда ключевых конструкций и ознакомлении со структурой процессов поиска и поисковой деятельности; формирующий, предполагающий систематическое осуществление поисковых процессов при изучении понятий, утверждений и решении задач; рефлексивный, связанный с осмыслением и оценкой

результатов поисковых процессов; *результативный*, характеризующий критерии и показатели уровней развития поисковой деятельности учащихся.



Рисунок 1 – Модель развития поисковой деятельности учащихся при обучении геометрии в VII–IX классах

Разработка дидактической игры осуществлялась при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (№ ГР 20260994).

Список литературы

1. Ворушило-Звежинская Е.В. Методика построения систем учебных заданий по планиметрии для развития поисковой деятельности учащихся // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития: материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (25–27 сентября 2025 г.). – Минск: БГПУ, 2025. – С. 59-63.

2. Ворушило-Звежинская Е.В. Структура процессов поиска и поисковой деятельности учащихся при обучении планиметрии // Матэматыка і фізіка. – 2025. – № 4 (158). – С. 8–21.

3. Литвинцева М.В. Формирование поисковой деятельности студентов в процессе математической подготовки в педагогическом вузе: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Красноярск, 2008. – 22 с.

4. Тухолко Л.Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии: монография. – Минск: БГПУ, 2019. – 246 с. – URL: https://elib.bspu.by/handle/doc/61919 (дата обращения: 12.06.2026).

5. Тухолко Л.Л. Реализация исследовательского подхода при построении теории обучения математике на основе конструктивно-логического метода // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития: материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (25–27 сентября 2025 г.). – Минск: БГПУ, 2025. – С. 14-17.

КАК СОЗДАТЬ МЕТАПРЕДМЕТНОЕ ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ И РАБОТАТЬ С НИМ НА УРОКЕ

М. А. Гаврилова, д-р пед. наук, профессор,
Пензенский государственный университет,
Пенза, Россия
e-mail: margogavr@yandex.ru
Т. А. Старцева, магистр,
ГАОУ ПО «Многопрофильная гимназия №13»,
Пенза, Россия
e-mail: tanechka.startseva02@mail.ru

Аннотация. В статье обосновывается необходимость систематического применения метапредметных заданий на уроках математики для развития функциональной математической грамотности учащихся. Раскрывается авторская структурная модель дидактического текста метапредметного задания, алгоритм его проектирования и методические особенности организации работы с данным заданием на уроке. Определяются организационно-педагогические условия, обеспечивающие эффективность данного подхода в образовательном процессе.
Ключевые слова: функциональная математическая грамотность, метапредметные задания, универсальные учебные действия, методика преподавания математики.

HOW TO CREATE A META-SUBJECT MATHEMATICS TASK AND WORK WITH IT IN A LESSON

M. A. Gavrilova, doctor of pedagogical sciences, professor,
Penza State University,
Penza, Russia
e-mail: margogavr@yandex.ru
T. A. Startseva, master's degree,
GAOU PO «Multidisciplinary Gymnasium № 13»,
Penza, Russia
e-mail: tanechka.startseva02@mail.ru

Annotation. The article substantiates the need for systematic use of meta-subject tasks in mathematics lessons to develop students' functional mathematical literacy. It reveals the author's structural model of the didactic text of a meta-subject task, the algorithm for its design, and the methodological features of organizing work with this task in the lesson. The article identifies the organizational and pedagogical conditions that ensure the effectiveness of this approach in the educational process.
Keywords: functional mathematical literacy, meta-subject tasks, universal educational actions, mathematics teaching methodology.

В настоящее время для объективной оценки уровня сформированности математической грамотности в РФ функционирует многоуровневая система мониторинга, включающая общероссийскую оценку по модели PISA. Результаты общероссийской оценки по модели PISA в 2019–2024 гг. демонстрируют

положительную динамику развития функциональной математической грамотности учащихся: средний балл вырос с 483 до 515, доля учащихся с низкими результатами снизилась с 20,9% до 8%, а с высокими увеличилась с 5,9% до 12,2%. Вместе с тем треть учащихся (32%) демонстрирует низкие уровни математической функциональной грамотности, что указывает на недостаточную эффективность существующей методической базы и сложившейся педагогической практики в формировании уверенной математической функциональной грамотности у основной массы учащихся [3].

Считаем, что эффективный путь решения обозначенной проблемы заключается в систематической работе на уроках математики с **метапредметными заданиями** – совокупностью задач прикладного или междисциплинарного характера, требующих применения предметных знаний и универсальных учебных действий [1].

Анализ практики показывает, что массовая школа испытывает системные затруднения при конструировании метапредметных заданий. В связи с этим, внимание многих исследователей направлено на определение структуры метапредметных заданий и общей логики их проектирования.

В самом широком понимании **модель проектирования метапредметных заданий** по математике состоит из целевого, теоретического, содержательного, деятельностного и рефлексивно-оценочного компонентов [2].

Нами определена **структура дидактического текста метапредметного задания**, состоящая из предметно-содержательного, контекстного и деятельностного компонентов.

Предметно-содержательный компонент определяет область математического содержания метапредметных заданий, которая соответствует основным содержательным линиям учебных курсов предмета «Математика» в основной школе.

Контекстный компонент – внешняя «рамка» задачи, помещающая математическое содержание в нестандартную, зачастую внепредметную ситуацию. Контекст метапредметных заданий должен быть связан с личной жизнью учащегося, его школьной или трудовой деятельностью, с жизнью местного, национального общества или с жизнь всего мира, а также применением математики в других областях науки. Отметим, что контекстный слой не является декоративным дополнением, он порождает познавательную ситуацию, для разрешения которой необходимо применить предметное знание в качестве средства, а не самоцели.

Деятельностный компонент отражает осваиваемую учеником универсальную стратегию познания. Задания должны ориентировать учащегося на формирование и развитие универсальных учебных действий и функциональной математической грамотности.

Выделенные компоненты определяют **логику проектирования метапредметного задания**: 1) определение предметного математического ядра; 2) определение развиваемого универсального учебного действия; 3) проектирование контекстной рамки; 4) введение информационных усложнений – избыточных или недостающих данных; 5) проектирование рефлексивного компонента, направленного на осознание учащимся способов собственных действий и полученного результата; 6) разработка итогового текста метапредметного задания.

Приведем **пример трансформации традиционного задания по математике в метапредметное**.

Традиционное задание. Товар стоил 3000 рублей. Сначала цену повысили на 30%, а затем снизили на 30%. Найдите конечную цену.

Метапредметное задание. Представьте, что вы планируете приобрести смарт-часы в «Чёрную пятницу», которая в этом году состоится 29 ноября. Покупка рассматривается в двух интернет-магазинах («ТехноМир» и «ЭлектроПлюс»), где

стоимость смарт-часов, понравившейся модели, до начала распродажи составляет 3000 рублей. Смарт-часы доступны в черном, синем и белом цветах. Рассмотрите ценовую политику указанных интернет-магазинов в «Черную пятницу».

Магазин «ТехноМир». Базовая цена товара до распродажи составляет 3000 рублей. В «Чёрную пятницу» магазин предоставляет скидку 30% от этой цены.

Магазин «ЭлектроПлюс». Исходная цена товара составляла 3000 рублей. За неделю до распродажи магазин повысил цену на 30%. В «Чёрную пятницу» объявил скидку 30% от повышенной цены.

Согласно отзывам, качество часов в обоих магазинах одинаковое, а доставка в среднем занимает 2–3 дня.

Задачи для выполнения:

1. Вычислите итоговую цену смарт-часов в магазине «ТехноМир».
2. Вычислите итоговую цену смарт-часов в магазине «ЭлектроПлюс».
3. В каком из двух магазинов покупка обойдётся дешевле? На сколько рублей?
4. Какую реальную скидку (в процентах от первоначальной цены) предоставляет магазин «ЭлектроПлюс»?

Рефлексивные вопросы:

1. Почему продавцу может быть выгодно сначала повысить цену, а затем сделать скидку?
2. Изменился ли бы ответ, если бы порядок действий был обратным (сначала скидка, потом повышение на тот же процент)? Проверьте своё предположение с помощью вычислений.
3. Как покупателю быстро оценить реальную выгоду в магазине «ЭлектроПлюс», не доверяя надписи «скидка 30%»?

Дополнительная задача.

В магазине «ЭлектроПлюс» действует накопительная карта, дающая дополнительную скидку 5% от уже сниженной цены, если итоговая сумма покупки превышает 2500 рублей. Стоит ли покупателю активировать карту? Как изменится реальная скидка от первоначальной цены?

Стоит отметить, что при проектировании метапредметного задания необходимо учитывать дидактическую полноту и сложность всей системы задач, а также преемственность и системность их предъявления.

Эффективность использования метапредметных заданий в учебном процессе напрямую зависит от правильной организации работы с ними на уроке. Методика работы с метапредметным заданием опирается на традиционный подход к работе над задачей, но имеет ряд особенностей, отраженных в таблице 1.

Таблица 1 – Методические особенности использования метапредметных заданий

Цель	Проверка и закрепление предметных знаний, формирование и развитие универсальных учебных действий, навыков самостоятельного обучения, применения знаний в решении жизненных и междисциплинарных проблем
Контекст	Личностно значимые, реальные, межпредметные ситуации
Характер ответа	Многовариантность, разные способы и варианты решения
Деятельность учащегося	Продуктивная, направленная на самостоятельный поиск эффективной стратегии решения

Деятельность учителя	Создает условия для развития познавательной активности учащихся, умений самостоятельно получать знания; создает «коммуникативное поле» для обсуждения различных точек зрения и совместного поиска продуктивного решения, координирует групповое взаимодействие учащихся; инициирует рефлексию осуществляемых способов действий учащихся
Диагностический потенциал	Одновременная диагностика предметных и метапредметных результатов

Организационно-педагогические условия эффективного использования метапредметных заданий: последовательное усложнение от элементов метапредметности в 5–6 классах к полноценным метапредметным проектам в 8–9 классах; применение групповых форм работы для обмена идеями; создание ситуаций успеха, позволяющих поощрять нестандартные решения [4].

Таким образом, метапредметные задания по математике способствуют развитию позиции исследователя у учащегося, самостоятельно обнаруживающего значимость математических знаний в решении практико-ориентированных и междисциплинарных проблемных ситуаций и конструирующего способы их разрешения. Систематическое использование метапредметных заданий на уроках математики позволяет преодолеть разрыв между формальным знанием и его применением в реальной жизни человека.

Список литературы

1. Гаврилова М.А., Старцева Т.А. Методика использования метапредметных заданий в процессе обучения математике // Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы: материалы XX Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (17–18 апреля 2024 г.). – Пенза: ПГУ, 2024. – С. 30-35.

2. Позднякова Е.В., Малышенко Г.А. Метапредметные задания как средство развития универсальных учебных действий поколения альфа в процессе математической подготовки в 5–9 классах // Наука и школа. – 2022. – № 6. – С. 216-231.

3. Результаты общероссийской оценки на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся – 2024 / Федеральный институт оценки качества образования. – URL: https://fioco.ru/Media/Default/Documents/pisa/Общерос_оценка_ФГ-2024.pdf.

4. Старцева Т.А. Метапредметные задания по математике как средство развития эвристического мышления учащихся основной школы // Эвристика и дидактика математики: материалы XV Международной научно-практической интернет-конференции молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк, 2026. – С. 95-97.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ ОБЩЕГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В. И. Горбачев, д-р пед. наук, профессор,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Брянск, Россия
e-mail: enibgu@mail.ru
Н. В. Трошина, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Брянск, Россия
e-mail: natalya_troshina@mail.ru

Аннотация. В методологии пространственно-теоретического подхода осуществляется анализ содержания евклидовой геометрии в учебной математической деятельности уровня общего образования. Выделяются закономерности структурирования образовательной области «евклидова геометрия» модельно-абстрактными представлениями геометрического, евклидова и арифметического пространств.
Ключевые слова: методология общеобразовательного курса математики, методика обучения геометрии, евклидова геометрия.

STRUCTURE AND CONTENT OF EUCLIDEAN GEOMETRY IN GENERAL MATHEMATICAL EDUCATION

V. I. Gorbachev, doctor of pedagogical sciences, professor,
I.G. Petrovsky Bryansk State University,
Bryansk, Russia,
e-mail: enibgu@mail.ru
N. V. Troshina, candidate of philosophical sciences, associate professor,
I.G. Petrovsky Bryansk State University,
Bryansk, Russia
e-mail: natalya_troshina@mail.ru

Abstract. Using the spatial-theoretical approach, this article analyzes the content of Euclidean geometry in general education mathematical instruction. Patterns of structuring the educational field of «Euclidean geometry» through model-abstract representations of geometric, Euclidean, and arithmetic spaces are highlighted.
Keywords: methodology of general education mathematics course, methods of teaching geometry, Euclidean geometry.

Базовой категорией учебной математической деятельности уровня общего образования выступает понятие математического пространства – «конструкция субъектного сознания в математическом отражении определенных свойств реального мира, характеризуемая совокупностью свойств объектов, операций, отношений преобразований, исследуемых на последовательных уровнях деятельности содержательного абстрагирования» [1, с. 104]. В учебной геометрической деятельности категория математического пространства представлена вполне определенными математическими пространствами – геометрическим, евклидовым, арифметическим. Геометрическое пространство создается «в математическом отражении свойств формы, меры, пространственной расположенности, субъектной ориентации реального физического мира» [1, с. 106], формируется в содержании наглядно-образной, векторной и арифметической моделей с модельно-специфическими образами геометрических фигур. Евклидово пространство создается «в математическом отражении свойств размерности, пространственной ориентации, метрической характеризации физического

пространства, представлено содержанием векторной, координатной и арифметической моделей» [1, с. 108]. Арифметическое пространство создается в конструкции прямого произведения на базе модельно-абстрактного представления пространства действительных чисел, в учебной геометрической деятельности формируется в процедуре его отождествления с евклидовым пространством.

Каждая из выделенных конструкций математического пространства имеет самостоятельный характер. Геометрическое пространство задается конструктивными образами базовых (точка, прямая, плоскость) и производных (окружность, многоугольник, призма, сфера) геометричсеких фигур, создаваемых в абстрагировании «от предметных свойств объектов физического пространства», существование которых обосновывается их условным изображением. Евклидово пространство задается совокупностью точек и векторов с операциями суммирования, произведения, откладывания, также обоснованными системой наглядных конструктивных действий. Арифметическое пространство, опосредованное созданием в человеческой цивилизации числовых систем, включая пространство действительных чисел, а также математико-мировоззренческой задачей числовой характеризации свойств объектов геометрического пространства, задается совокупностью упорядоченных пар (двумерное), троек (трехмерное) действительных чисел с координатной формой соответствующих алгебраических операций.

Различие математических пространств, в неявной форме используемых в учебной геометрической деятельности уровня общего образования, имеет сугубо формальный характер. В истории мировой математики конструкции каждого из пространств возникли в содержании геометрического метода познания реального мира. Геометрическое пространство (пространство геометрических фигур с отношениями равенства, подобия), характеризуемое условными изображениями, пространственными образами, понятиями геометрических фигур, выделено в «Началах» Евклида, его абстрактная форма аксиоматизирована в «Основаниях геометрии» Д. Гильберта. Арифметическое пространство в его двумерном и трехмерном представлении, характеризуемое координатными, аналитическими образами геометрических фигур в соответствующей декартовой системе координат, выделено в «Геометрии» Р. Декарта, в работах Л. Эйлера получило общекультурное признание в качестве отдельной области геометрии (аналитическая геометрия). Модельная форма евклидова пространства, созданная в качестве своего физического приложения в работах У. Гамильтона, О. Хэвисайда, приобрела абстрактную математическую форму в исследовании Г. Вейля, закономерности учебной геометрической деятельности в содержании евклидова пространства детально изучены в работах отечественных ученых В.Г. Болтянского, И.М. Яглома, Н.М. Рогановского, А.А. Столяра.

Интеграция геометрического, евклидова, арифметического пространств в учебной геометрической деятельности обоснована понятием геометрической фигуры в его модельной, пространственно-специфической формах.

В модельной форме геометрического пространства геометрические фигуры «задаются своими конструктивными изображениями, их существование и свойства в интуитивном плане отождествляются с наличием, свойствами физических тел в физическом мире: геометрические фигуры – это абстрагированные от предметного содержания и подвергшиеся человеческой идеализации объекты человеческого сознания, представленные своими конструктивными образами; свойства формы, взаимного расположения тел в физическом мире в деятельности математического отражения преобразуются в пространственные свойства формы, взаимного расположения геометрических фигур; обоснованная развитием числовых систем человеческая способность измерять физические тела, их структурные элементы

сохраняется в системе «привнесенных в геометрическое пространство» метрических характеристик геометрических фигур (длины, величины угла, площади, объема)» [3, с. 11].

В отличие от конструктивных моделей геометрических фигур геометрического пространства евклидово пространство представлено векторными моделями геометрических фигур – это «объекты векторной модели трехмерного евклидова пространства, заданные векторными условиями (формами) описания характеристических свойств геометрических фигур, интегрированных с их конструктивными изображениями. Главной особенностью векторных моделей (векторных описаний по Н.М. Рогановскому) геометричсеких фигур выступает возможность их исследования векторными средствами с последующей интерпретацией полученных в аффинном пространстве свойств в содержании наглядно-образной модели геометрического пространства» [2, с. 14].

На базе фундаментального понятия базиса евклидово пространство отождествляется с арифметическим пространством, при этом векторные модели геометрических фигур последовательно преобразуются в их координатные, аналитические модели: «Координатная форма описания характеристического свойства точек геометрической фигуры позволяет исследовать зависимость координат точек в форме аналитической модели геометрической фигуры – уравнения, неравенства, системы с двумя переменными (двумерная модель евклидова пространства), с тремя переменными (трехмерная модель евклидова пространства). Исследование аналитической модели геометрической фигуры алгебраическими средствами в сочетании с анализом ее пространственного образа в прямоугольной системе координат создает наиболее эффективную форму учебной геометрической деятельности» [1, с.109].

В интеграции модельных представлений геометрического, евклидова, арифметического пространств достигается методическая цель дифференциации и последующей интеграции базовых методов доказательства свойств геометрических фигур: «В содержании наглядно-образной модели геометрического пространства развивается аналитико-синтетический метод исследования свойств геометрических фигур, в содержании его векторной модели формируется векторный метод исследования пространственных и метрических свойств векторных моделей геометрических фигур, арифметическая модель направлена на становление аналитического метода исследования аналитических моделей геометрических фигур» [1, с. 114].

Объективная закономерность формирования пространственно-специфических методов доказательства свойств геометрических фигур позволяет однозначно трактовать геометрическое, евклидово и арифметическое пространства в качестве дисциплинарно-геометрических. Не менее значимым в плане геометрической интеграции математических пространств выступает и дедуктивное конструирование учебных теорий абстрактных геометрического, евклидова и арифметического пространств.

В аксиоматически-дедуктивном построении учебной теории абстрактного геометрического пространства «по Д. Гильберту» в аксиоматической форме, в содержании логико-понятийных рассуждений устанавливается справедливость определенной системы свойств понятий геометрических фигур, характеризующих учебную теорию в качестве «евклидовой». В содержании определенной Г. Вейлем аксиоматической теории абстрактного евклидова пространства на множестве определяемых понятий векторных моделей геометрических фигур в логико-содержательной форме доказывается справедливость той же системы свойств абстрактного геометрического пространства – учебная теория абстрактного евклидова пространства является «евклидовой». В отождествлении абстрактных евклидова и арифметического пространств определяемые понятия векторных моделей

геометричсеких фигур получают арифметическую (координатную), алгебраическую (аналитическую) трактовку, на множестве аналитических моделей геометрических фигур доказывается справедливость свойств, характеризующих евклидову геометрию – учебная теория абстрактного арифметического пространства также оказывается «евклидовой».

В осуществляемых в модельной, абстрактной формах дифференциации и интеграции математических пространств формируется содержание учебной геометрической деятельности, «евклидова геометрия, охватывающая модельно-абстрактные представления геометрического, евклидова и арифметического пространств, становится структурно и содержательно развивающейся, в целостной системе математического знания приобретает самостоятельный дисциплинарный статус» [4, с. 47-48].

Список литературы

1. Горбачев В.И., Пузырева Е.Н., Трошина Н.В. Систематизация моделей учебных теорий математических пространств в содержании общего образования // Наука и школа. – 2024. – № 6. – С. 102-115.

2. Горбачев В.И., Пузырева Е.Н. Содержание и закономерности формирования векторного метода исследования в модельном представлении геометрического пространства // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2024. – № 4 (36). – С. 8-28.

3. Горбачев В.И., Пузырева Е.Н. Представление геометрического пространства и его наглядно-образной модели в учебной деятельности // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2024. – № 3 (69). – С. 5-20.

3. Горбачев В.И., Степченко Т.А., Трошина Н.В. Дисциплинарная систематизация содержания общего математического образования // Образование в 21 веке: новые ценности и содержательно-технологическая трансформация: сборник тезисов международной научной конференции, посвящённой 95-летию со дня рождения В.А. Сластёнина (19–21 сентября 2025 г.). – Елец: ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», 2025. – С. 44-51.

МНОГОКОМПОНЕНТНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ КАК ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ ДЕЙСТВИЯ ПО РАСПОЗНАВАНИЮ ОБРАЗА

С. Н. Дорофеев, д-р пед. наук, профессор,
Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия
komrad.dorofeev2010@yandex.ru
Е. С. Павлова, канд. пед. наук, доцент,
Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия
Н. В. Наземнова, канд. пед. наук,
Пензенский государственный университет
Пенза, Россия

Аннотация. В данной статье исследуются многокомпонентные упражнения нацеленные на обучение и воспитание учащихся посредством формирования у них действия по распознаванию образа. В качестве примера разработаны системы таких упражнений, связанных как с геометрическими образами, так и с задачами на применение производной и первообразной. Выявлена дидактическая значимость этой системы, условия, обеспечивающие ее эффективность в процессе формирования действия по распознаванию математических образов.

Ключевые слова: многокомпонентные упражнения, действие по распознаванию образа, творческая и исследовательская деятельность, систематизация учебно-познавательной информации.

MULTICOMPONENT EXERCISES AS A BASIS FOR FORMING IMAGE RECOGNITION ACTIONS

S. N. Dorofeev, doctor of pedagogical sciences, professor,
Togliatti State University
Togliatti, Russia
komrad.dorofeev2010@yandex.ru
E. S. Pavlova, candidate of pedagogical sciences, associate hrofessor,
Togliatti State University
Togliatti, Russia
N. V. Nazemnova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Penza State University
Penza, Russia

Abstract. This article explores multi-component exercises aimed at teaching and upbringing students through the formation of their image recognition actions. As an example, systems of such exercises have been developed that involve both geometric images and tasks involving the use of derivatives and antiderivatives. The didactic significance of this system and the conditions that ensure its effectiveness in the process of forming mathematical pattern recognition actions have been identified.

Keywords: multi-component exercises, image recognition, creative and research activities, and systematization of educational and cognitive information.

Современный этап развития образовательного пространства выпускников средних учебных заведений можно охарактеризовать как этап усиленной направленности общественности на обучение школьников приемам и методам логического и абстрактного мышления, самостоятельной организации творческой деятельности, поиска и систематизации учебно-познавательной информации, как необходимых условий успешного совершенствования искусственного интеллекта. К важным средствам обучения школьников

таким приемам и методам мы относим многокомпонентные упражнения. Проблеме развития и реализации многокомпонентных упражнений в педагогике и методики преподавания математики уделяется значительное внимание. Основоположником развития этой теории по праву считается известный российский ученый П.М.Эрдниев. В своих работах он определил место и цель использования многокомпонентных упражнений в процессе обучения математике; изложил основные критерии применения их, обеспечивающие эффективность в учебно-образовательном процессе.

В нашей работе мы покажем их эффективность в процессе формирования у обучающихся приемов и методов развития логического и абстрактного мышления, организации творческой деятельности, поиска и систематизации учебно-познавательной информации. В основу методики обучения школьников этим приемам и методам мы закладываем многокомпонентные упражнения, как средство формирования действий по распознаванию математических образов. Ранее мы уже отмечали, что формирование действия по распознаванию математического образа предполагает, прежде всего, обучение школьников и студентов различным способам оперирования с данным математическим объектом. Различные способы оперирования предполагают включение конкретного математического образа в различные проблемные ситуации и воздействие на него различными математическими методами и средствами с целью получения более подробной и обширной информации. Наибольший объем информации о конкретном математическом объекте произвольного происхождения характеризует уровень его распознанности. К сожалению, по сложившейся в методике обучения традиции многие специалисты на процесс распознавания математического образа смотрят крайне ограниченно. Некоторые считают, что распознавание образа должно сводится к определению обучающимся его первоначального вида, например, это параллелограмм, это трапеция, это правильная шестиугольная призма, это квадратичная функция, это показательная функция и т.д. Следует заметить, что на современном этапе развития образовательного пространства, такой ответ нельзя считать достаточно полным, поскольку он не отражает всей сути и полноты знаний обучающегося о том же самом параллелограмме. Знает ли такой ученик формулы для вычисления площади параллелограмма? Умеет ли применять планиметрические теоремы, в том числе и теоремы синусов и косинусов для вычисления каких-либо элементов параллелограмма, к изучению свойств и нахождению числовых характеристик параллелограмма? Как показывает наш опыт, и многие с нами, мы думаем согласятся в том, что чаще всего он не владеет этими знаниями. Происходит так: на уроке обучающийся, определив первоначальный вид математического образа успокаивается и, чаще всего теряет интерес к дальнейшему усвоению той информации, которая накоплена человечеством по данному математическому объекту. Его могут не интересовать никакие другие числовые или функциональные свойства этого образа. Например, для учащихся начальной школы, имеющих незначительное представление о параллелограмме, процесс распознавания параллелограмма можно сводить к выделению такого четырехугольника из предложенного набора геометрических фигур. Однако для учащихся основной школы сведение их знаний к выделению конкретной геометрической фигуры из некоторого набора фигур является крайне недостаточным. Как известно, на разных этапах обучения учащихся математике в основной школе изучаются различные свойства математических объектов, в том числе и геометрических фигур. На каком-то этапе изучаются свойства параллелограмма, на каком-то методы вычисления его площади, диагоналей, сторон и высот, в старшей школе учащиеся обучаются приемам видения параллелограмма как части пространственных фигур, это могут быть сечения, это могут быть грани пространственных многогранников, представляющих собой части, вложенные в конкретный пространственный многогранник более широкого объема.

С целью повышения интереса обучающихся к изучению свойств четырехугольников, в частности параллелограмма, мы предлагаем использовать многокомпонентные упражнения следующего содержания: В параллелограмме ABCD известны длины его диагоналей AC=20см, BD=30см и угол между ними равен 30^0. Найти

1. Площадь параллелограмма ADCD.
2. Длины сторон AB и CD.
3. Длины, высот, опущенных на эти стороны.
4. Величины углов параллелограмма ABCD.
5. Определить вид четырехугольника MNPQ, образованного серединами M, N, P, Q сторон AB, BC, CD, AD параллелограмма ABCD.
6. Найти площадь четырехугольника MNPQ.
7. Найти длины сторон MN и PQ четырехугольника MNPQ.
8. Величины углов при вершинах M, N, P, Q четырехугольника MNPQ.

Следует заметить, что выполнение таких упражнений способствует формированию у обучающегося целостного представления о параллелограмме, как математическом образе. Теперь обучающийся представляет параллелограмм не только как четырехугольник с параллельными противоположными сторонами, но и как четырехугольник с соответственно параллельными и равными противоположными сторонами, как четырехугольник, диагонали которого в точке их пересечения делятся пополам, как четырехугольник у которого противоположные углы равны, как четырехугольник, у которого сумма углов, прилежащих к одной стороне равна развернутому углу, как трапецию, у которой боковые стороны параллельны т.д.[3]. Эффективную значимость многокомпонентных упражнений в формировании действия по распознаванию математического образа раскрывают упражнения, связанные с изучением пространственных фигур. Рассмотрим следующий пример: В тетраэдре SABC боковое ребро SA перпендикулярно плоскости основания ABC и равно 10см. Боковые ребра SA и SB наклонены к плоскости основания под углами 30^0 и 45^0 соответственно. Известно, что $\angle BAC = 60^0$. Найти

1. Длины все ребер тетраэдра SABC.
2. Площади всех граней тетраэдра SABC.
3. Площадь боковой поверхности тетраэдра SABC.
4. Объем тетраэдра SABC.
5. Длины высот тетраэдра SABC.
6. Радиус шара, вписанного в тетраэдр SABC.
7. Объем шара, вписанного в тетраэдр SABC.
8. Радиус шара, описанного около тетраэдра SABC.
9. Объем шара, описанного около тетраэдра SABC.
10. Определить во сколько раз объем шара, описанного около тетраэдра SABC больше объема шара, вписанного в тетраэдр SABC.

Выполнение подобных упражнений обусловливает у учащихся формирование приемов и методов организации творческой и исследовательской деятельности, поиска и систематизации новой учебно-познавательной информации.

Аналогичная ситуация возникает и тогда, когда мы формируем в сознании обучающихся представления о функциях к примеру, представления о квадратичной функции. Эта проблема является особо актуальной для значительной части наших обучающихся. Формирование первых достаточно полных представлений о функциях актуально хотя бы потому, что наш реальный мир познается на основе тех математических (функциональных) моделей, которые мы можем построить в своем сознании. Важно отметить, что такая потребность в том или ином виде возникает почти у каждого индивидуума независимо от того какой компонент в процессе его обучения действиям по распознаванию образа играл ведущую роль. Возможно это был волевой, эмоционально-мотивационный или операционно-

содержательный компонент, возможно все три одновременно, а возможно ни один из них. К сожалению, такие учащиеся у нас тоже встречаются. В методике преподавания математики мы больше внимания уделяем тем учащимся, у которых ведущим является хотя бы один из компонентов процесса обучения, а вот работ, посвященных исследованию проблем обучения учащихся с низким или недостаточно высоким уровнем сформированности волевого, эмоционально-мотивационного и операционно-содержательного компонентов не достаточно. В своей работе мы постараемся коснуться этих проблем пусть не на глубоком, но на достаточно эффективном уровне. Мы не будем рассматривать сложные математические задания, способствующие формированию более глубоких умений по распознаванию математических образов, ограничимся наиболее простыми заданиями, доступными учащимся с низким или недостаточно высоким уровнем сформированности волевого, эмоционально-мотивационного или операционно-содержательного компонентов.

С целью формирования у обучающихся старших классов более глубоких представлений о функциях и их первообразных можно предложить следующие многокомпонентные упражнения, например,

Упражнение1. Дана функция $f'(x)=3x\,|\,x\,|\,-2$. Найдите:

1) ее первообразную $F(x)$.

2) Исследуйте данную функцию на промежутке $(-\infty; +\infty)$.

3) Постройте график данной функции $f'(x)=3x\,|\,x\,|\,-2$.

4) Докажите, что функция $F(x)=x^3-2x+1$ есть первообразная на промежутке $[0; +\infty)$, а функция $F(x)= -x^3-2x+1$ есть первообразная на промежутке $(-\infty; 0)$.

5) Постройте график функции $F(x)=x^3-2x+1$ на промежутке $[0; +\infty)$ и график функции $F(x)= -x^3-2x+1$ на промежутке $(-\infty; 0)$, .

6) Сравните данные графики и сделайте соответствующие выводы.

Упражнение 2. Дана функция $f'(x)=6x- \sin x$.

1) Докажите, что функция $F(x)=3x^2 + \cos x+3$ является первообразной для функции $f'(x)=6x- \sin x$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$.

2) Что означает, что $F(x)=3x^2 + \cos x+3$ является одной из первообразных для функции $f'(x)=6x- \sin x$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$?

3) Укажите какие-либо функции, отличающиеся от $F'(x)$ и являющиеся первообразными для $f(x)$, если они существуют.

4) Исследуйте и постройте графики данных функций $F(x)=3x^2+\cos x+3$ и $f'(x)=6x-\sin x$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, сделайте выводы.

Отметим, что эти упражнения ориентированы, прежде всего, на учащихся с недостаточно высоким уровнем сформированности операционно-содержательного компонента и способствуют формированию умения раскрывать связи между функцией и ее первообразными.

Подобные многокомпонентные упражнения и задачи наряду с углублением теоретических знаний, обучением школьников с недостаточно высоким уровнем сформированности волевого, эмоционально-мотивационного и операционно-содержательного компонентов, различным способам применения теоретических знаний к решению практических задач способствуют формированию в их сознании приемов и методов поиска и систематизации учебно-познавательной информации, направленной на освоение приемов распознавания математических образов, также способствуют формированию умения переносить прежние знания в новые условия, делать открытия в каждой конкретной задаче, важные для каждого из них с целью повышения своей самооценки, значит, повышают уровень их готовности к творческой деятельности, обусловливают более высокий уровень сформированности действия по распознаванию образа.

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ЗАДАНИЙ

Н. В. Ежова, старший преподаватель кафедры высшей математики,
ФГАОУ ВО Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ),
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: ezhovanv@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается перспектива развития математических способностей школьников за счёт систематического использования модифицированных заданий на занятиях по математике. Выделяются основные типы модификации заданий: конструирование обратных задач, изменение параметров условия, перевод с одного языка представления на другой. Обосновывается эффективность поэтапного включения модифицированных заданий в структуру урока математики.

Ключевые слова: математические способности, модифицированные задания, развивающее обучение, вариативность, математическое мышление, познавательная активность.

DEVELOPMENT OF STUDENTS' MATHEMATICAL ABILITIES THROUGH A SYSTEM OF MODIFIED TASKS

N. V. Ezhova, senior lecturer at the department of higher mathematics,
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU),
St. Petersburg, Russia
e-mail: ezhovanv@gmail.com

Abstract: The article discusses the prospect of developing students' mathematical abilities through the systematic use of modified tasks in mathematics classes. The main types of task modification are identified: constructing inverse problems, changing the parameters of the condition, and translating from one representation language to another. The effectiveness of gradually incorporating modified tasks into the structure of a mathematics lesson is substantiated.

Keywords: mathematical abilities, modified tasks, developmental learning, variability, mathematical thinking, and cognitive activity.

Современная система математического образования должна быть ориентирована не только на усвоение предметных знаний, но и на реализацию и развитие интеллектуального потенциала учащихся. Одним из мощных инструментов в решении данной задачи может стать система модифицированных заданий, позволяющая трансформировать стандартные учебные задачи в средство развития гибкости, глубины и критичности математического мышления. Под модифицированными заданиями мы понимаем такие задачи, которые получены из исходных путем целенаправленного изменения структуры, условий или требований, без изменения предметного содержания.

Формирование у обучающихся устойчивых навыков решения базовых задач определённого типа, безусловно, необходимо. Математика является фундаментальной наукой, следовательно, её развитие невозможно без наличия прочного фундамента. Но

если обучающийся постоянно остаётся только на уровне решения однотипных примеров, то при устойчивой сформированности его алгоритмической деятельности, творческая сторона его деятельности, также как и развитие любого вида мышления, остаются в стороне. При этом линейная модификация базовых заданий (изменение числовых параметров исходных задач) оказывают положительное влияние на формирование алгоритмической деятельности.

Но всё-таки наиболее интересны, на наш взгляд, варианты нелинейной модификации математических заданий. Таких как изменение вопроса при сохранении условий, добавление избыточных данных или наоборот, изменение данных таким образом, чтобы их не хватало для решения поставленной задачи, перевод условия с одного языка на другой (например: текст→ система → график). Последний приём бывает весьма эффективен при решении задач с параметром, когда построение графической иллюстрации к задаче практически приводит к её решению. Но для этого обучающийся должен уметь не только мыслить аналитически, но и владеть умением построения графиков функций, плюс он должен уметь интерпретировать полученную графически информацию. Добиться такого уровня рассуждения от обучающихся можно только постоянным постепенным усложнением и углублением решаемых задач, то есть постоянной работой с модифицированными заданиями. Стоит отметить, что исследователи разных направлений неоднократно отмечали, что способности (не только математические) проявляются и развиваются именно в условиях нестандартной ситуации, человек вынужден искать новые пути решения проблемы, когда готовый алгоритм отсутствует.

В течение учебного года учитель, как и ученик, ограничен рамками учебной программы, поэтому часто учителя не решаются на эксперименты, какими бы перспективными они ни казались. Последние несколько лет большое распространение получили тематические смены для обучающихся на каникулах. Здесь преподаватель имеет больше свободы в выборе тем и задач для обсуждения. Нельзя отрицать и наличие специфики, обусловленной желанием отдохнуть, поэтому перед преподавателем стоит непростая задача – постараться найти баланс между учёбой и игрой, перспективой получить новые знания и возможностью заняться спортом, прогулками на свежем воздухе и прочими неинтеллектуальными активностями.

Нами был разработан учебно-методический комплекс на основе модифицированных заданий для учащихся летней смены для интеллектуально одарённых детей ДОЛ «Стремительный» школ г. Пскова (2026 год, 25 учащихся 7–10 классов). За основу мы взяли тему «Целые числа. Теория чисел». Выбор темы был обусловлен, прежде всего, возрастом обучающихся, собранных в одну группу (7–10 класс). Данная тема при правильной подаче интересна и не очень сложна для обучающихся. Задачи по этой теме хорошо модифицируются как линейным, так и нелинейным способом. При этом, если мы проанализируем олимпиадные задачи, задачу 19 ЕГЭ, то мы видим большое количество не простых, но интересных задач именно на эту тему.

Приведём пример из разработанного нами УМК (2 занятие):

1. а) Найдите цифру X, при которой число $\overline{5X793X4}$ делится на 3.
2. а) Можно ли задать цифру X, при которой число $\overline{5X793X4}$ не делится на 2?

b) Можно ли задать цифру X, при которой число $\overline{5X793X4}$ не делится на 5?
3. a) Найдите все числа вида $\overline{56X3Y}$, делящиеся на 36.
b) Найдите все числа вида $\overline{135XY}$, не делящиеся на 45.
4. a) Найдите наибольшую цифру X, при которой сумма $12 + \overline{2X3}$ делится на 3.
b) Найдите всевозможные цифры X, при которой сумма $12 + \overline{2X3}$ делится на 3.
c) Сколько существует трёхзначных чисел таких что сумма $12 + \overline{2X3}$ делится на 3.
5. Трёхзначное число состоит из различных цифр и делится на каждую из них.

- Может ли среди его цифр быть 9?
- Какая у него последняя цифра?

Обратите внимание, что 5 задача это как раз 19 задача одного из последних вариантов А. Ларина, то есть задача, за которую не берутся большинство обучающихся 11 класса. В нашей группе её решили 18 из 25 человек.

Стоит признать, что считать статистически значимыми результаты всего восьми занятий, проведенных в условиях летней смены, было бы самонадеянно. Однако проявленный познавательный интерес обучающихся к предлагаемым заданиям, их вовлеченность в процесс решения и готовность обсуждать различные пути решения задач служат важным качественным показателем. Именно этот интерес, на наш взгляд, свидетельствует о методической и личностной значимости проведенной работы. Для обучающихся участие в таких занятиях становится не просто отработкой вычислительных навыков, а возможностью взглянуть на привычные задачи с новой стороны, испытать интеллектуальное удовлетворение от поиска нестандартных подходов и увидеть в математике пространство для размышления, а не только для заучивания правил. Для педагога интерес обучающихся выступает надежным ориентиром в отборе содержания и форм работы, подтверждая, что система модифицированных заданий даже в рамках краткосрочного образовательного формата (летней смены) находит живой отклик и действительно способствует развитию математического мышления. На протяжении этой короткой смены мы наблюдали, как менялось отношение детей к олимпиадным задачам: уходила тревога, появлялся интерес, росла вера в свои силы и возможности. Возросла доля обучающихся, которые стали активнее предлагать нестандартные способы решения, уменьшилось количество формальных ошибок, связанных с непониманием условия. Кроме того, повысилась учебная мотивация: большинство обучающихся отметили, что модифицированные задания делают занятия по математике более интересными.

Не стоит забывать, что эффективность работы на основе системы модифицированных заданий зависит от соблюдения ряда условий: регулярного включения заданий разных типов в каждый урок, использования таких заданий, как на этапе закрепления, так и при проверке знаний. Преподаватель должен постоянно находиться в процессе осмысления, анализа и оценки применяемых методов модификации, оперативно оценивая их эффективность и при необходимости корректируя учебный процесс. То есть использование системы модифицированных заданий должно быть постоянным. Задания не должны быть чрезмерно трудными – важно соблюдать меру новизны, чтобы сохранять и развивать интерес. Также целесообразно применять формы работы, где учащиеся сами создают возможные модификации задачи.

В заключение подчеркнем, что развитие математических способностей невозможно без постоянного «сопротивления материала» – преодоления посильных интеллектуальных трудностей. Система модифицированных заданий создает такую среду, где каждый ученик находится в активной позиции преобразователя знания, а не пассивного репродуктора. Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку цифровых конструкторов модифицированных задач и создание банка таких заданий по разным темам и для разных возрастов. Практическая значимость работы заключается в том, что предложенная система может быть внедрена в деятельность любого учителя математики без изменения базовой программы.

Список литературы

1. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / под ред. Н.И. Чуприковой. – М.: Институт практической психологии, 1998. – 416 с.

2. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике: история, теория, методика. – М.: Школьная пресса, 2002. – 208 с.

3. Далингер В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005. – 456 с.

4. Зимняя И.А. Педагогическая психология. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1997. – 476 с.

5. Пойа Д. Математическое открытие: решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. – М.: Наука, 1976. – 448 с.

ПРИЕМЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Ю. А. Еловикова, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Брянский государственный университет
имени академика И.Г. Петровского,
Брянск, Россия
e-mail: elov77@yandex.ru

Аннотация. В статье предлагаются некоторые приемы алгоритмизации аналитического решения уравнений с параметром, позволяющие школьникам успешнее решать задания высокой сложности ЕГЭ по математике профильного уровня.
Ключевые слова: единый государственный экзамен по математике, уравнения с параметром, алгоритм.

METHODS OF ALGORITHMIZATION IN SOLVING SELECTED TYPES OF PARAMETER PROBLEMS BY THE ANALYTICAL METHOD

I. A. Elovikova, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
Bryansk State Academician I. G. Petrovski University,
Bryansk, Russia
e-mail: elov77@yandex.ru

Abstract. The article suggests several algorithmization techniques for the analytical solution of equations with parameters, which can help students more successfully cope with high-difficulty tasks on the profile-level mathematics Unified State Exam.
Keywords: Unified State Examination in Mathematics, equations with a parameter, algorithm.

Задачи высокого уровня сложности, предлагаемые на ЕГЭ по математике профильного уровня, требуют от выпускников умения применять известные приемы и рассуждения в непривычной ситуации. Успешное решение таких заданий «демонстрирует комбинированное владение методами решения задач из разных разделов школьного курса математики» [1].

В процессе изучения математики в школе такие упражнения полезны на этапе закрепления умения применять изученные алгоритмы и приемы решения.

Несмотря на высокую сложность упомянутых задач, на отдельных этапах их решения все же можно применять типовые рассуждения, сформулировать обобщенный алгоритм решения и оформления. Как правило, алгоритмизация действий приводит к более успешному их выполнению. Далее мы предложим несколько алгоритмических приемов решения отдельных типов задач с параметром (задача 18 КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня 2026 года) аналитическим методом.

Результаты проверки экзаменационных работ показывают, что при применении аналитического метода решения уравнений с параметром участники экзамена испытывают ряд сложностей. Это связано, прежде всего, с необходимостью соблюсти большое количество условий, соединяя их правильными логическим связками. Преодолеть такие затруднения можно, например, с помощью следующих типовых рассуждений.

Алгоритм решения уравнения вида «произведение равно нулю» на заданном промежутке

Рассмотрим шаги алгоритма на примере решения следующей задачи (ЕГЭ 2023 г):

найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{7x-4}\cdot\ln(x^2-8x+17-a^2)=0$ имеет на отрезке $[0;4]$ ровно один корень.

1. *Записать систему условий, равносильную уравнению, по образцу*

$$\text{произведение равно 0 на промежутке} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{c}\text{1-й множитель равен 0}\\ \dots \\ \text{n-й множитель равен 0}\end{array}\right. \\ \text{требования ОДЗ} \\ \text{промежуток}\end{cases}; \begin{cases} \left[\begin{array}{c}\sqrt{7x-4}=0\\ \ln(x^2-8x+17-a^2)=0\end{array}\right. \\ 7x-4\ge 0 \\ x^2-8x+17-a^2>0 \\ 0\le x\le 4\end{cases}.$$

2. *Преобразовать систему, получая совокупность нескольких случаев. Упростить каждый из случаев, удаляя условия-следствия.*

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}7x-4=0\\ 7x-4\ge 0\\ x^2-8x+17-a^2>0\\ 0\le x\le 4\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-8x+17-a^2=1\\ 7x-4\ge 0\\ x^2-8x+17-a^2>0\\ 0\le x\le 4\end{cases}\end{array}\right.; \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}7x-4=0\\ x^2-8x+17-a^2>0\\ 0\le x\le 4\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-8x+17-a^2=1\\ 7x-4\ge 0\\ 0\le x\le 4\end{cases}\end{array}\right..$$

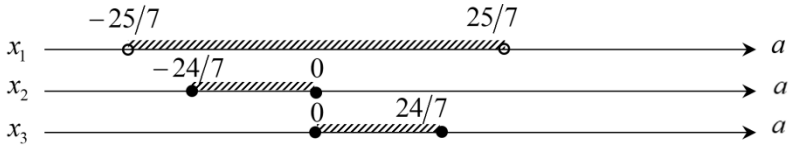
3. *Для каждого из случаев: а) выразить неизвестную из равенства, получить значение корня уравнения; б) подставить полученное значение корня в остальные условия системы, получить ограничения на параметр.*

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4/7\\ \frac{16}{49}-8\cdot\frac{16}{49}+17-a^2>0\\ 0\le 4/7\le 4\end{cases}\\ \begin{cases}(x-4)^2=a^2\\ 7x-4\ge 0\\ 0\le x\le 4\end{cases}\end{array}\right.; \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4/7\\ \frac{625}{49}-a^2>0\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x-4=a\\ x-4=-a\end{array}\right.\\ 0\le x\le 4\\ x\ge 4/7\end{cases}\end{array}\right.; \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4/7\\ \left(\frac{25}{7}-a\right)\cdot\left(\frac{25}{7}+a\right)>0\end{cases}\\ \begin{cases}x=4+a\\ 4/7\le 4+a\le 4\end{cases}\\ \begin{cases}x=4-a\\ 4/7\le 4-a\le 4\end{cases}\end{array}\right.; \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4/7\\ a\in\left(-\frac{25}{7};\frac{25}{7}\right)\end{cases}\\ \begin{cases}x=4+a\\ -\frac{24}{7}\le a\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}x=4-a\\ 0\le a\le\frac{24}{7}\end{cases}\end{array}\right..$$

Таким образом, уравнение имеет корень $x_1=4/7$ при $a\in\left(-\frac{25}{7};\frac{25}{7}\right)$, корень $x_2=4+a$ при $-\frac{24}{7}\le a\le 0$ и корень $x_3=4-a$ при $0\le a\le\frac{24}{7}$.

4. *Найти, при каких значениях параметра корни попарно совпадают:* $x_1=x_2$ при $4/7=a+4;\ a=-24/7$. $x_1=x_3$ при $4/7=4-a;\ a=24/7$. $x_2=x_3$ при $a+4=a-4;\ a=0$.

5. *Отметить на числовой прямой значения параметра, при которых уравнение имеет каждый их корней. Выбрать значения параметра, при которых выполняется условие задачи.*



Учитывая условия совпадения корней, получим, что данное уравнение имеет на отрезке [0; 4] ровно один корень при $a \in \left(-\frac{25}{7};-\frac{24}{7}\right] \cup \left[\frac{24}{7};\frac{25}{7}\right)$.

Приемы выполнения замены переменной в уравнениях с параметром

Распространённым методом решения уравнений, в том числе с параметром, является замена переменной. Исходное уравнение при этом упрощается и в ряде задач КИМ ЕГЭ прошлых лет приводится к квадратному уравнению. В связи с этим для успешного решения становятся актуальными умения исследовать расположение корней квадратного трехчлена, учитывать соответствие между значениями новой переменной и корнями исходного уравнения.

Последовательность рассуждений, которые необходимо провести в заданиях такого типа, покажем в ходе решения следующей задачи (ЕГЭ 2025 г.):

найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(|x-2a-1|+|x-2a+1|)^2+a\cdot(|x-2a-1|+|x-2a+1|)+a^2-48=0 \qquad (1)$$

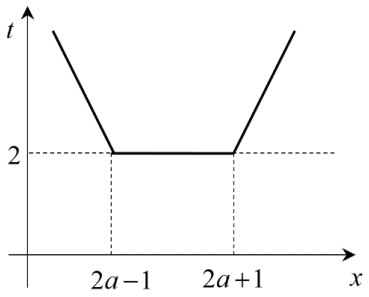
имеет ровно два различных корня.

1. *При введении новой переменной рассмотреть ее как функцию от прежней переменной. Установить, сколько значений прежней переменной соответствуют каждому из значений новой переменной (для этого можно построить график функции).*

Пусть $t=|x-2a-1|+|x-2a+1|$.

Рассмотрим функцию $t(x)=|x-2a-1|+|x-2a+1|$. Раскрывая модули, получим

$$t(x)=\begin{cases}-x+2a+1-x+2a-1 & \text{при} \quad x\le 2a-1\\ -x+2a+1+x-2a+1 & \text{при} \quad 2a-1\le x\le 2a+1\\ x-2a-1+x-2a+1 & \text{при} \quad x\ge 2a+1\end{cases}=\begin{cases}-2x+4a & \text{при} \quad x\le 2a-1\\ 2 & \text{при} \quad 2a-1\le x\le 2a+1\\ 2x-4a & \text{при} \quad x\ge 2a+1\end{cases}\cdot$$



Построим график функции $t(x)$. Видим, что значениям $t<2$ не соответствует ни одного значения переменной x, значению $t=2$ соответствует бесконечно много значений x, а любому значению $t>2$ соответствуют ровно два значения переменной x.

2. *Для уравнения относительно новой переменной выяснить, сколько и каких корней оно должно иметь, чтобы исходное уравнение относительно прежней переменной имело требуемое количество корней.*

Уравнение относительно переменной *t* принимает вид $t^2 + a \cdot t + (a^2 - 48) = 0$ (2).

а) Если (2) не имеет корней, то и (1) не имеет корней, что не удовлетворяет условию.

б) Если (2) имеет два совпадающих корня $t_1 = t_2 = t$, то для того, чтобы (1) имело ровно два различных корня, соответствующих *t*, должно выполняться условие $t > 2$.

в) Если (2) имеет два различных корня $t_1 < t_2$, то меньшему из них t_1 не должен соответствовать ни один корень *x* исходного уравнения, а большему t_2 должны соответствовать два корня уравнения (1). Для этого, согласно рассуждению выше, необходимо $t_1 < 2 < t_2$.

3. *Если уравнение относительно новой переменной является квадратным, использовать теоремы о расположении корней квадратного трехчлена, чтобы обеспечить требуемое количество корней нового уравнения с указанными свойствами.*

Случай б). Чтобы квадратное уравнение (2) имело единственный корень $t > 2$, достаточно выполнения условий $\begin{cases} D = 0 \\ t_0 > 2 \end{cases}$, где t_0 – абсцисса вершины параболы – графика функции $f(t) = t^2 + a \cdot t + (a^2 - 48)$. Получаем $\begin{cases} a^2 - 4(a^2 - 48) = 0 \\ -a/2 > 2 \end{cases}$, $\begin{cases} a = \pm 8 \\ a < -4 \end{cases}$, $a = -8$.

Случай в). Поскольку ветви параболы, задаваемой функцией $f(t)$, направлены вверх, то чтобы квадратное уравнение (2) имело два различных корня, располагающиеся по разные стороны от точки 2, достаточно выполнения условия $f(2) < 0$. Таким образом, $4 + 2a + a^2 - 48 < 0$, $a^2 + 2a - 44 < 0$, откуда получим, что $a \in (-1 - 3\sqrt{5};\ -1 + 3\sqrt{5})$.

Ответ: $a \in (-1 - 3\sqrt{5};\ -1 + 3\sqrt{5}) \cup \{-8\}$.

Заметим, что теоремы о расположении корней квадратного трехчлена позволяют получать условия для корней с заданными свойствами без непосредственного нахождения самих корней, что зачастую упрощает решение. Предложенные в данной статье приемы алгоритмизации аналитического решения уравнений с параметром могут помочь старшеклассникам успешнее справляться с решением подобных задач, в том числе задачи 18 КИМ ЕГЭ. Проблеме предотвращения логических ошибок в еще одной задаче высокого уровня сложности КИМ ЕГЭ – задаче 19 –посвящена статья [2].

Список литературы

1. Ященко И.В., Высоцкий И.Р., Самсонов П.И., Семенов А.В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2025 года по математике. – М.: ФИПИ, 2025. – 54 с.

2. Еловикова Ю.А. Анализ ошибок при решении задачи ЕГЭ высокого уровня сложности // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2023. – С. 248-251.

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ УЧЕБНЫХ ЗАДАНИЙ КОНТЕКСТНОГО ТИПА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ 10–11 КЛАССОВ

О. Н. Карневич,
Белорусский государственный университет,
Минск, Беларусь
e-mail: o_n_karnevich@mail.ru

Аннотация. Описана методика построения системы учебных заданий контекстного типа для формирования геометрической грамотности учащихся, основанная на использовании учебных контекстов различного типа.

Ключевые слова: методика построения систем учебных заданий контекстного типа, обучение стереометрии.

FEATURES OF A METHOD FOR CONSTRUCTING SYSTEMS OF CONTEXTUAL ASSIGNMENTS TO DEVELOP GEOMETRIC LITERACY IN GRADES 10–11

O. N. Karnevich,
Belarusian State University,
Minsk, Belarus
e-mail: o_n_karnevich@mail.ru

Annotation. The article describes a methodology for constructing a system of contextual learning tasks for developing students' geometric literacy, based on the use of sequential contexts.

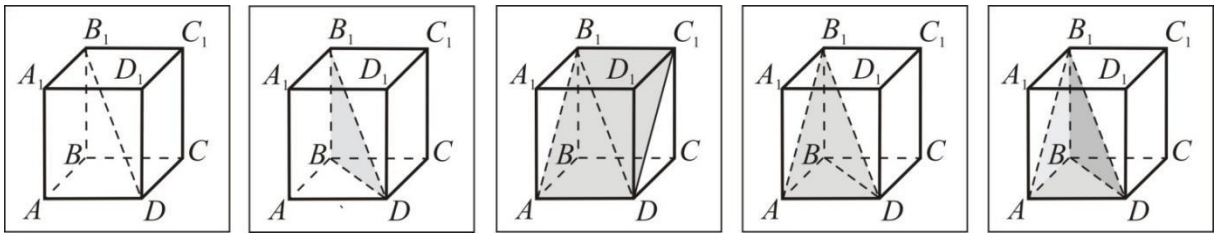
Keywords: methodology for constructing systems of context-based learning tasks, stereometry teaching.

Для формирования геометрической грамотности учащихся, под которой понимается «*умение создавать, анализировать и интерпретировать геометрические модели реальных объектов, графические модели геометрических объектов в процессе решения задач»* [2, с. 321], важным является систематическое использование в образовательном процессе специальных учебных заданий, обеспечивающих включение учащихся в работу по моделированию объектов в различных контекстах[1]. Дидактическим инструментом для осуществления этой цели могут служить учебные задания контекстного типа, охарактеризованные в работе [1]. Основная задача заключается в упорядочении этих заданий в систему и их внедрении в систему заданий действующих учебных пособий по стереометрии.

Предлагаемая методика построения системы таких заданий основывается на принципах *видового разнообразия контекстов*, предполагающего включение в систему различных видов учебных заданий контекстного типа, и *уровневого соответствия показателям геометрической грамотности*, подразумевающего обеспечение возрастания уровня сложности учебных заданий в соответствии с показателями уровней геометрической грамотности учащихся.

[1] Под контекстом нами понимается среда, включающая объект анализа и проявляющая его свойства и отношения с другими объектами [2].

Для разработки учебных заданий контекстного типа и создания графических моделей геометрических фигур для таких заданий, а затем объединения заданий в систему используется метод конструирования, «состоящий в выборе, расположении и соединении объектов для получения конструкций, удовлетворяющих определенным условиям» [5, с. 17]. Например, на рисунке 1 изображен ряд графических моделей конструкций, элементы которого выбраны, расположены и соединены таким образом, чтобы можно было проанализировать возможность рассмотрения диагонали B_1D куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис.1, *а*) в контексте различных геометрических фигур (B_1D – гипотенуза прямоугольного треугольника B_1BD (рис.1, *б*), диагональ параллелограмма AB_1C_1D (рис.1, *в*), гипотенуза прямоугольного треугольника B_1AD (рис.1, *г*), боковое ребро треугольной пирамиды B_1ABD или сторона основания пирамиды ABB_1D (рис.1, *д*)).



а) *б)* *в)* *г)* *д)*

Рисунок 1 – Ряд графических моделей геометрических конструкций для анализа геометрического объекта в различных контекстах

Содержание деятельности разработчика предполагает выполнение следующих действий:

– анализ требуемых функций системы заданий: образовательной (повышение уровня геометрической грамотности учащихся и формирование навыка применения различных контекстов к исследованию геометрических объектов); развивающей (развитие навыков анализа, создания и интерпретации геометрических моделей реальных объектов и графических моделей геометрических объектов); воспитательной (акцентирование значимости геометрических знаний в ходе анализа ценностного и деятельностного контекстов геометрических объектов); методологической (демонстрация роли контекста для выявления свойств исследуемого объекта);

– определение структуры системы, которая выстраивается в соответствии с этапами познавательной деятельности учащихся (восприятие – осмысление – закрепление – применение) и включает подсистемы заданий для усвоения знаний, их применения и диагностики уровня геометрической грамотности учащихся;

– уточнение требований к содержанию системы заданий, обеспечивающей включение учащихся в деятельность по анализу, созданию и интерпретации моделей реальных и геометрических объектов путём их рассмотрения в контекстах различных типов: семантическом, визуальном, ценностном, деятельностном [4];

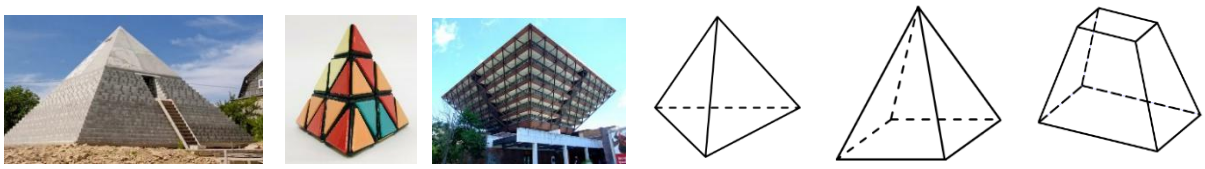
– построение системы заданий с заданной структурой с учётом предъявляемых требований к её содержанию.

Разработка системы учебных заданий начинается с конструирования подсистемы диагностических учебных заданий контекстного типа на основе теоретических фактов по теме и программного перечня умений, которыми должен овладеть обучающийся, а

также показателей уровней геометрической грамотности, охарактеризованных в работе [3]). Эта подсистема задаёт ориентир для конструирования других подсистем.

Приведем примеры нескольких заданий подсистемы для диагностики уровня геометрической грамотности учащихся. Задание 1 является примером учебного задания на анализ ценностного контекста по теме «Пирамида», соответствующего отметке «один» по десятибалльной системе.

Задание 1. Установите соответствие между изображениями реальных объектов (рис. 2, *а* – *в*) и графическими моделями многогранников, отражающих взаимное расположение их элементов (рис. 2, *г* – *е*).



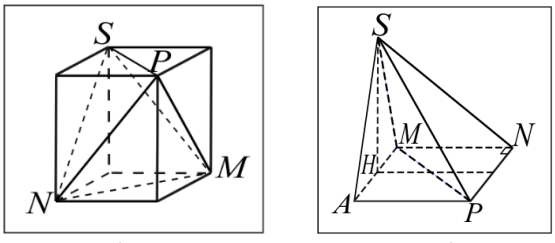
а) *б)* *в)* *г)* *д)* *е)*

Рисунок 2

Задание 2 относится к заданиям на создание конструктивного контекста, выполнение которого предполагает получение отметки «девять» или «десять» с учетом полноты обоснования и согласуется с показателями высокого уровня геометрической грамотности.

Задание 2. В треугольной пирамиде $SMNP$ $MP = SP = SN = 5\sqrt{3}$, $SM = NP = 4\sqrt{3}$, $MN = 3\sqrt{3}$. Найдите объем треугольной пирамиды.

Рациональное решение этой задачи предполагает построение для пирамиды контекстного многогранника[2]. Если заметить, что у данной пирамиды есть две пары равных противолежащих рёбер, то в качестве контекстного многогранника может выступить прямой параллелепипед (рис. 3, *а*). Если обратить внимание на то, что треугольники SMN и PMN – прямоугольные с прямыми углами при вершинах M и N соответственно, то в качестве контекстного многогранника можно рассмотреть четырехугольную пирамиду $SAMNP$ (рис. 3, *б*), уточнив положение основания высоты пирамиды, проведённой из вершины S.



а) *б)*

Рисунок 3

Далее конструируется подсистема учебных заданий контекстного типа на усвоение теоретических знаний, направленная на формирование верных представлений о геометрических понятиях, понимание и запоминание теоретических фактов. При этом применяется *приём поочерёдной смены контекстов*, который предполагает

[2] Многогранник M_1 будем называть *контекстным* для многогранника M_2, если вершины многогранника M_2 принадлежат многограннику M_1.

использование для выполнения анализа нормативного, ценностного и деятельностного контекстов. Такая подсистема заданий соответствует 1–6 баллам.

Например, задание 3 на анализ нормативного контекста предполагает рассмотрение утверждений, ошибочно принимаемых за определения в учебных пособиях или в интернете, и базируется на приеме уточнения определений понятий в ходе построения *конструкций-контрпримеров*.

Задание 3. Прочитайте предложение: «Под скрещивающимися прямыми понимаются две прямые, которые не лежат в одной плоскости». Можно ли его использовать в качестве определения скрещивающихся прямых? Приведите примеры геометрических конструкций, подтверждающие, что данное предложение неточно описывает существенные свойства скрещивающихся прямых.

В завершение осуществляется разработка подсистемы заданий контекстного типа на применение знаний. Такая подсистема представляет собой систему заданий уровня от 6 до 10 баллов и дополняет имеющуюся в учебном пособии систему задач заданиями контекстного типа:

– заданиями на анализ конструктивного контекста, дающими возможность формировать умение выявлять геометрические объекты, входящие в объём изучаемого понятия;

– заданиями на анализ и создание конструктивного контекста, предполагающими использование контекстных многогранников;

– заданиями на анализ и решение контекстных задач, выполняющими мотивационную функцию и формирующими исследовательские навыки учащихся.

Таким образом, особенностью методики построения системы учебных заданий контекстного типа по стереометрии является использование контекстов различных типов (семантического, визуального, ценностного, деятельностного) для вовлечения учащихся в работу по анализу, созданию и интерпретации геометрических моделей реальных объектов и графических моделей геометрических объектов.

Список литературы

1. Карневич О.Н. Виды учебных заданий контекстного типа для формирования геометрической грамотности учащихся на основе контекстного метода обучения // Матэматыка і фізіка. – 2025. – № 6. – С. 3-10.

2. Карневич О.Н. Контекстный метод обучения для формирования геометрической грамотности учащихся X–XI классов // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития: материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов (25–27 сентября 2025 г.). – Минск: БГПУ, 2025. – С. 320-323.

3. Карневич О.Н. Методика построения систем учебных заданий контекстного типа для формирования геометрической грамотности учащихся X–XI классов // Весці БДПУ. – 2026. – № 2. – С. 23-34.

4. Карневич О.Н. Типология учебных контекстов при обучении геометрии // Матэматыка. – 2018. – № 6. – С. 3–14.

5. Тухолко Л.Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии: монография. – Минск: БГПУ, 2019. – 246 с.

ПРОПЕДЕВТИКА ПОНЯТИЯ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ» НА УРОКАХ ФИЗИКИ В 9 КЛАССАХ

Ф. А. Комаров, учитель, ЧОУ «Деловая волна»,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: FedorKomarov1998@yandex.ru
К. А. Фофанов, ассистент, РГПУ им. А.И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: kirfof@mail.ru

Аннотация. Авторы статьи предлагают, не вводя формального определения производной, акцентировать внимание учащихся на математических характеристиках графиков скорости, ускорения и координаты: непрерывности, гладкости, точках экстремума. Показано, как анализ физических процессов позволяет интуитивно освоить идеи производной, связи функции и её производной и др. Предложенный подход создаёт содержательную основу для последующего строгого изучения дифференциального исчисления в старших классах.
Ключевые слова. Пропедевтика математического анализа, производная, кинематика, графики движения, непрерывность функции, гладкость графика, точки экстремума, дифференциальное исчисление, межпредметные связи (физика и математика).

PROPEDEUTICS OF THE CONCEPT OF «DERIVATIVE OF A FUNCTION» IN PHYSICS LESSONS IN 9TH GRADE

F. A. Komarov, teacher, Private Educational Institution "Delovaya Volna",
Saint Petersburg, Russia
e-mail: FedorKomarov1998@yandex.ru
K. A. Fofanov, assistant,Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: kirfof@mail.ru

Abstract. The authors of the article propose, without introducing a formal definition of the derivative, to focus students' attention on the mathematical characteristics of graphs of velocity, acceleration, and coordinate: continuity, smoothness, points of extremum. It is shown how the analysis of physical processes allows one to intuitively master the ideas of the derivative, the relationship between a function and its derivative, etc. The proposed approach creates a substantive basis for the subsequent rigorous study of differential calculus in high school.
Keywords. Propaedeutics of mathematical analysis, derivative, kinematics, motion graphs, continuity of a function, smoothness of a graph, extremum points, differential calculus, interdisciplinary connections (physics and mathematics).

Изучения понятия производной в школе начинается в 11 классах в курсе алгебры и начал математического анализа [1]. Однако, опыт преподавания показывает, что интуитивные представления о скорости изменения функции есть возможность заложить раньше – на уроках физики в 9 классе при изучении кинематики [5].

В данной статье предлагается методические рекомендации, при которых решение графической задачи по кинематике становится средством пропедевтики ключевых идей дифференциального исчисления. Основная идея заключается в том, чтобы, не вводя формально термин «производная» и соответствующие обозначения, насытить физические рассуждения математическими, а также соответствующей терминологией. Рассмотрим классическую кинематическую задачу для учащихся 9 класса:

«Автомобиль начинает движение вдоль оси *Ox* с места с ускорением $a = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ на протяжении 3 секунд, затем 2 секунды движется равномерно, после чего тормозит на протяжении 2 секунд, а затем набирает скорость в обратную сторону $2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ за 1 секунду. Построить графики ускорения $a(t)$, проекции скорости $\upsilon(t)$ и координаты $x(t)$».

Классическое решение предполагает поэтапное вычисление кинематических величин и построение графиков на основе физических формул [2]. Предлагаемый подход дополняет эти рассуждения акцентом на математические характеристики графиков: гладкость, характер стыковки участков, поведение в точках перелома и экстремума. В данном материале мы опустим многие физические рассуждения и преобразование выражений.

График проекции ускорения (Рисунок 1.):

Движение четко разделено на три этапа: разгон (равноускоренное движение), равномерное движение, торможение (равнозамедленное движение). Ускорение на каждом этапе постоянно, поэтому график $a_x(t)$ представляет собой кусочно-постоянную функцию. На интервале $[0;3]$ $a(t) = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на интервале $(3;5]$ $a(t) = 0$, на интервале $(5;7]$ $a(t) = -6\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на интервале $(7;8]$ $a(t) = -2\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

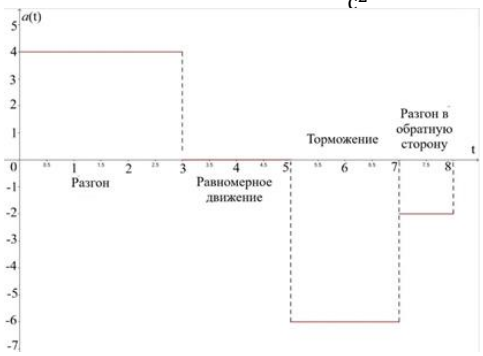


Рисунок 1 – График проекции ускорения.

Математический комментарий. В точках $t = 3$, $t = 5$ и $t = 7$ график ускорения терпит разрыв. Это означает, что при переходе через эти точки значение ускорения меняется скачкообразно. С точки зрения физики это допущение. Можно было бы сказать, что рывок в этих точках бесконечно большой. Однако, с точки зрения математики стоит подчеркнуть: если бы мы попытались говорить о «скорости изменения ускорения» (то есть о производной), то в этих точках мы не смогли бы ее определить. Этот факт впоследствии станет для учащихся опорой при изучении понятия производной в точках разрыва.

График проекции скорости (Рисунок 2.):

Проекция скорости на каждом участке:

Участок разгона: υ(t)=4t

Участок равномерного движения: υ(t)=12

Участок торможения: υ(t)=42–6t

Участок разгона в обратную сторону: υ(t)=42–6t

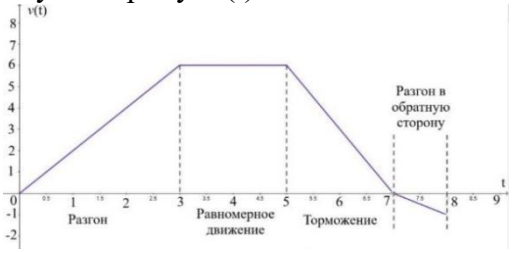


Рисунок 2 – График проекции скорости.

Математический комментарий. Обратим внимание учащихся на поведение графика в точках $t = 3$ и $t = 5$ Более того, если рассмотреть *окрестность* точки $t = 3$ (то есть сколь угодно

малый интервал, содержащий эту точку), то *слева* от точки (при $t < 3$) и *справа* (при $t > 3$) значения скорости приближаются к одному и тому же числу. В этой точке нет разрыва – график скорости непрерывен (в отличии от функции $a(t)$). Аналогичные рассуждения можно провести для точки $t = 5$ и $t = 7$.

Однако обратим внимание на другое обстоятельство. Угол наклона графика слева от точки $t = 3$ (на участке разгона) равен некоторой величине, соответствующей ускорению $4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Угол наклона справа от точки $t = 3$ (на участке равномерного движения) равен нулю. Эти углы различны. Иными словами, если мы будем подходить к точке $t = 3$ сколь угодно близко слева, то скорость изменения скорости (то есть ускорение) будет одной; если подходить справа – ускорение будет другим. В самой точке $t = 3$ мы не можем однозначно сказать, с какой скоростью меняется скорость, потому что слева и справа эта скорость разная. Это приводит к тому, что график ускорения в этой точке имеет разрыв, что мы уже видели, а на графике скорости имеется перелом. Аналогичные рассуждения можно провести для точки $t = 5$ и $t = 7$.

График координаты (Рисунок 3.):

Координата на каждом участке (начальную координату примем за $x_0 = 0$):

- Участок разгона: $x(t) = 2t^2$
- Участок равномерного движения: $x(t) = 12t\ - 18$
- Участок торможения: $x(t) = -3t^2 + 42t - 93$
- Участок разгона в обратную сторону: $x(t) = -t^2 + 14t + 5$

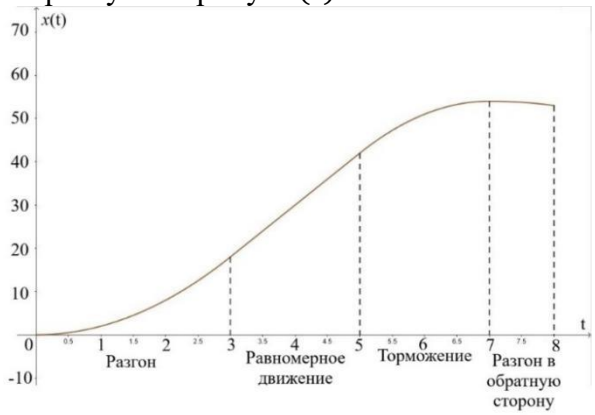


Рисунок 3 – График координаты.

Математический комментарий. Обратим внимание на характер стыковки участков. В точке $t = 3$стыкуются парабола и прямая. Убедимся, что на стыке график гладкий. На участке разгона, подходя сколь угодно близко к моменту времени $t = 3$, скорость сколь угодно близко будет приближаться к 12 м/с. На участке равномерного движения скорость постоянна и также равна 12 м/с. Следовательно, слева от точки $t = 3$ и справа от нее график координаты имеет один и тот же наклон. График не имеет перелома – он остается гладким (а значит функция имеет производную в этой точке). Аналогичные рассуждения можно провести для точки $t = 5$ и $t = 7$.

Кроме рассмотренных фактов о гладкости и разрывах соответствующих графиков, стоит обратить внимание на то, как связаны (с точки зрения математики) между собой построенные графики. Оговоримся, что далее график производной функции мы будем называть, условно, «следующим» для графика функции (график скорости – следующий для графика координаты, график ускорения – следующий для графика скорости). А именно:

- График координаты (и, соответственно, графики перемещения и пройденного пути) всегда является гладким. На стыках различных участков не должно быть заострений или переломов. Одна часть графика плавно переходит в другую.

Если на графике есть перелом, то в этой точке скорость изменения функции слева не равна скорости изменения функции справа (производная слева не равна производной справа), что приведет на «следующем» графике к разрыву в этой точке.

• В случае, когда тело сначала движется в положительном направлении, затем останавливается и начинает двигаться в отрицательном направлении, в момент остановки скорость равна нулю, график пересекает ось времени. На графике координаты этому моменту соответствует точка максимума. И здесь возникает важное наблюдение: в точке максимума (или минимума) графика координаты касательная горизонтальна, а скорость равна нулю. Это замечательное наблюдение станет в дальнейшем основой для понимания теоремы Ферма (необходимое условие экстремума): производная дифференцируемой функции в точке экстремума равна нулю. Обучающиеся уже на физическом материале интуитивно осваивают эту идею.

• На тех интервалах, где график функции является параболой, «следующий» график на тех же интервалах является линейной функцией. На интервалах, где график функции линейный, «следующий» график является константой. Где график является константой, «следующий» совпадает с осью времени. Можно сказать, что «следующий» график на данном интервале задается многочленом степени на единицу меньше по сравнению с исходным графиком. С помощью данных замечаний, обучающиеся начинают формировать представление о правилах и формулах дифференцирования.

Предложенный рекомендации позволят в 9 классе, задолго до формального изучения математического анализа, сформировать у учащихся интуитивные представления о:

- производной функции;
- непрерывности и гладкости функции;
- связи между функцией и ее производной;
- необходимом условии экстремума;
- некоторых формулах и правилах дифференцирования.

Важно подчеркнуть, что термины, связанные с математическим анализом, не вводятся формально. Вместо этого используются описательные выражения, что создает благоприятную почву для последующего введения строгих определений в старших классах. Стоит добавить, что озвученные рекомендации согласуются с подходом, описанным в работе [4].

Таким образом, решение графических задач по кинематике становится не только средством формирования физических понятий, но и эффективным инструментом пропедевтики математического анализа.

Список литературы:

1. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачёва М.В. [и др.] Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия 10–11 класс, базовый и углублённый уровни: учебник. – 13-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2025.

2. Камалеева А.Р., Грузкова С.Ю., Русскова О.Б. Кинематика в графиках: учебно-методическое пособие. – Казань: Издательство «Отечество», 2017.

3. Мякишев Г.Я., Синяков А.З. Физика: механика. 10 класс: учебник: углублённый уровень. – 11-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2024.

4. Орлов В.В., Крылов В.В., Фофанов К.А. Подготовка учащихся основной и старшей школы к изучению курса высшей математики в вузе // Современные проблемы математики и математического образования: Международная научная конференция «78 Герценовские чтения», Санкт-Петербург, 15-17 апреля 2025 года. – Санкт-Петербург: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2025. – С. 87-92.

5. Перышкин И.М., Гутник Е.М., Иванов А.И., Петрова М.А. Физика: 9-й класс: базовый уровень.– 4-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2025.

КАК СДЕЛАТЬ УРОКИ ПО ПРЕДМЕТУ «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» ИНТЕРЕСНЫМИ?

С. В. Костин
ГБОУ г. Москвы «Школа № 1788»,
Москва, Россия
Российский технологический университет МИРЭА,
Москва, Россия
e-mail: kostinsv77@mail.ru

Аннотация. Обсуждается вопрос о том, как сделать уроки по предмету «Вероятность и статистика» интересными. Отмечается важность использования в учебном процессе содержательных задач. Приводятся примеры таких задач.
Ключевые слова: вероятность и статистика, преподавание математики.

HOW CAN LESSONS ON «PROBABILITY AND STATISTICS» BE MADE INTERESTING?

S. V. Kostin
SBEI of Moscow «School № 1788»,
Moscow, Russia
Russian Technological University MIREA,
Moscow, Russia
e-mail: kostinsv77@mail.ru

Annotation. The article discusses how to make lessons on «Probability and Statistics» engaging. The importance of using substantive problems in the teaching process is highlighted, and examples of such problems are provided.
Keywords: probability and statistics, teaching mathematics.

Автор данной статьи уже несколько лет преподает предмет «Вероятность и статистика» в школе № 1788 города Москвы. Школа 1788 расположена на юго-западе Москвы (в районе Рассказовка) и по количеству учеников является одной из самых крупных школ России.

Большое количество классов, с которыми довелось работать, причем классов весьма различного уровня, как я полагаю, дает мне право поделиться некоторыми соображениями и размышлениями по поводу предмета «Вероятность и статистика» и методики его преподавания.

Предмет «Вероятность и статистика» появился в школе относительно недавно. Но я успел заметить, что многие учителя математики недолюбливают этот предмет. Причина, по моему мнению, кроется в том, что если с алгеброй и геометрией есть устоявшееся деление материала по классам (скажем, все учителя математики знают, что квадратные уравнения изучаются во второй половине 8 класса, а параллелограммы – в начале 8 класса), то с вероятностью и статистикой такого четкого и понятного для учителей деления материала по классам нет.

Постарались здесь, конечно, авторы учебников вероятности и составители соответствующих программ. Кто может объяснить, почему часть материала по теме «Графы»

изучается в 7 классе, а часть в 8 классе? Каков «великий тайный замысел» авторов учебников, которые искусственно дробят эту тему на части? Никогда не поверю, что понятие «эйлеров граф» доступно пониманию учеников 7-го класса, а при этом, пожалуй, даже более простое понятие «дерево» не доступно. Это все равно, как если бы в геометрии, скажем, параллелограммы изучались в 8 классе, а трапеции в 9 классе. Понятно, что это был бы театр абсурда. Всем нормальным людям очевидно, что тему «Четырехугольники» надо брать целиком. Устоявшееся место для нее – начало 8 класса.

То же самое и с графами. У меня нет никаких сомнений, что эту тему можно (и нужно) целиком изучать в 7 классе. Возвращение к этой теме должно произойти только через 3 года (в 10 классе), когда материал по графам можно изложить еще раз, но, возможно, на более научном (формальном) уровне, а также, что крайне важно, обогатив эту тему новыми содержательными задачами и идеями. Искусственно размазывая тему «Графы» между 7 и 8 классами, авторы учебников вероятности, как говорил классик, «Хотели как лучше, а получилось, как всегда».

Совершенно аналогичная ситуация с темой «Числовые характеристики числовых наборов». Сейчас мода, медиана, размах и среднее арифметическое изучаются в 7 классе, а дисперсия и среднее квадратическое отклонение – в 8 классе. Умом я понимаю, что это сделано, поскольку для введения среднего квадратического отклонения требуется понятие корня, а оно вводится в 8 классе. Но, может быть, тогда имеет смысл всю тему «Числовые характеристики числовых наборов» перенести в 8 класс?

Думаю, что учителя математики (я сейчас говорю не про всех учителей, но про многих) не очень любят «Вероятность» еще по одной причине. На диагностике по вероятности «непонятно, чего ждать», а ведь по результатам диагностики руководство школы делает вывод о качестве образования, которое дает учитель.

Несколько лет назад на диагностике в 7 классе дали такую задачу: дан граф, представляющий схему улиц некоторого города. Спрашивается: какие наименьшее число улиц надо закрыть на ремонт так, чтобы по оставшимся улицам можно было проложить маршрут автобуса, который по каждой улице проходит ровно один раз?

Попросту говоря: какое наименьшее число ребер надо удалить из графа, чтобы граф стал полуэйлеровым? Задача замечательная, но проблема в том, что аналогичной задачи нет в учебнике вероятности. Также такого рода задача раньше (в прошлые годы) не встречалась на диагностике.

Какие я отсюда делаю выводы?

1. В 7 классе надо значительно (в три-четыре раза) увеличить количество часов по теме «Графы».
2. Тот «кусок» по графам, который сейчас изучается в 8 классе, надо тоже перенести в 7 класс.
3. Обучить учеников 7 класса рядовой массовой школы понятиям «эйлеров граф», «полуэйлеров граф» и научить их решать задачи повышенной сложности, связанные с этими понятиями (подобные приведенной выше), по моему мнению, реально (я в этом убежден), но для этого надо кратно (!) увеличить количество часов по теме «Графы».
4. Обязать авторов учебников вероятности переписать главу «Графы» в своих учебниках, постаравшись в явном виде изложить алгоритмы решения подобного рода задач («какое наименьшее число ребер надо добавить к графу, чтобы он стал

эйлеровым/полуэйлеровым», «какое наименьшее число ребер надо удалить из графа, чтобы он стал эйлеровым/полуэйлеровым»).

Ситуация, которая имеет место сейчас, когда в учебнике указанные алгоритмы не прописаны, и ученикам предлагаются примитивные по сложности задачи, а потом на диагностике дети встречают задачи, аналогичных которым не было в учебнике, недопустима. И это проблема не детей и не учителей – это проблема авторов учебников и составителей программ.

Вообще к подбору задач в учебниках вероятности у меня много вопросов. Параллельно дети изучают алгебру и геометрию, но авторы учебников вероятности даже не пытаются связать вероятность с этими курсами. Большинство задач в школьном учебнике вероятности скучны и неинтересны, а некоторые откровенно примитивны.

Конечно, я как учитель в меру своих сил и способностей стараюсь что-то выдумывать, сочинять, стараюсь увлечь детей предметом, но на учебник, честно признаюсь, в этом смысле особо не надеюсь. Домашнее задание всегда сочиняю сам. Стараюсь параграфы из учебника для изучения детям на дом не задавать – скучный текст учебника не интересен даже мне, что уж говорить о детях.

В который раз убеждаюсь, что написание учебника для массовой школы – дело архисложное. Люди, способные такой учебник написать, – это «штучный товар». Безусловно, что это люди с высочайшей культурой, причем культурой не только математической, но и человеческой.

Скажем, действующему учебнику математики для 5–6 классов уже почти 60 лет. Его первое издание вышло в далеком 1968 году (мы об этом уже писали в нашей статье [5]). Подобное долгожительство не случайно – учебник был написан (в соавторстве) Наумом Яковлевичем Виленкиным – человеком, вне всякого сомнения, очень большого математического и педагогического дарования.

Я не хочу сказать, что «все очень плохо». Из современных учебников мне нравятся «линейки» учебников по алгебре и геометрии А. Г. Мерзляка, В. Г. Полонского и М. С. Якира. Данные авторы сделали акцент (особенно в углубленных учебниках, выходящих с фамилиями авторов Мерзляк, Поляков) на интересных и содержательных задачах. Но и теоретический материал в этих учебниках тщательно продуман и выверен и излагается авторами простым и понятным языком, «языком Виленкина».

У меня как у учителя есть определенная надежда, что А. Г. Мерзляк и М. С. Якир (В. Б. Полонского, к сожалению, не стало в 2019 году) напишут «линейку» учебников по вероятности и что эта линейка окажется столь же интересной и содержательной, как их «линейки» по алгебре и геометрии.

Приведу в качестве примера ряд задач, которые я сочинил, чтобы постараться увлечь детей предметом «Вероятность и статистика». Отмечу, что данную статью можно рассматривать как продолжение статей [1–4].

Задача 1. В мешке лежат две карточки с цифрой 0, три карточки с цифрой 3, четыре карточки с цифрой 4 и пять карточек со знаком >.

1) Случайным образом вынимают (одна за другой без возвращения) и выкладывают в ряд 3 карточки. Найти вероятность того, что получится верное неравенство вида $a > b$.

2) Случайным образом вынимают (одна за другой без возвращения) и выкладывают в ряд 4 карточки. Найти вероятность того, что получится верное неравенство вида $a > b$.

Задача 2. Рассмотрим первый куплет и припев песни «Лесной Олень» (музыка Евгения Крылатова, слова Юрия Энтина):

Осенью в дождливый серый день
Проскакал по городу Олень.
Он летел над гулкой мостовой
Рыжим лесом пущенной стрелой.

Вернись, Лесной Олень, по моему хотенью!
Умчи меня, Олень, в свою страну оленью,
Где сосны рвутся в небо,
Где быль живёт и небыль…
Умчи меня туда, Лесной Олень!

1) Перепишите этот текст в свою тетрадь. 2) Произведите подсчет гласных букв (А, Е, Ё, И, О, У, Ы, Э, Ю, Я). 3) Постройте столбиковую диаграмму.

Задача 3. Рассмотрим число $123\ldots2122$, полученное выписыванием в ряд всех натуральных чисел от 1 до 22 включительно. В этом числе случайным образом зачеркивают одну цифру. Найти вероятность того, что полученное в результате число: 1) делится на 3; 2) делится на 9; 3) делится на 3, но не делится на 9.

Задача 4. На карточках написаны буквы слова ПОЛУСФЕРА. Карточки тщательно перемешивают и после этого случайным образом выкладывают в ряд. Найти вероятность того, что полученное слово: 1) содержит подслово ЛЕС; 2) содержит подслово ПОЛЕ; 3) содержит хотя бы одно из подслов ЛЕС или ПОЛЕ.

Задача 5. Рассмотрим полубесконечную полоску клеток (см. рис.). Вначале на первой (синей) клетке стоит фишка. Затем начинают подбрасывать правильную (симметричную) монету. Если выпадает орел, то фишку сдвигают на одну клетку вправо, а если выпадает решка, то фишку сдвигают на две клетки вправо. Найти вероятность того, что фишка при своем движении посетит шестую (зеленую) клетку полоски.



Автор надеется, что данная статья заинтересовала читателей, и будет очень благодарен за любые комментарии и замечания по затронутым нами вопросам.

Список литературы

1. Костин С.В. Задача о новогодней елочке // Математика в школе. – 2025. – № 2. – С. 74-77.

2. Костин С.В. Задачи со снежинками // Математика для школьников. – 2025. – № 3. – С. 27-36.

3. Костин С.В. Новогодние задачи // Математика для школьников. – 2026. – № 1. – С. 29-33.

4. Костин С.В. Новые новогодние задачи // Математика для школьников. – 2026. – № 2. – С. 10-21.

5. Костин С.В. Об одной задаче практической направленности из школьного учебника математики // Математика в школе. – 2024. – № 8. – С. 74-77.

УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ВАРИАТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ

В. В. Липилина, канд. пед. наук, доцент,
Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия
М. Д. Зотова, магистрант,
Тольяттинский государственный университет
e-mail: lipil@rambler.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема развития вариативного мышления старшеклассников в процессе обучения решению уравнений с параметрами. Представлена авторская методика обучения, основанная на деятельностном и личностно ориентированном подходах и уровневой дифференциации. Описана система задач трёх уровней сложности и этапы реализации методики. Приведены результаты экспериментальной работы, подтверждающие эффективность разработанной методики.
Ключевые слова: вариативное мышление, уравнения с параметрами, деятельностной и личностно ориентированный подход, уровневая дифференциация.

EQUATIONS WITH PARAMETERS AS A MEANS OF DEVELOPING VARIABLE THINKING IN HIGH SCHOOL STUDENTS

V. V. Lipilina, PhD, associate professor,
Togliatti State University
Togliatti, Russia
M. D. Zotova, master's student
Togliatti State University
e-mail: lipil@rambler.ru

Annotation. The article discusses the problem of developing students' variable thinking in the process of teaching solving equations with parameters. The author's teaching methodology based on the activity-based and personality-oriented approaches and level differentiation is presented. The system of tasks of three levels of complexity and the stages of the methodology implementation are described. The results of the experimental work confirming the effectiveness of the developed methodology are presented.
Keywords: variable thinking, equations with parameters, activity-based and personality-oriented approach, level differentiation.

Современная образовательная парадигма, ориентированная на формирование у учащихся универсальных учебных действий, актуализирует проблему развития вариативного мышления. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (ФГОС СОО) в числе метапредметных результатов выделяет «умение выбирать успешные стратегии в различных ситуациях» [4, с. 6], что напрямую связано с вариативным мышлением – способностью рассматривать проблему с разных сторон, находить множество способов решения и выбирать оптимальный.

Уравнения с параметрами обладают высоким дидактическим потенциалом для развития вариативного мышления, поскольку их решение требует анализа различных случаев, рассмотрения области допустимых значений и выбора оптимального метода. Однако, как показывает анализ школьной практики, работа над задачами с параметрами часто сводится к решению типовых задач из сборников для подготовки к ЕГЭ. Системная работа, направленная на развитие мышления, практически не ведётся.

Вариативное мышление-это интегративное качество познавательной деятельности личности, выражающееся в способности рассматривать учебную или проблемную ситуацию

в нескольких возможных аспектах, выдвигать и анализировать различные способы решения, выбирать наиболее рациональный из них и при необходимости изменять стратегию действий в зависимости от условий задачи. Основными характеристиками его являются: гибкость, многовариантность, самостоятельность, критичность, прогностичность, комбинаторность, оригинальность.

Одним из эффективных средств развития вариативного мышления старшеклассников являются **уравнения с параметрами**, поскольку их решение требует: анализа различных случаев; выбора из нескольких способов решения; установления зависимостей между величинами; обоснования каждого шага; поиска оптимального пути решения.

Такие задания способствуют формированию у учащихся: логического и критического мышления; способности к исследовательской деятельности; умения строить и проверять гипотезы; навыков сравнения и выбора рационального способа решения.

Однако в школьной практике уравнения с параметрами вызывают у многих старшеклассников затруднения, что делает необходимым поиск более эффективных методических подходов к их изучению. Следовательно, исследование возможностей использования уравнений с параметрами для развития вариативного мышления является своевременным, практически значимым и методически востребованным.

Проблема исследования заключается в противоречии между потенциалом уравнений с параметрами для развития вариативного мышления и недостаточной разработанностью методик, направленных на системное развитие данного качества.

В основу разработанной нами методики положены три взаимодополняющих подхода:

1. Деятельностный подход (Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, П.Я. Гальперин). Согласно данному подходу, развитие мышления происходит в процессе активной учебной деятельности. При решении уравнений с параметрами учащийся не усваивает готовый алгоритм, а конструирует его самостоятельно, анализируя различные случаи [1, с. 236].

2. Личностно ориентированный подход (И.С. Якиманская, В.В. Сериков). Данный подход предполагает учёт индивидуальных особенностей и уровня подготовки каждого ученика [6, с. 67].

3. Уровневая дифференциация (В.В. Фирсов, И.М. Смирнова). Данный подход предполагает распределение учебного материала по трём уровням сложности, что позволяет каждому учащемуся продвигаться в обучении в соответствии со своими возможностями [5, с. 20].

Покажем здесь как строилась система задач, приведем несколько типичных задач. Разработанная система задач включает три уровня сложности.

Уровень 1 (базовый). Задачи на распознавание типа уравнения и применение стандартного алгоритма.

Пример 1. При каких значениях параметра a уравнение

$x^2 + ax + 1 = 0$ имеет два различных корня?

Решение. Дискриминант $D = a^2 - 4 > 0$, откуда $a < -2$ или $a > 2$.

Уровень 2 (повышенный). Задачи, требующие анализа области допустимых значений (ОДЗ) и рассмотрения двух-трёх случаев.

Пример 2. Решите уравнение $\sqrt{x - a} = 2 - x$ при всех значениях параметра a.

Решение. Уравнение решается возведением в квадрат с учётом ОДЗ. После преобразований получаем $x^2 - 5x + (4 + a) = 0$. Анализируем дискриминант $D = 9 - 4a$ и проверяем корни на соответствие ОДЗ и условию $2 - x \geq 0$. В результате:

при $a > \frac{9}{4}$ решений нет;

при $a = \frac{9}{4}$ одно решение $x = 2{,}5$;

при $a < \frac{9}{4}$ два решения, если оба корня удовлетворяют ОДЗ.

Уровень 3 (высокий). Задачи, требующие полного исследования уравнения с параметром, рассмотрения четырёх и более случаев, комбинирования различных методов.

Пример 3. Найдите все значения параметра а, при которых уравнение

$|x + 2| + |x - 3| = a$ имеет ровно одно решение.

Решение. Исследуем функцию $f(x) = |x + 2| + |x - 3|$. Раскрывая модули на трёх интервалах, получаем кусочно-линейную функцию. Строим график: на промежутке $[-2;\ 3]$ функция постоянна и равна 5, а вне этого промежутка функция линейная. Уравнение *f(x) = a* имеет ровно одно решение при *a = 5*.

Разработанная методика реализуется в три этапа (таблица 1).

Таблица 1 – Этапы реализации методики

Сроки	Содержание	Уровень задач	Методы обучения	Количество часов
1–2 недели	Актуализация знаний о решении линейных, квадратных, дробно-рациональных уравнений. Введение понятия параметра	Базовый	Объяснительно-иллюстративный, репродуктивный	4
3–6 недели	Изучение аналитического и графического методов решения. Анализ ОДЗ. Рассмотрение двух-трёх случаев	Повышенный	Частично-поисковый, проблемное изложение	6
7–8 недели	Решение нестандартных задач с несколькими случаями. Самостоятельное составление задач	Высокий	Исследовательский, творческий	4
				14

Для оценки уровня сформированности вариативного мышления разработаны следующие критерии:

Высокий уровень (творческий). Учащийся самостоятельно анализирует уравнение, рассматривает все возможные случаи, использует различные методы решения и выбирает оптимальный, способен самостоятельно составлять задачи.

Средний уровень (продуктивный). Учащийся анализирует уравнение, но допускает незначительные ошибки, рассматривает основные случаи, использует один-два метода решения.

Низкий уровень (репродуктивный). Учащийся решает задачи только по готовому алгоритму, не рассматривает различные случаи, допускает ошибки при проверке ОДЗ.

Экспериментальная работа проводилась на базе МБОУ «Школа № 15» г. Тольятти. В эксперименте приняли участие 50 учащихся 10–11 классов: 25 человек в контрольной группе (10 «А» класс) и 25 человек в экспериментальной группе (10 «Б» класс).

Эксперимент проводился в три этапа: **констатирующий этап, поисковый этап, контрольный этап.**

Для диагностики использовался авторский тест, включающий 10 заданий трёх уровней сложности. Максимальное количество баллов – 20.

Результаты констатирующего этапа показали, что исходный уровень вариативного мышления в обеих группах примерно одинаков (таблица 2).

Таблица 2 – Исходный уровень вариативного мышления (констатирующий этап)

Уровень	Контрольная группа (КГ)	Экспериментальная группа (ЭГ)
Высокий	3 (12%)	3 (12%)
Средний	11 (44%)	11 (44%)
Низкий	11 (44%)	11 (44%)
Всего	25 (100%)	25 (100%)

На поисковом этапе в экспериментальной группе была апробирована разработанная методика (14 часов, 8 уроков). В контрольной группе обучение велось по традиционной методике.

Таблица 3 – Уровень вариативного мышления после апробации (контрольный этап)

Уровень	Контрольная группа (КГ)	Экспериментальная группа (ЭГ)
Высокий	4 (16%)	9 (36%)
Средний	12 (48%)	12 (48%)
Низкий	9 (36%)	4 (16%)
Всего	25 (100%)	25 (100%)

Сравнительный анализ результатов показал следующую динамику (таблица 4).

Таблица 4 – Динамика уровня вариативного мышления

Уровень	Контрольная группа (до/после)	Экспериментальная группа (до/после)
Высокий	12% → 16% (+4%)	12% → 36% (+24%)
Средний	44% → 48% (+4%)	44% → 48% (+4%)
Низкий	44% → 36% (-8%)	44% → 16% (-28%)

Как видно из таблицы, в экспериментальной группе произошли значительные положительные изменения: доля учащихся с **высоким уровнем** вариативного мышления возросла с 12% до 36% (рост в 3 раза); доля учащихся с **низким уровнем** снизилась с 44% до 16% (сокращение почти в 3 раза). В контрольной группе изменения незначительны: высокий уровень вырос на 4%, низкий уровень снизился на 8%.

Полученные результаты подтверждают гипотезу исследования: разработанная методика обучения решению уравнений с параметрами, основанная на деятельностном и личностно ориентированном подходах и уровневой дифференциации, способствует эффективному развитию вариативного мышления старшеклассников.

Практическая значимость исследования заключается в том, что разработанная система задач и методические рекомендации могут быть использованы учителями математики в общеобразовательных школах для развития вариативного мышления учащихся при изучении уравнений с параметрами.

Список литературы

1. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий // Исследования мышления в советской психологии. – М.: Наука, 1966. – С. 236-277.

2. Иванова Т.А., Перевощикова Е.Н. Развитие вариативного мышления учащихся при решении задач с параметрами // Математика в школе. – 2019. – № 4. – С. 24-31.

3. Семенов В.В. Методика обучения решению уравнений с параметрами // Педагогика. – 2017. – № 6. – С. 45-51.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (утв. Приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012 г. № 413) (ред. от 27.12.2023). – 24 с.

5. Фирсов В.В. Уровневая дифференциация в обучении математике // Математика в школе. – 1993. – № 4. – С. 20-24.

6. Якиманская И.С. Психологические основы личностно-ориентированного образования. – М.: БИНОМ, 2008. – 320 с.

К ВОПРОСУ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ РАЗЛИЧНЫМИ СПОСОБАМИ

З. П. Матушкина, канд. пед. наук, доцент,
Курганский государственный университет,
Курган, Россия
e-mail: zoja_mat@mail.ru

Аннотация. Рассматривается обучение школьников решению текстовых задач разными способами как средство развития математического мышления, контроля результата и самостоятельности учащихся.

Ключевые слова: решение задач, разные способы, мышление, контроль, самостоятельность.

TO THE QUESTION OF TEACHING PROBLEM SOLVING BY VARIOUS METHODS

Z. P. Matushkina, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Kurgan State University,
Kurgan, Russia
e-mail: zoja_mat@mail.ru

Annotation. The article considers teaching students to solve word problems by different methods as a means of developing mathematical thinking, verification and independence.

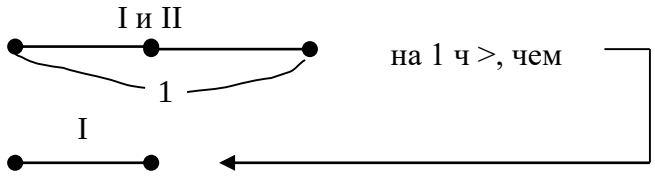
Keywords: problem solving, methods, thinking, verification, independence.

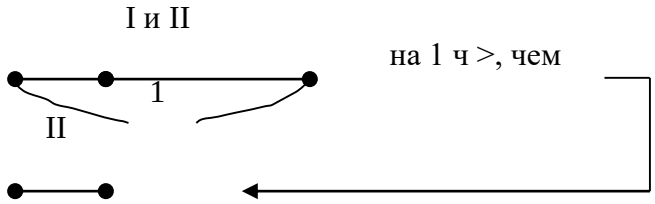
Известно, что при обучении математике одним из основных средств усвоения математики и средств развития обучаемых являются задачи [2]. В школьных учебниках по программе «Математика. Психология. Интеллект» нами реализуется система заданий, направленных на специальное формирование умений решать задачи [3. 4]. Известно, что четвертый этап процесса решения задачи – это этап проверки хода ее решения и его результата, в частности этап формирования умения изучать найденное решение [1]. Важность этой работы объясняется тем, что в ходе ее проведения человеку удается переосмыслить задачу, соотнести условие задачи, ее вопрос и полученный результат. Главные усилия учащихся здесь направлены не на то, как решить задачу, а на оценку найденного способа решения и его результата. Особое внимание уделяется постановке вопросов типа: сформулируйте идею решения, выделите способ решения задачи, переформулируйте задачу, обобщите найденные способы решения, найдите ошибку в решении задачи, приведите другой способ решения задачи, составьте аналогичную задачу и т. п.

С нашей точки зрения, решение одной задачи несколькими способами часто бывает более полезным, чем решение одним способом нескольких задач, так как при оценке способов ее решения используются такие умственные операции, как анализ, сравнение, сопоставление, обобщение.

Рассмотрим задачу: «Две машинистки при совместной работе затрачивают на перепечатку рукописи на 1 ч больше, чем затрачивает на половину рукописи первая машинистка и $\frac{1}{3}$ рукописи вторая машинистка. За сколько часов перепечатает рукопись каждая машинистка?»

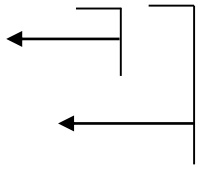
При решении этой задачи целесообразно выполнить чертеж, соответствующий ситуациям задачи:





Краткая запись:

	v	*t*	*A*
I и II		на 1 ч больше, чем	1
I			$\frac{1}{2}$
II			$\frac{1}{3}$



Анализ текста задачи позволяет ввести переменную и выбрать основу для составления уравнения. В соответствии с выбранной основой для составления уравнения будем рассматривать найденные способы решения задачи.

I способ

Основы:

υ_{I}	+	υ_{II}	=	$\upsilon_{I\ и\ II}$	или

Производ. I машин.	+	Производ. II машин.	=	Совмест. производ. I и II

Пусть *x ч* – потребуется I-ой машинистке для перепечатки $\frac{1}{2}$ рукописи.

	v (ед. раб./ч)	*t* (ч)	*A* (ед. раб.)
I и II	$\frac{1}{x+1}$	$x + 1$	1
I	$\frac{1}{2x}$	x	$\frac{1}{2}$
II	$\frac{1}{3x}$	x	$\frac{1}{3}$

Совместная производительность I-й и II-й машинистки $\frac{1}{x+1}$ (ед. раб./ч) равна по условию задачи $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ (ед. раб.).

$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x},\ x + 1 \neq 0,\quad x \neq 0$

$\frac{1}{x+1} = \frac{5}{6x},$

$6x = 5(x + 1)$,
$6x = 5x + 5$,
$6x - 5x = 5$,
$x = 5$.

5 ч потребуется I-ой машинистке для перепечатывания $\frac{1}{2}$ рукописи, значит для перепечатки всей рукописи ей потребуется 10 ч, а II-ой машинистке потребуется – 15 ч.

Ответ: 10 ч, 15 ч.

II способ

За основу для составления уравнения можно взять разницу во времени между работой I-й и II-й машинисток с работой I-й машинистки.

Основа: $\boxed{t_{\text{I и II}}} - \boxed{t_{\text{I}}} = \boxed{1}$

Пусть *x ч* – потребуется I-й машинистке на перепечатку $\frac{1}{2}$ рукописи.

	v	*t*	*A*
I и II	$\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$	$\frac{1}{\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}}$	1
I	$\frac{1}{2x}$	x	$\frac{1}{2}$
II	$\frac{1}{3x}$	x	$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{\frac{1}{2x}+\frac{1}{3x}} - x = 1$ (ч) – разница во времени между работой I-й и II-й машинисток и работой I-й машинистки по условию задачи 1 ч.

$$\frac{1}{\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}} - x = 1, \qquad \frac{1}{\frac{5}{6x}} - x = 1, \qquad \frac{1}{5}x = 1, \qquad x = 5.$$

Ответ: 10 ч; 15 ч.

III способ

Можно за *x* ед. раб/ч взять совместную производительность I-й и II-й машинисток.

Основа: $\boxed{\upsilon_{\text{I и II}}} = \boxed{\upsilon_{\text{I}}} + \boxed{\upsilon_{\text{II}}}$

Совместная производительность I-ой и II-ой машинисток *x* (*ед. раб./ч*) складывается из производительности I-ой – $\frac{1/2}{\frac{1}{x}-1}$ (*ед. раб./ч*) и II-ой – $\frac{1/3}{\frac{1}{x}-1}$ (*ед. раб./ч*).

$x = \frac{1/2}{\frac{1}{x}-1} + \frac{1/3}{\frac{1}{x}-1}$, $\qquad x \neq 0, \quad 1 - x \neq 0.$

$x = \frac{1}{6}$.

$\frac{1}{6}$ ед. раб./ч – общая производительность I-й и II-й машинисток,

$\frac{1}{x} - 1 = \frac{1}{1/6} - 1 = 6 - 1 = 5$ (ч) потребуется I-й машинистке для выполнения $\frac{1}{2}$ работы, тогда вся работа будет выполнена за 10 ч, II-й машинистке 5 ч на выполнение $\frac{1}{3}$ работы, тогда вся работа будет выполнена за 15 ч.

Ответ: 10 ч; 15 ч.

$$\begin{cases} \boxed{t_{\text{I и II}}} - \boxed{t_{\text{I}}} = 1, \\ \boxed{t_{\text{I}}'} = \boxed{t_{\text{II}}'} . \end{cases}$$

IV способ

Основа для составления системы

За x *ч* – перепечатывает I-ая машинистка всю работу;

За y *ч* – перепечатывает II-ая машинистка всю работу.

Система уравнений: $\begin{cases} \frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} - \frac{x}{2} = 1, \\ \frac{1/2}{\frac{1}{x}} = \frac{1/3}{\frac{1}{y}} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} - \frac{x}{2} = 1, \\ x = \frac{2}{3}y. \end{cases}$ $\begin{cases} y = 15, \\ x = 10. \end{cases}$

Ответ: 10 ч; 15 ч.

В процессе решения задач мы широко используем различного рода задания на составление задач. Начинать обучение учащихся составлению задач необходимо с выполнения ими заданий частичного составления задачи. А именно:

- составление задачи по ее вопросу;
- составление задачи по ее условию;
- составление задачи по краткой записи; по рисунку; по чертежу;
- составление задачи по числовым данным и вопросу;
- составление задачи по словесному тексту с пропусками;
- составление задачи по уравнению;
- составление задачи по способу ее решения;
- составление задачи на данную тему;
- составление задачи, обратной данной;
- составление задачи, аналогичной данной.

Таким образом, основное содержание деятельности учащихся на заключительном этапе процесса решения задачи состоит в осмысливании выполненного решения задачи, повторении узловых моментов решения, составлении новых задач, выявлении условий возможности применения приемов, которые были использованы при решении данной задачи. Всякая деятельность человека, в том числе, деятельность учащихся по решению задач, неизбежно требует умения планировать свой труд и контролировать его результаты. Нередко только в процессе осуществления контроля учащиеся вникают в содержание задачи и осознают связи данных, искомых, данных и искомых. Все это способствует воспитанию у них потребности выполнять работу ответственно, доводить ее до конца, самим проверять качество выполнения работы, то есть создаются условия для большей их самостоятельности при решении задач, это оказывает влияние на развитие мышления учащихся. Обучение решению задач различными способами требует использования тех или иных теоретических положений, что способствует успешному изучению математики.

Список литературы

1. Канин Е.С., Нагибин Ф.Ф. Заключительный этап решения учебных задач // Преподавание алгебры и геометрии. – М., 1982. – С. 131-138.

2. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. – М.: Просвещение, 1977. – Ч. I – 110 с.; Ч. II – 144 с.

3. Матушкина З.П. Задания, формирующие умение решать задачи // Математика (Приложение к газете «1 сентября»). – 1999. – № 45. – С. 8-10.

4. Матушкина З.П. Методика обучения решению задач: учебное пособие. – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2006. – 154 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДСТВ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 5–6 КЛАССАХ

Е. О. Новикова, старший преподаватель,
ГАУ ДПО «Институт развития образования Пермского края»,
Пермь, Россия
e-mail: elenaolegovna88@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается методика применения средств визуализации информации в проектной деятельности школьников при обучении математике в 5–6-х классах для достижения метапредметных результатов на примере содержательно-методической линии «Текстовые задачи».

Ключевые слова: средства визуализации информации, проектная задача, групповой проект, индивидуальный проект, универсальные учебные действия, метапредметные результаты.

THE USE OF DATA VISUALIZATION TOOLS IN SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION (GRADES 5–6)

E.O. Novikova, senior lecturer,
Institute for Educational Development of Perm Krai,
Perm, Russia
e-mail: elenaolegovna88@mail.ru

Annotation. The article examines a methodology for applying information visualization tools to schoolchildren’s project-based activities in teaching mathematics in grades 5–6 to achieve metasubject learning outcomes, using the 'word problems' content and methodological line as an example.

Keywords: information visualization tools, project-based task, group project, individual project, universal learning activities, metasubject learning outcomes.

Современный человек ежедневно сталкивается с большим потоком информации. Для её освоения и применения необходимо уметь анализировать, систематизировать, интерпретировать данные и выбирать оптимальную форму их представления. Поэтому наряду с предметными образовательными результатами у школьников необходимо формировать и метапредметные, в частности, познавательные универсальные учебные действия по работе с информацией, о чем говорится в федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования. Метапредметные результаты школьников должны также отражать и овладение коммуникативными и регулятивными универсальными учебными действиями. Анализ научно-методической литературы и опыт работы в школе показал, что учителю на уроках математики целесообразно выбирать такие формы, методы и средства обучения, которые способствуют успешному освоению всех групп универсальных учебных действий.

Одним из эффективных средств обучения являются средства визуализации информации, навыки работы с которыми необходимо системно и поэтапно формировать в процессе обучения математике, в том числе, при организации проектной работы. С учетом психолого-возрастных особенностей школьников и этапами достижения метапредметных результатов можно выделить основные средства визуализации: таблицы, диаграммы, схемы, интеллект-карты. Выбранные средства способствуют формированию умений: выбирать наглядную и функциональную форму представления информации; иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами или иной графикой и их комбинациями; выбирать, анализировать, систематизировать, интерпретировать информацию, представленную в разных видах. Организация же

проектной деятельности с применением средств визуализации позволяет обучающимся выявлять проблему для решения учебной ситуации, принимать цель совместной деятельности, составлять план действий.

При обучении математике в 5–6-х классах рекомендуется использовать проектные задачи с составлением несложных схем, таблиц и цепочечного принципа расположения информации. В этот период у обучающихся происходит переход от наглядно-образного мышления к абстрактно-понятийному. Чтобы в будущем школьник мог самостоятельно создавать разветвленные диаграммы, интеллект-карты или комбинированные таблицы, ему необходимо сначала научиться на несложных схемах, таблицах или коротких цепочках устанавливать связи и распределять информацию.

Рассмотрим на примере изучения содержательно-методической линии «Текстовые задачи» реализацию достижения метапредметных результатов с применением средств визуализации. Решением текстовых сюжетных задач школьники занимаются с 1 по 11 классы. На уроке в 5-м классе, например при рассмотрении задач на движение, обучающимся можно предложить проектную задачу по созданию схемы её решения: «Семья из трех человек (папа, мама и сын) решила вместе прогуляться по экопарку, но члены семьи выбрали разные способы передвижения до него. Папа поехал на машине со скоростью 45 км/ч и двигался два часа. Сын поехал на электросамокате: навигатор построил ему безопасный маршрут, расстояние которого составило 30 км, а скорость движения была 15 км/ч. Мама пошла пешком, выбрав маршрут длинной 7 км, который планировала пройти за два часа. Вся семья вышла из дома в 10:00».

Задание. Заполните таблицу по передвижению каждого участника и определите, в какое время в экопарке соберется вся семья. Сколько километров к этому моменту успеет проехать папа?

Участники	Скорость (V)	Время (t)	Расстояние (S)
Папа			
Сын			
Мама			

Школьники выполняют это задание самостоятельно, так как формулы зависимостей между скоростью, временем и расстоянием они изучили в начальной школе. После завершения работы обучающиеся сверяют таблицу с эталоном. По окончании задания формулы фиксируются на доске.

Далее при работе с этой задачей в сюжете меняется одно из условий – направление движения: 1) выехав одновременно, они добирались до экопарка из разных мест – движение навстречу; 2) сын выехал раньше, папа вслед за ним – движение вдогонку; 3) участники движения одновременно двигались в одном направлении, но папа теперь не догоняет, а удаляется; 4) движение в противоположных направлениях от экопарка. Во всех рассматриваемых случаях скорости участников остаются прежними. Школьники работают с этими сюжетами самостоятельно, каждый раз составляя новую таблицу и фиксируя формулы с последующей проверкой по эталону, после чего в ходе фронтальной работы с классом происходит обобщение – числовые выражения заменяются на буквенные. Опираясь на свои расчеты, учащиеся составляют новые формулы: для скоростей сближения, удаления и расстояния.

Выполняя итоговое задание проектной задачи, обучающиеся должны получить схему решения задач на движение. Для этого им необходимо заполнить пустые ячейки схемы, заданной учителем, набором из 18 карточек, подобрав для каждого типа движения подходящий чертеж, формулу скорости и расстояния (рис.1). После выполнения итогового задания в группах идет представление результатов работы. Таким образом, к концу урока появляется несложная схема по решению задач на движение.

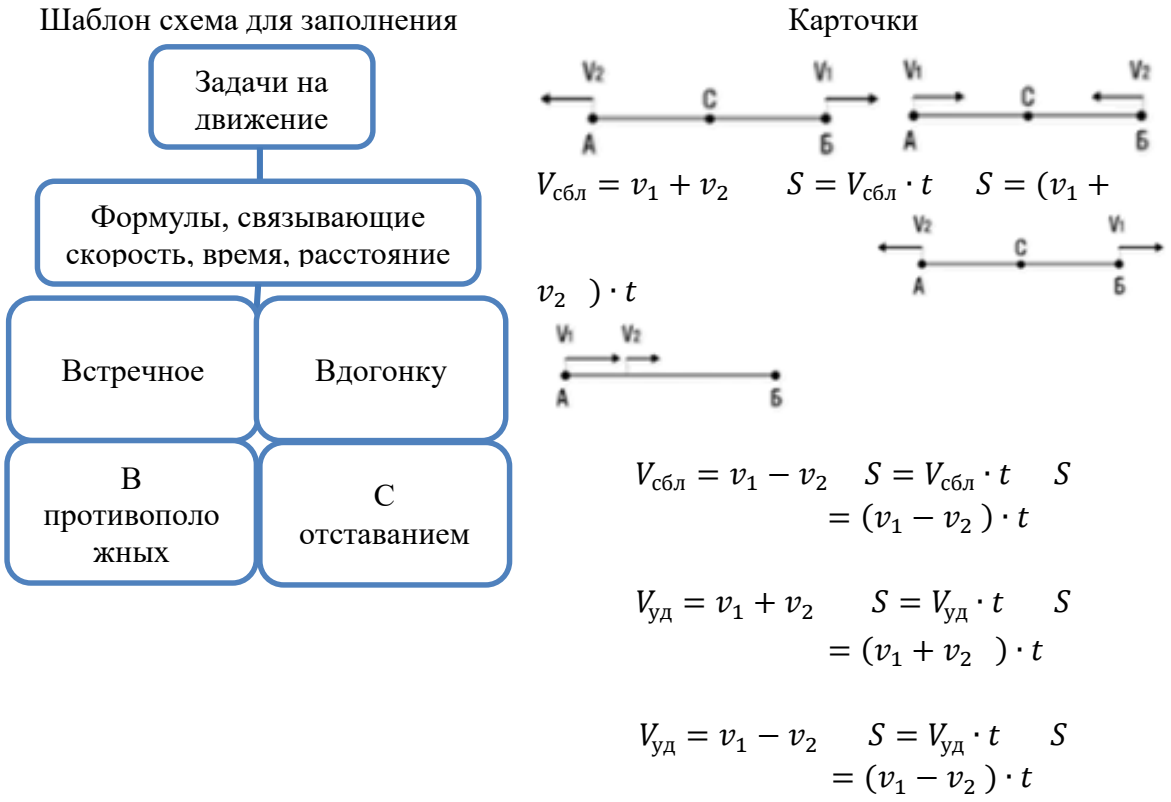


Рисунок 1 – Раздаточный материал для итогового задания проектной задачи

Аналогично на других уроках школьникам предлагается решить проектные задачи на совместную работу или покупки. К концу 5-го класса на уроке систематизации знаний с помощью групповой работы происходит объединение полученных несложных схем в единую диаграмму по теме «Решение задач».

В 6 классе данная диаграмма расширяется за счет рассмотрения таких типов задач, как задачи на прямую и обратную пропорциональность, а также задач на проценты. При решении задач на прямую и обратную пропорциональность, связанных с движением, работой, покупками, школьники стремятся использовать знакомые для них рассуждения, полученные на предыдущих этапах обучения. Обучающимся можно предложить проблемную ситуацию, которая покажет, что привычные формулы не всегда удобные и приводят к громоздким вычислениям. Для этого предлагается провести экспертизу двух способов решений одной и той же задачи.

Работая в парах или мини-группах, шестиклассники самостоятельно рассматривают предложенные способы решения. Первый способ знаком из начальной школы, при втором – применяется свойство обратной пропорциональности, изученное на предыдущих уроках. После этого проверяются расчеты и в ходе дискуссии делается вывод, что оба варианта верны. Отличие заключается в том, что в первом пользуются формулами и большим количеством действий, во втором – свойством пропорциональности, что упрощает вычисления. Для выполнения итогового задания учащимся раздается заранее заготовленный учителем пустой шаблон древовидной диаграммы и карточки, которые необходимо в нем расположить согласно заданной логике рассуждения решения задачи. После чего организуется обсуждение и представление результатов, в ходе которых школьники заполняют диаграмму-эталон на доске и сравнивают ее со своей диаграммой. На следующем уроке при работе с задачами

делается вывод о том что, алгоритмы рассуждений при решении задач на работу и покупки соответствуют одной древовидной диаграмме.

Таким образом, применение проектных задач при обучении математике в 5–6-х классах позволяет при участии учителя знакомить школьников с этапами проектирования – от замысла до представления итогового продукта. За счет использования средств визуализации информации на этом этапе достижения метапредметных результатов целенаправленно формируются умения по работе с несложными схемами, по шаблону заданным учителем, а также применять и систематизировать информацию для решения проектных задач. За счет выбранных форм работы также развиваются умения целеполоагания совместной деятельности в учебных ситуациях, определения и выполнения совместно с другими участниками рабочей группы последовательности шагов для достижения цели в проектных задачах и применения правил уважительного отношения при взаимодействии.

В 7–9-х классах работа с диаграммой «Решение задач» продолжается, и в качестве средств визуализации используются более сложные диаграммы (древовидной, радиальной), комбинированные таблицы, цепочечный принцип расположения информации, интеллект-карты. Так, в 7 классе она расширяется за счет изучения новых задач, решаемых с помощью линейных уравнений и их систем, а также усложненных задач на движение (вдогонку и навстречу); в 8 классе – задач, сводящихся к дробно-рациональным уравнениям, и задач на смеси, сплавы, растворы. При систематизации знаний по решению задач в 9 классе школьники составляют разветвленную интеллект-карту, с использованием предыдущих схем и диаграмм и также добавлением схем по решению задач на сложные проценты, последовательности и прогрессии.

Список литературы

1. Новикова Е.О., Власова И.Н. Методы визуализации информации как средство формирования метапредметных результатов при обучении математике в основной школе // Вестник Вятского государственного университета. – 2022. – № 1 (143). – С. 77-86.

2. Новикова Е.О. Поэтапное формирование универсальных учебных действий по работе с информацией на уроках математики // Пермский педагогический журнал. – 2021. – № 12. – С. 45-51.

3. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» (базовый уровень) // Федеральная образовательная программа основного общего образования: утверждена приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18 мая 2023 г. № 370 (ред. от 10.11.2025). – Раздел 146. – Текст: электронный // Единое содержание общего образования. – URL: https://edsoo.ru/ (дата обращения: 05.06.2026).

4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: утвержден приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287 (с изм. и доп.). – Текст: электронный // Официальный интернет-портал правовой информации. – URL: http://pravo.gov.ru (дата обращения: 05.06.2026).

О МЕТОДИКЕ ВВЕДЕНИЯ ПОНЯТИЯ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ

О. М. Омельян,
ГАУ КО ОО ШИЛИ,
Калининград, Россия
e-mail: omelyanm.olchik@mail.ru

Аннотация. Данная работа посвящена корректности определения критических точек в различных школьных учебниках.

Ключевые слова: область определения функции, точки разрыва, производная, критическая точка, точки экстремума.

ON THE METHOD OF INTRODUCING THE CONCEPT OF CRITICAL POINTS IN A HIGH SCHOOL MATHEMATICS COURSE

O.M. Omelyan,
State Autonomous Institution of the Kaliningrad Region General Education Organization «Boarding School-Lyceum»,
Kaliningrad, Russia
e-mail: omelyanm.olchik@mail.ru

Annotation. This paper examines the correctness of critical point definitions in various school textbooks.

Keywords: domain of a function, discontinuity points, derivative, critical points, extremum points.

Рассмотрение данной темы представляется нам важным и актуальным. В настоящее время при изобилии учебников и методических подходов авторов учебников трудно выбрать подходящий и отвечающий всем современным потребностям старших школьников. В теме «Критическая точка» всегда возникают противоречия в трактовке определений, которые, вообще говоря, нельзя назвать эквивалентными. Надеемся, что наша точка зрения будет полезна как для молодых педагогов, так и для старшеклассников.

Важным отличием всех определений для критических точек является включение или исключение точек разрыва функции. Так, например, в учебнике М.И. Башмакова [1] говорится о том, что критической точкой, помимо корней производной и точек, где производная не существует, также являются точки разрыва функции. Кроме того, он приводит пример функции $y = |x|$ или $y = |f(x)|$, которые имеют «изломы» в точках, где $x_0 = 0$ или $f(x_0) = 0$. Сами функции в указанных точках непрерывны, но в окрестности точки $x_0 = 0$ у них не существует производной, т.к. $f'(x_0 - 0) = -1, f'(x_0 + 0) = 1,$ а значит $f'(x_0 - 0) \neq f'(x_0 + 0)$, что и означает, что производной нет. Но при этом, согласно определению М.И. Башмакова, $x_0 = 0$ является критической точкой, хотя нет ни слова по то, что $x_0 = 0$ является внутренней точкой области определения, а это немаловажно при определении точек экстремума и точка $x_0 = 0$ является в данном случае точкой минимума.

Поговорим об еще одной очень важной трактовке понятия критической точки по А.Н. Колмогорову [2]: «Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются критическими точками этой

функции». В этом определении появляется понятие внутренней точки области определения. А.Н. Колмогоров в своем учебнике рассматривает контр пример: $y = \sqrt{x}$ $\Rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, подтверждая, что $x_0 = 0$ не будет являться критической точкой, т.к. область определения $D(y) = [0; +\infty]$, а $x_0 = 0$ не является именно внутренней точкой области определения функции, несмотря на то, что в точке $x_0 = 0$ производная не существует.

Также мы рассмотрим и проанализируем определение в учебнике М.Я. Пратусевича [3]: «Критические точки – точки, в которых производная функции f существует и равна нулю, а также точки, в которых f определена, а производная не существует». Таким образом, и в этом случае опять говорится, что в критических точках функция f должна быть определена, хотя по М.И. Башмакову точки разрыва функции являются критическими.

В связи с такими разногласиями и разночтениями в определениях как у педагогов (особенно начинающих) так и у старшеклассников возникают сложности с тем, какое определение брать в качестве основного. Проблема, как нам представляется, является очень важной, т.к. отбор точек экстремума производится на основе понятия критических точек, которые как могут быть точками экстремума, так и не быть таковыми.

Например, рассмотрим функцию

$$y = \frac{x^2+3}{x-1}.\ D(y) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty).$$

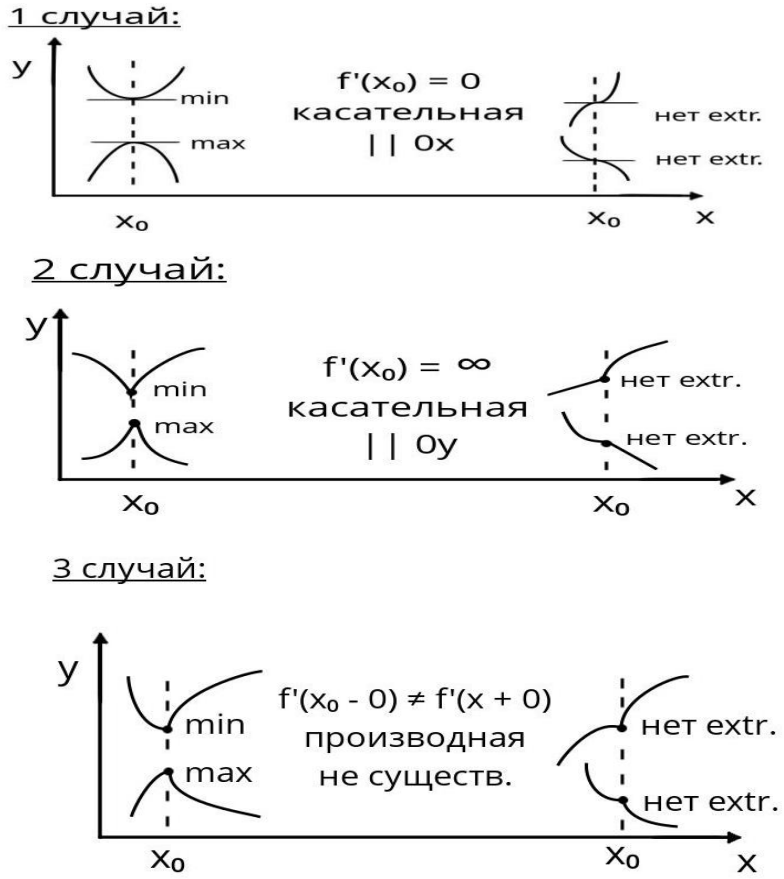
Найдем ее производную

$$y' = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}.$$

Из приведенного примера видно, что не все критические точки являются точками экстремума, а только $x_{max} = -1$ и $x_{min} = 3$.



Резюмируя выше сказанное, мы бы сформулировали следующее определение критической точки, близкое к трактовке А.Н. Колмогорова: «Внутренние точки области определения, в которых 1) или производная равна нулю, 2) или производная не существует, 3) или производная равна бесконечности, назовем критическими точками функции». Кроме того, для лучшего понимания критических точек можно привести так называемую классификационную таблицу



Надеемся, что наша работа будет полезна как коллегам-математикам, так и учащимся старших классов и студентам первых курсов.

Список литературы

1. Башмаков М.К. Алгебра и начала анализа: учебник для 10–11 классов. – 1992. – С. 86.

2. А.Н. Алгебра и начала анализа: учебник для 10–11 классов. – 2008. – С. 147.

3. Пратусевич М.Я. Алгебра и начала анализа: учебник для 11 класса. – 2010. – С. 117.

МЕТОД ВЫНОСНЫХ ЧЕРТЕЖЕЙ КАК СРЕДСТВО ПРЕОДОЛЕНИЯ КОГНИТИВНЫХ ТРУДНОСТЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ ПОСТРОЕНИЮ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ

Л. П. Охват, преподаватель математики,
Северо-Кавказское суворовское военное училище
Министерства обороны Российской Федерации,
Владикавказ, Россия
e-mail: 2909-72@mail.ru

Аннотация. Рассматривается проблема методического дефицита и когнитивных трудностей при обучении построению сечений многогранников в курсе стереометрии. Предлагается метод выносных чертежей как инструмент декомпозиции пространственной задачи на плоскостные этапы, снижающий нагрузку на рабочую память и пространственное воображение обучающихся. Представлены результаты эксперимента по применению данного метода.
Ключевые слова: построение сечений, стереометрия, когнитивные трудности, выносные чертежи, методика преподавания геометрии, пространственное мышление, педагогический эксперимент.

THE METHOD OF OUTLINE DRAWINGS AS A MEANS OF OVERCOMING COGNITIVE DIFFICULTIES IN TEACHING THE CONSTRUCTION OF SECTIONAL VIEWS OF POLYEDRA

L. P. Okhvat, teacher of mathematics,
North Caucasus Suvorov Military School of the Ministry
of Defense of the Russian Federation,
Vladikavkaz, Russia
e-mail: 2909-72@mail.ru

Annotation. The article discusses the problem of methodological deficit and cognitive difficulties in teaching the construction of sections of polyhedra in the course of stereometry. The article proposes the method of out-of-plane drawings as a tool for decomposing spatial problems into planar stages, which reduces the load on students' working memory and spatial imagination. A pedagogical experiment has been conducted, which demonstrates a significant increase in the success rate of completing tasks when using this method. The article justifies the feasibility of implementing this method in the practice of teaching geometry in high school. The method promotes the development of algorithmic thinking and, indirectly, spatial representations.
Keywords: section construction, stereometry, cognitive difficulties, outlining drawings, geometry teaching methodology, spatial thinking, and pedagogical experiment.

Изучение геометрии в 10 классе характеризуется переходом от планиметрии, которая фокусируется на двумерных фигурах и их свойствах, к стереометрии, которая представляет собой раздел геометрии, занимающийся исследованием свойств пространственных фигур, их взаиморасположения и метрических характеристик в трёхмерном пространстве.

Этот переход является ключевым этапом в математическом образовании, поскольку он закладывает фундамент для более глубокого понимания пространственных структур и их взаимодействий, что имеет важное значение для дальнейшего изучения как самой математики, так и её приложений в различных научных и инженерных дисциплинах. Согласно Федеральной образовательной программе (ФОП) среднего общего образования (утв. приказом Минпросвещения России от 18.05.2023 № 371), для углубленного уровня этот этап начинается с 23-часового блока «Введение в стереометрию». Значительное место в рамках блока (11 часов) отводится построению сечений, что подчеркивает фундаментальную важность темы [Таблица 1].

Таблица 1– Тематическое планирование [5]

Введение в стереометрию (23 часа)	
Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами	4 часа
Метод следов для построения сечений	3 часа
Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения.	4 часа

При реализации образовательной программы на данном этапе возникает две основные трудности.

Первая проблема – методический дефицит.

Особый интерес в контексте ФОП представляет пункт, посвященный «созданию выносных чертежей». Рассмотрим, как представлена тема «Построение сечений многогранников» в школьных учебниках по геометрии.

Анализ учебников [1], [2], [3], включенных в федеральный перечень, показывает, что в них приводятся лишь отдельные примеры построения сечений. Отсутствует:

- обобщенный алгоритм действий для построения сечений многогранников;
- примеры построения сечений с «созданием выносных чертежей»;
- система упражнений на отработку навыков построения сечений.

Все три учебника дают только базовое представление о построении сечений, причём, ни один из них не использует метод выносных чертежей.

В открытых интернет-источниках ситуация аналогична: демонстрируются готовые решения без объяснения когнитивной логики, а примеры построения сечений с «созданием выносных чертежей» отсутствуют вовсе. Поэтому методику обучения созданию выносных чертежей и построению сечений многогранников учитель вынужден создавать самостоятельно.

Вторая проблема – когнитивные барьеры.

Изучение стереометрии начинается с резкого скачка абстракции: учащимся приходится оперировать объектами, которые они видят на плоскости доски или тетради, но которые должны представлять в объеме. Задачи на построение сечений многогранников играют исключительно важную роль в формировании пространственного, алгоритмического и логического мышления школьников. Но решение данного типа задач требует от обучающихся умения анализировать трехмерные

объекты и представлять их в двухмерной плоскости. Требовать от всех учащихся одномоментного мысленного вращения объекта и видения его внутренних структур – значит заведомо создавать ситуацию неуспеха.

На основе наблюдений и диагностических работ автором статьи были выделены три группы когнитивных барьеров, которые возникают у обучающихся, когда они пытаются мысленно построить линию разреза объемной фигуры и изобразить её на плоском листе бумаги. Это объективные сложности работы психики:

Восприятие.

Глаз видит плоский рисунок, а мозг пытается «достроить» из него объем. У многих обучающихся существует, так называемая «проблема плоского зрения»: они видят нарисованный на доске параллелепипед, но воспринимают его как набор линий. Им сложно понять, что задняя стенка (которую мы рисуем рядом с передней) находится дальше в пространстве. Из-за этого они пытаются соединить точки, которые лежат в разных плоскостях, но на чертеже находятся рядом.

Воображение.

Традиционный подход к построению сечений, предлагаемый в учебниках, часто требует от ребят готового пространственного воображения, которого у многих еще нет.

Память.

Высокая нагрузка на рабочую память (необходимо удерживать в уме формы многогранника и формы секущей плоскости одновременно), не позволяет удержать образ. Пока ученик ищет точку пересечения на верхней грани, он забывает, как выглядит нижняя грань. Ему приходится постоянно переключаться, и мозг «перегревается».

Эти трудности носят не столько «математический», сколько психолого-педагогический характер, следовательно, и инструмент их преодоления должен быть соответствующим.

Решение проблем.

В качестве основного инструмента преодоления описанных трудностей предлагается метод, описанный кандидатом физико-математических наук Владимиром Николаевичем Дятловым (НГУ, ЮМИ ВНЦ РАН, Новосибирск) на лекции по обучению методике построения сечений многогранников с помощью выносных чертежей в рамках онлайн Лектория «Моделирование методической деятельности учителя при обучении решению сложных задач» (Руководитель лектория – заведующий отделом развития математического образования СКЦМИ ВНЦ РАН, заместитель директора по научно-организационной и образовательной деятельности ВНЦ РАН, кандидат педагогических наук Абатурова Вера Сергеевна). Суть метода заключается в декомпозиции: каждая грань, через которую проходит секущая плоскость, вычерчивается отдельно. Построение ведётся на плоских чертежах, затем результаты переносятся на объёмный чертёж [4]. Это «разгружает» пространственное изображение, переводя задачу в плоскость на этапе анализа.

При использовании выносных чертежей для построения сечений многогранников

- снижается количество ошибок, связанных с неверным определением видимости точек;

- развивается навык алгоритмического мышления: задача разбивается на конечное число простых подзадач (анализ грани);

- пространственное воображение развивается опосредованно: многократно работая с выносными чертежами, обучающийся со временем начинает предвидеть результат без вспомогательных рисунков.

Для оценки эффективности метода был проведён педагогический эксперимент. Обучающимся двух 11-х классов, которые в своём арсенале имеют метод выносных чертежей с 10-го класса, было предложено построить сечение двумя способами: традиционным (только на объёмном чертеже) и с использованием выносных чертежей. В первом случае с верным построением сечения было 60% работ, а во втором случае – 80%.

Ещё один эксперимент проводился на двух группах обучающихся. Сечения многогранников традиционным методом строили обучающиеся двух 11-х классов, владеющие методом выносных чертежей, и обучающиеся третьего 11-го класса, не знающие о данном способе. Как уже сказано выше, в первой группе, верно справились с работой 60%, а во второй только 12% обучающихся класса.

Эксперимент подтвердил, что метод выносных чертежей является эффективным средством преодоления когнитивных трудностей обучающихся при построении сечений многогранников. И показал, что его использование – это не уход от сложности, а методически грамотный путь ее преодоления. Данный подход позволяет реализовать принципы наглядности, доступности и научности, формируя у обучающихся не только конкретные геометрические навыки, но и общие приемы умственной деятельности: анализ, синтез и моделирование.

Список литературы

1. Атанасян Л.С. Геометрия. 10–11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровни. – М.: Просвещение, 2019.

2. Погорелов А.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия: 10–11 классы: базовый и углублённый уровни: учебник. – М.: Просвещение, 2022.

3. Мерзляк А.Г., Немировский Д.А., Поляков В.М. Математика. Геометрия: 10-й класс: углублённый уровень: учебник / под ред. В.Е. Подольского. – М.: Просвещение, 2023.

4. Дятлов В.Н. Математические этюды для абитуриентов, учащихся, учителей. Этюд 10. Как научить(ся) решать задачи по стереометрии. – Новосибирск: Издательство Института математики, 2017.

5. Федеральная образовательная программа среднего общего образования: утверждена приказом Минпросвещения России от 18.05.2023 № 371. Геометрия. 10 класс: углублённый уровень.

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ В ВЫПОЛНЕНИИ ЗАДАНИЙ ГИА ПО ХИМИИ

Л. В. Пономарева,
старший методист, МБОУ ОДПО ЦРО г. о. Самара,
Самара, Россия
e-mail: ponomarev-larisa@yandex.ru
А. А. Теплов, учитель химии,
ГБОУ СО «ЛАП № 135 (Базовая школа РАН)»,
Самара, Россия
teplov71@mail.ru
Е. В. Ушакова, учитель математики,
ГБНОУ СО «Самарский региональный центр для одаренных детей»,
Самара, Россия
e-mail: katrin836@mail.ru

Аннотация. В статье представлены задания ГИА по химии, для выполнения которых учащимся необходимо применить математические знания.
Ключевые слова: математика, химия, задание, оценочные процедуры.

THE ROLE OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN COMPLETING STATE FINAL CERTIFICATION CHEMISTRY TASKS

L. V. Ponomareva, senior methodologist,
Samara City District Education Development Center
e-mail: ponomarev-larisa@yandex.ru
A. A. Teplov, chemistry teacher, Aviation Profile Lyceum
E. V. Ushakova, mathematics teacher, Samara Regional Center for Gifted Children
e-mail: katrin836@mail.ru

Abstract. The article presents GIA chemistry tasks that require students to apply mathematical knowledge.
Keywords: mathematics, chemistry, task, assessment procedures.

Прочная математическая база – ключевое условие успешной подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по химии. Для выполнения заданий ОГЭ и ЕГЭ школьникам необходимо уверенно оперировать знаково-символической системой, проводить расчёты по химическим формулам и уравнениям с использованием физических и химических величин, а также анализировать, преобразовывать и применять данные, представленные в виде графиков, диаграмм, шкал и таблиц [5].

Традиционно связь химии с математикой в первую очередь ассоциируется с решением расчётных задач. В КИМ ЕГЭ по химии 2026 года эта составляющая представлена шестью заданиями: четырьмя базового уровня (23, 26, 27, 28) и двумя повышенного уровня сложности (33, 34) [1]. Выполнение данных заданий напрямую требует от выпускников демонстрации сформированной математической подготовки, включая корректность вычислений, соблюдение размерностей и адекватность интерпретации результатов в химическом контексте. О недостаточном уровне сформированности навыков решения расчётных

задач базового уровня свидетельствуют результаты ЕГЭ по химии 2026 года: процент выполнения заданий 26, 27 и 28 составил 64,6, 67,5 и 40,6 % соответственно. Данные показатели отражают наличие пробелов в межпредметной подготовке обучающихся и указывают на дифференцированную степень освоения отдельных типов расчётных задач, в частности, наиболее существенные затруднения выпускники испытывают при выполнении задания 28 [6].

Задание 26 (задача на растворы) традиционно рассматривается как наиболее «математизированное» в КИМ ЕГЭ по химии – в том числе ввиду содержательной близости к заданиям профильного ЕГЭ по математике. За период существования экзамена данная задача неоднократно модифицировалась, при этом прослеживается устойчивая тенденция к наращиванию уровня сложности.

При этом спектр задач в рамках данного номера неоднороден по уровню сложности. Так, в демонстрационной версии представлена задача, значительная часть вычислений в которой допускает устное решение: *«К 115 г раствора с массовой долей нитрата калия 20 % добавили 58 мл воды и 27 г этой же соли. Вычислите массовую долю соли в полученном растворе (запишите число с точностью до целых)»* [1]. В то же время в тренировочных материалах (например, в сборнике В. Н. Доронькина 2024 г. [4]) встречаются варианты с более низким процентом выполнения, требующие более сложных алгебраических рассуждений, например: *«Сколько граммов 22 %-го раствора нитрата калия надо добавить к 75 г 10 %-го раствора этой же соли, чтобы получить 15 %-ный раствор? (Запишите число с точностью до десятых.)»*. Примечательно, что аналогичная логика построения условия реализуется и в заданиях ЕГЭ по математике (например, задача о смешивании растворов кислоты различной концентрации из типовых вариантов), что подчёркивает единство математического аппарата, применяемого при решении подобных задач в разных предметных областях.

Одним из значимых факторов, снижающих процент успешного выполнения заданий 26–28, выступают ошибки, связанные с округлением десятичных дробей. Это подтверждается данными мониторинговых исследований: так, при выполнении задачи 28 (*«На растворение природного известняка был затрачен раствор, содержащий 167,9 г хлороводорода. При этом осталось 24 г не растворившегося в кислоте осадка. Вычислите массовую долю не растворимых в кислоте примесей в указанном известняке (запишите число с точностью до десятых)»* [3]) корректный расчёт приводит к значению 9,448 %. Однако порядка 50 % участников, верно выполнив расчётную часть, допускали ошибку на финальном этапе: указывали в качестве ответа 9,5 вместо требуемого по правилам округления 9,4. Данный факт свидетельствует о недостаточной сформированности у выпускников навыка строгого следования требованиям к формату представления результата, что является самостоятельным методическим аспектом, требующим целенаправленной отработки в рамках межпредметной подготовки.

Элементы математической составляющей мы встречаем не только в расчетных задачах, но и в ряде других заданий КИМ ЕГЭ по химии.

Задание 3. Дан следующий ряд химических элементов:

1) F 2) Mg 3) Br 4) Zn 5) H

Из числа указанных в ряду элементов выберите два элемента, у которых разность между значениями их высшей и низшей степеней окисления не равна 2. *Запишите номера выбранных элементов* [1].

В данном задании проверяются элементы знания – умение определять (или знать) высшие и низшие значения степени окисления элементов. Однако задание содержит математическую составляющую – умение найти разность между значениями высшей и низшей степенями окисления. При выполнении данного задания требуется выполнить нехитрые математические расчеты: низшая степень окисления фтора равна. -1, высшая – 0, следовательно, разность между значениями высшей и низшей степенями окисления равна 1. Аналогично, проделав данную операцию со всеми предложенными элементами, получаем ответы 1 и 3. В 2025 году успешно выполнили данное задание 76,3 % участников ЕГЭ по химии. Одной из основных ошибок в задании № 3 является неумение работать с отрицательными числами при вычислении разности [6].

Анализ результатов выполнения отдельных заданий ОГЭ по химии свидетельствует о существенной роли математической подготовки в достижении предметных и метапредметных результатов. Так, в 2024–2025 учебных годах процент выполнения заданий № 18 и 19 составил 49,6 и 57,2 % соответственно; заданий № 22 – 51,7 и 51,3 %. Указанные задания проверяют не только предметные знания, но и комплекс метапредметных умений: способность представлять результаты в форме выводов и таблично-графических данных, выявлять эмпирические закономерности, осуществлять вычисления с использованием понятия «массовая доля химического элемента в соединении» и применять пропорциональную зависимость физических величин.

Задания 18 и 19 предполагают применение базовых математических операций в химическом контексте.

Так, в задании 18 требуется вычислить массовую долю химического элемента в соединении. Например, при определении массовой доли магния в гидрофосфате магния ($MgHPO_4$) учащийся должен рассчитать молярную массу соединения.

Решение: M_{Mg}=24.

$M_{MgHPO_4} = 24 + 1 + 31 + 16 \cdot 4 = 120.$

$\omega(Mg) = \frac{M_{Mg}}{M_{MgHPO_4}} = 0{,}2$, что соответствует 20 %.

Задание 19 базируется на результатах предыдущего расчёта и требует применения пропорциональной зависимости для нахождения массы вещества, обеспечивающей заданное содержание элемента. В приведённом примере, зная суточную потребность в магнии (300 мг) и его массовую долю в соединении (20 %), учащийся вычисляет необходимую массу гидрофосфата магния: $m_{\text{общее}} = 300 : 0{,}2 = 1500$ мг на сутки, а затем – массу одной таблетки при двухразовом приёме: $m_{\text{общее}} : 2\ \text{таблетки} = 1500 : 2 = 750$ мг [2].

Задание 22 относится к высокому уровню сложности и интегрирует несколько типов расчётов: определение массы или массовой доли растворённого вещества, стехиометрические вычисления по уравнению химической реакции, перевод между количеством вещества, массой и объёмом. Для его успешного выполнения необходимы следующие математические компетенции: балансировка химического уравнения как основа для установления количественных соотношений между реагентами и продуктами; применение формулы $n = \frac{m}{M}$ для перехода между массой и количеством вещества; использование молярного объёма газа (22,4 л/моль при нормальных условиях) для расчётов объёмов газообразных веществ; работа с концентрациями растворов посредством соотношений $C = \frac{n}{V}$ и $m = CVM$; расчёт массовой

доли компонента по формуле $\omega = \frac{m_{\text{компонента}}}{m_{\text{смеси}}} \cdot 100\%$; корректный перевод единиц измерения (г ↔ кг, мл ↔ л и т. п.) [2].

Пример задания 22 (демоверсия 2026 года) демонстрирует многоэтапность расчётов [2]. При взаимодействии 340 г раствора нитрата серебра с массовой долей 6 % с избытком хлорида железа(III) требуется определить массу осадка хлорида серебра. Алгоритм решения включает:

1. Составление уравнения реакции: $3AgNO_3 + FeCl_3 \rightarrow 3AgCl + Fe(NO_3)_3$.
2. Расчёт массы и количества вещества нитрата серебра:

$m(AgNO_3) = \frac{m(\text{р−ра})\cdot\omega}{100} = 340 \cdot 0{,}6 = 20{,}4$ г;

$n(AgNO_3) = \frac{m(AgNO_3)}{M(AgNO_3)} = 20{,}4 : 170 = 0{,}12$ моль.

3. Определение количества и массы осадка на основании стехиометрических соотношений:

$n(AgCl) = n(AgNO_3) = 0{,}12$ моль.

$m(AgCl) = 0{,}12 \cdot 143{,}5 = 17{,}22$ г.

Проведённый анализ демонстрирует, что математическая составляющая является неотъемлемым компонентом заданий ГИА по химии и существенно влияет на итоговые результаты выпускников. Координация усилий учителей математики и химии, интеграция контекстных межпредметных задач в учебный процесс и разработка единых методических подходов к отработке типовых расчётных операций способны существенно повысить уровень готовности выпускников к выполнению заданий ГИА по химии.

Список литературы

1. Демонстрационный вариант ЕГЭ по химии 2026 года. – URL: https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/151883967-4 (дата обращения: 09.07.2026).

2. Демонстрационный вариант ОГЭ по химии 2026 года. – URL: https://fipi.ru/oge/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/173801626-4 (дата обращения: 09.07.2026).

3. Добротин Д.Ю. ЕГЭ 2025. Химия. Типовые экзаменационные варианты. – М.: Национальное образование, 2025. – URL: https://drive.google.com/file/d/1hozeeFToMvkEoU9ADGfkhXgL_Ij3d9wX/view (дата обращения: 09.07.2026).

4. Доронькин В.Н., Бережная А.Г., Февралева В.А. ЕГЭ-2024. Химия. Тематический тренинг. – Ростов н/Д: Легион, 2023. – 611 с.

5. Пономарева Л.В., Теплов А.А. Математическая составляющая в заданиях государственной итоговой аттестации по химии // Материалы XL семинара преподавателей математики и информатики вузов. – Брянск, 2021. – С. 388–391. – URL: https://www.mathedu.ru/text/materialy_40_seminara_prepodavateley_matematiki_2021/p1/ (дата обращения: 09.07.2026).

6. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2025 года. – URL: https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy#!/tab/173737686-4 (дата обращения: 09.07.2026).

О СИСТЕМАТИЗАЦИИ МОДЕЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО И ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВ В УЧЕБНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Е. Н. Пузырева,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Брянск, Россия
e-mail: puzyreva-knysh@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается проблема обобщения и систематизации геометрических знаний учащихся посредством выделения и упорядочения модельных представлений геометрического и евклидова пространств, установления взаимосвязей между ними и соответствующими им методами исследования свойств геометрических фигур. Показано, что различные способы представления геометрических фигур соответствуют определенным математическим пространствам и определяют специфические для них методы исследования свойств геометрических фигур. Обосновывается целесообразность рассмотрения модельных представлений геометрического и евклидова пространств как взаимосвязанных, но самостоятельных объектов осмысления в учебной геометрической деятельности.

Ключевые слова: теория и методика обучения математике, пространственно-теоретический подход, модельное представление геометрического пространства, модельное представление евклидова пространства.

ON THE SYSTEMATIZATION OF MODEL REPRESENTATIONS OF GEOMETRIC AND EUCLIDEAN SPACES IN GEOMETRIC LEARNING

E. N. Puzyreva,
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky,
Bryansk, Russia
e-mail: puzyreva-knysh@yandex.ru

Annotation. The problem of generalizing and systematizing students' geometric knowledge is considered by identifying and organizing model representations of geometric and Euclidean spaces, establishing relationships between them and the corresponding methods for studying the properties of geometric figures. It is shown that various methods of representing geometric figures correspond to certain mathematical spaces and determine their specific methods for studying the properties of geometric figures. The expediency of considering model representations of geometric and Euclidean spaces as interconnected but independent objects of comprehension in educational geometric activities is substantiated.

Keywords: theory and methodology of mathematics education; spatial-theoretical approach; model representation of geometric space; model representation of Euclidean space.

В учебной геометрической деятельности уровня общего образования используются модельные представления геометрического и евклидова пространств, которые, как правило, не выделяются учащимися в качестве самостоятельных объектов осмысления. Их целенаправленное выделение и рассмотрение как взаимосвязанных, но различных конструкций, позволяет осуществлять более целостную систематизацию

геометрических знаний, а также выступает условием адекватного формирования модельно-специфических методов исследования свойств геометрических фигур. Модельный подход также позволяет охватить общекультурный пласт знания – не один Евклид, а Евклид, Вейль и Декарт.

В ходе освоения систематического курса геометрии у учащихся формируется многоплановый образ каждой геометрической фигуры [1]. Например, прямую можно задать в трех различных формах: в виде условного геометрического изображения (наглядно-образное представление), в виде векторного описания через точку и направляющий вектор (векторное представление), а также в виде уравнения на плоскости (аналитическое представление). Указанные представления отражают одну и ту же сущность, но реализуются в различных моделях геометрического пространства, важной математической абстракции, отражающей свойства формы, меры, пространственной расположенности и ориентации объектов окружающего мира [2]. Таким образом, всю систему условных геометрических изображений можно охарактеризовать как наглядно-образную модель, систему векторных описаний фигур – как векторную модель, а систему аналитических описаний фигур (уравнений, неравенств, систем с двумя, тремя переменными) – как арифметическую модель геометрического пространства (название последней модели связано с именованием в математике пространств $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ как арифметических). Все три модели не только характеризуют три разных способа представления геометрических фигур, но и задают три метода исследования фигуры путем оперирования соответствующим ее модельным образом (наглядным, векторным или аналитическим) (рисунок 1).

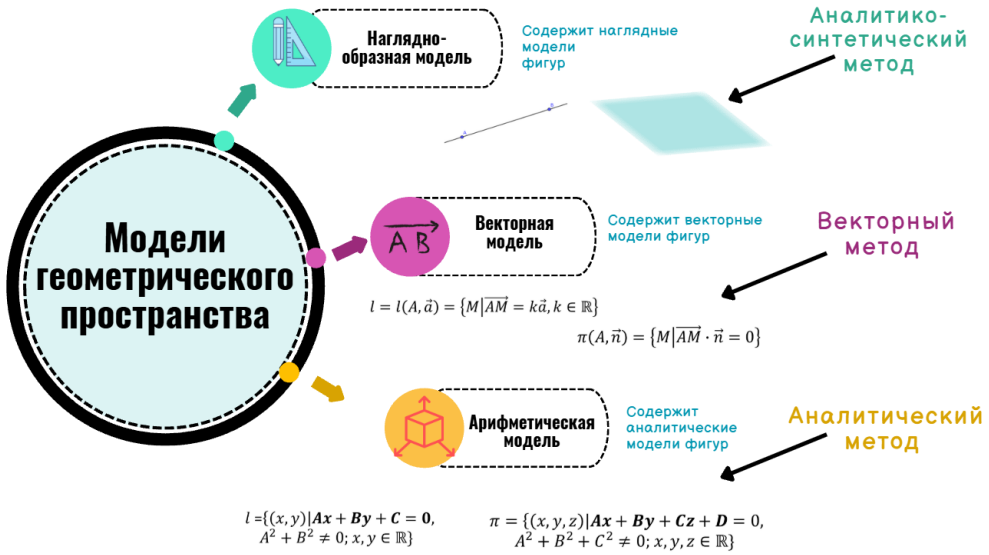


Рисунок 1 – Схема связи моделей геометрического пространства и соответствующих им методов исследования свойств фигур

И если наглядно-образная модель формируется в содержании геометрического пространства, то векторная – в содержании евклидова пространства, другой важной математической абстракции, отражающей свойства пространственной ориентации, метрической характеризации и размерности объектов окружающего мира [2].

Арифметическая же модель формируется в двумерном $\mathbb{R}^2$ (и трехмерном $\mathbb{R}^3$) пространстве. Таким образом, векторная и арифметическая модели геометрического пространства вначале формируются в содержании других математических структур, и только в процедуре интерпретации становятся моделями геометрического пространства.

В этой связи важно понимать, что и евклидово пространство имеет свою модельную представленность. Объекты евклидова пространства (точки и векторы, а также различные «конструкции», построенные из них) могут быть представлены в векторной, координатной и аналитической форме. Систему векторных описаний (моделей) фигур можно охарактеризовать как векторную модель евклидова пространства. В условии выбора ортонормированного базиса возникает возможность использовать числовое описание объектов. Тогда систему координатных моделей фигур можно считать координатной моделью евклидова пространства. От координатных моделей фигур нетрудно перейти к их аналитическим моделям. Например, векторную модель окружности с центром в точке A и радиуса 3 в двумерном евклидовом пространстве можно описать в знаковом виде, используя теоретико-множественные обозначения так: $O(A,3) = \{M \mid |\overrightarrow{AM}| = 3\}$. Если выбрать точку A в качестве начала отсчета и применить формулу нахождения расстояния между точками в $\mathbb{R}^2$, то соответствующей координатной моделью данной окружности является:

$$O(A(0;0),3) = \{(x;y) \mid \sqrt{x^2+y^2} = 3; x,y \in \mathbb{R}\}$$

Поскольку координаты x и y принимают различные значения, то их зависимость определена уравнением $\sqrt{x^2+y^2} = 3$. Возведя в квадрат обе части уравнения, получаем известную аналитическую модель окружности с центром в начале координат: $x^2+y^2 = 9$. Если координатная модель фигуры «отвечает» на вопрос: «Какими координатами представлены элементы объекта?», то аналитическая модель фигуры «отвечает» на вопрос: «Какому общему правилу подчиняются координаты всех элементов объекта?».

Наглядно-образной модели у евклидова пространства нет, поскольку при построении евклидова пространства не абстрагировано свойство формы, и это легко объяснимо, поскольку идея евклидова пространства возникла в сфере физики для исследования таких явлений, которые формы не имеют (силы тяжести, скорости, ускорение и т.д.).

В традиционной системе обучения указанные модельные представления, безусловно, формируются, однако учащиеся изучают различные геометрические фигуры, осваивают векторы и способы работы с ними, рассматривают координаты точек и векторов, а также уравнения, характеризующие некоторые фигуры на плоскости или пространстве, как самостоятельные темы курса геометрии, не осознавая их принадлежности различным математическим пространствам и не устанавливая между ними системных связей. С одной стороны, возникает риск того, что знания приобретают фрагментарный характер. С другой стороны, слитные представления о различных математических пространствах не позволяют учащимся осознать назначение различных моделей геометрических фигур и соответствующих им методов исследования, вследствие чего выбор способа решения задачи нередко носит формальный или интуитивный характер. А применение различных методов исследования воспринимается учащимися как совокупность самостоятельных приемов решения задач, а не как проявление единой системы взаимосвязанных математических пространств, их моделей и соответствующих способов исследования.

Поэтому обобщение и систематизация знаний, на наш взгляд, должны осуществляться посредством упорядочения модельных представлений. Для этого в учебной геометрической деятельности необходимо:

- Разграничить различные математические пространства (геометрическое, евклидово, арифметическое).
- Выделить модели геометрического и евклидова пространств.
- Установить связи между моделями геометрического и евклидова пространствами.
- Выделить соответствующие каждой модели (геометрического и евклидова пространств) методы исследования свойств объектов.

Использование указанных моделей при проектировании учебной геометрической деятельности позволяет естественным образом осуществить переход от формирования представлений о геометрическом и евклидовом пространствах к построению учебных теорий этих пространств. Так, поиск и проверка свойств, сохраняющихся при переходе от одной модели к другой, анализ их независимости и фундаментального характера постепенно подводят учащихся к осознанию того, что существуют утверждения, выражающие наиболее общие закономерности рассматриваемого пространства. Именно такие утверждения впоследствии могут быть представлены как аксиомы соответствующей учебной теории.

Таким образом, на первом этапе учащиеся осваивают различные способы моделирования объектов и исследуют свойства соответствующих моделей. На втором этапе внимание переносится на выявление свойств, сохраняющихся во всех рассмотренных моделях и характеризующих пространство как единое целое. Тем самым создаются содержательные предпосылки для осознанного перехода к аксиоматическому построению учебной теории рассматриваемого пространства, а в дальнейшем – к осмыслению существования различных геометрических теорий, в том числе неевклидовых.

Предлагаемый подход не предполагает введения в школьный курс принципиально нового математического содержания. Систематизация модельных представлений геометрического и евклидова пространств позволяет рассматривать курс геометрии как целостную систему взаимосвязанных математических пространств, моделей и соответствующих методов исследования. Это создает условия для осознанного применения учащимися различных способов исследования геометрических фигур, способствует преодолению фрагментарности знаний и обеспечивает содержательную основу для последовательного перехода от представлений о пространстве к представлениям о его теории.

Список литературы

1. Глейзер Г.Д. Психолого-математические основы развития пространственных представлений при обучении геометрии // Преподавание геометрии в 9–10 классах. – М.: Просвещение, 1980. – С. 253-269.

2. Горбачев В.И., Пузырева Е.Н. Анализ представлений геометрического и евклидова пространств в деятельности содержательного абстрагирования // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2024. – № 3 (104). – С. 162-170.

ОБУЧЕНИЕ ОБОБЩЕННОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ЧАСТИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Н. А. Рыбакина, канд. пед. наук, доцент,
Самарский филиал Московского городского педагогического университета,
Самара, Россия
e-mail: rybakina@yandex.ru
В. И. Рыбакин,
Самарский медико-технический лицей,
Самара, Россия
e-mail: rybakinvasily@yandex.ru

Аннотация. В статье поднимается проблема обучения школьников обобщенным методам решения текстовых задач. Обосновывается, что овладение обучающимися обобщенными методами решения задач позволяет им преодолеть трудности анализа условия задачи, ее перевода с естественного языка на язык математики и построения математической модели ее решения. Раскрывается методика обучения обобщенным методам решения задач на примере обучения решению задач на части в рамках компетентностно-контекстной модели обучения и воспитания.

Ключевые слова: текстовая задача, обобщенные методы решения задач, задачи на части, методика обучения решению текстовых задач, компетентностно-контекстная модель обучения и воспитания.

TEACHING A GENERALIZED METHOD OF SOLVING PROBLEMS IN PARTS AT THE MAIN SCHOOL

N. A. Rybakina, candidate of hedagogical sciences, associate professor,
Samara Branch of Moscow City Pedagogical University,
Samara, Russia
e-mail: rybakina@yandex.ru
V. I. Rybakin,
Samara Medical and Technical Lyceum,
Samara, Russia
e-mail: rybakinvasily@yandex.ru

Annotation. The article raises the problem of teaching schoolchildren generalized methods of solving text problems. It is proved that students' mastery of generalized problem solving methods allows them to overcome the difficulties of analyzing the problem condition, translating it from natural language into the language of mathematics and constructing a mathematical model of its solution. The article reveals the methodology of teaching generalized problem solving methods using the example of learning to solve problems in parts within the framework of the competence-contextual model of education and upbringing.

Keywords: text task, generalized methods of problem solving, tasks in parts, methods of teaching text problem solving, competence-contextual model of education and upbringing.

Содержательная линия текстовых задач в школьном курсе математики занимает особое место, так как направлена на реализацию важнейших функций: развитие

логического мышления, изучение математических понятий и отношений, формирование предметных, метапредметных результатов обучения, функциональной грамотности, мотивации к изучению математики через связь сюжнтных задач с реальной действительностью. Однако, результаты ОГЭ из года в год свидетельствуют о том, что указанные функции в учебном процессе не реализуются в полной мере. Анализ результатов ОГЭ по математике в Самарской области за 2025 год показывает, что лишь 18,2% обучающихся справились с решением текстовой задачи (задание №21), среди обучающихся, получивших оценку «4» таковых оказалось всего 11,5% [1].

Одним из способов изменения ситуации может стать овладение школьниками общим приемом решения задач, который рассматриваются во ФОС ООО в качестве важнейшего условия формирования познавательных универсальных учебных действий [6]. Общий прием решения задач включает в себя знание этапов и методов решения задач различных типов, а также умений осуществлять выбор соответствующего метода решения [2].

В методике математики существуют различные классификации текстовых задач: по арифметическому содержанию (пропорциональные величины, отношения), по арифметическому методу (связь между компонентами действий), по фабуле задачи (задачи на сплавы, смеси, проценты, движение, работу и т.д.) [3]. Однако все они являются условными, так как одна и та же задача может быть отнесена к разным типам. На практике этот факт приводит к трудностям в обучении школьников методам решения задач и выбору метода решения в каждой конкретной ситуации. Поэтому, зная этапы общего приема решения задачи: анализ условия, построение математической модели, решение модели, интерпретация результатов, обучающийся не может его реализовать, так как затрудняется в переводе ее содержания на язык математики.

Обобщенные методы решения задач позволяют сократить количество методов и обеспечить более осмысленное и успешное овладение обучающимися умениями анализа условия задачи и построения ее математической модели.

Рассмотрим методику обучения обобщенному методу решения задач на части. Ключевым инструментом этого метола выступает обобщенная математическая модель, позволяющая решать несколько типов задач: на части, на проценты, на концентрацию (смеси и сплавы). Основная идея метода – решение задач указанных типов в рамках единой модели анализа их условия, позволяющей перевести содержание задачи с естественного языка на язык математики и составить уравнение (систему уравнения) или план нахождения неизвестного по действиям.

Суть обобщенной модели анализа условий, которая разбирается вместе с обучающимися и фиксируется ими в тетрадях как инструмент решения задач на части указанных типов, можно представить следующим образом.

Знакомство с моделью начинается с определений: «Чтобы найти часть ($\boldsymbol{\alpha}$) от числа (x), необходимо эту часть умножить на данное число $\boldsymbol{[\alpha \cdot x]}$.

Процентом от некоторой величины (назовем это «целое») называется одна сотая часть, которая обознается как 1%.

В задачах на проценты «целое» всегда делится на 100 одинаковых частей, то есть «целое» $1=\frac{100}{100}$ и принимается за 100%.

Процент – это $\frac{1}{100}$ от числа. 1% – $\frac{1}{100}$, $r\%$ – $\frac{r}{100}$, $100\% - 1$.»

Затем разбирается схема анализа условия задач на нахождение части или процента, которую можно представить следующим образом:

	Значение		%
«Целое»	*S*	–	100%
Часть	*A*	–	*r*%

	Значение		Часть
«Целое»	*S*	–	1
Часть	*A*	–	α

На основе составленных схем можно составить пропорции:

$\frac{S}{A} = \frac{100}{r} \Rightarrow A = \frac{r}{100} \cdot S$; $\frac{S}{A} = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow A = \alpha \cdot S$.

В случае увеличения или уменьшения «целого» на некоторую величину, анализ условия можно представить следующим образом.

	Значение		%	Часть
«Целое»	*S*	–	100%	1
Увеличить	на *A*	–	на *r*%	
Стало	*B* = *S*+*A*	–	(100+*r*)%	$q = \frac{100 + r}{100} = 1 + \frac{r}{100}$

	Значение		%	Часть
«Целое»	*S*	–	100%	1
Уменьшить	на *A*	–	на *r*%	
Стало	*B* = *S* –*A*	–	(100 – *r*)%	$q = \frac{100 - r}{100} = 1 - \frac{r}{100}$

Тогда можно установить связь между величинами: $B = q \cdot S$

Обобщая вышеизложенное, приходим к выводу:

Найти часть α от *x*	Найти *r*% от *x*	*x* увеличить на *r*%	x уменьшить на *r*%
$\alpha \cdot x$	$\frac{r}{100} \cdot x$	$\left(1 + \frac{r}{100}\right) \cdot x$	$\left(1 - \frac{r}{100}\right) \cdot x$

Рассмотрим, как можно использовать представленную модель анализа содержания задачи применительно к задачам на сухофрукты, и на концентрацию (сплавы и смеси).

Задачи на сухофрукты. Из *x* кг свежих фруктов получается *y* кг сухофруктов. Учитывая, что в этом процессе испаряется жидкость, а масса сухого вещества не меняется, можно составить следующую схему:

Свеж.

	x кг
Жид-ть	*m*%
Сух. вещ	*a*%

100%

Суш.

	y кг
Жид-ть	*n*%
Сух. вещ	*b*%

100%

Тогда $m_{\text{с.в.}} = \frac{a}{100} \cdot x = \frac{b}{100} \cdot y$, где *a*% – процентное содержание сухого вещества в свежем фрукте, *b*% – процентное содержание сухого вещества в сухофрукте

Задачи на концентрацию (смеси и сплавы). Из нескольких смешиваемых растворов (сплавов) какого-то вещества получается раствор (сплав) другой

концентрации. Концентрация раствора – процент, который составляет масса растворенного вещества от массы раствора. $c = \frac{\text{m}}{\text{M}} \cdot 100$ %, где M – масса раствора, m – масса растворенного вещества, c – концентрация. Тогда масса растворенного вещества вычисляется по формуле $m = \frac{c}{100} \cdot M$, а результат смешивания растворов можно представить с помощью следующей схемы:

x л (кг)		y л (кг)		z л (кг)		$(x+y+z)$ л (кг)
a%	+	b%	+	c%	=	d %

$\frac{a}{100}x + \frac{b}{100}y + \frac{c}{100}z = \frac{\text{d}}{100}(x + y + z)$, то есть сумма масс растворенного вещества в левой части уравнения равна массе растворенного вещества в правой части.

Покажем на примерах использование предложенной обобщенной модели анализа условия задач на части.

Задача 1. Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Решение. Пусть ***x*** рублей стоит рубашка, ***y*** рублей стоят брюки и z рублей стоит пиджак. Тогда $y = 1{,}3\,x$, или $y = (1 - 0{,}22)\,z$. Получаем $1{,}3\,x = 0{,}78\,z$. Тогда $x = 0{,}6\,y$.

$0{,}6\,y < y$ на $0{,}4\,y$. Т.е. на 40%.

Ответ: на 40% рубашка дешевле пиджака.

Задача 2. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 82 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

Решение. Пусть x кг взяли свежих грибов.

Свеж.

	x кг
Вода	90%
Сух. вещ	a%

100%

Суш.

	82 кг
Вода	5%
Сух. вещ	b%

100%

$a = 100 - 90 = 10\%$, $b = 100 - 5 = 95\%$

$m_{c.в.} = \frac{10}{100} \cdot x = \frac{95}{100} \cdot 82$. Решив пропорцию, получаем $x = 779$ кг.

Задача 3. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение. Пусть x%

5 л		25 л		5 + 25 = 30 (л)
12%	+	0%	=	x %

$\frac{12}{100} \cdot 5 + \frac{0}{100} \cdot 25 = \frac{\text{x}}{100} \cdot 30, \Longrightarrow 30\,\text{x} = 60, \Longrightarrow \text{x} = 2\%.$

Ответ: 2% составляет концентрация получившегося раствора.

Задача 4. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 112%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 3%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение. Пусть x руб. – зарплата мужа, y руб. – зарплата жены и z руб. – стипендия дочери. Общий доход составляет S рублей.

	Муж	Жена	Дочь	Всего
Было	x	y	z	$S = x + y + z$
Стало	$3\,x$	y	z	$2{,}12\,S$
Увеличилось на	$3\,x - x = 2\,x$	0	0	$2{,}12\,S - S = 1{,}12\,S$
Было	x	y	z	$S = x + y + z$
Стало	x	y	$\frac{z}{2}$	$0{,}97\,S$
Уменьшилось на	0	0	$\frac{z}{2}$	$S - 0{,}97\,S = 0{,}03\,S$

Получаем, что $2\,x = 1{,}12S$. Тогда $x = 0{,}56\,S$. Т.е. зарплата мужа составляет 56% общего дохода семьи. $\frac{z}{2} = 0{,}03\,S$, тогда $z = 0{,}06\,S$. Т.е. стипендия дочери составляет 6% общего дохода семьи. Тогда зарплата жены составляет $100 - (56 + 6) = 38\%$.

Ответ: 38% процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены.

Наряду с обобщенным методом решения задач на части, мы рассматриваем еще один обобщенный метод решения задач на скорость, работу, стоимость и т.д. Таким образом, количество методов решения текстовых задач сужается до двух обобщенных методов, которые составляют гносеологическую основу метода решения текстовых задач, не требующую большого количества времени на изучение. За счет этого большая часть времени на уроках математики отводится деятельностной составляющей метода – овладению школьниками навыками использования изученных обобщенных методов в контексте широкого класса текстовых задач различных типов.

Представленный подход к обучению обучающихся основной школы обобщенным методам решения текстовых задач апробирован в школах Самарской области, реализующих компетентностно-контекстную модель обучения и воспитания, в рамках которой изучение всех учебных предметов строится на основе структурно-логических схем представления учебного содержания и обобщенных алгоритмов деятельности по решению задач с использованием изученного материала [4], [5].

В медико-техническом лицее апробация методики обучения обобщенным методам решения текстовых задач показала следующие результаты: на входном контроле в 7 классе всего 11% обучающихся справлялись с решением текстовых задач. В течение трех лет использовался рассмотренный выше подход к обучению решению тестовых задач. По результатам ОГЭ 2026 г. 75% обучающихся справились с решением текстовой задачи (задание №21) на максимальные 2 балла, 12% – верно составили математическую модель (1 балл), но допустили ошибку в вычислении или интерпретации ответа. Выборка составила 85 обучающихся медицинского, технического и экономического классов.

Список литературы

1. Анализ результатов ОГЭ по математике: от ошибок – к действиям: учебно-методические материалы по разбору заданий КИМ ОГЭ по математике / сост. С.Г. Афанасьева, Е.М. Бобрович. – Самара: ГАУ ДПО СО ИРО, 2026. – 32 с.

2. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли: пособие для учителя / [А. Г. Асмолов и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 151 с.

3. Методика обучения математике : учебник для вузов / под редакцией Н. С. Подходовой, В. И. Снегуровой. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 566 с.

4. Рыбакина, Н.А. Компетентностно-контекстная модель обучения и воспитания в общеобразовательной школе // Образование и наука. – 2017. – Т. 19, №2. – С. 31–50.

5. Рыбакина, Н. А. Компетентностно-контекстная концепция и модель обучения и воспитания в общеобразовательной школе : диссертация на соискание ученой степени доктора педагогических наук - Самара: СГСПУ, 2024. – 403 с.

6. Приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». – URL: http://fgosreestr.ru/ (дата обращения: 15.05.2026).

ИНТЕГРАЦИЯ ТЕХНОЛОГИИ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ УЧАЩИХСЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ПОСТРОЕНИЯМ В ПРОСТРАНСТВЕ

Е. Р. Садыкова, канд. пед. наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Россия, Казань
e-mail: sadikova_er@mail.ru
О. В. Разумова, канд. пед. наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Россия, Казань
e-mail: miraolga@rambler.ru
З. Н. Мухаметзянова, учитель математики
МБОУ «Школа № 34»,
Россия, Казань
e-mail: zileboba_m@mail.ru

Аннотация. В статье актуализируются вопросы интеграции технологии проблемного обучения и визуализации, представлен опыт работы по обучению учащихся геометрическим построениям в пространстве с использованием технологии проблемного обучения и визуализации.

Ключевые слова: стереометрия, задачи на построение в пространстве, проблемное обучение, визуализация, пространственное мышление, проекционный чертеж.

INTEGRATION OF PROBLEM-BASED LEARNING AND VISUALIZATION TECHNOLOGY IN TEACHING STUDENTS GEOMETRIC CONSTRUCTIONS IN SPACE

E. R. Sadykova, Ph.D. in Pedagogy, Associate Professor
Kazan (Volga region) Federal University,
Russia, Kazan
e-mail: sadikova_er@mail.ru
O. V. Razumova, Ph.D. in Pedagogy, Associate Professor
Kazan (Volga region) Federal University,
Russia, Kazan
e-mail: miraolga@rambler.ru
Z. N. Mukhametzyanova, mathematics teacher
MBGEI «School No. 34»,
Russia, Kazan
e-mail: zileboba_m@mail.ru

Annotation: The article addresses the issues of integrating problem-based learning and visualization technologies and presents the experience of teaching students geometric constructions in space using problem-based learning and visualization technologies.

Keywords: stereometry, spatial construction tasks, problem-based learning, visualization, spatial thinking, projection drawing.

В настоящее время в условиях обновленного Федерального государственного образовательного стандарта изменились требования к результатам освоения образовательных программ. В освоении стереометрии ключевым аспектом становится изучение свойств пространственных фигур, развитие логического и пространственного мышления, практическое применение полученных результатов. Один из сложных разделов школьного курса стереометрии является раздел, связанный с геометрическими построениями в пространстве, которые являются важным средством формирования геометрических представлений учащихся в целом. В работе Натальи Владимировны Леонтьевой отмечено, что «в систематический курс стереометрии данный круг вопросов практически не включается. Однако конструктивные представления позволяют углубить и расширить подготовку учащихся по математике» [3]. В процессе геометрических построений учащиеся в практическом плане продолжают знакомство со свойствами пространственных геометрических фигур и отношений. Их решение требует от учащихся не только знания теоретического материала, но и умения соотносить плоский чертеж с пространственным объектом, выбирать способ построения и обосновывать полученный результат. Для многих учащихся это становится очень трудным. В контексте обучения учащихся геометрическим построениям в пространстве особую актуальность представляет интеграция современных технологий, позволяющая, с одной стороны процесс обучения сделать интерактивным, с другой стороны, визуализировать абстрактные понятия. На наш взгляд, инструментами для эффективного обучения данного раздела являются технология проблемного обучения и визуализация.

Проблемное обучение трактуется как особая организация учебной деятельности, при которой процесс усвоения знаний осуществляется через активное включение учащихся в решение познавательных задач. В рамках такого подхода учащиеся не получают готовых алгоритмов решения, а самостоятельно формулируют проблему, выдвигают гипотезы, проверяют их, что способствует формированию прочных и осмысленных знаний [7; 8]. Различные аспекты проблемного обучения отражены в работах известного российского психолога Алексея Михайловича Матюшкина [4]. В процессе обучения геометрическим построениям в пространстве при реализации проблемного обучения большую роль играют средства визуализации. В условиях цифровизации применение различных инструментов, динамических математических сред, таких как Geogebra, Desmos позволяет на уроках визуализировать пространственные образы, вовлекать учащихся в исследовательскую деятельность, проводить анализ ситуаций, где меняются параметры фигуры и ее свойства [5; 6].

В современных условиях образование ориентировано на умение учащихся работать с информацией, поэтому большую роль играют техники визуализации материала. Как отмечается в работах Татьяны Александровны Челноковой, применение визуализации активизирует различные сенсорные каналы восприятия и повышает качество усвоения знаний [8]. Такие техники визуализации как интеллект-карта, лента времени, инфографика, опорные сигналы, скрайбинг, демонстрируют разнообразие подходов к организации работы с учебной информацией и могут эффективно применяться в образовательном процессе в зависимости от дидактических целей и этапа обучения.

Средства визуализации в обучении стереометрии характеризуются разнообразием и выполняют важную роль в формировании пространственного мышления учащихся. Их применение позволяет не только сделать учебный материал более наглядным, но и способствует развитию умений анализа, моделирования и решения задач [9]. Существенное расширение возможностей визуализации связано с использованием компьютерных технологий. Динамические геометрические среды позволяют моделировать объекты, изменять их параметры и наблюдать преобразования в реальном времени. Это особенно важно при изучении таких тем, как, например, построения сечений многогранников [1; 2]. При этом следует учитывать, что цифровые средства не заменяют традиционные, а дополняют их.

Авторским коллективом проведена работа, направленная на эффективное обучение учащихся геометрическим построениям в пространстве с использованием интеграции технологии проблемного обучения и визуализации. Проблемное обучение направлено на организацию анализа условия, поиска способа построения и обоснования решения, а визуализация обеспечивает наглядное представление пространственной ситуации с помощью моделей, чертежей и цифровых средств. Работа осуществлялась с учащимися 11 «А» класса МБОУ «Школа № 34» города Казани и была направлена на формирование у обучающихся приемов и методов решения задач на геометрические построения в пространстве с применением технологий проблемного обучения и визуализации. В рамках проделанной работы был спроектирован и реализован элективный курс «От чертежа к модели: геометрические построения в пространстве». В содержание курса включены следующие разделы: параллельное проектирование, сечения многогранников, ортогональное проектирование и тела вращения, центральное проектирование и перспектива, компьютерная визуализация. При планировании и проектировании элективного курса нами учитывались результаты входной диагностики, которая показала, что для учащихся сложным стали как теоретические вопросы предыдущих вопросов стереометрии, так и вопросы, связанные с представлениями пространственных образов, с выделением элементов фигуры, с определением способа решения. Если при построении сечений призм, параллелепипедов ученики еще смогли применять свойства параллельного проектирования, то при усложнении задания, например, при задании пирамид, они уже испытывали трудности. Поэтому для лучшего усвоения разделов курса на занятиях нами применялась технология проблемного обучения, создавались ситуации, способствующие учеников не воспроизводить готовые алгоритмы, а находить способы, варианты, проверять предположения.

На каждом занятии нами были включены задания, сопровождаемые визуальными поддержками, опорными чертежами и схемами, которые использовались при выполнении заданий. Использование цифровых инструментов, моделей способствовало тому, чтобы учебный процесс был более наглядным. На занятиях визуализация использовалась как средство проверки гипотез, проведения исследования по изменению геометрической конфигурации.

В рамках элективного курса нами использовался сборник задач с элементами проблемного обучения и визуализации. Данный сборник разработан учителем математики Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Средняя общеобразовательная татарско-русская школа № 34» Московского района города Казани

Зилей Наилевной Мухаметзяновой. При разработке сборника учитывались материалы программы 10 – 11 класса по геометрии, содержание школьного учебника, материалы ФИПИ. Все задачи связаны с темами элективного курса и направлены на формирование умений выполнять построения, проводить анализ. В сборнике представлены различные виды задач: обучающие, практические, творческие, проблемные. Использование цифровых моделей, представленных в сборнике, позволило интерпретировать различные геометрические ситуации, в частности, ситуации, связанные с задачами на построение сечений многогранников. В условиях задач такого вида были предложены ситуации, где заданные точки располагались не на ребре, а на основании многогранника. Данные ситуации для школьников оказалась проблемными – им необходимо было найти дополнительные связи внутри фигуры. Для решения таких ситуаций им были предложены визуальные интерактивные модели. Перейдя по QR-коду, ученики открывали модель, вращали ее. Такая работа позволила проверить выдвинутые учениками гипотезы и выполнить построения. Следующий тип задач, представленный в сборнике, это задачи, где визуализация используется для анализа внутренних связей фигуры и поиска недостающих вершин сечения (рис. 1).

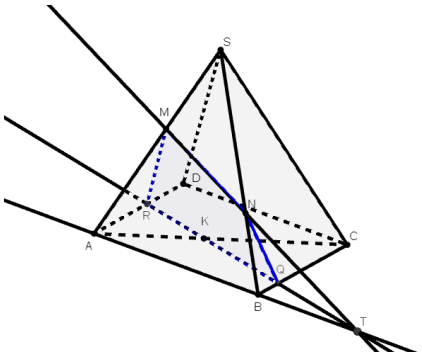


Рисунок 1

В авторском сборнике содержится и такая рубрика, как «Полезно знать». В ней представлены исторические материалы, дополнительные сведения из теории многогранников, интересные факты, связанные с геометрическими построениями, а также показано использование стереометрии в современном мире.

При реализации элективного курса нами применялись различные формы занятий с использованием интеграции технологии проблемного обучения и визуализации: творческие мастерские, лабораторные практикумы, воркшопы. На занятиях, проведенных в формате творческих мастерских, учащиеся строили перспективные изображения объектов, связанных с реальной городской средой. Каждому ученику нужно было провести исследование по предложенному городу, описать такие объекты как улицы, фасады зданий, парки, архитектурные сооружения. В рамках исследования учащиеся должны были выявить зависимость между положением наблюдателя и центром проекции. При проведении воркшопа «Моя стереометрическая задача» обучающиеся самостоятельно разрабатывали условие, решения, определяли трудности, которые могли возникнуть у других учеников. На данном занятии нами использовалась групповая работа, где ребята смогли продемонстрировать свои задачи-ловушки и разработанные цифровые модели.

Показательным стало занятие по теме «Практикум по построению в перспективе». На данном занятии учащимся была представлена знаменитая картина Ганса Гольбейна «Послы». С одной стороны, она использовалась как средство визуализации, с другой – как средство создание проблемной ситуации. На картине

ученики отметили искаженное изображение, пробовали объяснить его связь с положением наблюдателя. Для решения проблемы учащиеся использовали цифровые модели, строили один и тот же объект, «погружая» наблюдателя в разные положения (рис. 2).

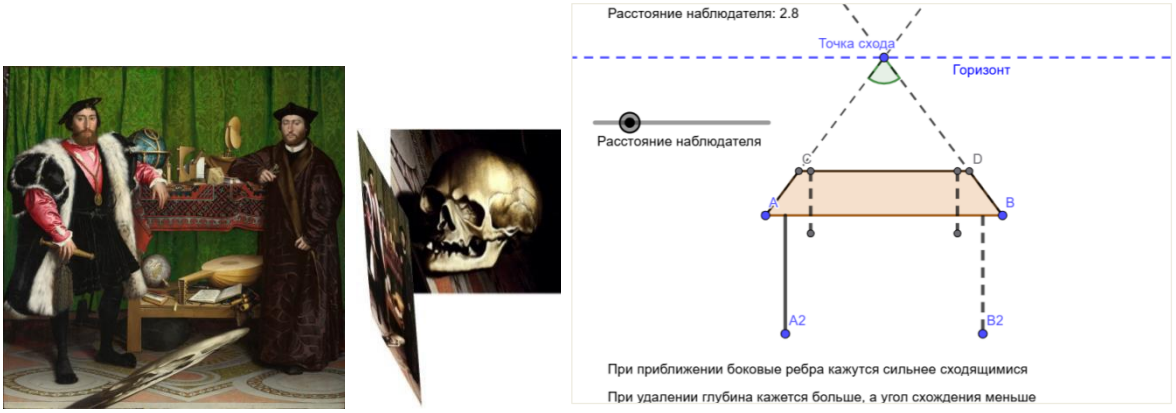


Рисунок 2

В процессе реализации элективного курса с применением технологии проблемного обучения и визуализации нами отмечено, что учащиеся смогли повысить интерес к выполнению заданий, лучше представлять пространственные образы и решать задачи.

Список литературы

1. Габеева Л.Н., Лубсанова Л.Б. Развитие умений геометрических построений у учащихся старших классов посредством компьютерного моделирования // Общество: социология, психология, педагогика. – 2021. – № 6 (86). – С. 101-106.

2. Дубровский В.Н., Поздняков С.Н. Динамическая геометрия в школе. Занятие 6. Стереометрия в двумерных средах // Компьютерные инструменты в школе. – 2008. – № 6. – С. 24-38.

3. Леонтьева Н.В. Методика обучения решению задач на построение в пространстве на основе расширенной схемы // Вестник ВятГУ. – 2022. – № 4 (146). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-obucheniya-resheniyu-zadach-na-postroenie-v-prostranstve-na-osnove-rasshirennoy-shemy (дата обращения: 19.08.2025).

4. Матюшкин А.М., Матюшкина А.А., Ковалевская Е.В. Проблемное обучение: в 3 кн. Кн. 1. Лингво-педагогические категории проблемного обучения. – Нижневартовск: Изд-во НГГУ, 2010. – 224 с.

5. Михоненко О.И., Кокорева В.В., Вендина А.А. Обучение стереометрии с применением программы GeoGebra: учебно-методическое пособие. – Ставрополь: АГРУС, 2022. – 76 с.

6. Никитин С.А. Вычислительная культура при решении стереометрических задач // Образование и наука. – 2025. – № 3. – С. 55-62.

7. Ситаров В.А. Проблемное обучение как одно из направлений современных технологий обучения // Знание. Понимание. Умение. – 2009. – № 1. – С. 148-157.

8. Челнокова Т.А. Техники визуализации и их актуальность в организации работы с учебной информацией современных школьников // Педагогика и психология образования. – 2019. – № 3. – С. 30-42.

9. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.

ПЛАТФОРМА «ЭЛЕКТРОННАЯ ИГРОВАЯ ШКОЛА» В АСПЕКТЕ РЕШЕНИЯ ДИЛЕММЫ РОДНОГО ЯЗЫКА

С. С. Салаватова, канд. пед. наук, профессор,
Стерлитакский филиал Уфимского университета науки и технологий
e-mail: sssalavatova@mail.ru

Аннотация. Описана технология реализации учебного процесса на основе билингвизма в разработанной при участии автора геймифицированной образовательной платформе «Электронная игровая школа» – «ePlaySchool»

Ключевые слова: дилемма родного языка, билингвизм, электронное обучение.

PLATFORM «ELECTRONIC GAME SCHOOL» IN THE ASPECT OF SOLVING THE DILEMMA OF THE NATIVE LANGUAGE

S. S. Salavatova, candidate of pedagogical sciences, professor,
Ufa University of Science and Technology Sterlitamak branch
e-mail: sssalavatova@mail.ru

Annotation. The article describes the technology of implementing the educational process based on bilingualism in the gaming educational platform "Electronic Play School - ePlaySchool" developed with the author's participation.

Keywords: the dilemma of the native language, bilingualism, e-learning

В условиях многонационального государства и функционирования в отдельных ее регионах двух (иногда и более двух) государственных языков неизбежна дилемма родного языка и в образовательной сфере. Так, в частности, в Республике Башкортостан с 1999 года согласно «Закону о языках народов Республики Башкортостан» (см. ст. 8, п. 2) башкирский язык как язык титульной нации становится государственным, дающим гражданам право «на получение среднего (полного) образования) на родном языке» [1, с. 5]. Это же право было закреплено и в Законе об образовании республики Башкортостан в редакции до 2013 года с правом возможности сдавать вступительные экзамены на родном языке. В редакциях после 2013 года Закон об образовании снизил возможность обучения на родном языке до уровня основного общего образования (см. ст.6, п.3) [2].

Дилемма родного языка сопровождается рядом проблем политического, экономического, психологического и методического характера. Наше многолетнее исследование дилеммы родного языка при обучении математике в общеобразовательной школе, включающее анкетирование, интервьюирование граждан республики Башкортостан (более 3000 респондентов), результаты зондирующих и формирующих экспериментов направили нас на разработку методик билингвального обучения математике в условиях национальной школы.

В зависимости от целевого компонента мы различаем два типа билингвальной методики: национально-русский и русско-национальный (в нашем случае, башкирско-русский и русско-башкирский). Башкирско-русский билингвизм используется в том случае, когда обучение математике осуществляется на башкирском языке по учебникам, переведенным на башкирский язык. Здесь использование русского языка необходимо для создания ученикам возможности дальнейшего продолжения обучения на государственном языке Российской Федерации. Такой билингвизм используется в начальных классах национальных школ, в основном, в моноязычных сельских местностях. Русско-башкирский билингвизм используется в том случае, когда обучение в национальной школе происходит на русском языке с использованием учебников, изданных на русском языке. В этом случае, учитель использует родной язык (в том числе, бытовой, разговорный) лишь в случае

необходимости, для разъяснений смысла математических терминов, определений понятий, специфических речевых оборотов и др.

Оба типа билингвальной методики предполагают параллельное использование двух языков. Если создавать такие учебники и учебные материалы в бумажном варианте, то это потребует большого объема текста. Учебники для учеников будут объемными и тяжелыми, что недопустимо. Кроме того, в зависимости от контингента обучающихся: от степени владения ими русским языком и от выбора ими и их родителями языка обучения в те или иные периоды обучения, учитель должен иметь возможность гибкого перехода от одного типа билингвального обучения к другому. Эту проблему решает использование электронных вариантов учебных материалов. Как известно, электронные средства обучения позволяют повысить качество учебного процесса по многим параметрам, а включение в них игровых механик и принципов игрофикации позволяет повысить и уровень мотивации на протяжении всего процесса обучения, взаимосвязывая учебную цель с игровой.

Используемая нами в системе билингвального обучения геймифицированная образовательная платформа «Электронная игровая школа» – «ePlaySchool» (далее Платформа), не создавалась специально для использования только в национальных школах республики Башкортостан. Созданная при грантовой поддержке Министерства образования Республики Башкортостан (договор № 06-5 от 15 декабря 2016 г., научный руководитель Р.Х. Каримов) творческой группой преподавателей нашего вуза, в состав которой входит и автор настоящей статьи, Платформа предполагает возможность участия любой школы нашей республики в игровом соперничестве школ, классов, учеников в достижении определенных учебных и игровых целей.

Целостная технология использования Платформы в учебном процессе любой школы описана достаточно подробно в ряде соавторских работ, в частности [2], [3]. Здесь же остановлюсь только на раскрытии возможности использования билингвизма. Урок в зависимости от выбранного типа билингвизма может быть сконструирован полностью на одном из выбранных языков. Перевод определенных терминов, терминологических оборотов, учебных текстов на второй язык в этом случае осуществляется с помощью всплывающих окошечек, открывающихся при нажатии на специальные метки (см. рис. 1).

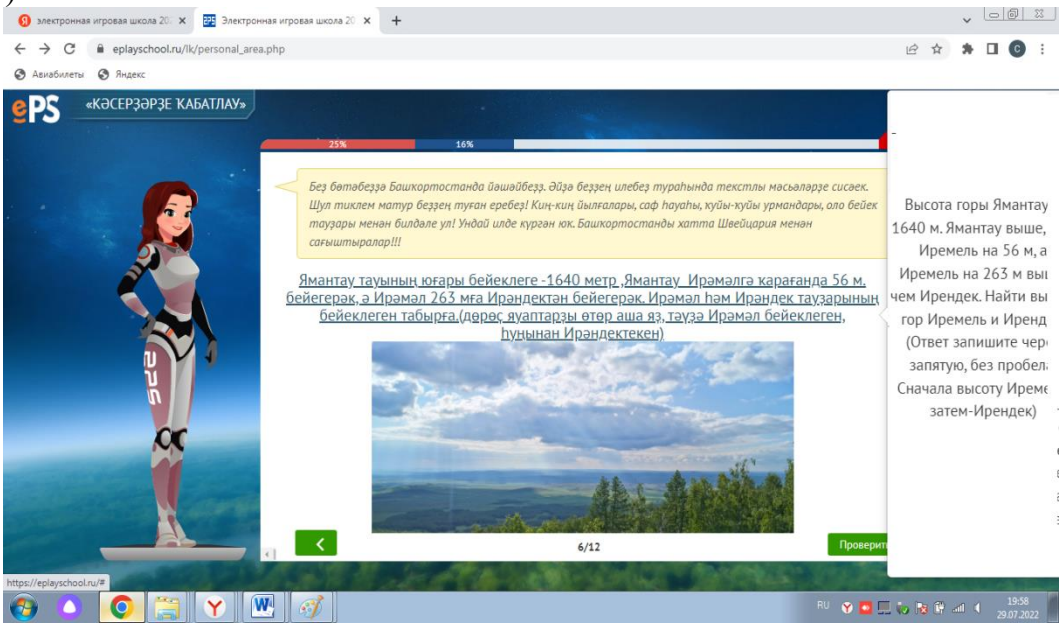


Рисунок 1 – Скриншот фрагмента урока на башкирском языке, где часть текста появляется на русском языке при нажатии специальной метки на экране

Другой тип решения дилеммы родного языка возможен через представление учебного материала одновременно на обоих языках. В этом случае ученик сам выбирает, в зависимости от своих возможностей и желания, какой текст читать (см. рис. 2).

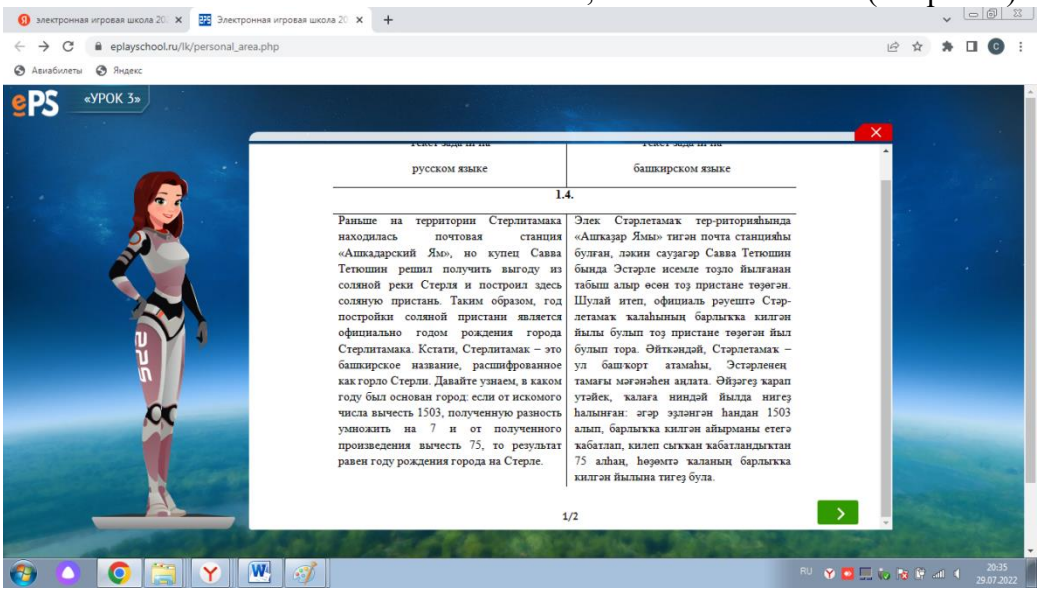


Рисунок 2 – Скриншот фрагмента урока, где текст задания представлен одновременно на двух языках: русском и башкирском

Платформа дает возможность учителю конструировать различные варианты тестов. Контролирует и комментирует правильность выполнения задания игровой персонаж ЭлИС – дружелюбный интерактивный персонаж, выполняющий достаточно большой круг функций во всех структурных компонентах образовательного процесса: осуществляет эмоциональную поддержку обучающихся как в случаях успеха, так и неудач; реагирует на правильные и неправильные ответы во время изучения урока; выполняет когнитивно-коммуникативную функцию.

На рисунке 3 мы видим скриншот фрагмента урока с тестовым заданием в ситуации, когда ученик, нажав на область с правильным ответом (помечено нами галочкой), видит выплывающее окошечко с надписью «ВЕРНО», при этом ЭлИС озвучивает поощрительные фразы типа «Ты молодец!», «Замечательно!» и т.п. Кроме того, на рисунке 3 мы видим выделенный термин, при нажатии на метку с этим термином появляется перевод этого термина на русский язык: «корни трехчлена».

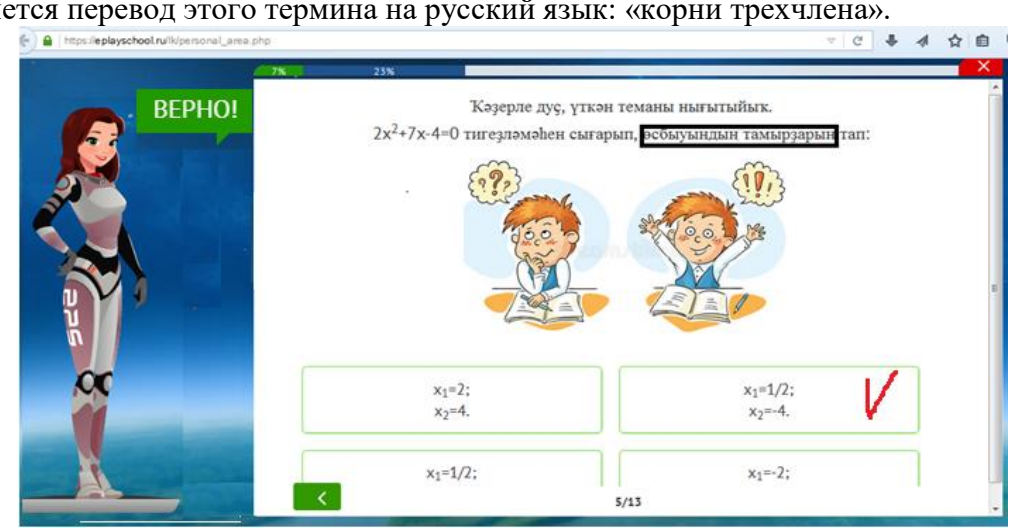


Рисунок 3 – Скриншот фрагмента урока, где тест представлен на башкирском языке

Произведенная авторами апробация разработанных электронных уроков на курсах повышения квалификации учителей общеобразовательных школ (в разное время

в составе более 150 учителей), в процессе обучения студентов (более 290), непосредственно в учебном процессе 5 национальных школ, а также результаты анкетирования 470 респондентов об их отношении к качеству и необходимости использования Платформы позволяет утверждать о ее эффективности.

Список литературы

1. Закон Республики Башкортостан о языках народов Республики Башкортостан. – Уфа, 1999. – 31 с.

2. Закон Республики Башкортостан об образовании в Республике Башкортостан. – Уфа, 1913. – 27 с.

3. Дмитриев В.Л., Каримов Р.Х., Салаватова С.С. Электронное образование и сетевые технологии в школах Республики Башкортостан // Профессиональное образование в России и за рубежом. – 2020. – № 2 (38). – С. 60-70.

4. Салаватова С.С., Каримов Р.Х., Дмитриев В.Л. Технология реализации учебного процесса в платформе «Электронная игровая школа» // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе: материалы IV Междунар. науч. конф. в 2-х томах. Т. 1. Москва, МПГУ, 4–5 декабря 2018 г. / под ред. М.В. Егуповой, Л.И. Боженковой. – Калуга: Изд-во АКФ «Политоп», 2018. – С. 191-194.

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА УЧАЩИХСЯ В 7–9 КЛАССАХ: ПРОБЛЕМЫ И НАПРАВЛЕНИЯ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ

Д. В. Сенников, учитель математики, аспирант,
ГБОУ города Москвы «Школа №504», ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет»,
Москва, Россия,
e-mail: sennikov_dv@lyc504.ru

Аннотация. Традиционное школьное математическое образование долгое время формировало у подростков исключительно детерминированную картину мира. В таком случае каждому явлению приписывался строгий закон, и совершенно не оставалось места для случайности. Однако, реальная жизнь ежедневно сталкивает нас с необходимостью оценивать риски и прогнозировать исходы событий на основе неполных данных. В статье рассматриваются вопросы содержания стохастической линии при изучении математики в 7–9-х классах, а также отражены возможные трудности, с которыми могут столкнуться ученики в процессе обучения.
Ключевые слова: стохастическая линия, содержание математического образования, теория вероятностей и математическая статистика.

STOCHASTIC TRAINING OF STUDENTS IN 7TH-9TH GRADE: PROBLEMS AND DIRECTIONS FOR IMPROVEMENT

D. V. Sennikov, Teacher of Mathematics, graduate student,
School No. 504 of the city of Moscow, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Moscow Pedagogical State University»,
Moscow, Russia,
e-mail: sennikov_dv@lyc504.ru

Annotation. For a long time, traditional school mathematics education has been shaping a deterministic worldview in teenagers. In this view, every phenomenon is governed by a strict law, leaving no room for chance. However, real life requires us to assess risks and predict outcomes based on incomplete data. The article discusses the content of the stochastic line in mathematics education in grades 7-9, and reflects possible difficulties that students may encounter in the learning process.
Keywords: stochastic line, content of mathematical education, probability theory and mathematical statistics.

Стохастическая грамотность выступает важнейшим компонентом общей математической грамотности школьника. Международные исследования качества образования наглядно демонстрируют слабые места в подготовке учащихся. Подростки часто не справляются с заданиями из-за непривычных формулировок и не могут перенести академические знания на прикладные бытовые сюжеты. Зазубренные формулы комбинаторики и теории вероятностей остаются «мертвым грузом» без понимания их жизненной ценности. Преодолеть этот барьер помогает внедрение задачного подхода с опорой на контекстные ситуации.

Процесс погружения в мир случайностей и закономерностей целесообразно разделить на несколько взаимосвязанных этапов, представленных в таблице 1.

Таблица 1 – Динамика формирования стохастической компетентности

Уровень развития	**Основная деятельность ученика**	**Приоритетный тип задач**
Интуитивный (пропедевтический)	Наблюдение за случайными явлениями и оценка шансов на качественном уровне	Задания с игровыми сюжетами и интуитивным перебором вариантов

Базовый (грамотность)	Применение классического определения вероятности и первичная обработка статистики	Практико-ориентированные задачи с фабулой из повседневной жизни
Продвинутый (компетентность)	Построение математических моделей для непредсказуемых процессов	Квазипрофессиональные кейсы и задачи с избыточными данными

Центральным элементом методики выступает правильный подбор задач. Сухие академические примеры с вытаскиванием разноцветных шаров из урны редко вызывают отклик у современных подростков. Гораздо эффективнее работают сюжеты из их непосредственного окружения. Умение формализовать жизненную ситуацию и перевести ее на язык математики составляет ядро стохастического моделирования.

Разберем применение задачного принципа на конкретных примерах.

Задача 1. Оценка вероятности в бытовых условиях. Восьмиклассник Илья собирается в школу и анализирует прогноз погоды. Синоптики обещают дождь в течение дня с вероятностью 0,6. Илья знает свою рассеянность и признает вероятность забыть зонт дома равной одной четвертой. Требуется вычислить вероятность крайне неприятного исхода, при котором мальчик попадет под дождь и окажется без зонта. *(Ответ: 0,15).*

Предложенный сюжет лишен громоздких вычислений и позволяет сфокусироваться на логике вероятностного аппарата. Учащиеся видят реальную пользу математики для оценки собственных ежедневных рисков. Подобные задачи-трансформеры и ситуационные кейсы становятся мостиком между сухой теорией и живым миром. Формирование вероятностного мышления неразрывно связано с умением анализировать различные варианты развития событий и грамотно обрабатывать массивы числовых данных. Главная цель учителя на данном этапе заключается в отказе от преждевременной формализации и заучивания сложных формул. Избыточное увлечение комбинаторными вычислениями с применением факториалов часто подменяет собой истинное стохастическое мышление.

Задача 2. Планирование досуга. Группа школьников решает провести выходной день вместе. Ребята могут пойти в кинотеатр на один из трех новых фильмов или посетить парк аттракционов. После развлекательной программы они планируют зайти перекусить. На выбор у них есть пиццерия и два кафе быстрого питания. Требуется определить общее количество различных маршрутов проведения выходного дня. *(Ответ: 12).*

Подобные сюжеты формируют понимание независимости выборов и органично подводят школьников к математическим правилам сложения и умножения. Ученики осознают ценность математического аппарата для планирования собственных дел.

Не менее важным разделом выступает описательная статистика. Обработка данных окружает нас повсюду. Школьники постоянно сталкиваются с рейтингами, средними баллами, результатами социологических опросов. Способность грамотно интерпретировать таблицы и диаграммы закладывается еще в 5–6 классах. Статистические характеристики описывают поведение целых массивов чисел и позволяют делать обоснованные жизненные выводы.

Основные статистические параметры и их прикладное значение представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Базовые статистические характеристики в школьном курсе

Характеристика	**Практический смысл**	**Пример использования**
Среднее арифметическое	Усредненный показатель всей совокупности данных	Расчет средней успеваемости ученика за учебный триместр
Мода	Наиболее часто встречающееся значение в выборке	Определение самого популярного размера одежды в магазине
Медиана	Серединное значение упорядоченного числового ряда	Оценка реального уровня зарплат на предприятии без учета аномально высоких выплат
Размах	Разница между максимальным и минимальным значениями	Анализ колебаний температуры воздуха для выбора подходящего гардероба

Отработка статистических понятий требует подключения сюжетов из сферы коммерции или экономики. Такие задания превосходно вписываются в концепцию финансовой грамотности школьников.

Задача 3. Закупка товара для магазина. Владелец небольшого обувного магазина фиксировал проданные за неделю размеры мужских кроссовок. В его журнале появилась следующая последовательность данных продаж: 42; 41; 43; 42; 44; 42; 45; 41; 42; 43; 42. Владельцу необходимо сформировать новый заказ для поставщика. Требуется определить наиболее востребованный размер и найти размах проданных размеров обуви. (Ответ: 42 размер обуви; размах равен 4).

Анализ результатов показывает предпринимателю необходимость заказать максимальную партию обуви именно сорок второго размера. Вычисление среднего арифметического в этой ситуации лишено всякого практического смысла. Никто не покупает обувь усредненного дробного размера. Опора на моду дает единственный верный ориентир для ведения реального бизнеса.

Современная методика предлагает использовать инновационный задачный материал интегрированного характера. Для лучшего понимания специфики интегрированного подхода представлена сравнительная таблица 3. Особое место в этом процессе занимают так называемые задачи-трансформеры. Подобные задания представляют собой уникальный инструмент для моделирования жизненных ситуаций. Они требуют от ученика исследовать один и тот же процесс одновременно в детерминистском и стохастическом направлениях. Направление анализа меняется исключительно в зависимости от поставленного вопроса.

Таблица 3 – Специфика детерминированного и стохастического подходов в задачах-трансформерах

Критерий сравнения	**Детерминированная модель**	**Стохастическая модель**
Характер исходных данных	Строго заданные параметры и функциональные зависимости	Набор возможных исходов или статистическая выборка

Цель исследования	Поиск единственно верного оптимального результата или точки экстремума	Прогнозирование множества состояний и оценка шансов наступления события
Применяемый аппарат	Уравнения, неравенства, свойства функций и графиков	Классическое определение вероятности, частота, комбинаторика
Результат решения	Точное числовое значение величины или координаты	Степень вероятности наступления заданного условия в виде числовой меры осуществимости

Разберем применение интегрированного подхода на примере квазипрофессионального сюжета из сферы финансовой аналитики.

Задача 4. Прогнозирование роста стоимости актива. Финансовые аналитики установили закономерность изменения цены акций крупной компании в течение октября. График стоимости описывается квадратичной функцией с отрицательным старшим коэффициентом и вершиной ровно в середине месяца. Начинающему инвестору необходимо продать свой пакет акций с максимальной выгодой. Требуется определить точную дату продажи для получения наивысшего дохода. Дополнительно инвестору нужно вычислить вероятность случайного выбора дня покупки акций на этапе активного роста их стоимости. количество торговых дней в рассматриваемом месяце равно тридцати одному. (Ответ: 16 октября; 0,52)

Особое внимание при проектировании уроков в седьмых–девятых классах следует уделять возрастным интересам подростков. Школьники этого периода крайне прагматичны и требуют четкого понимания жизненной пользы изучаемого материала. Переход к нормальным бытовым сюжетам из учебной или финансовой сферы помогает учителю удержать внимание аудитории и добиться глубокого понимания предмета.

Подводя итог всей работе, можно с уверенностью утверждать высокую эффективность задачного подхода. Внедрение элементов стохастики через призму реальных ситуаций кардинально меняет отношение школьников к математике. Подростки приобретают бесценный опыт моделирования неопределенности и учатся принимать взвешенные решения на основе статистического анализа. Учитель при этом получает мощный рычаг для повышения познавательной мотивации и всестороннего развития аналитического мышления своих учеников.

Список литературы

1. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы // Математика в школе. – 2005. – № 9. – С. 15-20.

2. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятности. Статистическая обработка данных: дополнительные параграфы к курсу алгебры 7–9 кл. – М.: Мнемозина, 2008. – 112 с.

3. Оболдина Т.А. Развитие стохастической грамотности в курсе математики основной школы // Научный аспект. – 2023. – Т. 5, № 3. – С. 515-520.

4. Плоцки А. Вероятность в задачах для школьников: книга для учащихся. – М.: Просвещение, 1996. – 191 с.

О ПРЕДПРОФИЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧАЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ К ИНЖЕНЕРНЫМ ПРОФЕССИЯМ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

В. А. Смирнов, д-р физ.-мат. наук, профессор,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru
И. М. Смирнова, д-р пед. наук, профессор,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается предпрофильная подготовка учащихся к инженерным профессиям при проведении курса внеурочной деятельности по геометрии, разработанного в рамках проекта «Математика. Инженеры будущего» издательства «Просвещение».

Ключевые слова: предпрофильная подготовка, учащиеся 7-9 классов, геометрия, инженеры будущего.

ON PRE-PROFESSIONAL TRAINING OF 7-9 GRADE STUDENTS FOR ENGINEERING PROFESSIONS THROUGH GEOMETRY EDUCATION

V. A. Smirnov, doctor of mathematical sciences, full professor,
Moscow State Pedagogical University
(Russia, Moscow)
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru
I. M. Smirnova, doctor of pedagogical sciences, full professor,
Moscow State Pedagogical University,
(Russia, Moscow)
e-mail: i-m-smirnova@yandex.ru

Adstract. This paper examines the pre-profile preparation of students for engineering professions through an extracurricular activity course in geometry, developed as part of the «Mathematics. Engineers of the Future» project by Prosveshchenie Publishing House.

Keywords: pre-profile preparation, 7-9 grade students, geometry, engineers of the future.

Сегодня школьное математическое образование фактически свелось к обучению решению типовых задач ОГЭ и ЕГЭ. При этом вопросам предпрофильной ориентации учащихся, подготовки их к освоению высшей математики, изучаемой в классических и технических университетах, не уделяется должного внимания.

Особенно это касается геометрического образования, которое должно способствовать развитию логического мышления, формированию пространственных представлений, необходимых для освоения аналитической геометрии, математического анализа и многих других разделов высшей математики и их приложений.Об этом много говорилось на Всероссийских съездах учителей и преподавателей математики, прошедших в МГУ им. М. В. Ломоносова в 2023 и 2024 годах.

Задача повышения качества предпрофильной подготовки учащихся поставлена президентом Российской Федерации В. В. Путиным на заседании Совета по науке и образованию 06 февраля 2025. «Наше техническое образование должно быть, прежде всего, фундаментальным. Необходимая база знаний математики и естественных наук формируется именно в школе, причём, уже в 5–9 классах. <…> Уровень преподавания этих дисциплин должен быть высоким – не в отдельно взятых учебных заведениях, школах-лидерах, а по всей стране.»

На решение этой задачи направлен проект «Математика. Инженеры будущего», реализуемый издательством «Просвещение», в котором обучение математике учащихся 7-9 классов призвано создать необходимую базу, фундамент естественно-научного образования, повысить мотивацию и интерес учащихся к инженерным профессиям, подготовить учащихся к продолжению образования в классических и технических университетах.

Такую подготовку учащихся планируется осуществлять, используя серию изданий по математике «Лаборатория А. Г. Мордковича», включающую учебники, учебные пособия, электронные приложения, методические пособия и курсы по выбору по алгебре [1] и геометрии [2].

Предлагаемый курс по выбору по геометрии предназначен для учащихся 7-9 классов, интересующихся геометрией, и направлен на предпрофильную подготовку учащихся, ориентированных на будущую профессию, связанную с математикой и её приложениями.

Он представляет собой набор из четырёх тематических модулей, содержащих по несколько параграфов в каждом модуле. Учитель сможет конструировать вариативную программу из модулей для проведения занятий курса по выбору, кружка, факультатива или для организации проектной деятельности учащихся.

Он позволяет спроектировать индивидуальные образовательные траектории, обеспечивающие математическую подготовку более высокого уровня и предпрофильную подготовку учащихся в рамках общеобразовательной школы.

В некотором смысле курс по выбору имеет преимущества перед основным курсом. Он позволяет привлечь учащихся, интересующихся математикой, из разных классов. Он не связан жёстко с планированием учебного материала. На материал, заинтересовавший учащихся, может быть уделено больше времени.

В курсе по выбору гораздо шире можно использовать индивидуальные формы работы, проектную и исследовательскую деятельность учащихся, учитывающую их мотивацию и способности.

Первый модуль предлагаемого курса посвящён кривым как геометрическим местам точек. В нём рассматривается один из основных способов задания кривых на плоскости, который заключается в указании свойства, которому удовлетворяют точки этих кривых. В школьном курсе геометрии в качестве примеров геометрических мест точек рассматривались серединный перпендикуляр к отрезку и биссектриса угла. В данном курсе понятие геометрического места точек используется для задания различных кривых на плоскости, среди которых: парабола, эллипс, гипербола, именные кривые (конхоида Никомеда, улитка Паскаля, циссоида Диоклеса, лемниската Бернулли, кривые Крамера и др.). Устанавливаются свойства этих кривых. Демонстрируется их применение в технических устройствах. Показываются возможности использования компьютерной программы GeoGebra для их моделирования.

Во втором модуле изучаются кривые как траектории движения точек. Среди таких кривых: циклоида (удлинённая и укороченная циклоиды); эпициклоиды (укороченная и удлинённая эпициклоиды), кардиоида, нефроида и др.; гипоциклоиды (укороченная и удлинённая гипоциклоиды), астроида, кривая Штейнера и др. Рассматриваются кривые постоянной ширины. Устанавливаются свойства этих кривых. Демонстрируется их применение в технических устройствах. Здесь же рассматриваются шарнирные механизмы, преобразовывающие различные виды движений. В частности, переводящие круговые движения в прямолинейные. В качестве примера приводится шарнирный механизм стопоходящей машины Чебышева. Показываются возможности использования компьютерной программы GeoGebra для их моделирования.

В третьем модуле рассматриваются геометрические преобразования плоскости, включающие: центральную и осевую симметрию, поворот, симметрию n-го порядка,

параллельный перенос, движение, подобие, гомотетию и инверсию, которая используется для знакомства учащихся с прямилом Липкина, позволяющую преобразовать круговое движение в прямолинейное, и моделью Пуанкаре геометрии Лобачевского. Здесь же рассматривается золотое сечение, золотые прямоугольники и треугольники. Демонстрируются их проявления в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Показываются возможности использования компьютерной программы GeoGebra для моделирования различных геометрических преобразований плоскости.

Четвёртый модуль посвящен аналитическому заданию кривых на плоскости. В нём рассмотрены различные способы аналитического задания кривых, среди которых:

- задание кривых уравнениями в декартовых координатах;
- параметрическое задание кривых;
- задание кривых уравнениями в полярных координатах.

Здесь выводятся уравнения изученных ранее кривых как геометрических мест точек и как траекторий движения точек.

Среди кривых, заданных уравнениями в полярных координатах, рассмотрены: спираль Архимеда, гиперболическая спираль, спираль Галилея, золотая спираль, *n*-лепестковые розы и др.

Устанавливаются формулы для геометрических преобразований координатной плоскости. Демонстрируются аналитические методы решения практических задач. Показываются возможности использования компьютерной программы GeoGebra для моделирования аналитически заданных кривых на плоскости.

Изучение предлагаемого курса по выбору позволит учащимся: развить геометрические представления; познакомиться с различными замечательными кривыми, их свойствами и способами их задания; узнать о приложениях геометрии в различных областях знания, проявлениях геометрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре, технике и т. д.; научиться моделировать различные кривые и геометрические преобразования в компьютерных программах.

Помимо теоретического материала, каждый пункт настоящего учебного курса содержит упражнения на вычисление, доказательство, построение и моделирование. В конце курса приведены ответы и решения к упражнениям, а также список рекомендуемой литературы.

С целью повышения эффективности изучения курса к нему прилагаются пособие по использованию компьютерной программы GeoGebra [3] и четыре рабочие тетради, соответствующие модулям курса, в которых учащиеся могут решать предлагаемые задачи, устанавливать свойства геометрических фигур, проводить необходимые построения на клетчатой бумаге.

Проведение курса в 2025-2026 учебном году показало доступность предлагаемого материала для учащихся 7-9 классов, повысило их мотивацию и интерес к инженерным профессиям.

Список литературы

1. Мордкович А.Г., Семенов П.В., Мардахаева Е.Л. Курс по выбору. Алгебра. 7–9 классы: учебное пособие. – М.: Просвещение, 2025.

2. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Моя математика. Курс по выбору. Геометрия. 7–9 классы: учебное пособие. – М.: Просвещение, 2025.

3. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Геометрия с GeoGebra. Планиметрия. – М.: Прометей, 2018.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПРОЕКТ НА УРОКЕ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ» В 9 КЛАССЕ

А. А. Сонина, аспирант, М. В. Егупова, д-р пед. наук, доцент,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: a.a_novikova@mail.ru, mv.egupova@mpgu.su

Аннотация. Представлен практико-ориентированный проект «Векторы вокруг нас» для учащихся 9 класса, который может быть реализован во время урока. Предложена карта разработки проектного задания в составе репродуктивного и творческого блоков, сформулированы сюжеты к практико-ориентированным задачам к теме «Векторы» с помощью ИИ.

Ключевые слова: учебный проект, карта разработки проектного задания по математике, векторы, геометрия.

A PRACTICE-ORIENTED PROJECT IN A 9TH GRADE LESSON ON VECTORS

A. A. Sonina, postgraduate student,
M. V. Egupova, doctor of pedagogical sciences, associate professor,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia
e-mail: a.a_novikova@mail.ru, mv.egupova@mpgu.su

Annotation. A practice-oriented project «Vectors Around Us» for 9th grade students, which can be implemented during a lesson, is presented. A project task development map consisting of reproductive and creative blocks is proposed, and scenarios for practice-oriented tasks on the topic of «Vectors» are formulated using AI.

Keywords: educational project, project task development map in mathematics, vectors, geometry.

В обучении в школе всегда остро стоит проблема учебной мотивации подростка. Одним из возможных путей решения этой проблемы является демонстрация применимости изученного в жизни, например, путем организации на уроке математики проектной деятельности практико-ориентированного содержания. Как известно, практико-ориентированность обучения способствует формированию у школьников математического взгляда на мир, расширению представлений о применении математики в повседневной жизни, в профессиях и прикладных областях наук; развитию критического мышления за счет нестандартности фабулы и решения практико-ориентированной задачи [4]. А значит, практико-ориентированные задачи способствуют достижению предметных и метапредметных образовательных результатов, повышают вовлеченность школьников в процесс обучения математике.

Подбор действительно интересных школьникам и не искажающих действительность практико-ориентированных сюжетов для использования в обучении не такая простая методическая задача. Часто изложение реальности дано условно и схематично, что не способствует повышению вовлеченности и учебной мотивации школьников. Попытаемся преодолеть указанные затруднения и предложить школьникам

на уроке не просто решить практико-ориентированные задачи на заданную тему, а включиться в проектную деятельность, что послужит дополнительным стимулом для успешного освоения учебного материала на уроке.

Предложим практико-ориентированный проект «Векторы вокруг нас», реализация которого возможна на базовом и углубленном уровнях на уроке повторения темы «Векторы» в 9 классе. Предлагаем процесс конструирования такого и подобных проектных заданий организовать с помощью специальной карты, состоящей из двух блоков. В первом блоке, *репродуктивном*, соберем инвариантные компоненты проекта: уровень обучения, тема и этап урока, на котором будет реализован проект, планируемые результаты обучения, тип проекта и др. Он – для учителя. Второй блок, *творческий*, представим перечнем вопросов, на которые учитель ответит вместе со школьниками во время урока: какая тема интересна? (название проекта); зачем этот проект? (проблема); что делаем? (продукт); как делаем? (задачи проекта); с помощью чего делаем? (рекомендуемые источники); как оцениваем, кто оценивает? (защита). В этом блоке собраны компоненты, наполнение которых составляет основу для постановки проектного задания: формулируется мотивирующее школьников название проекта, определяется способ предъявления результата и т.д. Оценивать результаты проекта может не только учитель, но и учащиеся. Компоненты обоих блоков удобно представить в таблице, но из-за ограниченности объема статьи мы этого не делаем. Проектное задание подготовим, использовав возможности искусственного интеллекта (ИИ).

Проектное задание. Расскажите придуманную ИИ историю как математики. Для этого по сюжету истории составьте и решите задачу, используя геометрию.

История 1. У Димы был старый письменный стол. Однажды вечером Дима готовился к контрольной работе по математике. На столе, помимо тетрадей, лежали три предмета, которые ему были нужны для чертежа: *транспортир* в левом дальнем углу ящика, *циркуль* ровно по центру и *линейка* у правого края. Дима, не глядя, потянул ящик на себя, посмотрел в ящик и удивился. Транспортир, циркуль и линейка больше не лежали на своих местах. Они словно «съехали» вперед, но при этом их расположение относительно друг друга осталось прежним. «Интересно, – подумал Дима, – а на сколько именно сантиметров сместился каждый из предметов?»

История 2. Антон вышел из дома в безветренную погоду, но сразу заметил, что прохожие держат зонты не вертикально, а слегка наклоненными вперед. Сам он сначала держал зонт прямо, но через несколько шагов понял: чтобы оставаться сухим, зонт тоже приходится наклонить. Ему стало интересно, почему в безветренный день капли, падающие отвесно, все равно оказываются перед лицом, если идешь вперед.

История 3. Однажды дождливым вечером Сергей ехал в пригородной электричке. Он сидел у окна и смотрел на капли дождя, которые оставляли на стекле косые следы. На встречной платформе остановился другой поезд. Сергей обратил внимание, что на окнах того поезда струйки дождя наклонены в противоположную сторону, хотя идет тот же дождь и ветра нет. Он задумался: как так получается, что дождь на одинаковых стеклах «течет» в разные стороны?

Представим задачи, которые могут составить учащиеся к каждой истории в результате работы над предложенным проектным заданием. Эти задачи и будут для школьников продуктом проектной деятельности.

Задача к истории 1. *При выдвижении ящика письменного стола на определенное расстояние, все предметы, находящиеся в нем, перемещаются в одном и том же направлении на одинаковое расстояние. Опишите эту ситуацию на языке геометрии, используя понятие вектора.*

Решение. Пусть $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ – вектор, указывающий направление и величину перемещения ящика, где A – начальное положение ящика, B – положение ящика после открытия. Каждый из предметов, находящихся в ящике в начальном положении, представим как A_1, A_2, …, A_i , где i – число предметов. Тогда при выдвижении ящика A_1, A_2, …, A_i перемещаются на $\vec{a}$ в новое положение B_1, B_2, …, B_i, потому что все предметы перемещаются в одном и том же направлении на одинаковое расстояние.

Задача к истории 2. *Идущий человек в безветренную дождливую погоду наклоняет зонт вперед, хотя капли дождя падают отвесно. Почему? Сопроводите объяснение рисунком.*

Решение. Капли дождя падают отвесно, значит, вектор скорости капель дождя направлен вертикально вниз, обозначим его $\vec{h}$. Предположим для наглядности, что не человек идет, а дождь движется навстречу стоящему человеку. Тогда к вектору скорости падающей капли добавляется горизонтальный вектор, обозначим его $\vec{r}$. Величина этого вектора равна скорости человека. А, значит, вектор скорости капли дождя можно найти как сумму векторов: $\vec{d} = \vec{h} + \vec{r}$ (рис. 1), где $\vec{d}$ показывает направление движения капель.

Таким образом, чтобы защититься от дождя, человек должен наклонить зонт так, чтобы на его поверхность капли падали вертикально, т.е. перпендикулярно вектору $\vec{d}$.

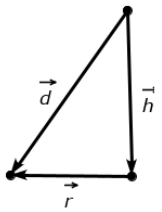


Рис. 1

Задача к истории 3. *Струйки дождя на окнах вагонов встречных поездов имеют разные направления. Почему? Сопроводите объяснение рисунком.*

Решение. Пусть для наглядности движется не поезд, а дождь навстречу стоящему поезду сначала в одну сторону, потом в противоположную. Эту ситуацию иллюстрирует рис. 2, где векторы $\vec{d}$ и $\overrightarrow{d_1}$ - векторы скорости капель дождя, показывающие направления движения капель.

Таким образом, для поездов, идущих во встречных направлениях, струйки капель дождя на стеклах будут иметь направления, показанные на рис 2 векторами $\vec{d}$ и $\overrightarrow{d_1}$.

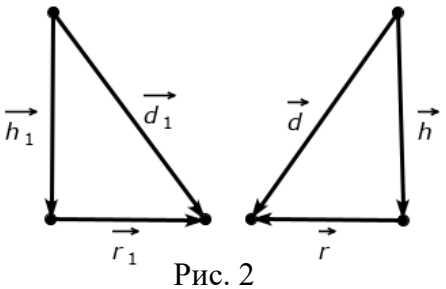


Рис. 2

Реализация проекта предполагается на уроках повторения темы «Векторы». Учащиеся либо заранее получают истории и представляют задачи на уроке, либо работают в группах непосредственно во время урока. Удобно в этом случае использовать два урока, идущие подряд.

При планировании такого практико-ориентированного проекта необходимо заранее продумать, какие задачи возможно составить по предоставленным историям от ИИ не только для оказания помощи школьникам, но и для определения возможности достижения предметных и метапредметных результатов по теме. Задачи должны быть

математически содержательными и отражать реальные процессы и явления, вызывать познавательный интерес у школьников.

Стоит отметить, что при подборе и составлении задач на тему «Векторы» учителю необходимо учитывать, что понятие вектора в физике и математике различается. В математике рассматривается свободный вектор, а в физике связанный или еще говорят - приложенный. «В физике при помощи вектора изображаются ... направленные величины: сила, скорость, ускорение и т. п., в силу чего вектор ... определялся здесь как направленный отрезок. При этом часто такая направленная величина оказывалась существенно связанной с определенной точкой (точкой ее приложения) или прямой.» [2]. Поэтому считаем, что задачи с физическим содержанием, часто встречаемые в различных пособиях по математике, должны быть сопровождены соответствующими комментариями и решены как задачи, иллюстрирующие межпредметные связи, например, на интегрированных уроках.

Источниками для создания представленных историй послужили иллюстративные практико-ориентированные примеры в объяснительном тексте пособий по математике прежних лет. Так для составления промпта для нейросети, по которому сгенерирована история 1, использована иллюстрация из пособия авторов В.Г. Болтянского, Г.Д. Глейзера (1998) [1]. Предлагаемая далее задача может быть использована и на уроке для первичного закрепления понятия параллельного переноса. Источником для историй 2 и 3 послужило пособие для учителей авторов В.А. Гусев и др. (1976 г.) [3], которые целесообразно использовать ещё и для иллюстрации сложения и вычитания векторов. Таким образом, предложенное проектное задание универсально и может быть использовано не только на уроках повторения темы.

Список литературы

1. Болтянский В.Г., Глейзер Г.Д. Геометрия, 7–9: углубленный курс развивающего математического образования / под ред. В.Г. Болтянского. – М., 1998. – 384 с.

2. Гусев В.А., Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л., Ха Д.И. Векторы и их применение к решению задач // Преподавание геометрии в 6–8 классах: сб. статей. – М.: Просвещение, 1979. – С. 126–180.

3. Гусев В.А., Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л. Векторы в школьном курсе геометрии: пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1976. – 48 с.

4. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050100 «Педагогическое образование». – М.: МПГУ, 2014. – 208 с.

5. Математика. Геометрия: 7–9 классы: базовый уровень: учебник / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2022. – 415 с.

ОБОБЩЕНИЕ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Е. Ф. Фефилова, канд. пед. наук, доцент,
Арктический морской институт имени В.И. Воронина,
Архангельск, Россия
e-mail: fefilova.helen@mail.ru
А. Г. Чистякова, преподаватель,
Арктический морской институт имени В.И. Воронина,
Архангельск, Россия
e-mail: annachistyakov@ mail.ru

Аннотация. Одним из основных этапов обучения является этап обобщения и систематизации знаний и умений как в образовательном, так и в развивающем аспекте. На начальном этапе обучения математике в системе среднего профессионального образования – обобщающий этап обучения, реализация которого предусматривает «вплетение» систематизированных знаний в процесс изучения нового материала. Обоснован выбор тем на предлагаемый обобщающий этап обучения.

Ключевые слова: обобщающий этап обучения, содержание первых разделов курса «Алгебры и начал анализа 10–11», приемы обобщения и систематизации знаний и умений.

GENERALIZATION AND SYSTEMATIZATION OF KNOWLEDGE AND SKILLS OF BASIC SCHOOL STUDENTS

E. F. Fefilova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
V. I. Voronin Arctic Maritime Institute,
Arkhangelsk, Russia
e-mail: fefilova.helen@mail.ru
A.G. Chistyakova, lecturer,
V. I. Voronin Arctic Maritime Institute,
Arkhangelsk, Russia
e-mail: annachistyakov@yandex.ru

Annotation. One of the key stages of instruction is the phase of generalizing and systematizing knowledge and concepts, addressing both educational and developmental aspects. In the initial stage of mathematics instruction within the secondary vocational education system, this generalization phase involves integrating systematized knowledge into the process of learning new material. The selection of topics for the proposed generalization stage is substantiated.

Keywords: generalization stage of instruction, content of the initial sections of the «Algebra and Elements of Calculus (Grades 10–11)» course, techniques for generalizing and systematizing knowledge and skills.

Особое значение в современной модели образования имеет развитие личности обучающегося. Одним из аспектов развития личности является развитие мыслительной деятельности. Значительное место в мыслительном процессе занимает обобщение и систематизация знаний и умений. Чаще всего, при обучении математике в школе

обобщения не занимают центрального места в обучении, а являются элементом заключительного этапа изучения конкретной темы или раздела, либо организуется целенаправленная работа в конце учебного года и в выпускных классах. Это обусловлено тем, что знания представляют собой «мозаичную картину». Интеграция этих знаний, формирование мировоззрения носит стихийно-эмпирический характер, который для каждого ученика индивидуален и для многих обучающихся может формироваться стихийно или вообще отсутствовать.

Наш опыт работы с обучающимися на первом курсе системы среднего профессионального образования (СПО) показывает, что, во-первых, у школьников недостаточно сформированы такие умственные действия как анализ, синтез, сравнение, обобщение, систематизация, классификация; во-вторых, несмотря на хороший средний балл аттестата за основную школу (около 4,4) анализ проведенного входного контроля (на платформе СМАРТ-КЕНГУРУ) показал, что по основным линиям школьного курса алгебры уровень усвоения оказался ниже 30%. Так, справились с заданиями по теме «Функции и графики» – 18% курсантов, по теме «Квадратный трехчлен» – 21%, по теме «Прогрессии» – 20%. Около 40% обучающихся освоили темы «Сюжетные задачи» и «Степени и корни». Около 50% первокурсников справились с заданиями по темам «Вычисления» и «Уравнения». Уровень усвоения геометрии оказался ниже 20%. В-третьих, оказываются несформированными поисковые и исследовательские умения, что показывает непосредственная работа с обучающимися в рамках организации исследовательской проектной деятельности.

Отметим также, что особенностью обучения математике в системе среднего профессионального образования («Алгебра и начала анализа» и «Стереометрия») является то, что весь курс математики 10–11 классов изучается в течение одного учебного года, и в программе обязательным компонентом выделяется раздел, связанный с решением профессионально-ориентированных задач, требующих высокого уровня обобщения знаний и умений и переноса их в новые, нетипичные, нестандартные ситуации и задачи.

Все это определило целесообразность организации *обобщающего этапа обучения математике* (рассматриваем курс «Алгебра и начала анализа», 10 класс) в начале изучения курса, на котором учащиеся систематизируют и осмысливают ранее изученный материал (курс основной школы), выстраивают связи между отдельными понятиями, правилами и методами, переводят знания из фрагментарных в системные, что способствует:

- формированию целостной картины реальной действительности и места в ней математики;

- углублению понимания за счёт выявления общих принципов и закономерностей (например, как разные типы уравнений сводятся к общим методам решения);

- выявлению пробелов в знаниях и умениях и корректировка их;

- развитию умения применять знания и умения в новых условиях: перейти от типовых задач к нестандартным, в том числе межпредметным и профессионально-ориентированным.

Обобщающий этап обучения математике на 1 курсе СПО условно можно разделить на три части:

1. Обобщение и систематизация знаний и умений в рамках конкретной темы курса основной школы.

2. Знакомство с новым материалом курса алгебры и начал анализа 10 класса с учетом систематизированных знаний и умений и «вплетение» их в новое соответствующее содержание.

3. Обобщение на более высоком, системном уровне, и решение межпредметных, нестандартных и профессионально-ориентированных задач.

Анализ программы курса Алгебры и начал анализа 10-11 классов позволил выделить основные содержательные линии математики, такие как «Расширение понятия числа, действия со степенями», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», а также содержательно-методические линии: «Текстовые задачи» [2], «Доказательства» для рассмотрения на обобщающем этапе обучения. Как показывает опыт работы в системе СПО, такая организация обучения математике на первом курсе позволяет не выделять отдельных часов на повторение ранее изученного в основной школе, а на уровне локального (понятийного) обобщения систематизировать знания и умения учащихся по определенной теме, например «Расширение понятия числа», и одновременно вводить новые числа – действительные (представление любого рационального числа в виде десятичной периодической дроби и наоборот, и любого иррационального числа в виде бесконечной непериодической дроби), действия с ними и их приближения. Это требует не только умения выполнять ранее изученные действия с рациональными числами, но и знания о бесконечно убывающей геометрической прогрессии (свойства, формула суммы членов прогрессии), что позволяет выйти на другой, более высокий, межпонятийный уровень обобщения.

Большое значение на рассматриваемом обобщающем этапе обучения математике имеют специальным образом организованные в группы задачи и задания и соответствующие приемы, направленные на прямое управление формированием умственными операциями – обобщением и систематизацией.

Приведем некоторые приемы, направленные на формирование обобщения**:**

1. Воспроизведение опорных знаний, анализ и сравнение ключевых фактов, систематизация (схемы, таблицы отношений между понятиями, сводные таблицы [1, С.109], построение родословной понятий, кластеры), решение задач на применение обобщённых методов, рефлексия и подведение итогов.

2. Выделение «стержневых» идей темы (ключевые теоремы, определения, алгоритмы) и построение повторения вокруг них, что позволяет увидеть сквозные идеи курса.

3. Составление опорных конспектов [1, с. 107], схем, интеллект карт: визуализация связей между понятиями.

4. Вовлечение учеников в формулирование обобщений: курсанты сами пытаются сформулировать правило, выделить общий признак, предложить классификацию.

5. Постепенное усложнение задач: от типовых к комбинированным и исследовательским.

6. Систематизацию знаний и умений по методам решения целесообразно организовать через решение задач на установление соответствия между задачей и

оптимальным методом ее решения и переструктурирование изучения темы через решение задач трех типов: на установление соответствия между разными способами представления информации; на самостоятельное перекодирование с одного способа на другой; на сложное самостоятельное перекодирование, используя все три способа представления информации [1, с. 115].

7. Задачи на сравнение и классификацию: например, «распределите уравнения по методам решения и обоснуйте выбор».

8. Задачи на обобщение условия: «как изменится решение, если параметр прим ет другие значения», «сформулируйте более общую задачу и решите её».

9. Межпредметные и прикладные задачи, в том числе и профессионально-ориентированные показывают, как математические методы применяются в физике, экономике, информатике и др.)

В рамках данной статьи приведем лишь несколько примеров задач и заданий по теме «Степень и корни», направленных на формирование обобщения.

1. *Заполни таблицу свойств степени с целым показателем*

Свойство степени	Формула
	$a^r \cdot a^k = a^{r+k}$
Деление степеней с одинаковыми основаниями	
	$(a^n)^l = a^{n \cdot l}$
Возведение в степень	$(a \cdot m)^d = a^d \cdot m^d$
Возведение в степень дроби	
Степень с отрицательным показателем	

2. *Обведите (или подчеркните) правильное утверждение*

1) Любое число, кроме 0 возведенное в нулевую степень, будет равно 1.
2) Любое число, возведенное в первую степень, будет равно самому числу.
3) Любое число, возведенное в первую степень, будет равно 1.

3. *Найдите ошибку.*

$3^5 \cdot 3^8 = 3^{40}$	$2^4 + 2^2 = 2^6$	$2^1 = 1$
$3^2 + 2^2 = 5^2$	$(2a)^2 = 2a^2$	$(x^2)^3 = x^6$
$(x^2)^5 = x^7$	$5^2 \cdot 2^3 = 10^5$	$4^{-2} = -16$

4. *Какое это число – положительное или отрицательное?* Что означает эта запись?

$(-1{,}2)^3$	$0{,}1^{-2}$	$(-0{,}2)^{-2}$
$-0{,}8^2$	$-0{,}2^{-2}$	$(-5)^{-4}$

5. *Продолжите формулы:*

$\sqrt[n]{ab}$	$\sqrt[k]{\frac{a}{c}}$	$\sqrt[4]{-2}$
$\sqrt[4]{\frac{2}{81}}$	$\sqrt[3]{-27}$	$(\sqrt[m]{b})^m$
$m^{-a} =$	$\ldots = (\frac{a}{b})^{-m}$	$0^{\frac{1}{2}}$

6. *Являются ли записью арифметического корня выражения:*

$\sqrt[3]{-2}$	$-\sqrt[4]{3}$	$\sqrt[3]{(-2)^2}$	

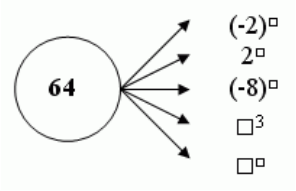
7. *Сравните числа*: $\frac{3}{11}$ и $0,(27)$.
8. *Какое из чисел меньше*: $2\sqrt{10}$ или 6,(32)?
9. *Что больше* : $(1-\sqrt{3})^{-1}$ или $(1+0{,}3^{0,5})^{-2}$?
10. *Докажите, что число целое и найдите это число*

$\left((\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{27})^2+7\right)\cdot\left((\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{27})^2-7\right)$.

11. *Как, применяя свойства степеней, сравнить выражения 2^{100} и 10^{30}?*
12. *Вычислить рациональным способом:*

$43\cdot 41-41^2$*;* $99\cdot 101$; $(36{,}5^2-27{,}5^2):(\frac{57^3+33^3}{90}-57\cdot 33)$

13. *Представьте число 64 в виде степени с заданными параметрами*



14. Индивидуальные задания. Эссе на тему «Что такое число?», «Для чего нужны числа?», «Что я знаю о числе?», «История чисел», «Большие числа» и др.

Таким образом, организованный обобщающий этап обучения математике позволяет обучающимся наращивать знания и осуществлять перецентровку – «перемещение мысленного центра ситуации от одного элемента к другому», уверенно ориентироваться в теме; они могут объяснить, как связаны между собой разные понятия, выбирать подходящий метод решения, а не действовать по шаблону; переносить приёмы на новые задачи и даже самостоятельно конструировать задачи, легче актуализировать при дальнейшем обучении устойчивые (обобщенные) знания и умения, и, как следствие, повысить качество обучения математике.

Список литературы

1. Подходова Н.С., Кожокарь О.А., Фефилова Е.Ф. Реализация ФГОС ОО: новые решения в обучении математике: учебно-методическое пособие для высших учебных заведений, ведущих подготовку по направлениям 44.03.01 (бакалавриат), 44.03.01 (магистратура) «Педагогическое образование». – Санкт-Петербург; Архангельск: КИРА, 2014. – 255 с.

2. Фефилова Е.Ф. Теория и методика обучения математике: систематизация знаний и умений по решению сюжетных задач: учебное пособие. – Архангельск: Поморский университет, 2004. – 150 с.

ЭЛЕКТРОННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ В ОБУЧЕНИИ ТЕОРИИ ГРАФОВ: МЕТОДИКА И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ (ШКОЛЬНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ)

Д. Е. Хохлова, студент 5 курса факультета математики, физики и информатики,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: darahohlova869@gmail.com
Научный руководитель: М. Е. Иванюк, канд. пед. наук, доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия

Аннотация. В статье рассматриваются методические аспекты использования образовательной платформы Stepik в процессе обучения математике учащихся основной школы. Актуальность исследования обусловлена необходимостью внедрения цифровых инструментов, сочетающих гибкость автоматизированной проверки знаний и возможность формирования теоретико-множественного мышления. На примере изучения элементов теории графов анализируются дидактические возможности платформы, предлагается электронный курс.
Ключевые слова: Stepik, цифровые образовательные платформы, методика преподавания математики, теория графов, основная школа, смешанное обучение.

ELECTRONIC EDUCATIONAL RESOURCES IN TEACHING GRAPH THEORY: METHODOLOGY AND PRACTICAL ASPECTS (SCHOOL MATHEMATICS COURSE)

D. E. Khokhlova, 5th-year student at the Faculty of Mathematics, Physics and Informatics,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: darahohlova869@gmail.com
Scientific supervisor: M. E. Ivanyuk, candidate of pedagogical sciences, associate professor of the Department of Mathematics and Mathematics Education,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia

Annotation. The article discusses the methodological aspects of using the Stepik educational platform in the process of teaching mathematics to primary school students. The relevance of the study is due to the need to introduce digital tools that combine the flexibility of automated knowledge assessment with the possibility of forming set-theoretic thinking. Using the example of studying elements of graph theory, the didactic capabilities of the platform are analyzed, and an electronic course is proposed.
Keywords: Stepik, digital educational platforms, methods of teaching mathematics, graph theory, primary school, blended learning.

Современный этап развития образования характеризуется активной цифровой трансформацией, которая предъявляет новые требования к организации учебного процесса. Введение обновленных Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) акцентирует внимание на формировании у школьников навыков работы с информацией, развитие алгоритмического и критического мышления. В этих условиях особую значимость приобретает поиск эффективных цифровых инструментов для углубленного изучения математических дисциплин.

Теория графов занимает особое место в школьном курсе математики. Выступая связующим звеном между математикой и информатикой, она позволяет наглядно

моделировать реальные процессы и отношения, способствует развитию комбинаторного мышления [3]. Однако традиционная методика преподавания этого раздела зачастую ограничивается ознакомительным уровнем из-за сложности визуализации динамических процессов и трудоемкости проверки большого количества вариантов решения задач [1].

Платформа Stepik представляет собой перспективное средство преодоления указанных противоречий. Предоставляя конструктор учебных материалов с возможностью автоматической проверки задач и организации взаимодействия между участниками, Stepik позволяет выстроить индивидуальную траекторию освоения элементов теории графов. Настоящее исследование направлено на обоснование методики использования данной платформы при изучении теории графов в основной школе.

Платформа Stepik представляет собой российскую образовательную платформу, ориентированную на создание массовых открытых онлайн-курсов и их интеграцию в учебный процесс. Ключевыми характеристиками платформы, значимыми для школьного математического образования, выступают:

1) многообразие типов заданий (числовые задачи, задачи с вводом ответа, сопоставление и другие), что позволяет проверять не только результат, но и ход решения;

2) возможность создания адаптивных тестов с ветвлением сценария в зависимости от успешности прохождения материала;

3) инструментарий для статистического анализа результатов обучения.

Использование Stepik способствует реализации теории поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина, поскольку платформа позволяет последовательно проводить учащегося от материализованного действия (визуализация графов) через внешнеречевую деятельность (комментирование решений в форуме) к умственным действиям.

Выявленное противоречие между наличием качественного контента на платформе и его несоответствием возрастным особенностям учащихся основной школы определяет необходимость разработки специализированного адаптированного курса.

Представляем разработанный нами курс по разделу математики «Теория графов».

Описание курса. Разработанный курс «Теория графов» возможно использовать в основной школе во внеурочных занятиях, начиная с 5 класса, поэтапно включая его темы в факультативные занятия. Также его можно использовать в качестве элективного курса в 9 классе. Данный курс представляет собой введение в теорию графов. Программа курса включает изучение основных типов графов, их свойств и характеристик. В рамках курса учащиеся освоят базовые понятия теории графов (вершины, рёбра, степени вершин, связность); классы графов (деревья, эйлеровы и гамильтоновы графы); методы обхода графов; основы планарности графов и теорему Эйлера. Курс разработан с учётом возрастных особенностей учащихся 9 классов и включает интерактивные задания с автоматической проверкой; визуализацию графов с помощью онлайн конструкторов; практикумы по решению прикладных задач. Обучение строится на сочетании теоретического материала и практических заданий, что позволяет развивать логическое и алгоритмическое мышление. Курс разработан с учётом требований ФГОС к развитию системного мышления, логики, навыков самостоятельной работы и применения ИКТ.

Цель курса заключается в формировании у учащихся глубокого понимания основных понятий, методов и алгоритмов теории графов, развитие навыков их применения для решения задач различного уровня сложности, а также стимулирование интереса к дискретной математике и смежным областям знаний.

Задачи курса:

1) ознакомить учащихся с базовой терминологией теории графов (вершины, ребра, степень, связность, ориентированные и неориентированные графы);

2) познакомить с основными типами графов (деревья, эйлеровы, гамильтоновы, планарные);

3) сформировать представление о методах обхода графов;

4) познакомить с основными теоремами и понятиями, связанными с графами;

5) показать применение теории графов в различных прикладных областях;

6) развивать логическое и абстрактное мышление;

7) формировать алгоритмическое видение и навыки построения алгоритмов;

8) развивать навыки моделирования реальных объектов и процессов с помощью графов;

9) развивать самостоятельность в поиске решений и умение работать с информацией;

10) формировать интерес к изучению математики.

Планируемые образовательные результаты курса направлены на формирование предметных, метапредметных и личностных компетенций, соответствующих требованиям ФГОС.

По окончании курса учащиеся должны:

1) знать элементарные основы теории графов;
2) уметь применить теоретические знания при решении задач;
3) иметь навыки решения нестандартных задач.

Содержание курса «Теория графов» [2,4].

1. Терминология теории графов.
1.1. Неориентированный граф.
1.2. Ориентированный граф.
1.3. Степени вершин графа.
1.4. Операции над графами.
1.5. Связность.
1.6. Задания.
2. Деревья.
2.1. Понятие дерева, остовы графа, корневые деревья.
2.2. Задания.
3. Обходы графов.
3.1. Эйлеровы графы и орграфы.
3.2. Гамильтоновы графы и орграфы.
3.3. Задания.
4. Планарные графы.
4.1. Укладки графов. Грани плоского графа. Теорема Эйлера. Критерии планарности.
4.2. Задания.
5. Прикладные задачи.
5.1. Задания.
6. Итоговое задание.
6.1. Тест.

Интерактивные задания на платформе LearningApps по разделу 1:

1) соотнесите понятия и их графические изображения https://learningapps.org/watch?v=ph4g26ds525 .

2) пройдите игру «Кто хочет стать миллионером» по теме «Графы» https://learningapps.org/watch?v=p2cev8hw325 .

3) распределите по группам виды графов https://learningapps.org/watch?v=pbi149cuc25 .

4) соотнесите выделенную вершину графа со своей степенью https://learningapps.org/watch?v=pbii0r4o525 .

5) выберите исходные графы и их преобразования https://learningapps.org/watch?v=pb8jhgsvj25 .

6) определите какие из представленных графов являются деревьями, а какие нет (рисунок 6) https://learningapps.org/watch?v=p53xwidhc25 .

Текстовые задания по разделу 1.

1. Может ли быть так, что в компании из семи человек каждый знаком только с двумя другими? Выберите верный ответ.

1) Да, так как 2 – чётное число, а значит, каждая вершина может иметь такую степень.

2) Да, так как граф будет состоять из одного или нескольких циклов, в которых каждая вершина имеет степень 2. (Верно)

3) Нет, так как сумма степеней всех вершин чётная, но это не гарантирует существования графа.

4) Нет, так как число людей нечётное.

2. Если в графе с семью вершинами ровно две вершины имеют одинаковую степень, то могут ли они обе иметь степень 6? Выберите верный ответ.

1) Могут.

2) Не могут. (Верно)

3) Могут, при условии, что остальные вершины имеют степень 0.

4) Могут, при условии, что граф с четным числом вершин.

3. Представьте, что существует компьютерная сеть, состоящая из 11 узлов. Изначально эта сеть представляет собой полный граф (каждый узел напрямую связан с каждым другим узлом). Однако для оптимизации и снижения затрат некоторые связи (рёбра) необходимо удалить. После удаления некоторых связей задача состоит в том, чтобы у каждой точки доступа (узла) в сети было ровно 6 активных соединений. Можно ли удалить некоторые рёбра из полного графа с 11 вершинами так, чтобы степень каждой вершины стала равна шести? Выберите верный ответ.

1) Да, поскольку регулярный граф степени 6 с 11 вершинами существует. (Верно)

2) Нет, так как из полного графа невозможно получить регулярный граф с меньшей степенью.

3) Нет, так как сумма степеней вершин должна быть четной, а удаление ребер нарушит это свойство.

4) Да, но только если удалять рёбра по одному из каждой вершины.

Разработанный элективный курс «Теория графов» на платформе Stepik демонстрирует, что использование цифровых инструментов позволяет преобразовать изучение абстрактных математических понятий в увлекательный исследовательский процесс. Динамическая визуализация графов, возможность экспериментирования с моделями и интерактивный формат заданий значительно повышают мотивацию учащихся и способствуют более глубокому пониманию материала.

Список использованной литературы

1. Апанович З.В. От рисования графов к визуализации информации. Препринт № 148. – Новосибирск: ИСИ СО РАН, 2007. – 16 с.

2. Арасланов Ш.Ф. Теория графов. Лекции и практические занятия. – Казань: Изд-во Казанского гос. ун-та, 2013. – 86 с.

3. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика: учебное пособие. – М.: Просвещение, 2023. – 272 с.

4. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов. – М.: Тетрасистемс, 2001.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ВЕКТОРНО-КООРДИНАТНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В ПРОЦЕСС ИЗУЧЕНИЯ СТЕРЕОМЕТРИИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

С. В. Чиспияков, канд. физ.-мат. наук,
МБОУ «Гимназия № 7 им. Героя России Сергея Василева», г. Брянска,
Брянск, Россия
e-mail: chispiyakoff@yandex.ru
О. Ю. Грачева,
МБОУ «Гимназия № 7 им. Героя России Сергея Василева», г. Брянска,
Брянск, Россия
e-mail: gra4eva-gra4eva@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается идея интегрирования векторно-координатного метода решения стереометрических задач в курс изучения стереометрии в 10−11 классах средней школы.

Ключевые слова: векторы, координаты, понятия, точка, прямая, плоскость.

INTEGRATION OF THE VECTOR-COORDINATE METHOD OF SOLVING STEREOMETRIC PROBLEMS INTO THE PROCESS OF STUDYING STEREOMETRY IN HIGH SCHOOL

S.V. Chispiyakov, candidate of physical and mathematical sciences,
MBOU «Gymnasium № 7 named after Hero of Russia Sergey Vasilev» Bryansk,
Bryansk, Russia
e-mail: chispiyakoff@yandex.ru
O.Y. Gracheva,
MBOU «Gymnasium No. 7 named after Hero of Russia Sergey Vasilev», Bryansk,
Bryansk, Russia
e-mail: gra4eva-gra4eva@yandex.ru

Annotation. The article discusses the idea of integrating the vector-coordinate method of solving stereometric problems into the course of studying stereometry in grades 10-11 of secondary school.

Keywords: vectors, coordinates, concepts, point, line, plane.

Изучение стереометрии является одним из важнейших направлений процесса обучения математике при подготовке высококвалифицированных кадров. Однако уровень качества усвоения знаний и приобретенных навыков учащихся является недостаточным. Векторно-координатный метод (ВКМ) решения задач, основанный на свойствах векторов, является дополнительным методом, способным помочь учащимся улучшить свои знания и навыки при изучении стереометрии [2], [3]. Однако, в этом случае возникают проблемы, связанные с объемом времени, необходимом для получения знаний в рамках программы изучения стереометрии и противопоставление классических «геометрических» методов решения с алгоритмами ВКМ. Идея публикации состоит в том, чтобы при изучении стереометрии геометрические и векторные методы решения не противопоставлялись, а дополняли друг друга. Для решения этой задачи, в процессе

обучения стереометрии следует одновременно рассматривать геометрические объекты и понятия с различных сторон.

Повторение

Повторение – необходимый этап подготовки учащихся при обучении стереометрии. При этом в процессе повторения следует рассматривать основные объекты и понятия с различных сторон. Для этого напомнить, что такое система координат на плоскости с помощью равностороннего треугольника (сторона равна t) (рис. 1) и прямоугольника (стороны t и h) (рис. 2), а также определить систему координат в пространстве на параллелепипеде (измерения t, h, H) (рис. 3) и правильной треугольной пирамиде (сторона основания t, высота H) (рис. 4).

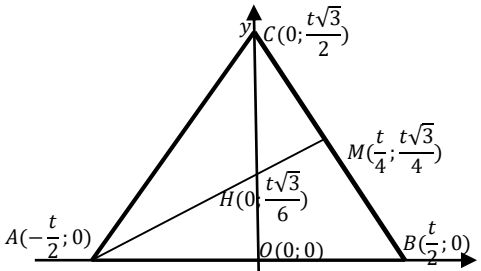


рис. 1

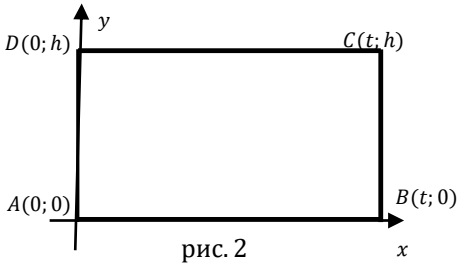


рис. 2

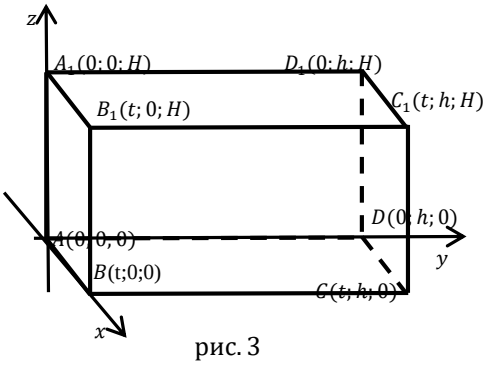


рис. 3

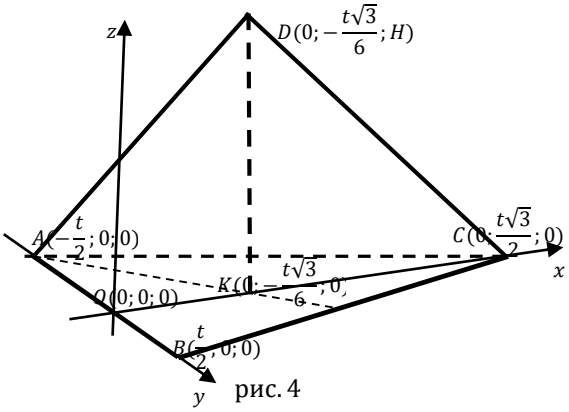


рис. 4

Далее следует повторить понятие вектора в координатной форме на плоскости $\vec{a}\{a,b\}$ и ввести понятие координат вектора в пространстве $\vec{a}\{a,b,c\}$, вычисление координат вектора по координатам начала и конца, а также основные операции: сложение, вычитание, умножение числа на вектор и скалярное произведение векторов.

Для изучения ВКМ следует ввести правило вычисления векторного произведения векторов $\vec{a}\{a,b,c\}, \vec{b}\{d,e,f\}$ в координатах через определитель и сформулировать его свойство:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a & b & c\\ d & e & f\end{vmatrix}=(bf-ce)\vec{i}-(af-cd)\vec{j}+(ae-bd)\vec{k}$$

$$=\{bf-ce,cd-af,ae-bd\}$$

Свойство: Половина длины векторного произведения векторов равна площади треугольника, построенного на этих векторах.

Аналогично ввести правило вычисления смешанного произведения векторов $\vec{a}\{a,b,c\}, \vec{b}\{d,e,f\}, \vec{c}\{g,h,k\}$ и его свойство:

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} = (aek + bfg + cdh) - (ceg + bdk + afg)$$

Свойство: смешанное произведение компланарных векторов равно нулю.

Несмотря на то, что повторение занимает достаточно много времени и усилий, в дальнейшем оно оправдывается лучшим усвоением теоретического материала и практическим навыкам решения задач.

Основные понятия

Основные понятия стереометрии: **точка, прямая, плоскость**.

В курсе геометрии основные понятия вводятся интуитивно-описательно [1], в ВКМ **точка** однозначно определяется своими координатами $\boldsymbol{M(x, y, z)}$.

Прямая однозначно определяется точкой, лежащей на прямой $\boldsymbol{M(x_0, y_0, z_0)}$ и не нулевым вектором, лежащим на этой прямой или на параллельной прямой $\vec{n}\{a, b, c\}$. $\boldsymbol{l}: \vec{n}\{a, b, c\}, M(x_0, y_0, z_0)$. Вектор $\vec{n}\{a, b, c\}$ называется направляющим вектором прямой. П**лоскость** однозначно определяется ненулевым вектором, лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости $\vec{N}\{A, B, C\}$ и точкой, лежащей в плоскости $\boldsymbol{M(x_0, y_0, z_0)}$. $\alpha: \vec{N}\{A, B, C\}, M(x_0, y_0, z_0)$. Вектор $\vec{N}\{A, B, C\}$ называется нормальным вектором плоскости или нормалью.

Отметим, что плоскость можно определить с помощью уравнения:$\boldsymbol{\alpha}: \boldsymbol{A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0}$. Такая форма записи несколько отличается от классического уравнения плоскости, но оно лучше отражает суть плоскости и отлично используется во всех алгоритмах.

Аксиома 1 стереометрии:

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна [1].

Если аксиома 1 позволяет определять плоскость в пространстве, то на её основе можно определить алгоритм определения плоскости в ВКМ.

Алгоритм составления уравнения плоскости по трем точкам:

1. На фигуре вводим систему координат.
2. Определяем координаты точек плоскости, не лежащих на одной прямой $\boldsymbol{M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3)}$.
3. Вводим на плоскости произвольную точку $\boldsymbol{M(x, y, z)}$.
4. Выбираем некоторую точку в качестве начальной и определяем координаты трех векторов $\overrightarrow{M_1M}\{x - x_1, y - y_1, z - z_1\}$, $\overrightarrow{M_1M_2}\{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$, $\overrightarrow{M_1M_3}\{x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1\}$.
5. Отмечаем, что полученные векторы компланарны (лежат в одной плоскости) и используем свойство компланарных векторов: определитель, составленный из координат компланарных векторов равен нулю. Раскрывая определитель, получаем уравнение плоскости.

Пример: Дан параллелепипед $ADCDA_1B_1C_1D_1$. Точка M – середина отрезка AB, точка N середина отрезка DD_1. Составьте уравнение плоскости (MNC_1), если $AB=5$, $BC=6$, $AA_1=8$.

Решение.

1. Введем систему координат A, AB, AD, AA_1.
2. Найдем координаты основных точек:
   $A(0,0,0), B(5,0,0), C(5,6,0), D(0,6,0),\ A_1(0,0,8), B_1(5,0,8),\ C_1(5,6,8), D_1(0,6,8)$. Найдем координаты дополнительных точек: $M\left(0,\frac{5}{2},0\right), N(0,6,4)$, (рис. 5).
3. Определим произвольную точку плоскости: $Q(x,y,z)$.
4. Рассмотрим векторы: $\overrightarrow{C_1Q}\{x-5,y-6,z-8\}; \overrightarrow{C_1M}\left\{5,\frac{7}{2},8\right\}; \overrightarrow{C_1N}\{5,0,4\}$.

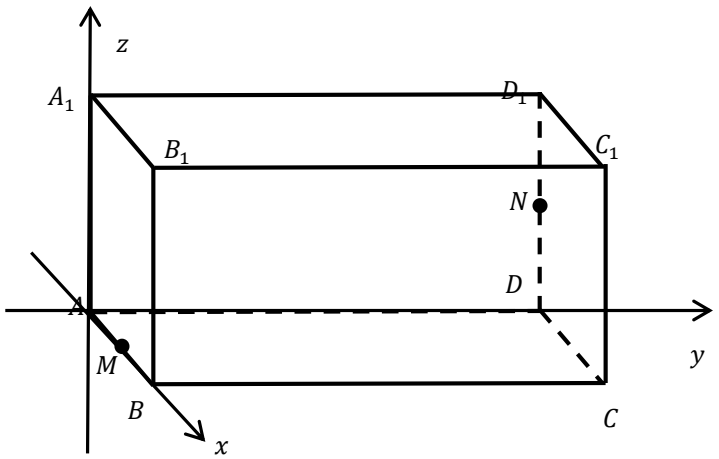


рис. 5

Составим и раскроем определитель:

$$\begin{vmatrix} x-5 & y-6 & z-8 \\ 5 & \frac{7}{2} & 8 \\ 5 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 14(x-5)+20(y-6)+\frac{35}{2}(z-8)$$

Составим уравнение плоскости: $28(x-5)+40(y-6)+35(z-8)=0$.

Геометрически плоскость определяется с помощью построения сечения.

Список литературы

1. Атанасян Л.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: базовый и углублённый уровни. – 10-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2022. – 287 с.

2. Чиспияков С.В. Применение координатного метода в решении задач на нахождение углов между прямыми и плоскостями // Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Брянск: Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, 2022.

3. Чиспияков С.В. Применение координатного метода в решении задач на нахождение расстояния от точки до плоскости // Тезисы докладов XVI Международной научной конференции. – Владикавказ: Южный математический институт Владикавказского научного центра Российской академии наук и Правительства Республики Северная Осетия-Алания, 2021..

Секция 3.
Математическое образование в вузе: вызовы современности

3.1. Методика обучения математике в вузе

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ АСПЕКТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ГУМАНИТАРИЕВ

М. С. Артюхина, д-р пед. наук, доцент,
Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
Арзамас, Россия
e-mail: marimari07@mail.ru
О. И. Артюхин, канд. пед. наук, доцент,
Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
Арзамас, Россия
e-mail: oma_net@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются психологические особенности студентов гуманитарных профилей, затрудняющие освоение математических дисциплин. Традиционные методы обучения не позволяют эффективно преодолевать эти барьеры, а в качестве альтернативы предлагается интерактивное обучение, создающее диалоговую среду, где каждый участник вовлечён в коллективный поиск и аргументированное обсуждение.

Ключевые слова: математическая подготовка гуманитариев, интерактивное обучение, психолого-педагогический аспект.

PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL ASPECT OF MATHEMATICAL TRAINING OF HUMANITIES

M. S. Artyukhina, doctor of pedagogical sciences, docent,
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Arzamas, Russia
e-mail: marimari07@mail.ru
O. I. Artyukhin, candidate of pedagogical sciences, docent,
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Arzamas, Russia
e-mail: oma_net@mail.ru

Annotation. The article examines the psychological characteristics of students of humanities, which make it difficult to master mathematical disciplines. Traditional teaching methods do not allow us to effectively overcome these barriers, but as an alternative, interactive learning is offered, creating a dialogue environment where each participant is involved in a collective search and reasoned discussion.

Keywords: mathematical training of humanities, interactive learning, psychological and pedagogical aspect.

Математическая подготовка на гуманитарных направлениях является необходимой составляющей для профессионального и личностного становления обучающегося. При этом необходимо отметить, что математическое образование

обладает значительным ресурсом для интеллектуального становления личности. Как отмечает Е. Г. Плотникова [1], математическое образование выполняет ряд системообразующих функций. Прежде всего, математика выступает универсальным средством познания, поскольку исследует реальность через абстрагирование от содержания, сосредотачиваясь на структурных и формальных отношениях. Вместе с тем она прочно входит в инструментарий гуманитарных наук, предоставляя им методы обработки данных, построения моделей и теоретических обобщений. Не менее значима её роль в развитии мыслительных операций. Кроме того, систематические занятия математикой закаляют волевые качества, такие как целеустремлённость, дисциплину, внимательность и трудолюбие. Наконец, универсальность математических методов и их общенаучный статус создают основу для выработки целостного мировоззрения: усвоенные математические знания, будучи осознанными и внутренне принятыми, начинают выполнять роль ориентиров в теоретической и практической деятельности, формируя у будущего специалиста убеждения и принципы, которыми он руководствуется в профессиональных и жизненных решениях.

При этом организация процесса обучения математике на гуманитарных направлениях имеет ряд особенностей, связанных с несколькими аспектами: психологическими особенностями обучающихся; математическим инструментарием; нормативными требованиями [2]. Необходимо учитывать, что у студентов, выбравших специальности гуманитарных профилей, преобладает гуманитарный тип мышления, сформированный условиями профильного обучения в средней школе и продолжающий развиваться на этапе получения высшего образования [3]. В частности, гуманитарии имеют более развитое наглядно-образное мышление. Так, при сопоставлении образов, которыми оперируют математика и гуманитарные науки (например, филология), можно сделать вывод о том, что художественный стиль мышления характеризуется оперированием конкретно-наглядными образами, а математическому уму свойственно оперирование образами-схемами, или знаково-символическими образами. Своеобразие обучающихся социально-гуманитарного профиля заключается не только в том, какие виды мышления у них развиты лучше, но и в особенностях функционирования мыслительных операций (анализа, синтеза, сравнения, обобщения и др.). Для гуманитариев наиболее характерно ассоциативное, образное мышление, у них преобладает эмоциональное восприятие информации над абстрактным, идеализированным, и имеет место отторжение формализованных, доказательных способов рассуждений [4]. Для гуманитариев характерно медленное обобщение, мышление не свернутыми умозаключениями и слабая склонность к рациональности. Проблема понимания и осмысления у студентов, обучающихся на гуманитарных профилях, выделяется более выпукло, что проявляется в формальном запоминании формул и определений без осознания их смысла, узнавании только знакомой информации. У гуманитариев часто имеются затруднения, связанные с использованием абстрактного материала, точными научными понятиями. Специфика гуманитарного мышления заключается в его ассоциативном характере и существенной роли субъективного, эмоционального, выражении интереса к человеку и его роли в мире, с приоритетностью творческого, художественного начала, объяснения происхождения объектов, явлений, исходя из целого, в которое они включены, или из эстетической

необходимости. Для гуманитариев в большей степени свойственны образность и живость мышления, эмоциональное отношение к событиям. Гуманитарный тип мышления характеризуется диалогичностью, вариативностью, креативностью, самостоятельностью в освоении новых знаний, способностью к интеллектуальным изобретениям и экспериментам с неизвестными и неочевидными результатами, к рефлексивности и критичности результатов деятельности. Для студентов-гуманитариев в большей мере характерно превалирование ассоциативного, образного мышления, эмоционального восприятия информации, отторжение формализованных, доказательных способов рассуждений, доминирование реального восприятия окружающего мира над абстрактным, идеализированным [5].

Среди психологических факторов индивидуальных различий обучающихся важное место занимают способности. В студенческой среде гуманитарных профилей условно выделяются две категории: одни демонстрируют ярко выраженные специальные способности к предметам гуманитарного цикла при заметно меньшей успешности в точных науках; другие обладают высокими общими способностями, позволяющими одинаково продуктивно осваивать дисциплины обоих направлений. Именно представители первой группы чаще испытывают серьёзные затруднения при изучении математики и потому требуют особого педагогического внимания.

Значимый вклад в разработку данной проблематики внёс В.А. Крутецкий [6], исследовавший психофизиологические особенности учащихся с разным уровнем математической одарённости. Учёный сознательно оперировал терминами «малоспособные» и «относительно неспособные», поскольку был убеждён, что абсолютной неспособности к математике не существует, а для преодоления специфической слабости математического мышления следует, опираясь на те стороны интеллектуальной деятельности, которые у конкретного ученика развиты наиболее сильно.

Таким образом, математическая подготовка на гуманитарных профилях требует особых подходов, поскольку математика не только даёт прикладной инструментарий для профессиональной деятельности, но и служит средством интеллектуального развития, необходимого для успешной социализации и анализа результатов исследований в конкретной области. Однако, реальная практика и данные научно-методической литературы свидетельствуют о серьёзных проблемах, связанных, как правило, со слабой школьной базовой подготовкой, низкой учебной мотивацией, неразвитыми навыками самостоятельной работы, а также отсутствием осознанной связи между математическими занятиями и будущей профессией, что подкрепляется заниженной самооценкой собственных математических возможностей. Преодоление этих затруднений становится не только условием повышения предметных знаний, но и мощным личностным ресурсом, запускающим механизмы самоактуализации, поскольку неуверенность, снимаемая в процессе обучения, даёт синергетический эффект, выходящий за рамки чисто математических достижений.

Одним из эффективных педагогических инструментов, позволяющих преодолеть выделенные психолого-педагогические трудности математической подготовки гуманитариев, является интерактивное обучение, создающее пространство диалога и коллективного поиска, где каждый участник имеет возможность высказать и

аргументировать свою позицию, уважительно отстаивая её перед другими. Такая организация обучения, основанная на коммуникативном подходе и сотворчестве, способствует развитию эмоциональной сферы, оптимистического мировосприятия и творческого потенциала, а включение элементов самооценки и саморефлексии помогает преодолевать внутренние барьеры, свойственные гуманитариям в области математики. Внедрение современных информационных средств придаёт учебным заданиям дополнительные смыслы и делает формы познания созвучными внутренним устремлениям студентов, что особенно важно для решения мотивационных проблем при изучении математики. Свою эффективность подтвердила организация интерактивного обучения математике через реализацию активных методов обучения на лекционных занятиях, таких как мозговой штурм, «перевернутый класс»; использование практико-ориентированных кейсов и цифровых инструментов на практических занятиях, а также применение образовательных веб квестов для организации самостоятельной работы обучающихся.

Список литературы

1. Плотникова Е.Г. Концептуальные положения процесса обучения математике в ВУЗе // Высшее образование сегодня. – 2011. – № 3. – С. 48-51.

2. Артюхина М. С. Теоретико-методологические основы математической подготовки будущих педагогов социально-гуманитарных профилей в открытой цифровой образовательной среде. – Елец : Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2025. – 171 с.

3. Афонина Р.Н. Построение гуманитарно-ориентированной среды естественнонаучного образования в логике конвергентного подхода // Теория и практика общественного развития. – 2011. – №8. – С. 160-161.

4. Afonina R. The problem statement of projecting of pedagogical system of the science education in the liberal arts university // Innovations in education, 2015. – С. 110-137.

5. Барсукова Н.И., Лесных Е.А., Обухова Л.Е. Психологические особенности обучения естественно-научным дисциплинам студентов с гуманитарным стилем мышления // Профессиональное образование в современном мире. – 2019. – Т. 9, № 2. – С. 2847-2855.

6. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников – М.: «Просвещение», 1989. – 432 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ОСНОВЫ НЕЧЁТКОЙ МАТЕМАТИКИ» В ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Е. В. Бахусова, канд. пед. наук, доцент,
Поволжская академия образования и искусств имени Святителя Алексия,
Митрополита Московского,
Тольятти, Россия
e-mail: bahusova@mail.ru

Аннотация. В работе описаны методические возможности содержания дисциплины «Основы нечёткой математики» при подготовке будущих учителей математики. Содержание дисциплины позволяет спроектировать учебный процесс таким образом, чтобы студенты могли повторить и закрепить ранее изученные дисциплины (теория множеств, математическая логика), осмыслить понятия множества, отношения, высказывания и т.д. с «нечёткой» точки зрения, увидеть работу нечётких понятий в конкретных приложениях.
Ключевые слова: нечёткая математика, нечёткие множества, нечёткие высказывания, нечёткие отношения.

METHODOLOGICAL POSSIBILITIES OF THE CONTENT OF THE DISCIPLINE «BASES OF FUZZY MATHEMATICS» IN THE TRAINING OF A MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE TEACHER

E. V. Bakhusova, PhD, associate professor,
F. St. Alexy, Metropolitan of Moscow Volga Region Academy of Education and Arts,
Tolyatti, Russia
e-mail: bahusova@mail.ru

Annotation. The paper describes the methodological possibilities of the content of the discipline «Fundamentals of fuzzy mathematics» in the preparation of future mathematics teachers. The content of the discipline allows students to design the learning process in such a way that they can repeat and consolidate previously studied disciplines (set theory, mathematical logic), comprehend the concepts of sets, relations, statements, etc. from a «fuzzy» point of view, and see the work of fuzzy concepts in specific applications.
Keywords: fuzzy mathematics, fuzzy sets, fuzzy statements, fuzzy relations.

Многие алгоритмы, лежащие в основе работы «умной техники», нейронных сетей, машинного обучения концептуально базируются на нечёткой математике (fuzzy math). Дисциплины, связанные с нечётким моделированием, изучаются студентами на информационных специальностях [1]. Автор имеет опыт преподавания основ нечёткой математики студентам профиля «Прикладная информатика в социальной сфере», специальности «Автоматизированные системы обработки информации и управления» [2, 3, 4]. Однако изучение основ нечёткой математики на старших курсах может быть полезно также и будущим учителям математики и информатики. В академии Святителя Алексия студенты направления подготовки «Педагогическое образование» профиля

«Математика и информатика» изучают дисциплину «Основы нечёткой математики» на 4 курсе в 8-м семестре. Выделим ключевые методические возможности этой дисциплины в аспекте подготовки учителя математики и информатики.

Содержание дисциплины «Основы нечёткой математики» строится на базе теории множеств и математической логики и включает следующие темы: нечёткие множества; нечёткие величины, числа и интервалы; нечёткие отношения; элементы нечёткой логики; системы нечёткого логического вывода; модели принятия решений. Изучение названных тем требует повторения и закрепления ранее изученных понятий множества, операций над множествами, отношения между множествами, композиция отношений, высказывания и логические операции над высказываниями, логические формулы, логическое следование и т.д. *Таким образом, студенты, изучающие нечёткую математику, повторяют ранее пройденный материал.*

В отличие от многих математических дисциплин аппарат нечёткой математики интуитивно понятный, несложный для изучения. Опыт преподавания дисциплины «Основы нечёткой математики» показывает, что *большую часть теоретического материала можно передать на самостоятельное изучение студентам.* Преподаватель лишь контролирует процесс изучения теоретического материала студентами.

Нечёткая математика является расширением и обобщением ранее изученного математического аппарата. Так, в классической теории множеств рассматриваются множества, для которых однозначно известно, какие элементы принадлежат данному множеству, а какие не принадлежат. В теории нечётких множеств элемент может принадлежать нечёткому множеству в той или иной степени. Например, если мы рассмотрим множество студентов S конкретной студенческой группы в конкретном вузе на заданную дату, то это будет множество в классическом понимании, так как нам точно известно, кто из студентов числится в этой группе. Образуем нечёткое множество SD добросовестных студентов группы S. Понятие «добросовестность» субъективное, эксперт, создающий множество SD, присвоит каждому студенту значение функции принадлежности из отрезка [0;1], которое показывает, в какой мере тот или иной студент добросовестный по мнению эксперта (чем добросовестней студент по мнению эксперта, тем соответствующее значение ближе к 1). Классическое множество можно рассматривать как частный случай нечёткого множества, нечёткие множества расширяют наше понимание классических множеств. Рассмотрим другой пример. Высказывание в классической математической логике имеет одно из двух значений истинности: 0 (ложь) или 1 (истина), а в нечёткой логике одно из бесконечного множества чисел отрезка [0;1]. Например, высказывание «Город Тольятти находится в Самарской области» является истинным высказыванием в классической математической логике. А высказывание «Тольятти очень красивый город» является нечётким высказыванием, так как понятие «красоты» субъективно, поэтому значение истинности этого высказывание может быть любым числом из отрезка [0;1]. Высказывания классической логики являются высказываниями нечёткой логики. Знакомство с нечёткой математикой позволяет студентом по-новому осмыслить ранее изученный материал, рассмотреть его с «нечёткой» точки зрения, сделать переход от бинарного мышления (принадлежит/не принадлежит, истина/ложь) к многомерному.

В нечёткой математике существуют определения, которые допускают множество формулировок. Например, операции над нечёткими множествами (объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, дополнение) можно задать максминным или алгебраическим, или граничным способами. Выбор способа задания операций зависит от дальнейшего приложения практической модели, в которой используются операции. *Возможность введения различных определений для одного и того же понятия нечёткой математики показывает многовариантность (альтернативность) построения математических теорий.* Это новый опыт для студентов, со школы привыкших к строгим (однозначным) математическим теориям.

Нечёткие лингвистические переменные и нечёткие высказывания позволяют формализовать описания объектов, которые люди используют в повседневной жизни, например, «молодой человек», «малая толщина», «высокая скорость» и т.д. *Процессы нечёткого логического вывода (нечёткого моделирования), по сути математизируют рассуждения человека* и делают возможным построение моделей принятия решения для многих жизненных ситуаций, описание практического опыта человека на математическом языке.

На основе нечёткой математики строятся модели принятия решений, в том числе в ситуациях с неполными данными или в ситуациях неопределённости, во многих областях знаний (экономика, социология, биология, лингвистика, инженерия и т.д.). *Рассмотрение таких моделей осуществляет межпредметную связь математики с другими областями знаний.*

В условиях стремительной цифровизации общества и развития искусственного интеллекта необходимо обновление содержания школьного математического образования. Основы нечеткой математики можно преподавать школьникам в старших классах на занятиях внеурочной деятельности. К этому времени ученики уже познакомились с основами теории множеств и математической логики. *Учитель, владеющий инструментами нечёткого моделирования, может выстраивать межпредметные связи, способен показать ученикам, что математика является инструментом для решения многих практических задач.*

Понимание концепции нечёткого логического вывода помогает на простых конкретных примерах объяснить принципы работы нейронных сетей и машинного обучения, что является важным умением для будущих учителей математики и информатики.

Сформулируем кратко ключевые методические возможности изучения дисциплины «Основы нечёткой математики» будущими учителями математики и информатики.

1. Повторение пройденных дисциплин: теория множеств, математическая логика.
2. Самостоятельное изучение основ нечеткой математики.
3. Дальнейшее развитие, расширение, новое осмысление ранее пройденных математических понятий, переход от бинарного понимания математики к многомерному.
4. Математизация рассуждений человека.
5. Межпредметная связь математики с другими областями знаний.

6. Умение доступно объяснять принципы работы нейронных сетей и машинного обучения.

Список литературы

1. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH: учебное пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.

2. Бахусова Е.В. Методические особенности проектирования дисциплины «Элементы теории нечётких множеств» // Математика в современном мире: материалы Международной конференции, посвящённой 150-летию Д.А. Граве. – Вологда: Вологодский государственный педагогический университет, 2013. – С. 104-105.

3. Бахусова Е.В. Методы поддержки принятия решений на основе нечеткой математики // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2013. – № 9. – С. 371-376.

4. Бахусова Е.В. Элементы теории нечетких множеств: учебно-методическое пособие. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2013. – 116 с.

ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ У КУРСАНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ КРОССВОРДА

С. Д. Беляева, д-р тех. наук, профессор,
Михайловская военная артиллерийская академия,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: sdb07@yandex.ru
А. Г. Судакова, канд. экон. наук,
Михайловская военная артиллерийская академия,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: 5342903@mail.ru
О. Е. Новичкова,
Михайловская военная артиллерийская академия,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: olga_evg77@mail.ru

Аннотация: Статья посвящена использованию кроссвордов на занятиях по математике с курсантами военно-технического вуза. Кроссворд рассматривается как инструмент формирования математических понятий у курсантов. Анализируются трудности усвоения математической базы. Приводится пример кроссворда по теории функций комплексной переменной, описывается методика его применения на разных этапах обучения.

Ключевые слова: система математических понятий, игровое занятие, кроссворд.

FORMATION OF A SYSTEM OF MATHEMATICAL CONCEPTS FOR CADETS USING CROSSWORD TECHNOLOGY

S.D. Belyaeva, Dr. of Engineering, Professor,
Mikhailovskaya Military Artillery Academy,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: sdb07@yandex.ru
A.G. Sudakova, PhD in Economics,
Mikhailovskaya Military Artillery Academy,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: 5342903@mail.ru
O.E. Novichkova,
Mikhailovskaya Military Artillery Academy,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: olga_evg77@mail.ru

Annotation: The article is devoted to the use of crossword puzzles in mathematics classes for cadets of a military technical university. The crossword puzzle is considered as a tool for developing mathematical concepts among cadets. The difficulties in mastering the mathematical base are analyzed. An example of a crossword puzzle on the theory of functions of a complex variable is provided, and the methodology of its application at different stages of training is described.

Keywords: a system of mathematical concepts, a game lesson, and a crossword puzzle.

Важной задачей при обучении курсантов математике является формирование системы математических понятий, развитие способности мыслить целостно. Фундаментальная математическая подготовка подразумевает хорошее владение понятиями, свойствами и теоремами. На практике преподаватели сталкиваются с проблемой усвоения курсантами теоретического материала. Зачастую обучающиеся могут воспроизвести отдельные определения, но затрудняются соотнести их с другими понятиями изучаемой темы, не видят структурных связей между изученными теоретическими вопросами. Формальное заучивание определений без понимания их сути ведет в дальнейшем к неспособности применять математический аппарат к решению прикладных задач.

В условиях недостаточного уровня школьной математической подготовки и при дефиците аудиторных часов на отработку материала в вузе, трудно заинтересовать курсантов теорией высшей математики, а еще труднее добиться от них хорошего уровня владения математическим языком. Фронтальный теоретический опрос часто негативно воспринимается обучающимися и не способствует развитию познавательной активности.

В целях повышения мотивации и систематизации знаний курсантов преподаватели математики Михайловской военной артиллерийской академии используют технологию кроссворда. Традиционно кроссворд воспринимается как развлекательный инструмент, что позволяет внести в занятие игровой момент и снижает психологическую нагрузку при изучении теории. Кроссворд помогает систематизировать понятийный аппарат, стимулировать курсантов к самостоятельному поиску ответов, развивает внимание и способность давать точные формулировки.

Опыт применения кроссвордов показывает их универсальность. Разработанная авторами технология кроссворда включает три этапа.

1 этап. Первичное знакомство с кроссвордом на практическом занятии.

После изучения теоретического материала курсантам предлагается решить кроссворд, охватывающий определения, названия теорем и формул, фамилии ученых. Работа возможна как индивидуальная, так и в малых группах. Групповая форма работы создает атмосферу соревновательности, стимулирует дискуссию, в ходе которой обсуждаются формулировки.

2 этап. Использование кроссворда на зачетах и экзаменах в качестве дополнительного задания. Такая работа предлагается в первую очередь хорошо успевающим курсантам, стремящимся повысить итоговую отметку. В отличие от теста с выбором ответа, кроссворд исключает элемент случайного угадывания и требует точного воспроизведения термина. Это позволяет объективно оценить уровень владения обучающимися понятийным аппаратом.

3 этап. Выдача кроссвордов на самоподготовку. В условиях дефицита учебного времени, отпущенного на повторение изученного материала, такая форма работы позволяет актуализировать знания, подготовиться к изучению новой темы. Даже принимая во внимание тот факт, что курсанты, выполняя самоподготовку, пользуются искусственным интеллектом, непроизвольное запоминание терминов и математических понятий все-таки происходит.

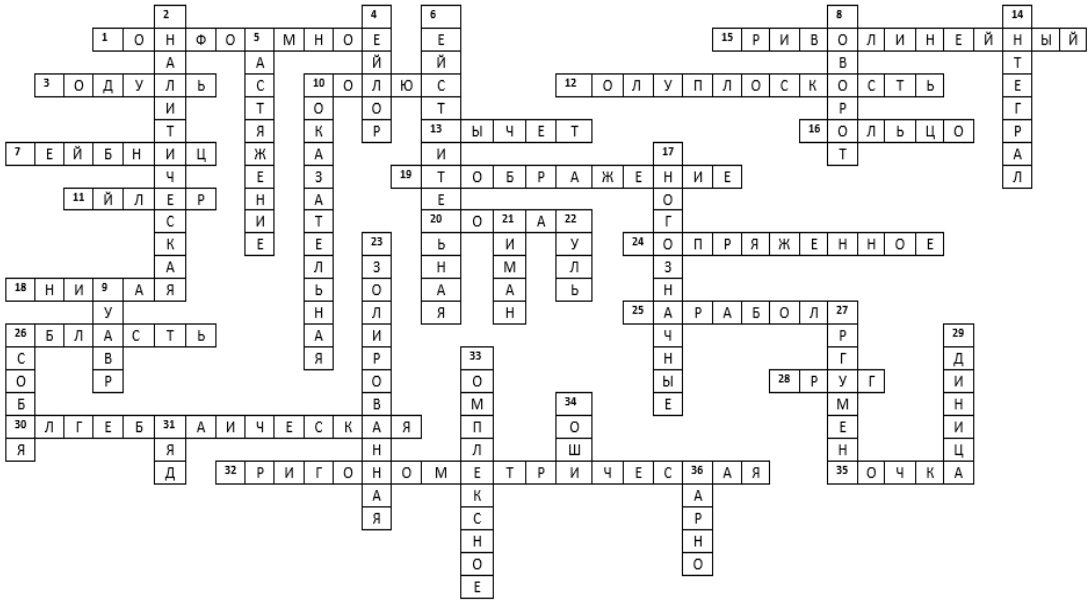
Содержательное наполнение разработанных авторами кроссвордов включает:

- строгие определения фундаментальных понятий,
- названия основных теорем и свойств, кривых и областей на плоскости,
- фамилии великих математиков (что способствует расширению научного кругозора).

По итогам изучения разделов математики целесообразно проводить обобщающие занятия, на которых уделять внимание разгадыванию объемных кроссвордов. Такая

работа позволяет актуализировать и систематизировать всю совокупность введенных теоретических понятий, построить структурно-логические связи. Кроссворд используется как элемент обучающей игры. Решение кроссворда направлено на построение и закрепление, совершенствование приобретенных ранее знаний, переосмысление и обобщение пройденного материала [2]. Процесс отгадывания кроссворда всегда вызывает азарт и желание довести начатую работу до конца.

Представляем пример кроссворда по теме «Теория функций комплексной переменной», который может быть предложен курсантам второго курса. Кроссворд охватывает более тридцати базовых понятий.



По горизонтали:

1. Отображение, обладающее свойством сохранения углов и постоянством растяжения. **3.** Расстояние от точки комплексной плоскости до начала координат. **7.** Немецкий математик, автор высказывания «Комплексные числа – это прекрасное и чудесное убежище божественного духа, почти что амфибия бытия с небытием». **10.** Изолированная особая точка с бесконечным пределом. **11.** Великий математик, имя которого носит формула $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$. **12.** Множество точек плоскости, заданное условием: $-\frac{\pi}{4} \le \arg z \le \frac{3\pi}{4}$. **13.** Комплексное число, определяемое по формуле: $\underset{z=z_0}{res}\, f(z) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{(C)} f(z)dz$. **15.** Интеграл по произвольной кривой на комплексной плоскости. **16.** Множество точек плоскости, заданное условием: $1 \le |z - 1 + 2i| \le 2$. **18.** Часть ФКП, обозначаемая $\mathbf{V(x, y)}$. **19.** Правило, по которому область одной комплексной плоскости преобразуется в другую. **20.** Французский математик, именем которого названо разложение ФКП по отрицательным степеням. **24.** Комплексное число, отличающееся только знаком перед мнимой частью. **25.** Множество точек плоскости, заданное условием: $|z| = Re\, z + 1$. **26.** Открытое связное множество в комплексном анализе. **28.** Множество точек на плоскости: $|z| \le R$. **30.** Форма записи комплексного числа в виде $z = a + bi$. **32.** Форма комплексного числа, в которой удобно извлекать из него корни. **35.** Геометрический образ комплексного числа.

По вертикали:

2. ФКП, дифференцируемая в точке и некоторой ее окрестности. **4.** Английский математик, именем которого названо разложение дифференцируемой функции в степенной ряд. **5.** Удлинение бесконечно малой дуги при отображении. **6.** Часть комплексного числа без мнимой единицы. **8.** Геометрический смысл аргумента производной аналитической функции. **9.** Математик, предложивший формулы возведения в степень и извлечения корня из комплексного числа. **10.** Форма комплексного числа, включающая экспоненту. **14.** Что вычисляют по замкнутому контуру от аналитической функции с помощью формулы Коши? **17.** Функция, которая на комплексной плоскости может принимать несколько значений в одной точке. **21.** Немецкий математик, именем которого названы условия дифференцируемости ФКП. **22.** Значение переменной, обращающее ФКП в ноль. **23.** Особая точка, в окрестности которой функция аналитична. **26.** Точка, в которой ФКП не является аналитической. **27.** Угол, который образует радиус-вектор комплексного числа с действительной осью. **29.** Число i– мнимая. **31.** Разложение аналитической функции по степеням $(\boldsymbol{z-z_0})$. **33.** Число, состоящее из действительной и мнимой части. **34.** Чье имя носит формула: $\boldsymbol{f(z_0)=\frac{1}{2\pi i}\oint_{(C)}\frac{f(z)}{z-z_0}dz}$? **36.** Французский математик, способствовавший признанию мнимых чисел в начале XIX века.

Преподаватели отмечают, что опыт применения технологии кроссворда показывает устойчивую положительную динамику. Курсанты, регулярно работающие с кроссвордами, демонстрируют более высокий уровень владения понятийным аппаратом и свободнее оперируют математическим языком при решении прикладных задач.

Технология кроссворда является не вспомогательным развлечением, а методически обоснованным средством формирования системы математических понятий у курсантов. Включение кроссворда в занятие повышает концентрацию внимания курсантов и снижает психологическое напряжение, связанное с боязнью неправильного ответа у доски. Такая форма работы оживляет теоретический этап занятия и способствует повышению мотивации к изучению фундаментальных основ математики.

Список литературы

1. Беляева С.Д., Новичкова О.Е., Судакова А.Г. Теория функций комплексной переменной с задачами и примерами. – СПб.: МВАА, 2026. – 108 с.

2. Гельман В.Я. Использование игрового подхода в преподавании общепрофессиональных дисциплин // Проблемы современного образования. – 2020. – № 3. – С. 154-159.

3. Кучеренко Л.В. «Кроссворд» как пример интерактивного игрового метода обучения в вузе // Universum: психология и образование: электрон. науч. журн. – 2023. – № 10 (112).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ КАК ПРЕДМЕТ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

А. В. Боровских, д-р физ.-мат. наук, доцент,
МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, РФ
e-mail: aleksey.borovskikh@math.msu.ru

Аннотация. Обсуждается вопрос о формировании математического мышления как у студентов-математиков, так и у студентов-нематематиков. Вводятся представления о математическом мышлении, опирающиеся на понятия мыслительных средств и способов их использования. Эти представления являются единственными, пригодными для использования именно в педагогической позиции.

Ключевые слова: Преподавание математики, математическое мышление, математические мыслительные средства и способы их использования

MATHEMATICAL THINKING AS A SUBJECT OF PEDAGOGICAL PRACTICE

A. V. Borovskikh, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation
e-mail: aleksey.borovskikh@math.msu.ru

Abstract. This article discusses the development of mathematical thinking in both mathematics and non-mathematics students. Concepts of mathematical thinking based on the concepts of mental tools and methods of using them are introduced. These concepts are the only ones suitable for use specifically in a pedagogical context.

Keywords: Teaching mathematics, mathematical thinking, mathematical mental tools and methods of using them

В вузовской математике обычно «содержание образования» обсуждается в терминах курсов, тем, теорем, задач, операций, математических объектов и т.п. -- то есть в языке, который описывает, так или иначе, предметную структуру математики. Однако образование -- не математический процесс. И содержание образования не следует обсуждать в математических терминах. Это особенно заметно бывает в ситуациях преподавания математики нематематикам -- биологам, химикам, психологам, и т.д. Нетрудно заметить, что в языке перечисленных выше терминов различие «математики для математиков» от «математики для биологов», «математики для психологов» и т.д. не фиксируется.

Следствием этого является то, что нематематикам обычно читается «сокращенный курс мехмата» (как это обычно бывает в МГУ) или «сокращенный курс матфака» (как это обычно бывает в провинциальных классических университетах). Такое изучение математики не дает студентам ни пользы для собственного развития (поскольку происходит в темпе, резко более высоком, чем на том же мехмате или матфаке -- надо же уложиться в выделенные часы), ни для профессиональной подготовки (поскольку все эти «эпсилон-дельта» в их профессиональной деятельности далее никогда не встречаются).

Решение представленной проблемы связано с переходом на другую систему представлений, в которой в центр становятся не «элементы математики», а

математическое мышление, то есть способность человека использовать те или иные мыслительные средства теми или иными освоенными им способами.

На первый взгляд, высказанное суждение банально -- действительно, все объекты математики -- не реальные, а мыслимые, и если мы и пишем какие-то формулы и рисуем какие-то чертежи, то это все равно «материализованный» образ мысленного объекта, а не предмет нашего действия. Предметом является тот самым мыслимый математический объект. Поэтому вопрос о том, нужно ли считать целью математического образования развитие математического мышления вроде бы и не стоит. Однако, как развивать математическое мышление, как его нужно представлять педагогу, преподающему математику, и что ему нужно рассматривать как предмет своей деятельности -- остается неясным. Это -- точно не темы и не теоремы, но что?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно, прежде всего, подчеркнуть, что с точки зрения педагогической позиции любое мышление (не только математическое) имеет смысл обсуждать только в одном ракурсе, а именно: что в этом мышлении может быть предметом педагогической деятельности. В этом плане любые разговоры о нейронах, когнитивных структурах, психических новообразованиях так же, как и масштабные надиндивидуальные процессы типа мыследеятельностных оказываются за рамками педагогического рассмотрения. Единственным корректным педагогическим языком для обсуждения процесса формирования математического мышления является язык мыслительных средств и способов их использования. Тех мыслительных средств, которые есть в человеческой культуре, которые обучающийся осваивает, тех способов их использования, которые он присваивает (то есть делает своими) или изобретает какие-то новые, и, наконец, той системы средств и способов, которую он в результате формирует в своем мышлении, и которую и нужно считать целевой для математического образования.

Именно в языке мыслительных средств и способов появляется возможность различать «математику для математиков» и «математику для нематематиков». Мыслительные средства, которые используются, -- одни и те же. Но способы их использования могут быть разными, и, что самое главное, системы математических мыслительных средств и способов отличаются принципиально. Поэтому обучение математике нематематиков требует реконструкции той профессиональной системы математических представлений, которая используется в той или иной науке или сфере деятельности и построения курса исходя именно из этой системы, а не в виде «сжатого курса мехмата».

TIME-ESCAPE АЛГОРИТМ В МНОГОЭТАПНОМ МАТЕМАТИКО-ИНФОРМАЦИОННОМ ЗАДАНИИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ КРЕАТИВНОСТИ

Е. В. Виноградов, канд. пед. наук,
ФГБОУ ВО «Костромской государственный университет», Россия
e-mail: e-vinogradov@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается методика применения многоэтапного математико-информационного задания (ММИЗ) «Исследование множеств Жюлиа полиномов второй степени», нацеленного на развитие креативных качеств студентов. Приводится подробная формулировка задания для студентов, включающая цели, задачи, требования к выполнению и критерии оценки. Особое внимание уделяется программной реализации time-escape алгоритма на языке Python.

Ключевые слова: креативность, многоэтапное математико-информационное задание, множество Жюлиа, time-escape алгоритм, визуализация, исследовательская деятельность.

THE TIME-ESCAPE ALGORITHM IN A MULTI-STAGE MATHEMATICS AND INFORMATICS TASK AS A MEANS OF DEVELOPING CREATIVITY

E. V. Vinogradov, candidate of pedagogical sciences,
Kostroma State University, Russia
e-mail: e-vinogradov@yandex.ru

Annotation. The article discusses the methodology of applying a multi-stage mathematical information task (MMIZ) "Study of sets of Julia polynomials of the second degree", aimed at developing the creative qualities of students. A detailed formulation of the assignment for students is provided, including goals, objectives, performance requirements, and evaluation criteria. Special attention is paid to the software implementation of the time-escape algorithm in Python.

Keywords: creativity, multi-stage mathematical and informational task, Julia set, time-escape algorithm, visualization, research activity.

1. Введение

Современное образование требует интеграции математических методов и информационных технологий (ИКТ) для формирования у студентов не только предметных знаний, но и креативных качеств, таких как гибкость мышления, оригинальность, интуиция, способность к прогнозированию результатов деятельности.

В российской педагогической науке идеи многоэтапных заданий получили развитие в трудах В.С. Секованова. В его работах [1; 2] было сформулировано понятие «многоэтапное математико-информационное задание» (ММИЗ).

В данной статье мы продолжаем это направление, предлагая ММИЗ «Исследование множеств Жюлиа полиномов второй степени», разработанное на основе материалов исследования нейтральных циклов голоморфных отображений [3; 4].

Для построения множества Жюлиа рассматривается квадратичный полином $f(z) = z^2 + c$, где z и c - комплексные числа. Итерационный процесс начинается с точки z_0 и продолжается

по правилу $z_{n+1} = f(z_n)$. Ключевым понятием является порог расходимости $R = \left(1 + \sqrt{(1 + 4|c|)}\right)/2$. Если в процессе итераций модуль точки превышает R, траектория уходит в бесконечность. Точки, для которых последовательность остается ограниченной, образуют заполненное множество Жюлиа [3; 4].

Основная идея алгоритма time-escape заключается в том, чтобы для каждой точки комплексной плоскости вычислить количество итераций, необходимых для превышения порога расходимости. Точки, не превысившие порог за заданное число итераций, считаются принадлежащими множеству Жюлиа.

2. Структура многоэтапного математико-информационного задания

ММИЗ состоит из четырёх взаимосвязанных этапов представленных в таблице 1:

Таблица 1 – Этапы ММИЗ

Этап	Название	Деятельность студента
1	Теоретико-математический	Анализ модели, вывод формул
2	Алгоритмический	Разработка блок-схемы
3	Программной реализации	Написание кода на Python
4	Экспериментально-аналитический	Варьирование параметров, анализ

3. Подробная формулировка задания для студентов

Тема: Исследование множеств Жюлиа квадратичного полинома $f(z) = z^2 + c$.

Цель: Разработать программу для визуализации множества Жюлиа, провести исследование зависимости его структуры от параметра c, проанализировать полученные результаты и оформить отчёт.

3.1. Этап 1. Теоретический анализ

Студент должен выполнить следующие аналитические выкладки для заданного преподавателем значения параметра c (например, $c = -0{,}7 + 0{,}3i$):

- вычислить модуль параметра $|c|$;
- вычислить порог расходимости $R = (1 + \sqrt{(1 + 4|c|)})/2$;
- найти неподвижные точки z_1 и z_2;
- вычислить производные $f'(z_1)$ и $f'(z_2)$;
- определить тип неподвижных точек.

Контрольные вопросы: Что такое итерационный процесс? Как классифицируются неподвижные точки? При каких условиях возникают лепестки Ло-Фату? Что такое диск Зигеля?

3.2. Этап 2. Разработка алгоритма

Студент разрабатывает блок-схему алгоритма time-escape и описывает его словесно: задать границы области визуализации (x_min, x_max, y_min, y_max); задать разрешение и максимальное число итераций (max_iter); вычислить порог расходимости R; для каждой точки сетки: инициализировать $z = x + iy$; выполнять итерации $z = z^2 + c$; если $|z| > R$, зафиксировать номер итерации; если достигнут max_iter, считать точку принадлежащей множеству; отобразить точку на экране c цветом.

3.3. Этап 3. Программная реализация

Студент разрабатывает программный код на Python, реализующий алгоритм, и получает визуальный результат работы программы рис.1:

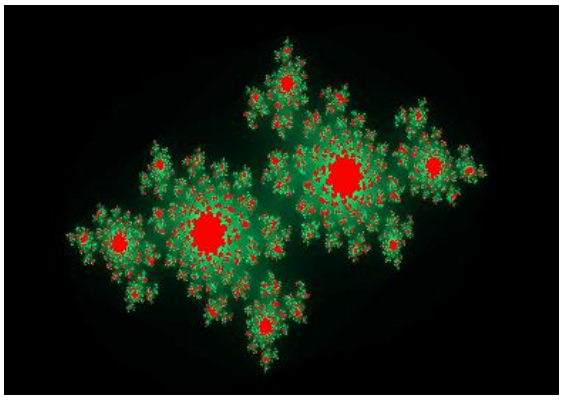


Рисунок 1 – Построение множества Жюлиа (Красный — множество Жюлиа)

3.4. Этап 4. Экспериментальное исследование

Студенты проводят серию экспериментов для следующих значений параметра *c* таблица 2:

Таблица 2 – Значения параметров эксперимента

№	Параметр c	|c|	Тип множества
1	-0,7 + 0,3i	0,76	Связное
2	0,25	0,25	Параболическое (лепестки Ло-Фату)
3	0,285 + 0,01i	0,285	Диск Зигеля
4	-0,8 + 0,156i	0,81	Дендритное
5	0,3 + 0i	0,30	Пылевидное

Для каждого эксперимента студент фиксирует изображение, отмечает наблюдаемые особенности и сравнивает с теоретическими ожиданиями. По окончании работы оформляется отчет.

4. Пример выполнения задания студентом

Пример 1. Классическое множество Жюлиа (*c = -0,7 + 0,3i*)

Студент выполняет аналитические выкладки:

- $|c| = \sqrt{(0,49 + 0,09)} = \sqrt{0,58} \approx 0,76$
- $R = (1 + \sqrt{(1 + 4 \cdot 0,76)})/2 = (1 + \sqrt{4,04})/2 \approx 1,51$
- $z_1 = (1 + \sqrt{(1 - 4c)})/2 \approx 0,5 + 0,5i$
- $z_2 = (1 - \sqrt{(1 - 4c)})/2 \approx 0,5 - 0,5i$
- $f'(z_1) = 2z_1 \approx 1 + i$, $|f'(z_1)| \approx 1,41 > 1$ — отталкивающая
- $f'(z_2) = 2z_2 \approx 1 - i$, $|f'(z_2)| \approx 1,41 > 1$ — отталкивающая

После запуска программы студент получает изображение связного множества Жюлиа с характерными завитками.

Пример 2. Параболический случай (*c = 0,25*)

Студент вычисляет: неподвижные точки совпадают ($z_1 = z_2 = 0,5$), производная $f'(0,5) = 1$. При запуске программы с увеличенным числом итераций (max_iter = 200) наблюдается структура лепестков Ло-Фату.

Пример 3. Диск Зигеля (*c = 0,285 + 0,01i*)

Студент вычисляет: $|f'(z)| = 1$ (нейтральная точка), аргумент производной $\theta \approx 0,618$ (золотое сечение) — диофантово число. На изображении видна область (диск), внутри которой точки вращаются по замкнутым траекториям.

5. Результаты экспериментов

Результаты экспериментов студенты заносят в таблицу – Таблица 3.

Таблица 3 – Результаты экспериментальных наблюдений

Параметр c	|c|	Тип множества	Наблюдаемые особенности
-0,7 + 0,3i	0,76	Связное	Завитки, спирали
0,25	0,25	Параболическое	Лепестки Ло-Фату
0,285 + 0,01i	0,285	Диск Зигеля	Область вращения
-0,8 + 0,156i	0,81	Дендритное	Древовидная структура
0,3 + 0i	0,30	Пылевидное	Отдельные точки

Выводы студента:

При $|c| < 0,5$ множество Жюлиа является связным, при $|c| > 0,5$ наблюдаются дендритные и пылевидные структуры.

Параболический случай ($c = 0,25$) демонстрирует лепестки Ло-Фату, что объясняется совпадением неподвижных точек и производной, равной 1.

Диск Зигеля возникает при нейтрально-иррациональной неподвижной точке.

Наиболее сложную структуру имеют множества с параметрами, близкими к границе множества Мандельброта.

6. Заключение

Выполнение ММИЗ позволяет: интегрировать математические методы (теория голоморфных отображений, комплексный анализ) с ИКТ (программирование, компьютерная графика); формировать креативные качества; повышать мотивацию студентов через ролевую деятельность (математик, программист, исследователь, художник); развивать навыки самостоятельной работы; формировать исследовательские компетенции.

Предложенное ММИЗ позволяет не только углубить понимание современных разделов математики, но и сформировать практические навыки в области алгоритмизации, программирования и визуализации [1; 2].

Разработанная формулировка задания может быть непосредственно использована в учебном процессе.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на расширение тематики ММИЗ и разработку методик их применения в дистанционном обучении.

Список литературы

1. Секованов В.С. Методическая система формирования креативности студента университета в процессе обучения фрактальной геометрии: монография. – Кострома: КГУ им. Н.А. Некрасова, 2006. – 279 с.

2. Секованов В.С., Ивков В.А., Виноградов Е.В. и др. Многоэтапное математико-информационное задание «Классификация компонент связности множества Фату» // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики. – Минск: БГПУ, 2025. – С. 254-258.

3. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2010. – 656 с.

ПОДГОТОВКА ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ: ПРОЕКЦИЯ РУССКОГО КУЛЬТУРНОГО КОДА НА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС

Д. Л. Головашкин, д-р физ.-мат. наук, профессор,
Л. В. Яблокова, канд. тех. наук, доцент,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева,
Самара, Россия
e-mail: golovashkin.dl@ssau.ru

Аннотация. Предлагается учитывать влияние русского культурного кода на взаимодействие студента и преподавателя при выполнении выпускной квалификационной работы.

Ключевые слова: русский культурный код, образовательный процесс, выпускная квалификационная работа.

PREPARATION OF GRADUATION QUALIFICATION WORK: PROJECTION OF THE RUSSIAN CULTURAL CODE TO THE EDUCATIONAL PROCESS

D. L. Golovashkin, doctor of physics and mathematics sciences, professor,
L. V. Yablokova, candidate of technical sciences, associate professor,
Samara National Research University,
Samara, Russia
e-mail: golovashkin.dl@ssau.ru

Abstract. Proposing to take into account the influence of the Russian cultural code on the interaction between students and teachers during the final qualifying work.

Key words: Russian cultural code, education process, final qualifying work.

Введение. Одной из наиболее актуальных задач современной отечественной системы образования признается её суверенизация: «… мы продолжим формирование суверенной системы образования – это очень важная вещь. … Причём будем это делать на всех её уровнях – от школы до колледжей и вузов» [1]. При этом оценки прошлого образовательной системы и желаемой картины ее будущего в педагогическом сообществе значительно разнятся [2]. Можно лишь с уверенностью утверждать, что введя в оборот термин *суверенизация образования*, государство признает не суверенный (по сути колониальный) характер образования в недавнем прошлом и желает изменить ситуацию.

Образовательное сообщество наблюдает очевидные проявления упомянутой суверенизации в появлении новых дисциплин, обязательных без исключения для всей высшей школы: основ российской государственности (очевидно, отражает непрерывность государственной традиции) и русского языка (русификация вестернизированного среднего класса). Авторы настоящего доклада признаются в давней практике отображения русского культурного кода на образовательный процесс при подготовке выпускных квалификационных работ по направлению прикладная математика и информатика в Самарском университете (бакалавриат и магистратура) и предлагают к обсуждению постановку (лишь ее и не более) задачи об упомянутом отображении.

Особенности русского культурного кода. Понятие культурного кода народа, пришедшее из культурологии [3], с одной стороны является достаточно употребляемым в гуманитарном научном дискурсе, с другой, не вполне строгим для обращения в физико-математической среде. Стремясь к большей точности авторы настоящей работы определяют его как *отражение в коллективном бессознательном ответов на цивилизационные вызовы*, обращаясь к Карлу Юнгу (с его коллективным бессознательным) и Арнольду Тоинби (цивилизационный подход), как к признанным научным авторитетам мирового уровня. Единственный известный авторам формализованный метод расчета культурного кода принадлежит Сергею Борисовичу Переслегину [4], выводы которого относительно содержания русского культурного кода, полезные при его дальнейшем проецировании на образовательный процесс, кратко приведены далее.

Поляризация труда: способность к сверхусилиям на коротком временном интервале; обусловлена небольшой длительностью вегетативного периода на территории Московского княжества. Обратной стороной этой способности очевидно является необходимость в продолжительном отдыхе.

Отсутствие фатализма: внутренняя убежденность в возможности преодолеть любые неприятности, сколь бы серьезными они не казались поначалу. Континентальный климат с резкими сезонными и суточными перепадами температур определяет необходимость борьбы за существование, однако катастрофические феномены (например, землетрясения или цунами) практически отсутствуют.

Объединение неоднородного: способность к продуктивному рассмотрению в одних рамках различных феноменов с проявлением их связей и зависимостей; задается неоднородностью (географической, климатической, этнической, экономической, транспортной) территории.

Паттерн первопроходца: быстрое поверхностное освоение нового, без желания углубляться в него и тщательно работать с частностями; определяется низкой плотностью населения.

Образование доменов: стихийное объединение в коллективы без выраженной вертикали власти. Низкий прибавочный продукт в силу малой продуктивности сельского хозяйства (бедные почвы и суровый климат) порождает необходимость в коллективном ведении экономической деятельности.

Специфический паттерн воина: способность к сложной творческой деятельности при низкой дисциплинированности. Собственно само появление русской цивилизации обусловлено двухфазным враждебным окружением (условные Орда и Орден, характеризующиеся кардинально различными способами ведения военных действий) при отсутствии естественных границ. Точно по Гераклиту: «Война – отец всего».

Учет культурного кода при выполнении выпускной квалификационной работы. Средневолжский регион, где работают авторы доклада, издавна является ареалом расселения множества этносов и примером их длительного мирного сосуществования в одном государстве имперского типа: от Золотой Орды до Советского Союза. Наблюдение за учащейся молодежью, особенно в периоды интеллектуального напряжения (экзамены, защиты выпускных работ), дает богатую пищу для анализа культурных кодов и широкие возможности приложения результатов такого анализа в

образовательном процессе с целью повышения его эффективности. Выбор выпускной квалификационной работы, как примера такого приложения, обусловлен ее индивидуальным характером, когда преподавателю достаточно учитывать один культурный код (здесь, русский), что существенно упрощает задачу.

Признаем, что *поляризация труда* явным образом противоречит балльно-рейтинговой системе, в связи с чем последняя вряд ли приживется в отечественной педагогической практике: «От сессии до сессии живут студенты весело, а сессия всего два раза в год!». Говоря о хронологических рамках научно-исследовательской работы, предшествующей защите ВКР, разумно использовать энтузиазм студентов в начале каждого семестра, предлагая работу по освоению нового материала с учебными целями (например, поиск и изучение литературы). В конце семестра вовлечь студента в исследовательскую деятельность, воспользовавшись его предсессионным состоянием, когда обучаемый способен на достижение результатов в короткое время. Создать психологическую атмосферу, побуждающую к приложению сверхусилий за полтора-два месяца до защиты ВКР, не допустив фальшстарта. Больше двух месяцев средний студент в таком режиме работать не сможет. Переходя к описанию пространственных рамок ВКР (представим набор задач в виде графа) отметим, что по меткому выражению С.Б. Переслегина: «Задача либо решается быстро, либо не решается вообще». То есть в случае неуспеха необходимо либо предложить студенту готовое решение, либо обойти проблему. Иначе темп будет потерян, а обучаемый может выпасть из состояния, в котором он способен на приложение сверхусилий.

Отсутствие фатализма позволяет рассчитывать на успешное окончание работы над ВКР даже в самых драматических случаях; работа, зашедшая в тупик или начатая с большим опозданием, имеет все шансы на успешное завершение при должном настрое. И задача преподавателя – такой настрой у студента создать, а не гордо гнать провинившегося. Практика показывает, что покаяться можно даже на кресте.

Приложение математического аппарата к самым неожиданным областям вполне по плечу среднему студенту в силу его способности к *объединению неоднородного*. Значимая часть студентов оказалась на математических специальностях по воле родителей и против своего желания (скрытые гуманитарии); ВКР на стыке математики, например, с историей (клиодинамика), станет для них отдушиной. А значит и заниматься её выполнением студент будет с большой охотой. В самом начале работы с дипломником преподавателю желательно выяснить предпочтения студента касательно прикладных областей и согласовать их со своими интересами. К *объединению неоднородного* можно отнести и настоящий текст.

Значимым фактором при организации учебного процесса является *паттерн первопроходца*. Многим студентам проще получить что-то самостоятельно, чем принять это извне. Тем более, что математика предоставляет к использованию такого методического приема самые широкие возможности. Действительно, Сократ ничего не утверждал, лишь следовал за рассуждениями учеников, ограничиваясь наводящими вопросами. В платоновской Академии не было лекций. Формат личного приватного общения преподавателя и ученика при подготовке ВКР вполне согласуется с использованием *паттерна первопроходца*, более того – является для отображения этого паттерна предпочтительным. С негативной стороной обсуждаемой особенности

культурного кода преподаватель сталкивается, когда студент ограничивается поверхностным знакомством с предметной областью, после чего стремится сменить ее на новую. Или ищет эффектных приложений для неудовлетворительно усвоенного математического аппарата, что оборачивается комичными неудачами.

Образование доменов в ходе учебного процесса обычно проявляется как самостоятельное объединение студентов в небольшие устойчивые группы с горизонтальными связями. В такой группе, например, часть студентов выполняет за себя и остальных лабораторные работы по вычислительной физике, другая часть пишет за всех варианты курсового проекта по теории случайных процессов и т.п. Отметим значительное ослабление способности к *образованию доменов* у студентов IT-специальностей и сохранение, несмотря на форсированную атомизацию общества в течении трех десятилетий, у обучающихся на инженерных направлениях. Важной особенностью выполнения ВКР является не рефлексируемое ожидание студентом *образования домена* с преподавателем, где последний берет на себя самую трудную часть работы (а наставничество и есть эта часть). Несоответствие этому ожиданию со стороны преподавателя («это твои проблемы») зачастую интерпретируется учеником как предательство, коим и является в рамках настоящего рассмотрения.

Изучение проявления *паттерна воина* в образовательном процессе безусловно оправдано в силу глубокой связи войны и образования. Оба феномена сопровождаются принудительным разрушением прежнего («кто повторит школьное определение алгоритма – сразу получит два») и формированием нового («учим определение алгоритма по Маркову») в стрессовой ситуации («экзамен утром»). Не секрет, что творческие способности у многих носителей русского культурного кода лучше раскрываются в условиях острого дефицита всех ресурсов (времени, пространства, пищи, определенности …), а значит связаны они именно с обсуждаемым паттерном. Авторы не предлагают создавать такой дефицит для дипломника искусственно, но относиться к его бурной деятельности в ночь перед защитой рекомендуют с пониманием. Тем более, что *паттерн воина* в русском культурном коде не связан с дисциплинированностью.

Список литературы

1. Путин В.В. Открытие Года педагога и наставника: выступление перед участниками пилотной образовательной программы «Школа наставника», Москва, Кремль, 2 марта 2023 г. – URL: http://www.kremlin.ru/events/president/transcripts/copy/70627 (дата обращения: 15.06.2026).

2. Жевлакович С.С. К вопросу о суверенизации национальной системы образования // Психология и педагогика служебной деятельности. – 2022. – № 3. – С. 127-135.

3. Кононенко Б.И. Культурный код. Большой толковый словарь по культурологии. – М.: Вече, 2003. – 512 с.

4. Переслегин С.Б. Цивилизации в людях и кодах // Изборский клуб. – 2020. – Т. 9. – № 85. – С. 24-33.

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ОБУЧЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ: ЦИФРОВЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ В РАЗВИТИИ СТОХАСТИЧЕСКОГО МИРОВОЗЗРЕНИЯ

Л. Н. Губарь,
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина
г. Сыктывкар, Россия
e-mail: LNGubar@syktsu.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема преемственности обучения теории вероятностей в школе и вузе. Анализируются методические разрывы между уровнями образования. Обосновывается необходимость формирования стохастического мировоззрения как интегративного качества мышления.
Ключевые слова: преемственность, стохастическое мировоззрение, цифровые инструменты.

CONTINUITY IN TEACHING PROBABILITY THEORY: DIGITAL TOOLS IN THE DEVELOPMENT OF A STOCHASTIC WORLDVIEW

L. N. Gubar
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University,
Syktyvkar, Russia
e-mail: LNGubar@syktsu.ru

Annotation. The article examines the problem of continuity in teaching probability theory at school and university levels. Methodological gaps between educational levels are analyzed. The necessity of forming a stochastic worldview as an integrative quality of thinking is substantiated.
Keywords: continuity, stochastic worldview, digital tools.

Изменения, инициированные Федеральным законом № 253-ФЗ от 23 июля 2025 года [2], кардинально меняют философию среднего профессионального образования в России. Закон, вступающий в силу с 1 сентября 2026 года, закрепляет демонстрационный экзамен как основную форму государственной итоговой аттестации (ГИА) для большинства программ СПО. Его ключевая идея – сместить акцент с оценки теоретических знаний на проверку практических навыков, максимально приближенных к реальной профессиональной деятельности. Выпускник должен не просто знать теорию, а продемонстрировать способность работать по профессии. Такой вызов обоснован острой необходимостью экономики страны в квалифицированных кадрах. Новый закон, а также внедряемый институт профессионалитета, призваны решить эту проблему. Задания для экзаменов и, что важнее, сама логика обучения должны быть практико-ориентированными и решать задачи, с которыми специалист столкнется в своей повседневной работе. Новая реальность ставит перед системой высшего образования серьезные вызовы. Выпускники СПО, приходя в вуз, уже будут иметь опыт решения прикладных, практических задач. Поэтому преемственность в обучении, особенно таких фундаментальных, но сложных для интуитивного восприятия дисциплин, как теория вероятностей, должна выстраиваться по-новому.

Именно здесь на помощь приходит цифровая трансформация образования. Она предоставляет уникальные инструменты, которые позволяют не только сделать стохастику наглядной и понятной, но и органично вписать ее в логику практико-ориентированного обучения. Использование сред программирования (Python, MATLAB и др.), симуляторов и цифровых моделей – это необходимый шаг для подготовки специалиста, способного применять вероятностные методы для решения реальных профессиональных задач: анализ данных, прогнозирование рисков или моделирование случайных процессов. В этой статье мы рассмотрим, как цифровые инструменты могут служить связующим звеном между уровнями образования и способствовать формированию стохастического мировоззрения, отвечая на новые вызовы, поставленные системой профессионального образования.

Трансформация образования ставит перед математической подготовкой новые вызовы. Теория вероятностей занимает особое место, являясь фундаментом для статистики, эконометрики и анализа данных. Однако, курс часто воспринимается студентами как абстрактный, что связано с недостаточной преемственностью школьной и вузовской стохастической подготовки, обусловленной разрывом в терминологии, в методике обучения (школьное обучение носит ознакомительный характер, вуз требует владения аппаратом), в мотивации обучающихся (отсутствие видимой практической значимости).

Как отмечается в совместной работе автора [1], «в педагогической теории преемственность рассматривается как системная категория, отражающая взаимосвязанность, последовательность и структурную целостность дидактических элементов. В контексте взаимодействия уровней «школа – среднее профессиональное образование (СПО)» данная категория приобретает более комплексный и динамичный характер. Она интерпретируется как двусторонний педагогический процесс, обеспечивающий поступательное и поэтапное развитие когнитивных, практических и метапредметных умений, а также формирование устойчивых способов познавательной деятельности».

Компьютерное моделирование и программирование выступают мостом между школьным интуитивным уровнем и вузовской формализацией. В условиях перехода на практико-ориентированное обучение и демонстрационный экзамен, эти инструменты становятся не просто вспомогательными, а необходимыми для формирования компетенций, востребованных экономикой.

Рассмотрим пример моделирования закона больших чисел на Python (рис. 1):

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

n_trials = 1000
probabilities = []
for n in range(1, n_trials + 1):
    heads = np.random.binomial(n, 0.5)
    probabilities.append(heads / n)

plt.plot(probabilities)
plt.axhline(y=0.5, color='r', linestyle='--')
plt.show()
```

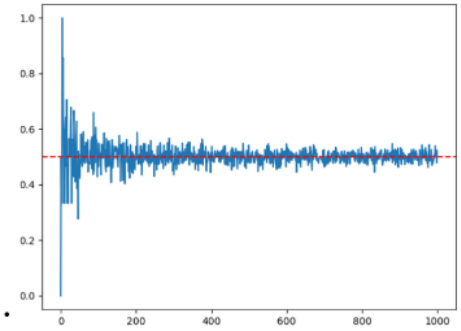


Рисунок 1 – Пример моделирования закона больших чисел на Python

Студент наблюдает сходимость частоты к вероятности, что иллюстрирует закон больших чисел и развивает вероятностную интуицию.

Рассмотрим классическую задачу, чтобы наглядно показать преемственность.

Условие задачи. В урне находится 3 белых и 2 черных шара. Из урны последовательно вынимают два шара (без возвращения). Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?

Этап 1. Школа: наглядное «дерево» вероятностей.

Цель – сформировать интуитивное понимание условной вероятности, не перегружая учеников абстрактными формулами. Основной инструмент – «дерево» вероятностей, которое визуализирует все возможные исходы эксперимента.

Ученик видит, что вероятности на ветвях умножаются, но сам расчет остается арифметическим. Задача формирует навык работы с дискретными конечными пространствами элементарных исходов и развивает стохастическую интуицию – способность прослеживать развитие случайного процесса во времени.

Этап 2. Вуз: формула умножения вероятностей и аналитическое обобщение

На университетском уровне та же задача включается в общий контекст теории условных вероятностей. Цель – не просто получить число, а освоить строгий математический аппарат, применимый к любым, в том числе и к бесконечным, пространствам. Используем формулу умножения вероятностей для зависимых событий.

На этом этапе студент уже не строит дерево, а оперирует символами. Задача перестает быть уникальной – она становится частным случаем общей формулы. Студент также понимает, что для непрерывных вероятностных пространств (например, выбор точки на отрезке) дерево неприменимо, а формула универсальна. Происходит переход от наглядности к абстракции.

Этап 3. Цифровой инструментарий и моделирование

В вузовском курсе теория вероятностей перестает быть «ручной» наукой. Цифровая трансформация позволяет не только вычислять, но и моделировать и визуализировать, что принципиально меняет подход к обучению.

Среда Mathematica (символьный подход) позволяет решить сформулированную задачу аналитически, но в более общем виде, применяя, например, гипергеометрическое распределение (рис.2):

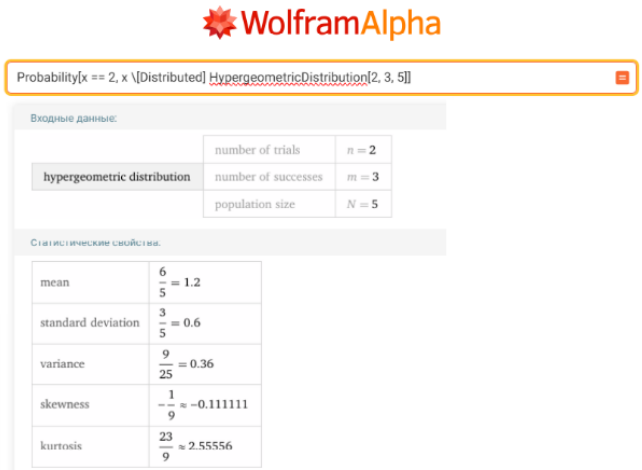


Рисунок 2 – Пример применения среды Mathematica

Решение через моделирование в MATLAB (экспериментальный подход) позволяет эмпирически подтвердить теоретический результат. Студент пишет скрипт, который сотни тысячи раз имитирует случайный выбор шаров из виртуальной урны (рис. 3).

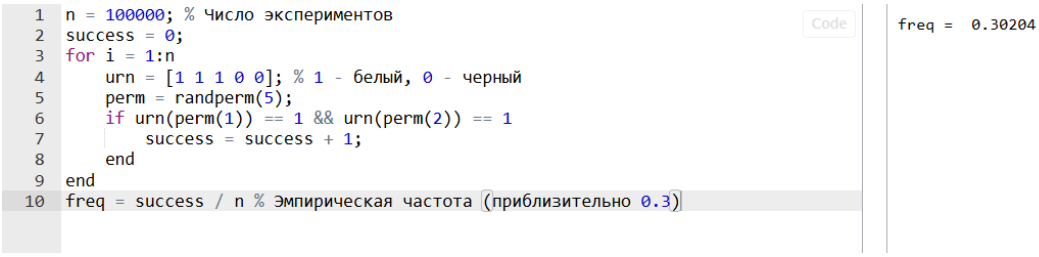


Рисунок 3 – Пример применения MATLAB

При таком подходе обучающийся может:

– визуализировать закон больших чисел – наблюдать как эмпирическая частота сходится к вероятности 0.3;

– при необходимости, может мгновенно изменить условия: например, ответить на вопрос: «А что, если шаров 10, а вынимаем 5?» – ручной подсчет становится трудоемким, моделирование занимает секунды.

– связать теорию с практикой: это прямой путь к анализу данных и машинному обучению, где вероятности оцениваются на основе выборок.

Таким образом, один и тот же вероятностный сюжет проходит три стадии развития: от наглядного дерева (школа) через абстрактную формулу (вуз) к вычислительному моделированию (цифровая трансформация). Каждый этап не отменяет предыдущий, а надстраивается над ним, обогащая понимание студента и предоставляя ему инструменты для решения все более сложных и нестандартных задач. Такой подход позволяет уйти от рутинных вычислений к анализу результатов и интерпретации.

Цифровые инструменты обеспечивают преемственность обучения теории вероятностей, выступая связующим звеном между интуитивным восприятием случайности и строгим математическим аппаратом. Развитие стохастического мировоззрения требует системной работы по формированию мотивационных, когнитивных и деятельностных компонентов, что эффективно достигается через практико-ориентированные задания с использованием программирования. Такой подход полностью соответствует новой образовательной философии, закрепленной Федеральным законом № 253-ФЗ, где главным становится не проверка знаний на бумаге, а способность выпускника решать реальные профессиональные задачи.

Список литературы

1. Губарь Л.Н., Сотникова О.А. К вопросу об установлении преемственных связей при изучении теории вероятностей и математической статистики // Казанская наука. – 2025. – № 12. – Казань: Издательство Рашин Сайнс, 2025. – С. 206-210.

2. Федеральный закон от 23.07.2025 № 253-ФЗ «О внесении изменений в Федеральный закон “Об образовании в Российской Федерации” и статью 4 Федерального закона “О независимой оценке квалификации”» // Российская газета. – 2025. – № 166.

О МЕСТЕ ЧИСЕЛ БЕРНУЛЛИ В ПРЕДМЕТНОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Е. И. Деза, д-р пед. наук, профессор,
Московский педагогический государственный университет,
Россия, Москва
e-mail: Elena.Deza@gmail.com
О. И. Стесева, доцент,
Московский педагогический государственный университет,
Россия, Москва
e-mail: steseva_oi@rambler.ru

Аннотация. В статье проведен анализ дидактических возможностей использования чисел Бернулли в рамках предметной подготовки учителя математики. Рассмотрены и систематизированы проблемы классической и прикладной математики, решение которых существенно опирается на свойства чисел Бернулли. Выделены дисциплины предметной подготовки, при обучении которым методически целесообразно использовать элементы теории чисел Бернулли. Даны практические рекомендации на основе опыта работы авторов со студентами Института математики и информатики Московского педагогического государственного университета.

Ключевые слова: предметная подготовка учителя математики, специальные числа, числа Бернулли, формула Эйлера-Маклорена.

ON THE PLACE OF BERNOULLI NUMBERS IN THE SUBJECT PREPARATION OF MATHEMATICS' TEACHERS

E. I. Deza, Doctor of Pedagogical Sciences, Full Professor,
Moscow Pedagogical State University, Russia, Moscow
e-mail: Elena.Deza@gmail.com
O. I. Steseva, Associate Professor,
Moscow Pedagogical State University Russia, Moscow
e-mail: steseva_oi@rambler.ru

Abstract. The article analyzesdidactic possibilities of Bernoulli numbers as a part of the subject preparation of mathematics' teachers. The problems of classical and applied mathematics are considered and systematized, the solution of which is significantly based on the properties of Bernoulli numbers. The disciplines of subject preparation are highlighted, in the training of which it is methodically advisable to use elements of the Bernoulli numbers' theory. Practical recommendations are given on the basis of authors' experience with students of the Institute of Mathematics and Informatics of Moscow State Pedagogical University.

Keywords: subject preparation of mathematics' teachers, special numbers, Bernoulli numbers, Euler-Maclaurin formula.

Понятие числа является одним из основополагающих не только в математике, но и в любой научной области, более того, в человеческой культуре. Каждый из нас, так или иначе, знаком с основными числовыми множествами, во всяком случае, с натуральными, целыми и рациональными числами, и умеет оперировать ими. Профессионалу-математику, в частности, учителю математики, совершенно необходимо также знать структуру и основные свойства классических числовых систем, начиная с полукольца натуральных чисел и заканчивая полем чисел комплексных. Этаинформация является естественной составной частью фундаментального ядра предметной подготовки будущего специалиста, и должна в полном объеме изучаться в рамках соответствующих дисциплин предметно-методического модуля. Однако дидактические возможности

числовой содержательной линии существенно выходят за рамки перечисленных выше обязательных составляющих профессиональной подготовки будущего учителя. Так, мы неоднократно обсуждали вопросы использования при обучении студентов-математиков различных классов специальных чисел [1]. В наших работах были подробно проанализированы такие числовые множества, как фигурные числа, числа Фибоначчи и Люка, числа Мерсенна и Ферма, совершенные и дружественные числа, числа Стирлинга, числа Каталана, числа Эйлера и др.[2], [3]. В данной статье мы хотели бы остановиться на анализе методических возможностей чисел Бернулли. Они образуют еще одну хорошо известную специалистам числовую последовательность, играющую важную роль в решении множества проблем классической и прикладной математики.

В начале обсуждения отметим две особенности чисел Бернулли. Во-первых, в отличие от всех перечисленных выше специальных множеств, числа Бернулли не являются числами натуральными (целыми). Помимо начального элемента$B_0 = 1$и нулевых членов последовательности $B_{2k+1} = 0,\ k = 1,\ 2,\ 3, \ldots,$ все числа Бернулли являются обыкновенными дробями с отличным от единицы знаменателем. Кроме того, чрезвычайно широк спектр их использования в математике и прикладных науках. Данное свойство определяет не только научную и практическую, но и методическую значимость рассматриваемого числового множества.

Возникновение чисел Бернулли датируется началом восемнадцатого века, когда швейцарский математик Якоб Бернулли выявил структуру коэффициентов разложения *суммы одинаковых степеней первых* n *натуральных чисел* в виде многочлена от переменной n, построив числовую последовательность, носящую сегодня его имя. Собственно, и простейшее определение чисел Бернулли связано с указанной задачей: мы называем k-ым числом Бернулли B_k коэффициент при n в соответствующем представлении суммы$0^k + 1^k + \cdots + (n-1)^k$. Указанное определение позволяет получить рекуррентный способ задания последовательности и доказать, что все ее элементы являются числами рациональными. В свою очередь, рекуррентный подход дает возможность получить производящую функцию последовательности, что существенно облегчает дальнейшее изучение свойств чисел B_k.Указанные свойства позволяют говорить о естественных связях рассматриваемой числовой последовательности с элементарной и дискретной математикой.

С другой стороны, числа Бернулли естественным образом возникают в математическом анализе при *разложении в ряд Тейлора* многих классических функций, в том числе тригонометрических и экспоненциальных. Кроме того, аналитические свойства чисел Бернулли позволяют вычислять с помощьюB_{2n}*значения* $\zeta(2n)$ *дзета-функции Римана* для четных натуральных значений аргумента. Поскольку дзета-функция играет существенную роль при решении многих знаменитых математических проблем, прежде всего из области аналитической теории чисел, упомянутый факт трудно переоценить.

Впрочем, у чисел Бернулли имеются и другие, зачастую весьма неожиданные, теоретико-числовые свойства. Так, *теорема Штаудта-Клаузена*, доказанная в середине девятнадцатого века, утверждает, что любое число Бернулли с положительным четным индексом может быть представлено в виде разности некоторого целого числа и величин, обратных так называемым простым числам Штаудта. При этом простое число p является простым Штаудта для B_{2k}, если имеет место делимость индекса $2k$ на $p-1$. Так, $B_{10} = \frac{5}{66} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{11}$, поскольку числа *2, 3, 11*(и только они) являются простыми числами Штаудта для числа B_{10}: *2 – 1 = 1* делит индекс *10, 3 – 1 = 2* делит индекс *10*, и *11 – 1 = 10* делит индекс *10*. Обсуждение можно продолжать: числители чисел Бернулли имеют непосредственное отношение к так называемым *регулярным простым числам*, играющим важную роль в исследовании великой теоремы Ферма. Как видим,

возможности использования элементов теории чисел Бернулли и при обсуждении теоретико-числовой тематики очень обширны.

Но наиболее важным свойством последовательности Бернулли, обеспечивающим их прикладную значимость, является *формула Эйлера-Маклорена*, позволяющая заменять сумму $\sum_{k=m}^{n-1} f(k)$ значений функции$f(x)$ по натуральным значениям аргумента, принадлежащим заданному интервалу, интегралом от той же функции по соответствующему интервалу. Замена сопровождается появлением остаточного члена, зависящего от нескольких первых чисел Бернулли. Если $f(x)$ является многочленом, то асимптотическая формула становится точной, в частности, при $f(x) = x^k$ превращается взнаменитую *формулу Бернулли*, с «изобретения» которой и началась история нашей последовательности. Формула Эйлера-Маклорена играет важную роль в асимптотическом анализе (в том числе в аналитической теории чисел), опираясь при этом на теорию конечных разностей – дискретного аналога производной, то есть, уходя корнями в математику вычислительную.

Анализ можно продолжать, но и представленный спектр свойств последовательности $B_n,\ n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$, позволяет говорить о методической целесообразности использования элементов теории чисел Бернулли при обучении будущих учителей математики в рамках фундаментальных дисциплин. Среди них:

- «Дискретная математика» (конечные суммы, рекуррентности);
- «Математический анализ» (разложения функций в ряд Тейлора, производящие функции, асимптотические формулы);
- «Теория чисел» (делимость, простые числа, сравнения, неопределенные уравнения, решенные и нерешенные математические проблемы);
- «Численные методы» (приближенные вычисления, формула трапеций);
- «Программирование» (различные методы генерирования последовательности Бернулли) и др.

Кроме того, возможно внедрение в образовательный процесс дисциплин по выбору, посвященных тем или иным аспектам тематики. Наконец, трудно переоценить возможности чисел Бернулли для организации самостоятельной исследовательской работы студентов как фундаментальной, так и методической направленности. Так, один из наших учеников, начав работу с числами Бернулли в рамках математической курсовой работы, через семь лет успешно защитил кандидатскую диссертацию по теории и методике обучения математике, содержательной основой которой было то же числовое множество. Работа по использованию дидактического потенциала чисел Бернулли,и других классов специальных чисел продолжается.

Список литературы

1. Деза Е.И. Подготовка учителя математики в условиях вариативного образования. – М.: Прометей, 2012.

2. Деза Е.И. Специальные числа натурального ряда. – М.: URSS, 2010.

3. Деза Е.И. Числа Эйлера: фундаментальные и методические аспекты // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития: материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и пед. вузов, Минск, 25–27 сентября 2025 г. – Минск: БГПУ, 2025. – С. 214-216.

НАПРАВЛЕНИЯ И СРЕДСТВА ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ

И.В. Дробышева, д-р пед. наук, профессор,
Калужский фи лиал ФГОБУ ВО «Финансовый университет
при Правительстве Российской Федерации,
Калуга, Россия
e-mail: ivdrobysheva2010@yandex.ru

Аннотация. Выделены направления решения проблемы повышения качества математического образования в вузах. Раскрыта роль компонентов готовности студентов-первокурсников к изучению математики. Определены средства, использование которых обеспечивает повышение уровня мотивационно-ценностного и содержательного компонентов готовности.

Ключевые слова: качество образования, направления решения проблемы повышения качества математического образования, готовность к обучению в вузе.

DIRECTIONS AND MEANS OF IMPROVING THE QUALITY OF STUDENTS' MATHEMATICAL EDUCATION

I. V. Drobysheva, doctor of pedagogical sciences, professor,
Kaluga Branch of the Federal State Budgetary Educational Institution
of Higher Education «Financial University at Government of the Russian Federation»,
Kaluga, Russia
e-mail: drobysheva2010@yandex.ru

Annotation. The directions of solving the problem of improving the quality of mathematical education in universities are highlighted. The role of the components of the readiness of first-year students to study mathematics is revealed. The means have been identified, the use of which ensures an increase in the level of motivational, value and content components of readiness.

Keywords: the quality of education, the directions of solving the problem of improving the quality of mathematical education, readiness to study at the university.

В качестве принципов новой модели системы высшего образования, внедрение которой предусмотрено до 2030 года, рассматривают такие, как принципы открытости, конкурентности, фундаментальности, практичности, технологичческого лидерства, усиления фундаментальных начал и качественной практикоориентированности [4]. Одним из пилотных в рамках новой модели является проект «Фундаментальные дисциплины», цель которого состоит в привлечении в вузы молодых преподавателей, в том числе из сферы ИТ, а также разработке и реализации программ по улучшению качества преподавания фундаментальных дисциплин. Очевидно, что проблема повышения качества преподавания является одной из составляющих более глобальной проблемы повышения качества образования, решение которой наиболее значимо в части математического образования. Это обусловлено универсальным характером математического знания, широким использованием математического моделирования для исследования и описания процессов в различных областях действительности. С точки зрения образовательного процесса без овладения математическим аппаратом невозможно последующее освоение профессиональных дисциплин и эффективное осуществление профессиональной деятельности.

В соответствии с трактовкой понятия «качество образования» [3], нами в работе [1] отмечены два аспекта рассмотрения данного понятия, связанные соответственно с характеристикой образовательного процесса и результатами подготовки обучающихся.

Очевидно, что решение проблемы повышения качества образования также должно исследоваться в рамках данных аспектов. Исходя из того, что образовательный процесс, с одной стороны, представляет единство содержательного и процессуального компонентов, а с другой стороны, единство процессов преподавания и учения, субъектами которых являются преподаватели и обучающиеся, решение проблемы повышения качества вузовского математического образования на современном этапе развития технологий, в том числе цифровых, должно осуществляться по следующим основным направлениям:

- обновление содержания математического образования с учетом требований фундаментальности, практикоориентированности и цифровизации;
- совершенствование процессуального компонента обучения математике в части его направленности на учет психологических особенностей современных студентов, методов работы в будущей профессиональной сфере, уровня развития технологий, в том числе цифровых;
- готовность профессорско-преподавательского состава работать в условиях модернизированного содержательного и процессуального компонентов обучения;
- готовность студентов к овладению математическим содержанием и использованию математического аппарата в будущей профессиональной деятельности.

Очевидно, что последнее из указанных направлений в большой мере является производным от первых двух, но в тоже время есть дополнительные факторы, которые могут усилить или ослабить результат процесса обучения математике. Одним из них является готовность студентов-первокурсников к учебно-познавательной деятельности в целом и к математической, в частности. Исходя из структуры готовности, процесс и результат овладения вузовским курсом математики в значительной мере зависит от таких ее компонентов, как мотивационно-ценностный и содержательный. Одно из проявлений мотивационно-ценностного компонента, как указывает Т.И. Ильина [2], состоит в том, что у студентов преобладающими мотивами к обучению являются «приобретение знаний», «овладение профессией», «получение диплома». Преобладание мотивов «приобретение знаний» или «овладение профессией» свидетельствует об адекватном выборе студентом профессии. Как следствие, можно говорить о том, что процесс учебной математической деятельности будет успешным даже в случае отдельных интеллектуальных затруднений. Мотив «получить диплом» свидетельствует либо о неправильном выборе вуза, направления подготовки, либо определяется предшествующим негативным опытом обучения, в частности, низкой самооценкой. Таким образом, преобладание данного мотива требует дополнительной работы со студентом в части формирования мотивации к процессу обучения.

Для учета степени влияния содержательного компонента готовности, в частности, уровня владения студентами математическими понятиями и способами действий, необходимо выявление тех элементов школьного курса математики, недостаточный уровень усвоения которых является значимым для успешного восприятия и усвоения элементов вузовского курса математики. Анализ состояния содержательного компонента готовности целесообразно проводить в два этапа. Первый предварительный этап – это анализ результатов ЕГЭ по математике, включающий определение среднего балла ЕГЭ по математике в учебной группе, формирование микрогрупп студентов в зависимости от числа набранных баллов (меньше 40, от 40 до 60, от 60 до 70, от 70 до 80, больше 80). В случае многочисленного состава групп, в которых балл ЕГЭ меньше 70, что соответствует в 5-бальной системе оценивания отметке «удовлетворительно», необходимо проведение второго этапа анализа содержательного компонента готовности. Его цель – выявление вопросов школьного курса математики, владение которыми, с одной стороны, значимо для восприятия содержания вузовского курса математики, а с

другой стороны, уровень их усвоения в школе низкий. Получение ответа на вопрос, осознают ли студенты, какими вопросами школьного курса математики они владеют на низком уровне, целесообразно проведение анкетирования. Для подтверждения и уточнения полученной информации необходим диагностический срез, содержащий как тестовые задания, так и задачи с развернутым решением. При выполнении последних студентам требуется использовать комплекс способов действий, методов и приемов, включающий способность «провести анализ задачи, разбить ее на подзадачи, выявить необходимый математический аппарат и применить его в измененных условиях» [1, с. 76].

Результаты оценки математической подготовки обучающихся, полученные на основе указанных методов диагностики, позволяют выявить элементы содержания школьного курса математики, овладение которыми находится на низком уровне. Особого внимания в дальнейшем потребуют студенты, продемонстрировавшие практически нулевой уровень владения отдельными вопросами и темами.

Таким образом, если анализ состояния содержательного компонента готовности показывает наличие разброса в уровне овладения студентами элементов школьного курса математики, значимых для успешного восприятия вопросов вузовской математики, то средством, нивелирующим его, является дифференцированный подход. Его реализация применительно к коррекции овладения студентами содержанием школьного курса математики возможна в рамках индивидуальной работы со студентами (система индивидуальных консультаций). С позиции создания нормативных документов, на основе которых осуществляется учебный процесс, это означает введение в учебный план/образовательную программу такого вида работы, как индивидуальная работа со студентами.

Подводя итог рассмотрению проблемы готовности студентов-первокурсников к учебно-познавательной математической деятельности как фактора, влияющего на качество вузовского математического образования, необходимо выделить следующие средства, обеспечивающие его повышение:

- проведение анализа мотивационно-ценностного компонента готовности студентов-первокурсников к учебно-познавательной деятельности;
- осуществление входной математической диагностики студентов-первокурсников;
- использование дифференцированного подхода для формирования мотивации и коррекции школьных знаний по математике.

Очевидно, что реализация обозначенных выше средств, обеспечивающая студентам равные условия для восприятия и осмысления вузовского курса математики, является одним из этапов решения проблемы повышения качества математического образования.

Список литературы

1. Дробышева И.В. Качество математического образования: факторы и условия // Вестник НГПУ. – 2026. – № 1 (59). – С. 74-77.

2. Ильина Т.И. Мотивация обучения в вузе: методика диагностики и интерпретация результатов. – М.: Изд-во МГУ, 2011. – 48 с.

3. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ (ред. от 29.12.2025) «Об образовании в Российской Федерации» (с изм. и доп., вступ. в силу с 01.01.2026, статья 2. – URL: https://www.zakonrf.info/zakon-ob-obrazovanii-v-rf/2 (дата обращения: 23.08.2026).

4. Фальков В.А. Три задачи и пять принципов. Стенограмма выступления. – URL: https://io.tsu.ru/ (дата обращения: 23.08.2026).

ПРОБЛЕМЫ И ПУТИ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ И СТУДЕНТОВ ПРИ ИХ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

В. Г. Ермаков, канд. физ.-мат. наук, д-р пед. наук, доцент,
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины,
Беларусь, Гомель
e-mail: vgermakov@gmail.com

Аннотация. В статье показано, что критичность мышления учащихся и студентов является важным индикатором эффективности математического образования как в предметно-содержательном, так и в личностном плане. Указаны факторы, тормозящие развитие этих качеств у учащихся, предложены активные методы их формирования в современных условиях.

Ключевые слова: математическое образование, развитие мышления, сингулярные методы обучения и контроля.

CHALLENGES AND STRATEGIES FOR DEVELOPING SCHOOLCHILDRENS' AND STUDENTS' CRITICAL THINKING IN MATHEMATICS EDUCATION IN THE CONTEXT OF EDUCATIONAL DIGITALIZATION

V.G. Ermakov, doctor of pedagogical sciences, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
Francisk Skorina Gomel State University Belarus, Gomel
e-mail: vgermakov@gmail.com

Abstract. The article shows that the criticality of thinking among schoolchildren and university students is an important indicator of the effectiveness of mathematics education, both in terms of subject content and personal development. The factors hindering the development of these qualities in students are identified, and active methods for their formation in modern conditions are proposed.

Keywords: mathematical education, development of thinking, singular methods of teaching and control.

В яркой и не потерявшей своей актуальности книге «Об идолах и идеалах», посвященной анализу перспективных возможностей кибернетики, Э.В. Ильенков одну из глав назвал в решительном, плакатном стиле: «Школа должна учить мыслить!» Спустя полстолетия со времени выхода книги из печати, в силу многих объективных и субъективных причин, реализация этого призыва стала особенно острой проблемой. Для погружения в нее следовало бы более основательно изучить процесс развития мышления, но, как известно, этот вопрос является очень трудным. Поэтому в качестве первого шага сосредоточимся на обсуждении его наиболее выразительной и важной грани – критичности. Она бывает направлена на себя и не видна стороннему наблюдателю, но обнаруживается в моменты активного взаимодействия индивида с другими людьми, что и облегчает ее исследование и формирование.

В условиях стремительно и противоречиво меняющегося мира, в ситуации, когда на каждого человека обрушивается, по словам Г.К. Честертона, ниагарский водопад сведений, на осмысление которого нет времени, критичность мышления индивиду необходима уже просто для безопасного существования в мире с растущим уровнем неопределенности. Новизна нынешних обстоятельств заключается в том, что если раньше учителя, учебные программы, учебники и система образования в целом в значительной мере фильтровали растущие объемы информации и в педагогических целях упорядочивали контакты учащегося с этим массивом информации, то вследствие

революции в системе коммуникаций названные контакты стали хаотизированными и теперь их можно охарактеризовать словами из романа В. Иванова «Русь изначальная»: «Хитрость сатаны заключалась в посвящении неподготовленных». Противодействием столь опасному положению дел должно было бы стать существенное усиление критичности в восприятии новой информации, но из-за широкого применения моделей искусственного интеллекта формирование требуемого отклика становится еще более серьезной проблемой. Дело в том, что, по мнению ряда специалистов, искусственный интеллект является всего лишь большой языковой моделью, которая предлагает пользователям правдоподобные утверждения, но не указывают пути их получения. Восстановить их самостоятельно так же трудно, как и «вручную» доказывать теорему о четырех красках, на которую поначалу потратили 300 часов машинного времени.

Заметим, первопричина этих усугубляющихся противоречий связана с тем, что доступными человеку конечными моделями не удается охватить всю бесконечность бытия. Осознание ограниченности человеческого разума приблизиться к постижению бесконечной истины Николай Кузанский положил в основу своего трактата «Об ученом незнании» (1440 г.), причем термин «ученое незнание» он использовал не как призыв к невежеству, а для указания на высшую форму познания, которая состоит в ясном осознании границ нашего рассудка и чувственного опыта. По словам Н. Кузанского, «для самого пытливого человека не будет более совершенного постижения, чем явить высшую умудренность в собственном незнании, всякий окажется тем ученее, чем полнее увидит свое незнание. Ради этой цели я и взялся за труд написать кое-что о научении такому незнанию» [1, с. 51]. Особо подчеркнем, что эти слова обращены именно к пытливому человеку, намеренному шагнуть в область еще не познанного. Очевидно, такие шаги могут оказаться в чем-то ошибочными, поэтому человеку, находящему в активном поиске, обостренная самокритичность принципиально необходима. Такого рода обстоятельства позволяют ученым считать, что названная работа Н. Кузанского является предвестником диалектического метода и перекликается с кантовской критикой чистого разума.

Говоря о математике, Н. Кузанский подчеркнул, что в ней «начальные положения редуцировать к первым самоочевидным принципам проще, а последующие труднее, потому что надо обязательно проходить через те начальные» [1, с. 50]. В современной математике обоснование утверждений опирается на все более длинные цепи предшествующих фактов, которые все труднее удерживать в памяти со всеми деталями, поэтому действующие математики вынуждены с нарастающей критичностью относиться и к качеству сохраняемой информации, и к текущему состоянию своего творческого потенциала. Этими соображениями проще всего объяснить тот отмеченный Ф. Клейном факт, что «король всех математиков» Гаусс много времени тратил на самые элементарные математические упражнения. Очевидно, этим он активировал область, которую Л.С. Выготский назвал областью актуального развития. Вопреки расхожим представлениям она не находится в стабильном состоянии и нуждается в постоянной перенастройке, а значит и в критическом к ней отношении.

К такому же выводу приводят и примеры из книги Ж. Адамара «Исследование психологии процесса изобретения в области математики». Анализируя роль слов и умственных образов при повседневном и при концентрированном мышлении, Ж. Адамар пишет: «Случай исследовательской работы является, естественно, совершенно иным, поэтому я хотел понять, что же происходит в моем уме, когда я начинаю строить или понимать математическое рассуждение (...). Я утверждаю, что слова полностью отсутствуют в моем уме, когда я действительно думаю» [2, с. 63]. Данное самонаблюдение Ж. Адамара позволяет заключить, что из-за использования в процессе мышления «размытых» образов непременно понадобится логический (критический)

анализ найденного решения задачи. Кроме того, на заключительном этапе решения к использованию речи исследователю все равно нужно прибегнуть – с тем, чтобы сообщить полученное решение другим людям, соответственно понадобится еще одна критическая оценка – оценка того, как эта информация будет воспринята другими.

Показательна также проведенная Ж. Адамаром в личных целях образная переработка доказательства теоремы о том, что последовательность простых чисел не ограничена. Повторяя этапы классического доказательства этой теоремы, он записывал рядом с каждым из них соответствующий образ, возникающий в его мозгу. По его словам, «можно легко понять, почему мне мог быть необходим механизм такого типа для понимания доказательства, приведенного выше. Он мне необходим для того, чтобы единым взглядом охватить все элементы рассуждения, чтобы их объединить в единое целое... Этот механизм не раскрывает ни одного звена в цепи рассуждения, но он мне напоминает о том, как эти звенья должны быть соединены» [2, с. 73]. Причина такого подхода в целом понятна: так как долго удерживать в памяти весь массив деталей трудно, их последующий критический анализ неизбежен, а тогда этими деталями можно пренебречь, делая ставку на свою будущую творческую доработку доказательства.

Таким образом, и активное изучение математики, и работа в области математики требуют высокого уровня критичности мышления. Математика оказывается важнейшим местом для формирования и развития этого качества мыслительных процессов, которое особенно необходимы человеку в моменты столкновения с неизвестным, с неопределенностью. Но указанная выше общая социокультурная ситуация, включающая повышение роли ИИ, а также применение тестовых методов оценивания резко снижают этот развивающий потенциал математики. Поэтому от системы образования требуется еще более активная и адресная работа, направленная на развитие мышления учащихся.

В качестве опорного примера такой работы рассмотрим проблему обучения студентов современным аксиоматическим теориям в математике, начальные понятия которых являются понятиями высокого уровня абстрактности. Их предысторию обычно отбрасывают, не оставляя студентам возможности самостоятельного и осмысленного освоения теории. Времени на пропедевтику таких понятий аксиоматический метод обучения тоже не оставляет, поэтому педагогу приходится проводить ее за минимальное время и с одновременным восстановлением критичности мышления, без чего эту задачу решить невозможно. В очерке 9 монографии [3] на примере курса «Общая топология» описаны содержательные и организационно-методические аспекты такой пропедевтики понятий и обоснована необходимость вернуться к устной форме приема промежуточных заданий, причем в режиме активной оппозиции ответам студентов и с предоставлением возможности повторной сдачи заданий педагогу. Вместе с естественными для математики максимальными требованиями к качеству обоснования утверждений такая форма взаимодействий педагога и студентов как раз и способствует переводу внешнего контроля качества, осуществляемого педагогом, в самоконтроль студентов, равносильный критичности их мышления. В статье [4] показано как именно нужно модернизировать метод зачетов для усиления его диагностической, корректирующей и развивающей функций. Особо отметим, что из-за недостатка времени пропедевтическая программа не может быть полной и, как правило, она не опирается на хорошо усвоенный студентами материал, поэтому педагогу приходится действовать в области незнания студентов, причем так, чтобы превратить ее в область «ученого незнания», то есть формируя у студентов достойное поведение при движении в область еще не познанного ими. Здесь остается много нюансов, не поддающихся формализации, так что и педагогу нужно настраивать свое педагогическое «ученое незнание».

В условиях обостряющегося кризиса системы образования и общего снижения устойчивости образовательных процессов уровень неопределенности постоянно растет

и для учащихся, и для педагогов, но в этом есть значительный потенциал развития критического мышления у всех участников этих процессов. Для его реализации важно разрабатывать и использовать соответствующие стохастические методы обучения, которые открывают новые резервы образования. Авторская программа математического воспитания дошкольников, представленная в статье [5], базируется именно на таких методах и на протяжении 30 лет демонстрирует высокую эффективность.

Неявным способом развития мышления учащихся является также традиционное для математики использование учебных задач. Если после серии однотипных задач, позволяющих учащимся выработать свой шаблон решения, предлагать задачу, требующую несколько иного подхода, то учащемуся придется критически оценивать и сами методы решения. По словам академика РАО Н.Н. Нечаева, мышление и есть ломка стереотипов.

Список литературы

1. Николай Кузанский. Сочинения: в 2 т. Т. 1. – М.: Мысль, 1979. – 488 с.

2. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. – М.: Советское радио, 1970. – 152 с.

3. Ермаков В.Г. Педагогическая теория устойчивости: методологические очерки: монография: в 2 т. / под ред. д.ф.н. Н.В. Гусевой. – Усть-Каменогорск, 2023. – 551 с.

4. Ермаков В.Г. Авторская операционализация метода зачетов и его применение к решению проблемы школьной неуспешности // Красноярское образование: вектор развития. – 2022. – № 5. – С. 112-120.

5. Ермаков В.Г. Стохастические методы обучения в авторской программе математического воспитания дошкольников // Красноярское образование: вектор развития. – 2023. – № 2 (7). – С. 27-34.

АКСИОМАТИЧЕСКИЙ (АБСТРАКТНЫЙ) ПОДХОД К ХАРАКТЕРИСТИКЕ НЕКОТОРЫХ КОНКРЕТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

В. И. Игошин, д-р пед. наук, канд. физ.-мат. наук, профессор,
Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского,
Саратов, Россия
e-mail: igoshinvi@mail.ru

Аннотация. Для ряда конкретных математических объектов строятся такие аксиоматичекие теории, для которых некоторые математические структуры, связанные с этими объектами, служат моделями. В качестве таких объектов рассматриваются преобразования множеств: взаимно однозначные преобразования множеств, частичные взаимно однозначные преобразования множеств, подмножества, направленные отрезки плоскости или пространства, точки плоскости или пространства. И мы приходим к аксиоматическим теориям полугрупп, групп, обобщённых групп, булевых алгебр, векторных пространств и аффинных точечных пространств соответственно. Этот материал целесообразно изучить будущим учителям математики на уровне высшего специального образования (магистратуры). Он будет способствовать более глубокому пониманию ими логики и математики аксиоматического метода, что повысит уровень их логико-дидактического образования.

Ключевые слова: аксиоматическая теория, взаимно однозначные преобразования множеств, частичные взаимно однозначные преобразования множеств, подмножества, направленные отрезки, точки, полугруппа, группа, обобщённая группа, булева алгебра, векторное пространство, аффинное точечное пространство.

AXIOMATIC APPROACH: TO TRANSFORMATIONS AND PARTIAL TRANSFORMATIONS OF SETS

V. I. Igoshin,
Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Saratov State University named after N. G. Chernyshevsky
Saratov, Russia
e-mail: igoshinvi@mail.ru

Annotation. For a number of specific mathematical objects, such axiomatic theories are being constructed for which some mathematical structures associated with these objects serve as models. Transformations of sets are considered as such objects: one-to-one transformations of sets, partial one-to-one transformations of sets, subsets, directed segments of a plane or space, points of a plane or space. And we come to the axiomatic theories of semigroups, groups, generalized groups, Boolean algebras, vector spaces, and affine point spaces, respectively. It is advisable for future mathematics teachers to study this material at the level of higher special education (master's degree). It will contribute to their deeper understanding of logic and mathematics of the axiomatic method, which will increase the level of their logical and didactic education.

Keywords: axiomatic theory, one-to-one transformations of sets, partial one-to-one transformations of sets, subsets, directed segments, points, semigroup, group, generalized group, Boolean algebra, vector space, affine point space.

Преобразования и теория полугрупп. Понятие функции является одним из фундаментальнейших математических понятий. Вместе с этим понятием, по выражению Ф. Энгельса, в математику вошли движение и диалектика. Разнообразные разделы математики изучали многочисленные функции и их свойства. Алгебра взглянула на функции с несколько иной точки зрения, основой которой явилось понятие сложной функции или суперпозиции функции. Функции от одного аргумента, заданные и принимающие значения в одном и том же множестве X, называют также *преобразованиями*

множества X. Обозначим $\boldsymbol{F}(X)$ – множества всех преобразований множества *X*. Пусть $f(u)$, $g(v)$ – преобразования множества *X*. *Суперпозицией*, или *композицией*, или произведением функций *f и g* называется новая функция, обозначаемая $g \circ f$ и действующая следующим образом: $(g \circ f)(u) = g(f(u))$. Известно, что произведение функций удовлетворяет следующему равенству, называемому свойством ассоциативности: $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$. Таким образом на множестве $\boldsymbol{F}(X)$ возникает алгебраическая структура, задаваемая одной бинарной алгебраической операцией, удовлетворяющей условиям ассоциативности: $<\boldsymbol{F}(X), \circ>$.

В общем случае алгебраическая система $<S; \bullet>$ с одной бинарной операцией $\bullet$, удовлетворяющей тождеству ассоциативности (*S*): $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, называется *полугруппой.*

Возникает вопрос, в каком отношении находятся аксиоматическая теория полугрупп, задаваемая аксиомой (*S*), и конкретные полугруппы преобразований множеств.

Ответ даёт следующая **<u>теорема 1</u>**. Всякая полугруппа $<S; \bullet>$ изоморфна некоторой подполугруппе полугруппы $<\boldsymbol{F}(X), \circ>$ всех преобразований подходящего множества.

При этом, *подполугруппой* полугруппы $<S; \bullet>$ называется всякое подмножество $S_0 \subset S$, само являющееся полугруппой относительно индуцированной на нём операции. Две полугруппы $<S_1; \bullet>$ и $<S_2; \circ>$ называются *изоморфными*, если существует взаимно однозначное отображение φ множества S_1 на множество S_2, удовлетворяющее условию изоморфизма: $\varphi(u \bullet v) = \varphi(u) \circ \varphi(v)$.

Таким образом, аксиоматическая теория полугрупп является абстрактной теорией полугрупп преобразований множеств, а каждая конкретная полугруппа преобразований является моделью аксиоматической теории полугрупп.

Взаимно однозначные преобразования и теория групп. Нетрудно понять, что совокупность $\boldsymbol{F_{1\text{-}1}}(X)$ всех взаимно однозначных преобразований множества *X* является подполугруппой полугруппы $<\boldsymbol{F}(X), \circ>$ всех преобразований множества *X* (преобразование *f* множества *X* называется взаимно однозначным, если оно удовлетворяет следующему условию: $f(u) = f(v) \Rightarrow u = v$.Возникает вопрос, как аксиоматическим образом охарактеризовать класс таких полугрупп? Для этого сначала легко устанавливаются два свойства таких полугрупп.. Во-первых, во всякой полугруппе взаимно однозначных преобразований имеется преобразование, которое при композиции с любым преобразованием этой полугруппы не меняет последнего. Им является тождественное преобразование Δ, действующее следующим образом: $\Delta(u) = u$ для любого из *X*. Во-вторых, для каждого преобразования *f* из $\boldsymbol{F_{1\text{-}1}}(X)$ существует такой элемент, который при композиции с *f* даёт тождественное преобразование Δ. Им является преобразование f^{-1}, обратное для *f,* действующее следующим образом: $f^{-1}(v) = u \Leftrightarrow f(u) = v$.

Таким образом, приходим ещё к двум аксиомам:

(G1) $(\exists e)(\forall x)(x \bullet e = e \bullet x = x$.

(G2) $(\forall x)(\exists x')(x \bullet x' = x' \bullet x = e)$.

В общем случае алгебраическая система $<G; \bullet>$ с одной бинарной алгебраической операцией $\bullet$, удовлетворяющей аксиомам (S), (G1), (G2), называется *группой*.

Возникает вопрос, в каком отношении находятся аксиоматическая теория групп, задаваемая аксиомами (S), (G1), (G2), и конкретные группы взаимно однозначных преобразований множеств.

Ответ даёт следующая **<u>теорема 2</u>** (теорема Артура Кэли для групп). Всякая группа $<G; \bullet>$ изоморфна некоторой подгруппе группы $<\boldsymbol{F}_{1\text{-}1}(X), \circ>$ всех взаимно однозначных преобразований подходящего множества.

При этом, *подгруппой* группы $<G; \bullet>$ называется всякое подмножество $G_0 \subset G$, само являющееся группой относительно индуцированной на нём операции. Две группы $<G_1; \bullet>$ и $<G_2; \circ>$ называются *изоморфными*, если существует взаимно однозначное

отображение φ множества G_1 на множество G_2, удовлетворяющее условию изоморфизма: $\varphi(u \bullet v) = \varphi(u) \circ \varphi(v)$.

Таким образом, аксиоматическая теория групп является абстрактной теорией групп взаимно однозначных преобразований множеств, а каждая конкретная группа взаимно однозначных преобразований является моделью аксиоматической теории групп.

Доказательство этих известных теорем 1 и 2 изложены в методической статье [1] и излагались автором в целях подготовки студентов педвузов к преподаванию факультативного курса по математике в курсе современных основ школьной математики, в спецкурсе, посвящённом проведению факультативных занятий в школе. Кроме того, он излагался также учителям математики – слушателям факультета повышения квалификации при Саратовском государственном педагогическом институте имени К. А. Федина, а также будущим учителям математики, обучающимся на механико-математическом факультете СГУ.

Частичные взаимно однозначные преобразования и теория обобщённых групп. Следующим шагом на пути изучения алгебраической структуры совокупности преобразований множеств является рассмотрение частичных преобразований множеств, в частности, частичных взаимно однозначных преобразований. Взаимно однозначным частичным преобразованием множества M называется взаимно однозначное отображение α подмножества X из M на подмножество X' из M. Таким образом, $\alpha(X) = X' \subseteq M$. Через α^{-1} обозначается отображение X' на X, обратное к отображению α в обычном смысле:

$\alpha^{-1}(x') = x \Leftrightarrow \alpha(x) = x' \quad (x \in X,\ x' \in X')$.

Пусть $\mathbf{F}'_{1\text{-}1}(M)$ – множество всех взаимно однозначных частичных преобразований множества M, включая отображение пустого множества $\varnothing$ на себя; это «пустое» преобразование обозначим **0**. Произведение (композиция, суперпозиция) $\alpha\beta$ двух элементов $\alpha, \beta \in \mathbf{F}'_{1\text{-}1}(M)$ определяется следующим образом. Пусть $\alpha\ X \to X'$, $\beta : Y \to Y'$; $X, X', Y, Y' \subseteq M$. Тогда если $X' \cap Y = \varnothing$, то полагаем $\alpha\beta = \mathbf{0}$. В противном случае пусть $Z = \alpha^{-1}(X' \cap Y)$, и считаем, что $\alpha\beta$ равно суперпозиции преобразований $\alpha \mid Z$ и $\beta \mid \alpha(Z)$ в обычном смысле. Нетрудно доказать, что введенная операция на $\mathbf{F}'_{1\text{-}1}(M)$ ассоциативна, т.е. получившаяся структура $< \mathbf{F}'_{1\text{-}1}(M)\ ; \cdot >$ является полугруппой.

Класс полугрупп, изоморфных подполугруппам полугруппы $< \mathbf{F}'_{1\text{-}1}(M) ; \cdot >$ взаимно однозначных частичных преобразований всевозможных множеств M (или, как говорят, изоморфно вложимых в полугруппы $< \mathbf{F}'_{1\text{-}1}(M) ; \cdot >$), допускает следующее аксиоматическое описание

Теорема 3 (Вагнер В.В., Престон Г.Б.). Полугруппа $< G; \bullet >$ изоморфно вложима в полугруппу $< \mathbf{F}'_{1\text{-}1}(M)\ , \cdot >$ всех взаимно однозначных частичных преобразований некоторого множества M тогда и только тогда, когда она удовлетворяет следующим аксиомам:

(GG1) $(\forall x)(\exists x^{-1})[\ x \cdot x^{-1} \cdot x = x \ \wedge\ x^{-1} \cdot x \cdot x^{-1} = x^{-1}\ ]$ (для каждого элемента существование обобщенно обратного элемента);

(GG2) $(\forall x)(\forall y)[(x^2 = x \wedge y^2 = y) \to x \cdot y = y \cdot x\ ]$ (перестановочность любых двух идемпотентных элементов).

Полугруппа $< G; \bullet >$, удовлетворяющая системе аксиом $\Sigma_{GG} = \{(GG1)$ и $(GG2)\}$, называется *обобщённой группой*.

Эта теорема, являющаяся аналогом теоремы А. Кэли о представлении групп, доказана советским математиком В. В. Вагнером [2] и независимо американским математиком Престоном [3] (который называл эти алгебраические структуры *инверсными полугруппами)*, а сама теория обобщенных групп была построена В. В. Вагнером в первую очередь в связи с ее приложениями к дифференциальной геометрии.

Всякая полугруппа, изоморфная подполугруппе полугруппы < $\mathbf{F}'_{1\text{-}1}$ (M), называется *обобщенной группой*. Класс всех обобщенных групп допускает следующее аксиоматическое описание.

Таким образом, теория обобщенных групп представляет собой абстрактное учение, или аксиоматическую теорию о частичных взаимно однозначных преобразованиях. Большое количество функций, изучаемых, в частности, математическим анализом, имеют именно такой – частичный – характер: области их определения являются подмножествами множества всех вещественных чисел.

Подмножества и теория булевых алгебр. Рассмотрим ещё один тип объектов, широко распространённых в математике. Это – множества и совокупности их подмножеств. Пусть **B**(*M*) – совокупность всех подмножеств множества M, включая пустое множество ∅ и всё множество *M* (булиан множества *M*). Для того, чтобы осуществить аксиоматико-алгебраическую характеризацию объектов такого типа, на них нужно задать алгебраическую структуру. Такая структура хорошо известна. На совокупности **B**(*M*) определяются алгебраические операции: унарная операция ' дополнения множества и две бинарные операции пересечения ∩ множеств и объединения U множеств. Получаем алгебраическую систему, или алгебру

< **B**(*M*); ∩, U, ' >, называемую алгеброй подмножеств множества *M*. Возникает вопрос, как охарактеризовать алгебраические системы подобного типа, которые могут быть изоморфно вложены в алгебры подмножеств. Для нахождения аксиоматической характеристики описанного класса алгебр сначала устанавливаются свойства операций в алгебре < **B**(*M*); ∩, U, ' >. Для пересечения и объединения: идемпотентность, коммутативность, ассоциативность, законы поглощения, дистрибутивность каждой из них относительно другой; для каждого множества из **B**(*M*) существует множество, пересечение с которым равно ∅, а объединение равно *M*. Следующая теорема утверждает, что выявленных свойств достаточно для характеризации рассматриваемого класса алгебр.

Теорема 4 (М. Стоун [4]). Алгебра < A; ∧, ∨ , 0, 1 > изоморфно вкладывается в некоторую алгебру подмножеств тогда и только тогда, когда она удовлетворяет следующим аксиомам:

(B1) $x \wedge x = x$, $x \vee x = x$ (идемпотентность)

(B2) $x \wedge y = y \wedge x$, $x \vee y = y \vee x$ (коммутативность)

(B3) $x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$, $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$ (ассоциативность)

(B4) $x \wedge (y \vee x) = x$, $x \vee (y \wedge x) = x$ (законы поглощения)

(B5) $(x \vee y) \wedge z = (x \wedge z) \vee (y \wedge z)$, $(x \wedge y) \vee z = (x \vee z) \wedge (y \wedge z)$ (дистрибутивность)

(B6) $(\forall x)(\exists x')(x \wedge x' = 0$ и $x \vee x' = 1)$ (существование дополнения)

Алгебра < A; ∧, ∨ , 0, 1 > , удовлетворяющая системе аксиом Σ_B = {(B1), (B2), (B3), (B4), (B5), (B6), называется булевой алгеброй. Таким образом, аксиоматическая теория булевых алгебр является теорией алгебр подмножеств, а каждая алгебра подмножеств служит моделью этой теории.

Направленные отрезки и теория векторных пространств. Из физики пришло в математику понятие направленного отрезка или вектора. Им обозначаются физические величины, которые характеризуются не только численным значением, но и направлением в пространстве. Из физических соображений над этими математическими объектами определяются операция сложения направленных отрезков (по правилу треугольника или параллелограмма) и умножения направленных отрезков на вещественное число. Устанавливаются 8 свойств этих операций (называемые аксиомами векторного пространства):

(V1) $(\forall \bar{x})(\forall \bar{y})(\forall \bar{z})[(\bar{x} + \bar{y}) + \bar{z} = \bar{x} + (\bar{y} + \bar{z})]$; (ассоциативность сложения)

(V2) $(\forall \bar{x})(\forall \bar{y})(\bar{x} + \bar{y} = \bar{y} + \bar{x})$; (коммутативность сложения)

(V3) $(\exists\bar{0})(\forall\bar{x})(\bar{x}+\bar{0}=\bar{x})$; (существование нулевого элемента)

(V4) $(\forall\bar{x})(\exists x')(\bar{x}+x'=\bar{0})$; (существование для каждого элемента противоположного элемента)

$(V5)$ $(\forall\alpha)(\forall\beta)(\forall\bar{x})[(\alpha+\beta)\bar{x}=\alpha\bar{x}+\beta\bar{x}]$; (дистрибутивность умножения на скаляр относительно сложения скаляров)

$(V6)$ $(\forall\alpha)(\forall\bar{x})(\forall\bar{y})[\alpha(\bar{x}+\bar{y})=\alpha\bar{x}+\alpha\bar{y}]$; (дистрибутивность умножения на скаляр относительно сложения векторов)

$(V7)$ $(\forall\alpha)(\forall\beta)(\forall\bar{x})[\alpha(\beta\bar{x})=(\alpha\beta)\bar{x}]$; (ассоциативность умножения на скаляр)

$(V8)$ $(\forall\bar{x})(1\cdot\bar{x}=\bar{x})$.

Эти свойства, которыми обладали операции сложения и умножения на число над геометрическими векторами (т.е. конкретными объектами – направленными отрезками), теперь нами аксиоматизируются, т.е. принимаются за определяющие свойства абстрактного векторного пространства. Элементы векторного пространства называются *векторами*.

Аксиомы V1-V4 означают, что векторы относительно операции сложения образуют абелеву (коммутативную) группу. Аксиомы V5–V8 выражают свойства умножения вектора на число (скаляр): в этих аксиомах $\alpha, \beta \in R$.

Конкретные совокупности V_2 всех направленных отрезков плоскости и V_3 всех направленных отрезков пространства, становятся конкретными примерами (или *моделями*) аксиоматической теории векторных пространств. Еще одним важным примером (моделью) векторного пространства является арифметическое векторное пространство R^n. Его элементами (векторами) являются всевозможные упорядоченные n-ки (наборы длины n, или матрицы-строки длины n), составленные из вещественных чисел:

$R^n = R \times R \times \ldots \times R = \{(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n): \alpha_1 \in R, \alpha_2 \in R, \ldots, \alpha_n \in R\}$.

Операции сложения n-ок и умножения n-ки на число определяются следующим образом:

$(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) + (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n) = (\alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2, \ldots, \alpha_n + \beta_n)$,

$\lambda(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = (\lambda\alpha_1, \lambda\alpha_2, \ldots, \lambda\alpha_n)$.

Нетрудно проверить, что (с учетом соответствующих свойств действительных чисел) все восемь аксиом векторного пространства будут выполняться.

Векторные пространства различаются по размерностям. Для определения понятия размерности вводятся две аксиомы:

(V9) Существует линейно независимая система из n векторов;

(V10) Всякая система из $n + 1$ векторов линейно зависима.

Говорят, что векторное пространство V имеет *размерность* n, если оно удовлетворяет аксиомам V9 и V10, и пишут $\dim V = n$. Тогда $\dim V_2 = 2$, а $\dim V_3 = 3$,

Теорема 5. Два векторных пространства изоморфны тогда и только тогда, когда их размерности равны.

Эта теорема говорит о том, что аксиоматическая теория векторных пространств фиксированной размерности категорична, т.е. любые две её модели изоморфны.

Точки и теория аффинных точечных пространств. Понятие векторного пространства позволяет осуществить ещё один подход к аксиоматическому обоснованию (построению) евклидовой геометрии. Для этого вводится понятие пространства точек или точечного пространства, в котором и существуют евклидовы геометрические фигуры.

Множество E объектов произвольной природы такое, что для векторного пространства V имеется отображение б: $E \times E \to V$, удовлетворяющее следующим аксиомам:

$(W1)$ $(\forall A)(\forall\bar{a})(\exists B)(\overline{AB}=\bar{a})$;

(W_2) $(\forall A, M, N)(\overline{AM}=\overline{AN} \to M=N)$;

(W_3) $(\forall A, B, C)(\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC})$,

и называется *аффинным точечным пространством над векторным пространством V*. Элементы этого пространства называются точками. Аффинное точечное пространство имеет размерность *n*, если векторное пространство *W* имеет размерность *n*. (Здесь обозначено: $\overline{AB}$= Б (*A B*), *A, B* ∈ *E*, $\overline{AB}$∈ *V*). Если при этом векторное пространство V_n имеет размерность *n*, то говорят, что и аффинное точечное пространство *имеет размерность n* и обозначается E_n. Если векторное пространство V_n является евклидовым (в нём задано скалярное умножение векторов), то говорят, что и точечное пространство E_n также является *евклидовым*.

Аксиомы (*W*1)–(W3) впервые сформулировал немецкий математик Г. Вейль в 1918 г., и они называются *аксиомами Вейля* аффинного точечного пространства. Можно построить модель системы аксиом Вейля аффинного точечного пространства размерности *n* в аксиоматической теории действительных чисел. Точками в этой модели будут упорядоченные *n*-ки, составленные из вещественных чисел, а векторами – векторы-столбцы высоты *n*, составленные также из вещественных чисел. Операции над векторами определяются также, как в пространстве R^n. Отображение Б задаётся следующим образом:

Б [($\alpha_1, \ldots, \ldots, \alpha_n$**), (**$\beta_1, \ldots, \ldots, \beta_n$**)] = (**$\beta_1 - \alpha_1, \ldots, \ldots, \beta_n - \alpha_n$**)'.**

Наличие этой формулы доказывает следующую теорему.

Теорема 6. Система аксиом Вейля аффинного точечного пространства непротиворечива, если непротиворечива теория действительных чисел.

Это означает, что геометрия Евклида, построенная на базе систем аксиом Вейля, непротиворечива, если непротиворечива теория действительных чисел. В свою очередь, как известно, [5], теория действительных чисел непротиворечива, если непротиворечива теория натуральных чисел. Следовательно, непротиворечивость евклидовой геометрии обосновывается непротиворечивостью теории натуральных чисел.

Дополнительные сведения об аксиоматическом построении теорий векторных пространств и аффинных точечных пространств содержится в статье [6].

Список литературы

1. Игошин В.И. Ещё один взгляд на преобразования множеств в школьном курсе математики // Факультативный курс по математике в средней школе. – Саратов: Изд-во СГУ, 1989. – С. 115-125.

2. Вагнер В.В. Обобщенные группы // ДАН СССР. – 1952. – Т. 84, № 6. – С. 1119-1122.

3. Preston G.B. Inverse semi-groups // J. London Math. Soc. – 1954. – Т. 29. – С. 396-403.

4. Stone M.H. [Название публикации не указано] // Transactions of the American Mathematical Society. – 1936. – Т. 40. – P. 37-111.

5. Игошин В.И. Курс числовых систем для педагогического вуза // Математика в высшем образовании. – 2010. – № 8. – С. 19-36.

6. Игошин В.И. О точках и векторах в геометрии // Математическое образование: журнал фонда математического образования и просвещения. – 2017. – № 2 (82). – С. 27-43.

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ ПОСРЕДСТВОМ АНАЛОГА НЕРАВЕНСТВА ИЕНСЕНА ДЛЯ *p*-ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ

С. И. Калинин, д-р пед. наук, профессор,
Л. В. Панкратова, канд. пед. наук, доцент,
Вятский государственный университет, Киров, Россия
e-mail: kalinin_gu@mail.ru, pankratovalarisa19@rambler.ru

Аннотация. В статье представлен новый подход к решению показательных уравнений и неравенств определенного вида, основанный на применении аналога неравенства Иенсена для *p*-выпуклых функций. Полученные результаты имеют как теоретическую, так и практическую ценность, открывая новые возможности анализа показательных уравнений и неравенств по сравнению с традиционными методами.

Ключевые слова: аналог неравенства Иенсена, *p*-выпуклая функция, *p*-вогнутая функция, показательные уравнения и неравенства.

SOLUTION OF SOME INDICATIVE EQUATIONS AND INEQUALITIES BY MEANS OF THE JENSEN INEQUALITY ANALOGUE FOR *p*-CONVEX FUNCTIONS

S.I. Kalinin, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
L.V. Pankratova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Vyatka State University, Kirov, Russia
e-mail: kalinin_gu@mail.ru, pankratovalarisa19@rambler.ru

Abstract. The article presents a new approach to solving exponential equations and inequalities of a certain type, based on the application of an analogue of Jensen's inequality for *p*-convex functions. The obtained results have both theoretical and practical value, opening up new possibilities for analyzing exponential equations and inequalities compared to traditional methods.

Keywords: Jensen's inequality analogue, *p*-convex function, *p*-concave function, exponential equations and inequalities.

В докладе обсуждается специальный класс показательных уравнений и неравенств относительно *x* соответственно вида

$$a^x + b^x - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \alpha_k^x - \beta^x = 0, \quad (1)$$

$$a^x + b^x - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \alpha_k^x - \beta^x > 0, \quad (2)$$

где $a, b,\ \beta\ (a < b)$– заданные положительные величины, $\alpha_k \in [a; b]$, $\lambda_k \in (0; 1),\ k = 1, \ldots, n$, $\lambda_1 + \ldots + \lambda_n = 1$, при этом выполняется условие $a + b = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \alpha_k + \beta$ (в (2) вместо знака > может быть использован знак < , а также знаки $\geq,\ \leq$).

Авторы предлагают к рассмотрению метод решения уравнений (1) и неравенств типа (2), основанный на так называемом аналоге неравенства Иенсена для *p*-выпуклых / *p*-вогнутых на отрезке $[a; b]$ функций. Упоминаемый аналог есть неравенство

$$f\left(\left(a^p + b^p - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k x_k^p\right)^{\frac{1}{p}}\right) \leq f(a) + f(b) - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k f(x_k), \quad (3)$$

где $f\colon\ l \to \mathbf{R}$ – p-выпуклая на промежутке $l \subset (0;+\infty)$ функция; $[a;b]$ – произвольный отрезок, принадлежащий l; $x_1,\ldots,x_n$ $(n \geq 1)$ – произвольный кортеж точек (узлов) из этого отрезка; $\lambda_1,\ldots,\lambda_n$ – произвольный набор положительных чисел (весов), для которых $\lambda_1+\ldots+\lambda_n = 1$.

Подчеркнем, если f– строго p-выпуклая функция, то (3) может обращаться в равенство только тогда, когда все числа $x_1,\ldots,x_n$ совпадают либо с a, либо с b.

Если f – p-вогнутая на промежутке l функция, то для неё будет иметь место аналогичное неравенство

$$f\left(\left(a^p + b^p - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k x_k^p\right)^{\frac{1}{p}}\right) \geq f(a) + f(b) - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k f(x_k), \qquad (4)$$

$$[a;b] \in l;\ x_k \in l,\ \lambda_k > 0\ (k = 1,\ldots,n);\ \lambda_1+\ldots+\lambda_n = 1.$$

Условия достижения равенства в (4) в случае строгой p-вогнутости функции f будут те же, что и для (3), то есть при совпадении всех узлов $x_1,\ldots,x_n$ либо с точкой a, либо с точкой b.

Приведем примеры, иллюстрирующие применение аналога неравенства Иенсена для p-выпуклых / p-вогнутых функций при решении уравнений.

З а д а ч а 1. Решите уравнение

$$2^x + 5^x - 3^x - 4^x = 0, \qquad (5)$$

Р е ш е н и е. Заметим, во-первых, что $2 + 5 = 3 + 4$, поэтому уравнение (5) есть простейшее уравнение вида (1). Далее, его корни $x = 0$ и $x = 1$ легко угадываются. Покажем, что иных вещественных корней у данного уравнения нет.

Для этого обратимся к функции $y = x$, $x > 0$. Из известного свойства строгого возрастания взвешенного среднего степенного

$$F(p) = \begin{cases} (\lambda a^p + (1-\lambda)b^p)^{\frac{1}{p}}, & p \neq 0, \\ a^{\lambda} b^{1-\lambda}, & p = 0 \end{cases}$$

положительных чисел a и b $(a \neq b)$ с весами λ и $1-\lambda$ $(0 < \lambda < 1)$ следует, что данная функция является строго p-выпуклой при $p < 1$ и строго p-вогнутой при $p > 1$.

Тогда по аналогу неравенства Иенсена для неё имеем

$$(2^p + 5^p - 3^p)^{\frac{1}{p}} < 2 + 5 - 3 = 4 \ \ (0 \neq p < 1),$$

$$(2^p + 5^p - 3^p)^{\frac{1}{p}} > 2 + 5 - 3 = 4 \ \ (p > 1).$$

Отсюда получаем неравенства

$$2^p + 5^p - 3^p < 4^p \ \ (0 < p < 1),$$

$$2^p + 5^p - 3^p > 4^p \ \ (p < 0, p > 1),$$

из которых следует требуемое.

З а д а ч а 2. Найти все решения уравнения

$$1001^x + 1004^x = (1002 + x)^x + (1003 - x)^x.$$

Р е ш е н и е. Повторяя рассуждения, приведенные для предыдущей задачи, вновь заключаем, что корнями данного уравнения могут быть только $x = 0$ и $x = 1$.

Заметим, что данные задачи допускают различные вариации. При этом можно формулировать задания, предполагающие как решение уравнений, так и требующие доказательства неравенств.

Например, докажите, что

$$\sqrt{1001}+\sqrt{1004}<\sqrt{1002}+\sqrt{1003}$$

или менее тривиальный вариант:

верно ли, что

$$\sqrt{1001}+\sqrt{1004}-\frac{\sqrt{1002}+\sqrt{1003}}{2}<\sqrt{\frac{2005}{2}}?$$

Оба неравенства имеют вид (2), а их обоснование есть результат применения (3) к строго $\frac{1}{2}$-выпуклой функции $y=x$ на отрезке $[1001;1004]$.

З а д а ч а 3. имеет ли решения уравнение $\left(5-\frac{\sqrt[4]{x-16}+\sqrt[4]{81-x}}{2}\right)^4=\frac{129}{2}$?

Р е ш е н и е. Уравнение определено на отрезке $[16;81]$. Запишем его в равносильном виде:

$$\left(\sqrt[4]{16}+\sqrt[4]{81}-\frac{\sqrt[4]{x-16}+\sqrt[4]{81-x}}{2}\right)^4=16+81-\frac{x-16+81-x}{2}.$$

Но это – результат обращения в равенство неравенства (3) для строго $\frac{1}{4}$-выпуклой функции $y=x$ на рассматриваемом отрезке, узлов $x_1=x-16$ и $x_2=81-x$ с весами $\lambda_1=\lambda_2=1/2$. Так как это возможно лишь тогда, когда все числа x_1,x_2 совпадают либо с 16, либо с 81, уравнение не имеет решений.

Мы считаем, что метод исследования показательных уравнений и неравенств с помощью аналога неравенства Иенсена для p-выпуклых функций является перспективным направлением для дальнейшего изучения. Он может быть успешно применен к более широкому классу задач, а также послужить основой для получения новых теоретических результатов в области математического анализа.

ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ КАК ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ В ИНЖЕНЕРНОМ ВУЗЕ

Л. Р. Ким-Тян, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Университет науки и технологий МИСИС,
Москва, Россия
e-mail: kim-tyan@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрен вопрос о содержательной трансформации понятий «фундаментальность» и «фундаментализация» в условиях технического прогресса и цифровизации при преподавании математики в инженерном ВУЗе. Выделены три новых вектора такого видоизменения.
Ключевые слова: преподавание математики в инженерном ВУЗе, фундаментальность, цифровизация.

TEACHING MATHEMATICS AS A FUNDAMENTAL DISCIPLINE IN THE CONTEXT OF DIGITALIZATION AT AN ENGINEERING UNIVERSITY

L. R. Kim-Tyan, PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor,
National University of Science and Technology «MISIS»
Moscow, Russia
e-mail: kim-tyan@mail.ru

Abstract. The article examines the transformation of the concepts of «fundamentality» and «fundamentalization» in the context of technological progress and digitalization within the framework of teaching mathematics at an engineering university. Three new vectors of this transformation are identified.
Keywords: university engineering mathematics education, fundamentalization, digitalization.

Математика является фундаментальной наукой, необходимой для полноценного качественного образования современного инженера. Термины «фундаментализация», «фундаментальность» в педагогической науке используются достаточно давно. Эти термины характеризуют существенные особенности понятий, процессов или явлений образовательного процесса, описывают их уникальные свойства. Принцип фундаментализации обучения математике в России разрабатывался в работе [1] и далее развит учеными-методистами в работах [2, 3, 4, 5, 7, 8, 9].

Цель статьи: выявить новые черты таких классических понятий как «фундаментализация», «фундаментальность» преподавания математики, обусловленные современными социально-экономическими условиями и требованиями.

В последнее время в связи с рядом обстоятельств, среди которых бурное развитие технологий, основанных на передовых математических открытиях, цифровизация всех сторон жизни, внедрение искусственного интеллекта, появились современные социальные запросы, ответом на которые стали новые аспекты в трактовке и реализации понятий «фундаментализация», «фундаментальность» в образовательном процессе.
Согласно Проекту Концепции развития математических наук в Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2036 года [6], рекомендательным письмам

Министерства образования и науки, решениям Правительства и ряду других документов, принятых в последнее время, обучению студентов инженерных вузов фундаментальным наукам придается важное значение. В качестве фундаментальных дисциплин, преподавание которых ведется в инженерных вузах, выделены математика, физика, химия, информатика. Востребованность компетентных инженеров в сфере производства, материаловедения, строительства, горнодобывающей промышленности и других сферах деятельности остается актуальной. Для подготовки квалифицированных инженерных кадров необходимы стабильные устойчивые знания по фундаментальным дисциплинам – математике, физике, химии, информатике. Для фундаментальных наук это критически важно, что и предполагает увеличение срока обучения на инженерных и естественно-научных направлениях в рамках высшего образования и в аспирантуре.

Пилотный проект по реформе высшего образования, в котором участвует НИТУ МИСИС, внедряемый в систему образования с 2023 года, содержит новую систему уровней: базовое, специализированное и профессиональное высшее образование вместо системы «бакалавриат – магистратура». Четырех- и шестилетнее образование имеют фундаментальное математическое ядро. Математическое ядро – это совокупность базовых разделов высшей математики, необходимых квалифицированному инженеру. Разнообразие направлений профессионального инженерного обучения не должно влиять на содержание математического фундаментального ядра, которое изучается на первом-втором курсах. Дальнейшее обучение будущих инженеров предполагает углубленное изучение математических дисциплин, непосредственно связанных с выбранной профессией.

В настоящее время на кафедре математики НИТУ МИСИС разработаны в сотрудничестве со специальными инженерными кафедрами комплексы учебных программ, календарно-тематических планов, методических пособий и материалов для обеспечения математической подготовки будущих инженеров с опорой на контент «фундаментальность»: фундаментальность математики и фундаментальность преподавания математики. При обучении студентов математическим понятиям акцент делается на идею, примеры, контрпримеры; при доказательстве теорем основной упор направлен на осознанное освоение доказательств и методов доказательств; обучение решению задач ориентировано на исследовательские межпредметные проблемы, имеющие практическое содержание.

Сегодняшний выпускник инженерного ВУЗа с фундаментальной математической подготовкой должен быть готов не только взаимодействовать, но и конкурировать с ИИ в профессиональной деятельности, когда рутинные задачи поручаются ИИ, а творчество и креативные решения остаются за человеком, за естественным интеллектом. В частности, в связи с этим фактом, не имевшим ранее места в нашей жизни, фундаментальная математическая подготовка будущих инженеров должна приобретать новые черты и качества.

Исторически в методике обучения математике контент «фундаментальность» претерпевает существенную эволюцию – от акцента на строгости, логичности содержания к преобладающей роли глубокого понимания сути предмета, проявляющейся в исследовательской деятельности [4].

Разделяя мнение ряда авторов, констатируем, что фундаментальность преподавания математики предполагает направленность на изучение базовых, методологических и универсальных законов науки, природы и общества, выраженных на математическом языке; такое преподавание формирует критическое, системное мышление, креативность, способность обучающихся адаптироваться к любым изменениям [1-5], [7-9]. Фундаментализация в контексте требований к образовательному процессу – это образовательный принцип и тенденция, направленные на усиление роли базовых, теоретических и универсальных межпредметных знаний. В условиях быстро меняющегося мира студенту необходимо не просто заучивать факты, а понимать глубокие законы природы и общества, развивать системное, критическое мышление, умение самостоятельно работать с информацией, проявлять креативность.

Традиционно фундаментальность в математике понималась как строгость, логичность, «незыблемость содержания»: аксиомы, понятия, теоремы, доказательства, задачи и решения, которые не зависят от времени. В эпоху цифровизации этот подход приобретает новые черты, потому что машины сегодня лучше людей проявляют себя в манипуляции символами и запоминании алгоритмов. Если мы продолжим учить «фундаменту» как набору формул, мы подготовим людей, которые будут хуже калькулятора, т.к. человек может допускать вычислительные ошибки чаще, чем электронные устройства.

Обновленный смысл фундаментальности сегодня – это мета-интеллектуальный каркас. Выделим три вектора, в направлении которых фундаментальность в наши дни обновляет свой смысл.

1. Фундаментальность преподавания математики ориентирована на формирование устойчивой привычки обучающихся к креативности, критичности и системности.

2. Фундаментальность преподавания математики предполагает рассматривать математику как когнитивный механизм, как архитектуру мышления, но не как «кирпичики знаний».

Новый смысл фундаментальности преподавания математики заключается в том, что сегодня требуется владение математическими моделями и абстракциями высокого уровня. В инженерном вузе мы не должны учить тому, как строго, корректно, правильно решать дифференциальные уравнения, вычислять производные и интегралы, а тому, зачем нужны эти математические инструменты, такие как производная и интеграл, в разных контекстах: в физике, химии, экономике, информатике, биологии и т.п. Фундамент, фундаментальное ядро — это математические мета-модели, задачи из реальной жизни, а не решение готовых задач и упражнений. Это перенос акцента с вычислений на композицию, обобщение, построение сложных межпредметных моделей и систем.

3. Фундаментальность преподавания математики в эпоху цифровизации и доступности знаний-информации предполагает умение человека устанавливать связи, взаимозависимости понятий, их соотношения. Фундаментальность – это знание не формул, теорем и свойств, а осознанное владение ими, понимание границ применимости утверждений и методов.

Если раньше фундаментальность преподавания математики предполагала ответ на вопрос «ЧТО мы строго, логично, корректно, абсолютно правильно знаем?», то сегодня вопрос другой: «КАК мы устанавливаем связи, познаем и описываем реальность, когда всю рутинную вычислительную работу может с успехом выполнить искусственный интеллект?» Мы, преподаватели, перестаем быть трансляторами формул и становимся наставниками по формированию критического мышления, креативности, используем математику как единственный научный язык, который позволяет отличить объективную истину от цифровых фейков. Фундаментальность преподавания математики в инженера вузе – это вопрос о том, как сделать математические истины работающим инструментом в руках инженера.

Список литературы

1. Егорченко И.В. Фундаментализация математического образования // Математика в образовании: сборник статей. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2006. – Т. 2. – С. 8-20.

2. Коржуев А.В., Попков В.А. Традиции и инновации в высшем профессиональном образовании. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – 300 с.

3. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: дис. ... д-ра пед. наук. – М., 1986. – 355 с.

4. Перминов Е.А. О фундаментализации математической подготовки будущих педагогов профессионального обучения в цифровом мире и обществе // Инновации в профессиональном и профессионально-педагогическом образовании: материалы 24-й Международной научно-практической конференции, Екатеринбург, 23–24 апреля 2019 года / под науч. ред. Е.М. Дорожкина, В.А. Федорова. – Екатеринбург: Российский государственный профессионально-педагогический университет, 2019. – С. 113-116.

5. Перминов Е.А., Гаджиев Д.Д., Абдуразаков М.М. Об актуальности фундаментализации математической подготовки студентов педагогических направлений в цифровую эпоху // Образование и наука. – 2019. – Т. 21, № 5. – С. 86-111.

6. Проект концепции развития математических наук в Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2036 года [Электронный ресурс]. – URL: https://fgosvo.ru/uploadfiles//Projects/Project_Math_conception.pdf (дата обращения: 23.08.2026).

7. Садовников Н.В. О фундаментализации образования // Известия вузов. Поволжский регион. Общественные науки. – 2007. – № 2. – С. 63-68.

8. Самсонова С.А. Взаимосвязь принципов фундаментальности и профессиональной направленности обучения теории вероятностей и математической статистике будущих специалистов // Современные наукоемкие технологии. – 2010. – № 8. – С. 146-149. – URL: https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=25324 (дата обращения: 07.05.2026).

9. Тестов В.А., Перминов Е.А. Математика и компьютерные науки как основа синергии фундаментального и прикладного знания в современном вузовском образовании // Образование и наука. – 2026. – Т. 28, № 3. – С. 63-86.

ИГРА В МАТЕМАТИКУ

Е. И. Коновалова, канд. физ.-мат. наук,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева,
Самара, Россия
e-mail: konovalova.ei@ssau.ru

Аннотация. В данной работе обосновывается эффективность использования игровых приёмов при обучении математике в высшей школе. На основе анализа педагогической литературы и собственного опыта показано, что интеграция игровых технологий в учебный процесс способствует росту мотивации студентов, повышению их успеваемости и расширению круга участников, вовлечённых в изучение математики. Рассмотрены теоретические основы игрового обучения, его нейробиологические механизмы, а также практические примеры реализации.

Ключевые слова: игровое обучение, геймификация, эдьютейнмент, высшая школа, математическое образование, мотивация студентов.

THE MATH GAME

E. I. Konovalova, candidate of physical and mathematical sciences,
Samara National Research University,
Samara, Russia
e-mail: konovalova.ei @ssau.ru

Abstract. This paper describes the effectiveness of using game-based techniques in teaching mathematics in higher education. Based on the analysis of pedagogical literature and practical experience, it is shown that the integration of game-based technologies into the educational process contributes to increased student motivation, improved academic performance, and expanded participation in mathematics learning. The theoretical foundations of game-based learning, its neurobiological mechanisms, and practical implementation examples are examined.

Keywords: game-based learning, gamification, edutainment, higher education, mathematics education, student motivation.

Преподавание математики в высшей школе традиционно сталкивается с рядом вызовов: высокий уровень абстракции материала, значительный объём теоретических конструкций, а также снижение мотивации части студентов. Статистика показывает, что лишь около 10% студентов активно участвуют в математических олимпиадах, научных конференциях и иных формах внеаудиторной математической деятельности. Возникает закономерный вопрос: как вовлечь в изучение математики остальные 90%?

В качестве одного из инструментов решения этой проблемы в настоящей работе предлагается рассмотреть игровое обучение – форму учебного процесса, проходящую в смоделированных ситуациях, симулирующих игру. Определим игру вслед за Большой советской энциклопедией как «тип осмысленной непродуктивной деятельности, где мотив лежит не в её результате, а в самом процессе» [2].

Идея использования игры в образовательных целях имеет глубокие исторические корни. Ещё Я.А. Коменский в «Великой дидактике» (1632) подчёркивал, что «школу следует сделать игрой». Ф. Фребель (XIX век) разработал систему «даров Фребеля» – дидактических игр для развития детей. В русской педагогической традиции К.Д. Ушинский рассматривал игру как «способ естественного обучения», а П.Ф. Лесгафт разрабатывал подвижные игры как средство физического и умственного развития.

В XX веке концепция игрового обучения получила развитие в работах Д.Б. Эльконина и А.Н. Леонтьева, исследовавших психологические механизмы игровой деятельности. Особое место в этой традиции занимает работа Г.К. Селевко, который обосновал игровые технологии как самостоятельную форму организации обучения. Согласно Г.К. Селевко, игровая технология – это «разновидность технологии на основе игровых методов и приёмов, охватывающая определённый фрагмент учебного процесса и направленная на формирование у учащихся конкретных умений и навыков» [4]. Г.К. Селевко выделяет ключевые признаки игровой технологии: наличие правил, чётко определённой цели и игрового сюжета, а также обязательное участие всех обучающихся.

В последние десятилетия интерес к игровому обучению возрос в связи с развитием двух взаимосвязанных направлений: геймификации (gamification – применение игровых механик в неигровых контекстах) и эдьютейнмента (edutainment – подход, объединяющий обучение (education) и развлечение (entertainment)).

Эффективность игры объясняется и с позиций современной нейронауки через несколько механизмов:

1. Выброс дофамина при достижении игровых целей усиливает закрепление нейронных связей.
2. Эмоциональная вовлечённость активирует гиппокамп, улучшая память.
3. Состояние «потока» (по М. Чиксентмихайи) возникает при оптимальном балансе сложности задачи и навыков игрока.
4. Мультисенсорное восприятие (визуал, аудио, кинестетика) создаёт более прочные ассоциативные связи.

Таким образом, игра – это не просто «развлечение», а педагогический инструмент, имеющий прочное нейробиологическое обоснование.

Сформулируем основные принципы игрового обучения, выделяемые в педагогической литературе: четко прописанные правила, командная работа, достижимый результат, эмоциональная окрашенность процесса, высокая вовлеченность всех участников.

Существующие формы игрового обучения могут быть использованы на любом этапе – от младшей до высшей школы: олимпиады и соревнования, математические бои, научно-практические конференции, лекции популяризаторов науки, видео на развлекательных площадках (TikTok, YouTube), занимательные книги по математике, занятия-квесты, занятия-квизы, занятия-дискуссии. Н.В. Макарова в своём исследовании, посвящённом игровым технологиям на занятиях в высшей школе, показывает, что применение игровых форм на занятиях по математике и смежным дисциплинам позволяет существенно повысить когнитивную активность студентов, развить их творческое мышление и сформировать устойчивый интерес к предмету [3].

Приведу пример из собственной практики. В качестве дополнительной литературы студентам потока направления «Фундаментальная информатика и информационные технологии» была предложена книга Сина Такахаси «Линейная алгебра» – книга-манга по линейной алгебре, с примерно таким сюжетом: молодой человек объясняет симпатичной девушке основы линейной алгебры на доступных примерах. Результаты оказались показательными. Большинство студентов положительно отнеслись к этой книге, чуть больше половины опрошенных студентов утверждали, что книга была полезна при подготовке к экзамену и покрывает примерно 50-60% курса линейной алгебры. Также студентов заинтересовали и другие книги из этой серии. Этот пример наглядно демонстрирует, что даже такая, казалось бы, «несерьёзная» форма подачи материала, как манга, способна стать эффективным образовательным инструментом.

Игровое обучение в высшей школе – это не дань моде, а необходимый элемент современного образования, отвечающий потребностям поколения Z и Alpha, выросших в цифровой среде с высоким уровнем интерактивности. Преподаватели, владеющие игровыми методиками, получают мощный инструмент повышения мотивации, вовлечённости и успеваемости студентов.

Список литературы

1. Вербицкий А.А. Теория и технологии контекстного образования. – М.: МПГУ, 2017. – 266 с.

2. Игра // Большая советская энциклопедия. – 3-е изд. – Т. 6. – М.: Советская энциклопедия, 1972.

3. Макарова Н.В. Игровые технологии обучения на занятиях в высшей школе // Вестник современного гуманитарного университета. – 2015. – № 3 (68). – С. 24-30.

4. Селевко Г.К. Игровые технологии как формы организации обучения // Педагогика. – 2000. – № 5. – С. 42-48.

5. Такахаси С. Занимательная математика. Линейная алгебра / пер. с яп. – М.: ДМК Пресс, 2013. – 224 с.

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ РАЗВИТИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ В ПРЕПОДАВАНИИ НЕКОРРЕКТНЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

В. С. Корнилов, д-р пед. наук, профессор,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: kornilovvs@mgpu.ru

Аннотация. Обсуждаются дидактические технологии развития прикладной математической культуры у будущих математиков-прикладников, реализуемые на курсах по выбору по некорректным и обратным задачам. Обращается внимание, что прикладная математическая культура является фундаментом успешности математика-прикладника в его профессиональной деятельности.

Ключевые слова: дидактические технологии, некорректные задачи, обратные задачи математической физики, прикладная математическая культура, математик-прикладник, студент.

DIDACTIC TECHNOLOGIES FOR THE DEVELOPMENT OF APPLIED MATHEMATICAL CULTURE IN TEACHING OF ILL-POSED AND INVERSE PROBLEMS

V. S. Kornilov**,** doctor of pedagogical sciences, professor,
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: kornilovvs@mgpu.ru

Annotation. This article discusses teaching methods for developing applied mathematical culture in future applied mathematicians, implemented in elective courses on ill-posed and inverse problems. It emphasizes that applied mathematical culture is the foundation for successful applied mathematicians in their professional careers.

Keywords: didactic technologies, ill-posed problems, inverse problems of mathematical physics, applied mathematical culture, applied mathematician, student.

При разработке курсов по выбору по некорректным задачам или обратным задачам математической физики для будущих математиков-прикладников преподавателем ставятся широкие цели обучения. Среди них: формирование математических знаний в области некорректных задач или обратных задач математической физики; формирование умений анализировать и решать некорректные задачи или обратные задачи математической физики; развитие прикладной математической культуры.

Наличие прикладной математической культуры – важнейшая компонента профессионализма математика-прикладника [1; 2; 3]. Прикладная математическая культура является фундаментом успешности математика-прикладника в его профессиональной деятельности. Математик-прикладник, владеющий теорией и практикой обратных задач математической физики, умениями и навыками решать прикладные задачи, используя технологии прикладной математики и обратных задач,

добивается успеха. В подтверждение сказанного, для наглядности, приведем несколько таких примеров.

1. Понимание физических свойств изучаемых, в прикладной задаче, объектов позволяет математику-прикладнику строить математические модели обратных задач математической физики.

2. Понимание физических свойств изучаемых объектов помогает математику-прикладнику реализовывать технологии доказательств корректности (теорем устойчивости) решений обратных задач математической физики.

3. Знания об универсальности математических моделей – залог успешности применения математиком-прикладником технологий исследования различных прикладных задач с использованием математических моделей обратных задач.

В связи с вышесказанным, перед преподавателем курсов по выбору по некорректным задачам или обратным задачам математической физики, стоит задача – реализовать дидактические технологии, способные будущим математикам-прикладникам освоить теорию некорректных и обратных задач, научиться решать прикладные задачи с использованием технологий некорректных и обратных задач, развить свою прикладную математическую культуру.

Среди дидактических технологий, отметим проблемный метод обучения [4], позволяющий будущим математикам-прикладникам понять важную роль технологий некорректных и обратных задач и их эффективность при решении самых разных прикладных задач; научиться строить математические модели обратных задач математической физики, осмысливая цели и задачи в прикладном исследовании.

Некорректность обратных задач заставляет математика-прикладника, в большинстве случаев, доказывать существование и единственность решения исследуемой прикладной задачи; доказывать и устойчивость этого решения. Преподавателю некорректных и обратных задач необходимо научить будущих математиков-прикладников на курсах по выбору технологиям доказательств теорем существования, теорем единственности, теорем устойчивости решений рассматриваемых обратных задач математической физики. Обучение доказательству таких теорем на курсах по выбору является важным элементом дидактических технологий развития прикладной математической культуры у будущих математиков-прикладников.

Полученное решение обратной задачи требует от исследователя научного анализа, с учетом поставленных целей исследования. Преподавателю некорректных и обратных задач на курсах по выбору важно научить будущих математиков-прикладников логическим размышлениям в научном анализе полученного решения прикладной задачи. Обучение логическим размышлениям будущих математиков-прикладников с учетом физических законов, применения рациональных рассуждений, также является немаловажным элементом дидактических технологий развития их прикладной математической культуры.

В докладе предполагается обсудить дидактические технологии развития прикладной математической культуры у будущих математиков-прикладников на курсах по выбору по некорректным и обратным задачам.

Список литературы

1. Акманова З.С. Развитие математической культуры студентов университета в процессе профессиональной подготовки: дис. … канд. пед. наук. – Магнитогорск, 2005. – 171 с.

2. Дорофеева С.И., Никифорова С.В., Якупов З.Я., Валишин Н.Т. Математическая культура и цифровизация в подготовке инженеров // Педагогический журнал. – 2022. – Т. 12. – № 4-1. – С. 784-791.

3. Корнилов В.С. Пути формирования прикладной математической культуры // Вестник Самарского государственного экономического университета. – 2006. – № 2 (20). – С. 247-52.

4. Корнилов В.С. Научно-методические аспекты реализации проблемного метода при обучении обратным задачам // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве: сборник избранных статей VIII Всероссийской (с международным участием) научно-практической конференции (2 декабря 2024 г.). – Курск: КГУ, 2024. – С. 60-65.

ПРЕПОДАВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЯПОНСКОЙ ВЫШЕЙ ШКОЛЕ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Ю. Ю. Кривошеева,
Самарский национальный исследовательский университе
имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
e-mail: krivosheeva.yuyu@ssau.ru

Аннотация. Проводится сравнение японского учебника по дифференциальным уравнениям «Ordinary differintial equations with applications: A structure approach» автора Хисааки Синкая с российскими классическими учебниками по данной дисциплине («Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление» Л.Э. Эльсгольца; «Дифференциальные уравнения» С.А. Агафонова и др.). Из анализа отличий делается вывод о возможности внедрения некоторых японских практик в российский образовательный процесс.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, японская высшая школа, сравнение образовательных подходов

TEACHING DIFFERENTIAL EQUATIONS IN JAPANESE HIGHER EDUCATION: A COMPARATIVE ANALYSIS

Yu. Yu. Krivosheeva,
Samara National Research University
Samara, Russia
e-mail: krivosheeva.yuyu@ssau.ru

Annotation. This article compares the Japanese textbook on differential equations, «Ordinary Differential Equations with Applications: A Structure Approach», by Hisaaki Shinkai, with classical Russian textbooks on this subject («Differential Equations and Variational Calculus» by L.E. Elsgolts; «Differential Equations» by S.A. Agafonov, etc.).Kpo Based on the analysis of these differences, it is concluded that some Japanese practices could be implemented in the Russian educational process.

Keywords: differential equations, Japanese higher education, comparison of educational approaches

Введение

В современной экономике, основанной на знаниях, качество подготовки специалистов напрямую влияет на конкурентоспособность страны [1]. При этом, как подчеркивается в литературе, любые образовательные инструменты несут в себе скрытые предположения о том, что является приоритетным в обучении [2]. Кроме того, международные сравнения образовательных традиций позволяют получить объективное представление о человеческом потенциале и выявить успешные практики, которые могут быть адаптированы [3].

Сравнительный анализ позволяет выявить эти различия и осмыслить альтернативные подходы. Особый интерес представляет сопоставление фундаментальной и прикладной направленности курсов. В настоящей работе проведено

сравнение учебных пособий по обыкновенным дифференциальным уравнениям, используемых в России и Японии. Объектом анализа стал учебник Хисааки Синкая «徹底攻略常微分方程式» (Ordinary Differential Equations with Applications: A Structured Approach) [4], сопоставляемый, для корректного сравнения, с классическими российскими учебниками для технических специальностей: «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление» Л.Э. Эльсгольца [5]; «Дифференциальные уравнения» С.А. Агафонова [6].

1 Обзор тематического наполнения и структуры российских и японского учебников

Обращаясь к содержанию и наполнению японского учебника, отметим, что пособие разбито на 8 глав, некоторые из которых являются одинаковыми с российскими: дифференциальные уравнения первого и высших порядков, системы дифференциальных уравнений и специальные функции. Однако, по сравнению с классическими российским учебниками, в которых упор идет на фундаментальность и строгое доказательство теорем, здесь темы раскрываются не на глубоком уровне, а на достаточном для решения практических задач. Теоремы формулируются, но не доказываются. При этом, каждая глава содержит подробный разбор реальной физической задачи, которая описывается тем или иным видом уравнения. Обращаясь к нашим учебникам, можно также найти подобны примеры (например, в [5] есть параграф «Прикладные примеры решения краевой задачи»). Кроме того, можно сравнить такой подход с нашими сборниками задач (например, сборником А.Ф. Филиппова [7]), где в начале каждого параграфа идет небольшая теория и разбор примера, а затем список задач. Однако, учебное пособие Синкая позиционируется именно как учебник, а не задачник, а рассматриваемые примеры - это не уравнения «из воздуха», а конкретные физические примеры.

Немалый интерес в японском учебнике представляет глава 0 «Подготовка» и глава 7 «Численные методы». Глава 0 посвящена основам математического анализа и линейной алгебры. Аналогов такой главы в наших учебниках нет. Главу 7 можно разбить на 2 раздела: сами численные методы и использование пакета Wolfram Mathematica для решения дифференциальных уравнений. Если изложение численных методов можно найти и в отечественных изданиях, то второй раздел является уникальным для данного курса с точки зрения российских классических учебников.

2 Анализ различия образовательных подходов

Говоря об различиях, во-первых, отметим наличие главы 0 в учебнике Синкая. Вероятно, это связано с различием системы обучения в японских и российских университетах. Для японских учебников характерна «самодостаточность», так как студенты записываются на курсы в разном порядке. Поэтому может возникнуть ситуация, когда человек пришел на курс без базовых знаний математического анализа. У нас же система «жестко» регламентирована: курс «дифференциальные уравнения» читается строго после курсов «математического анализа» и «линейной алгебры», поэтому подразумевается, что студент уже свободно оперирует понятиями из этих курсов. Во-вторых, обращает на себя внимание большое количество примеров решения прикладных задач, связанных с физическими процессами в японском учебнике. Положим, что это связано с тем, что автор учебника, Хиисаки Синкай, профессор факультета информационных наук и технологий Осакского технологического института, является

доктором наук по физике. Также на прикладной характер учебника указывает наличие параграфа, посвященного компьютерному моделированию в пакете Wolfram Mathematica. Автор данного текста предполагает, что курс Синкая ориентирован больше на инженеров, которым важно научиться решать практические задачи, а не строить теорию.

Заключение

Делая вывод о возможности переноса приемов из учебника Синкая, отметим, что изложенные там подходы к компьютерному моделированию могут быть органично внедрены в российскую образовательную практику. Наиболее рациональным представляется либо включение соответствующего раздела в существующий курс «Дифференциальные уравнения», либо выделение его в отдельный практикум по математическому моделированию. Такое дополнение позволит студентам освоить современный инструментарий вычислительной математики и повысит прикладную значимость фундаментальной подготовки, даваемой в классическом курсе данной дисциплины.

Список литературы

1. Andres L. et al. Tertiary education as social policy: Comparative theoretical perspectives // Journal of International and Comparative Social Policy. – 2024. – Т. 40 (1). – С. 57-74.

2. Lessky F., Dollinger M. An international comparison of graduate outcome survey instruments: a critical reflection // Journal of Higher Education Policy and Management. – 2025. – Т. 47 (6). – С. 707-728.

3. Береснев Д.Н., Шайлиева М.М., Вавилина А.В. Ретроспективный анализ международных показателей системы образования и трудоустройства // Управление образованием: теория и практика. – 2024. – № 9-2 (87). – С. 282-297.

4. Shinkai Hisaaki. 徹底攻略常微分方程式 [Ordinary Differential Equations with Applications: A Structured Approach]. – Tokyo: Kyoritsu Shuppan, 2010. – 264 p.

5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебник для вузов. – Москва: Наука, 1969. – 425 с.

6. Агафонов С.А. Дифференциальные уравнения: учебник для втузов. – 5-е изд., стер. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 347 с.

7. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учебное пособие для вузов. – 5-е изд., испр. – Москва: Наука, 1979. – 128 с.

МЕСТО КЛАССИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ОБРАЗОВАНИЯ

Ю. Н. Кузьмин, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, Самара, Россия
e-mail: kuzmin.yun.2@ssau.ru
В. П. Калядин, старший преподаватель,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, Самара, Россия
e-mail: kalyadin.vp@ssau.ru

Аннотация. Обсуждается необходимость создания нового языка формальных теорий для переосмысления новых математических знаний и передачи их следующим поколениям.
Ключевые слова: классическая математика, образование, формальная теория.

THE PLACE OF CLASSICAL MATHEMATICS IN THE EDUCATION SYSTEM

Y. N. Kuzmin, Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Samara National Research University, Samara, Russia
e-mail: kuzmin.yun.2@ssau.ru
V. P. Kalyadin, Senior Lecturer,
Samara National Research University, Samara, Russia
e-mail: kalyadin.vp@ssau.ru

Anotation. The need to create a new language of formal theories to rethink new mathematical knowledge and pass it on to future generations is discussed.
Keywords: classical mathematics, education, formal theory.

Введение

Иммануил Кант утверждал, что «в любом частном учении о природе можно найти науки в собственном смысле лишь столько, сколько имеется в ней математики» [1]. Математика всегда была базой для развития других наук, а также формировала системное мышление. Она была полезна в любых сферах деятельности человека, даже не связанных с техническими науками.

В настоящее время мы имеем некий парадокс. С одной стороны – взрывной рост количества узконаправленных математических теорий и глубокий разрыв в восприятии этих теорий специалистами других направлений. С другой – падение общей математической культуры на фоне кратного увеличения объема получаемых знаний. Не хватает логичности в мышлении и поведении, системного подхода для решения текущих задач. При этом увеличение объема математических знаний плохо сочетается с уменьшением выделяемого на изучение времени. Это закономерно приводит к поверхностному изучению классической математики (КМ). Процесс изучения КМ сводится к запоминанию определений, теорем и алгоритмов применения неких правил, то есть к догматизации математики. Исчезает культура доказывания, не формируется навык логичного изложения мысли. Между тем человек, не научившийся логично мыслить, будет испытывать проблемы с обучением и в других сферах.

Определение классической математики

Классическая математика – это цикл математических дисциплин, определяющих и использующих понятие бесконечности. В XIX и XX веках использовали термин высшая математика. Ядро КМ составляют: математический анализ, алгебра, геометрия, математическая логика и дисциплины, условно второго плана, теория функций комплексного переменного, функциональный анализ, теория вероятностей, теория

дифференциальных уравнений с обыкновенными и с частными производными. Возраст дисциплин КМ составляет приблизительно триста или около четырехсот лет.

Дисциплины КМ, как основные, так и дисциплины второго плана, внесли существенный вклад в решение многих прикладных задач астрономии, механики и физики XIX и XX веков. Поэтому дисциплины КМ занимали ведущее место в естественно научном образовании этого периода.

В конце XX и начале XXI веков роль дисциплин КМ в решении прикладных задач современного естествознания формально и непосредственно снизилась по объективным причинам. К ним следует отнести: с одной стороны – стремительное увеличение объема информации в КМ, неструктурированной по важности; с другой – сохранение значительной величины усилий для освоения стандартной информации по базовым дисциплинам КМ.

Система образования как продолжение системы воспитания

Феномен системы образования в современном обществе является упрощенным вариантом феномена воспитания, с одинаковыми наборами объектов деятельности, похожими наборами субъектов деятельности, аналогичными целями деятельности и методами деятельности.

Объектом воспитания является молодежь возраста от минус одного года до 13-15 лет. После этого возраста воспитание становится контрпродуктивным.

Объектом образования является молодежь 7-17 лет (средняя школа) и 17-25 лет (высшая школа). По мнению ВОЗ, возраст молодого поколения, при котором необходима опека старшего поколения достиг 22-23 лет.

Субъектами воспитания являются в основном обязательно оба разнополые родителя и желательно обе пары бабушек и дедушек, что предполагает желательными полные семьи в предыдущем поколении. Эти условия в сочетании с безграничной любовью обеспечивают психическую и психологическую адекватность объектам воспитания.

Субъектом образования в средней школе является учитель. Необходимо добиться, чтобы образованием в школе занимались не только женщины, но и мужчины. Перекос в сторону женщин-учителей ведет к психологической деформации и как следствие социальной неадекватности. Объект среднего образования воспринимает предметную информацию в основном через любовь к учителю.

Субъектом образования в высшей школе прежде всего является преподаватель конкретного предмета, в частности дисциплин КМ.

Воспитание объекта высшего образования продолжается в основном в процессе личного и продолжительного общения в коллективе сверстников, например, учебная группа или лекционный поток. Качество восприятия информации объектом высшего образования по конкретной дисциплине, например, по дисциплинам КМ, во многом обеспечивается продолжительностью личного общения с субъектом высшего образования, то есть, временем общения с преподавателем.

Общественной целью процесса воспитания является формирование у объекта воспитания устойчивых навыков обращения с объектами неживой природы и навыков личного поведения в коллективе, включая формирование развитой речи на национальном языке.

Общественной целью процесса образования в средней школе является формирование у объекта образования навыков целостного обращения с неживой и с живой природой, в том числе образования устойчивых навыков общепринятого социального поведения. Формирование у объекта образования начал физической, химической и биологической картин мира на базе использования устойчивых навыков работы с различными числовыми системами, буквенными выражениями и геометрическими понятиями.

Общественной целью процесса высшего образования, как общественного института, является передача специальной профессиональной информации в выбранном направлении при условии, что объект высшего образования приобрел навыки ее хранения, передачи и обработки.

Дисциплины КМ как формальные теории специального вида

КМ как наука является продуктом деятельности совокупного человеческого сознания, то есть, КМ как науку можно рассматривать в виде совокупности формальных теорий (ФТ) с основной интерпретацией в виде информационного пространства, которое можно считать базовым неопределяемым понятием.

Традиционная форма и традиционная структура информации в КМ требует пересмотра, так как в XX веке произошло взрывное изменение объема и формы научной информации и образовательной информации.

КМ как совокупность формальных теорий, определение которых предлагается в математической логике и предполагает один или несколько этапов, каждый из которых состоит из следующих трех базовых шагов:

- *на первом шаге происходит формирование языка* этапа ФТ, как знаковой системы. Язык в этом случае состоит из национального языка, который является метаязыком этапа для хранения информации об этапе, и символического предметного языка для хранения информации данного этапа ФТ о предметной области;

- *на втором шаге происходит формирование набора понятий* данного этапа ФТ. Понятие является структурной единицей данного этапа и вводится в форме определения. Определение состоит из фразы на национальном языке, являющейся фразой метаязыка этапа, и фразы на символическом предметном языке, которая и является в собственном смысле определением понятия ФТ. Понятие является важным способом упаковки информации данного этапа ФТ;

- *на третьем шаге происходит формирование набора утверждений* данного этапа ФТ. Утверждения являются соотношениями между несколькими понятиями данного этапа ФТ и получаются в результате специального типа обработки информации на данном этапе ФТ, которую принято называть доказательством утверждения. Утверждение является важным способом переупаковки информации данного этапа ФТ.

Текст как базовая форма единицы специальной информации

Текст в математическом анализе (МА) состоит из названия, то есть текста на национальном языке, и тела текста, обязательно структурированного некоторым способом.

Название текста в МА содержит название объекта и название метода исследования.

Тело текста состоит из структурных единиц одного из четырех типов: определение, формулировка утверждения, доказательство утверждения, пример.

Структурная единица типа определения в МА состоит из названия определяемого понятия и перечисления условий, при выполнении которых данный объект является новым понятием, далее следует определение в терминах символического предметного языка.

Структурная единица типа формулировка утверждения в МА состоит из формулировки утверждением словами национального языка и формулировки утверждения символическим предметным языком. Формулировка утверждения представляет высказывание типа: если выполняется одно высказывание, которое называют предположением, то, или тогда, или, следовательно, выполняется другое высказывание, которое принято называть заключением. Формулировка утверждения символическим предметным языком имеет вид: C: A --- B, где C – фоновое выражение, A – высказывание предположение, --- символическая запись частиц то или тогда или следовательно, B – высказывание заключение.

Структура единицы типа доказательство утверждения в МА состоит из названия метода доказательства (стандартное доказательство, доказательство от противного, доказательство методом математической индукции) и записи доказательства символическим предметным языком. Запись доказательства утверждения в МА в символическом предметном языке в простейшем варианте стандартного доказательства сводится к записи конечной упорядоченной последовательности выражений. Первое выражения является предположением данного утверждения, а последнее выражение является заключением данного утверждения. При этом любое выражение последовательности является определением некоторого понятия или получается из некоторых предыдущих выражений доказательства с помощью некоторого утверждения, которое ранее уже было сформулировано и доказано.

Заключение

Для того, чтобы КМ заняла достойное место в системе образования, необходимо навести порядок в самой математике. Общество не справилось с информационным валом XX века. Кратно выросло число математиков, увеличилось количество специализированных журналов и публикаций в них. Математики захлебнулись в этом количестве, не имеют возможности переосмыслить новую информацию. В соответствии с законом материалистической диалектики, изменение качества объекта происходит тогда, когда накопление количественных изменений достигает определенного предела.

Молодому поколению ученых придется создавать совершенно новый аппарат не на уровне теорем, а на уровне новых понятий. Новый язык формальных теорий должен описать единую математическую теорию, в которую впишется все то, что уже получено.

Иммануил Кант: «Чтобы познать возможность определенных природных вещей, стало быть познать их a priori, требуется еще, чтобы было дано соответствующее понятию априорное созерцание, т. е. чтобы понятие было конструировано. Но познание разумом, основанное на конструировании понятий, есть познание математическое».

Список литературы

1. Кант И. Сочинения в шести томах. Метафизические начала естествознания. – М.: Мысль, 1966. – Т. 6. – 743 с. – С. 53-175.

2. Кузьмин Ю.Н. Место классической математики в системе образования // Межкафедральный семинар ИИК. – URL: https://rutube.ru/video/b586b075c9efb4afedafe1b1aad8eed6/ (дата обращения: 23.08.2026).

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

О. В. Куликова, канд. пед. наук, доцент,
Уральский государственный университет путей сообщения,
Екатеринбург, Россия
e-mail: kulikova@usurt.ru
И. В. Куликова, старший преподаватель,
Уральский государственный университет путей сообщения,
Екатеринбург, Россия
e-mail: ivkulikova@usurt.ru

Аннотация. В статье представлено краткое изложение идей когнитивно-визуального подхода к обучению математике в вузе. Предложено определение визуализации функциональных взаимосвязей математических моделей. Рассмотрен пример использования компьютерно-математических заданий в процессе формирования математических понятий у студентов вуза.
Ключевые слова: когнитивно-визуальный подход, компьютерно-математическое задание, формирование математических понятий.

VISUALIZATION OF FUNCTIONAL RELATIONS IN THE FORMATION OF MATHEMATICAL CONCEPTS

O. V. Kulikova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Ural State University of Railway Transport,
Yekaterinburg, Russia
e-mail: kulikova@usurt.ru
I. V. Kulikova, senior lecturer
Ural State University of Railway Transport,
Yekaterinburg, Russia
e-mail: ivkulikova@usurt.ru

Annotation. The article presents a summary of the ideas of a cognitive-visual approach to teaching mathematics at a university. The definition of visualization of functional relationships of mathematical models is proposed. An example of using computer-mathematical tasks in the process of forming mathematical concepts among university students is considered.
Keywords: cognitive-visual approach, computer-mathematical task, formation of mathematical concepts.

Понятие визуализации получило достаточно широкое распространение в научных публикациях по методике преподавания различных дисциплин в системе высшего образования. В психологическом словаре это понятие определяется и как способность человека к визуализированию, и как процесс перевода словесного или символического материала в зрительные представления или образы [5]. Современные информационные технологии создают благоприятные условия для визуализации сложных функциональных взаимосвязей при изучении математических понятий.

Профессор В.А. Далингер предлагает строить процесс обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода к формированию знаний, умений и навыков, реализующего принцип широкого и целенаправленного использования познавательной функции наглядности и отмечает, что язык образов является основным средством наглядности при изучении математики, позволяющий осознанно оперировать с понятиями, умозаключениями, закреплять и «оживлять» их в памяти [2].

Исследователи Е.В. Яковлева и Н.И. Попов для реализации идей когнитивно-визуального подхода к обучению математике студентов вуза предлагают использовать мнемонические схемы, которые являются средством для запоминания, помогают структурировать и визуализировать содержание изучаемого материала с помощью искусственных ассоциаций [8]. Интерес, по мнению профессора Н.К. Туктамышова и Т.Ю. Горской, представляет не только трансляция учебного материала визуальными средствами, но и то, какие образы формируются у обучаемых как отклик на визуальные ряды, поэтому использование аналитических и визуальных методов освоения математических понятий должно быть соразмерно и сбалансировано [6].

Исследователи В.С. Чернявская и В.И. Екинцев в работе [7] отмечают, что математические понятия не существуют в изоляции, каждое из них является «многогранным», грани каждого из них представляют разные способы репрезентации: визуальный, вербальный, операциональный, логический. Подлинное понимание возникает не тогда, когда студент запоминает определение, а когда он свободно перемещается между этими гранями, видя в них отражения одной и той же идеи [7]. Визуализация математических концепций расширяет горизонты познания и делает учебный материал доступнее. Если при взаимодействии педагога с аудиторией возникают сложности в восприятии информации, наглядность помогает преодолеть эти преграды [1].

Визуализацию функциональных взаимосвязей математических моделей мы будем рассматривать как их представление в виде различных графиков с использованием информационных технологий. Построение на учебном занятии графиков нескольких функций с целью продемонстрировать существенные взаимосвязи невозможно без использования систем компьютерной математики или электронных таблиц. Использование вычислительных инструментов в учебном процессе требует составления специальных компьютерно-математических заданий [3,4], выполнение которых отражает реализацию идей когнитивно-визуального подхода к преподаванию вузовского курса высшей математики.

Приведем пример компьютерно-математического задания по теме «Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами». *Постановка задачи*: найдите решения задачи Коши для дифференциальных уравнений $x''(t) + 2x'(t) + 65x(t) = 0$, $x''(t) + 64x(t) = 0$, $x''(t) - x(t) = 0$ с едиными начальными условиями $x(0) = 1$, $x'(0) = -1$ и постройте их графики в системе компьютерной математики Mathcad. Выполнение представленного задания требует составления трех характеристических уравнений с положительным, отрицательным и равным нулю дискриминантом. Графики частных решений представлены на рис. 1.

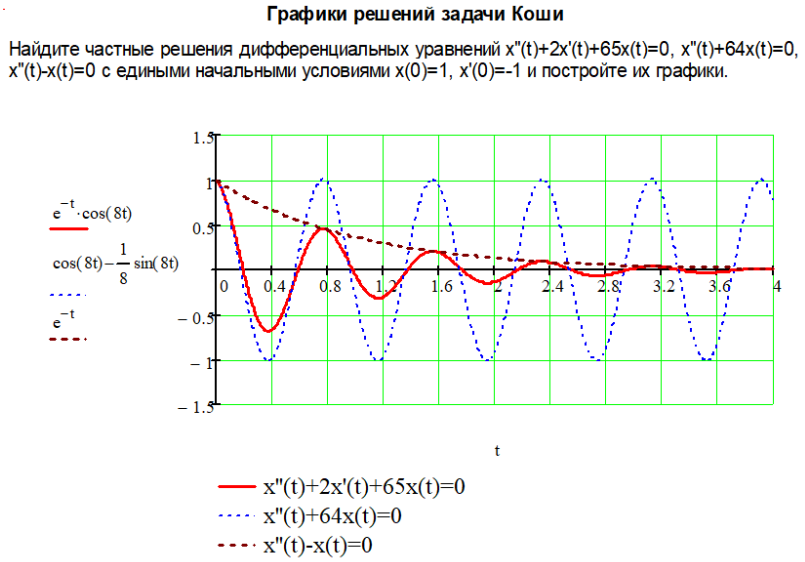


Рисунок 1 – Визуализация решений задачи Коши

Включение в процесс формирования математических понятий компьютерно-математических заданий, выполнение которых направлено на создание наглядных образов различных математических моделей в сознании студентов, создает благоприятные условия для активизации их мыслительной деятельности. Применение современных информационных технологий вызывает познавательный интерес у студентов и желание использовать полученные информационно-технологические знания при выполнении различных расчетных работ по другим дисциплинам.

Список литературы

1. Архипова Н.А., Евдокимова Н.Н., Селезнева И.А. Наглядность как один из методов активизации познавательной деятельности в процессе изучения математики // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки. – 2025. – Т. 27, № 3(102). – С. 10-20.

2. Далингер В.А. Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода // Вестник Брянского государственного университета. – 2011. – № 1. – С. 299-305.

3. Куликова И.В., Куликова О.В. Визуализация средствами компьютерной математики решения системы дифференциальных уравнений // Цифровизация образования: проблемы и перспективы: сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Курган, 17 февраля 2023 года. – Курган: КИЖТ – ФГБОУ ВО «Уральский государственный университет путей сообщения» в г. Кургане, 2023. – С. 105-111.

4. Куликова О.В., Куликова И.В. Комплексные задания в обучении математике студентов технических специальностей в транспортном вузе // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2024. – № 5(235). – С. 157-166. –

5. Немов Р.С. Психологический словарь. – Москва: ВЛАДОС, 2007. – 559 с.

6. Туктамышов Н.К., Горская Т.Ю. О роли визуализации в обучении математике (на примере понятия функции) // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. – 2022. – № 3(50). – С. 51-58.

7. Чернявская В.С., Екинцев В.И. Образное и знаково-символическое мышление в обучении математике: диагностика предпочтений и педагогические импликации // Территория новых возможностей. Вестник Владивостокского государственного университета. – 2025. – Т. 17, № 4. – С. 173-187.

8. Яковлева Е.В., Попов Н.И. Реализация когнитивно-визуального подхода при обучении математике студентов вуза // Информатизация непрерывного образования – 2018: материалы Международной научной конференции: в 2 томах, Москва, 14–17 октября 2018 года / под общей редакцией В.В. Гриншкуна. Т. 2. – Москва: Российский университет дружбы народов (РУДН), 2018. – С. 240-243.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ С ПРОИЗВОДСТВЕННЫМ СОДЕРЖАНИЕМ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Л. П. Латышева, канд. пед. наук, доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: lublat@mail.ru
А. Ю. Скорнякова, канд. пед. наук, доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: skornyakova_anna@mail.ru
Е. Л. Черемных, канд. пед. наук, доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: cheremnyh.e@inbox.ru

Аннотация. Рассматривается роль практико-ориентированных заданий с производственным содержанием в профессиональной подготовке будущих учителей математики и информатики, а также в профориентационной работе со школьниками. Предлагается структура заданий, позволяющая будущим педагогам формировать у учащихся не только предметные компетенции, но и представление о реальных профессиях. Обосновывается, что включение таких заданий в педагогическую практику является условием формирования у школьников устойчивого интереса к техническим специальностям и преодоления разрыва между содержанием школьной математики и запросами современного производства. Приводятся конкретные примеры заданий с привлечением сведений о реальных предприятиях Пермского края.

Ключевые слова: обучение математике и информатике, педагогическое образование, практико-ориентированное задание, профессиональная ориентация.

PRACTICE-ORIENTED TASKS WITH INDUSTRIAL CONTENT IN MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE TEACHING

L. P. Latysheva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Perm State Humanitarian and Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: lublat@mail.ru
A. Y. Skornyakova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Perm State Humanitarian and Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: skornyakova_anna@mail.ru
E. L. Cheremnykh, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Perm State Humanitarian and Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: cheremnyh.e@inbox.ru

Annotation. The article examines the role of practice-oriented tasks with industrial content in the professional training of future mathematics and computer science teachers, as well as in career guidance work with schoolchildren. The article proposes a structure of tasks that allows future teachers to develop not only subject-specific competencies in students, but also an understanding of real-world professions. The article argues that incorporating such tasks into pedagogical practice is essential for fostering a strong interest in technical fields among schoolchildren and bridging the gap between the content of school mathematics and the demands of modern industry. The article provides specific examples of tasks that incorporate information about real-world enterprises in the Perm region.
Keywords: teaching mathematics and computer science, teacher training, practical tasks, and career guidance.

В настоящее время многие промышленные предприятия сталкиваются с проблемой кадрового дефицита в инженерно-технических отраслях. Одной из причин является низкая профориентационная эффективность школьных курсов математики и информатики, которые зачастую воспринимаются учащимися как абстрактные и оторванные от жизни дисциплины [3]. В этой ситуации на учителей математики и информатики возлагается особая миссия: они должны не просто научить решать уравнения и писать алгоритмы, но и продемонстрировать обучающимся возможность применения точных наук специалистами разных профессий на реальных предприятиях страны и малой родины [2, 4].

Будущие учителя, обучаясь в педагогических вузах, часто не имеют опыта решения прикладных, инженерных задач, а если и имеют, не всегда представляют, зачем и как с ними работать в школе. Именно поэтому введение практико-ориентированных заданий с производственным содержанием в процесс подготовки педагогов является ключевым звеном, поскольку решает сразу две взаимосвязанные задачи: повышает методическую грамотность учителей и обеспечивает усиление профориентационного потенциала школьных уроков. На математическом факультете Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета задания указанного вида предлагаются студентам старших курсов в рамках курсовых исследований, производственной или проектно-технологической практики и предполагают как составление будущими учителями задач с производственным содержанием, учитывающими особенности региональной промышленности, ее потребности в инженерных кадрах, так и разработку соответствующего методического сопровождения (конспект урока, рабочий лист, презентация, дидактические материалы).

Приведем пример составленного студенткой пятого курса практико-ориентированного задания с производственным содержанием по курсу «Вероятность и статистика» в 10 классе для урока на тему «Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа». В качестве домашнего задания перед уроком школьникам рекомендуется изучить месторасположение предприятий горнодобывающей отрасли и химической промышленности и производимую ими продукцию, перейдя на сайты или отсканировав QR-коды из рабочей тетради [1]. В начале урока обучающимся дается задание прочитать текст из рабочей тетради и ответить на вопрос: какие производственные задачи в процессе добычи калийных солей помогает решить теория

графов? После чего школьники знакомятся с функционалом специалиста «Горный инженер» и ролью математики в указанной профессии (табл. 1).

Таблица 1 – Знания и умения из области математики, важные для профессии горного инженера

Область математики	*Применение в работе инженера-конструктора*
Дифференциальное и интегральное исчисления	Многие процессы в горнодобывающей промышленности носят непрерывный характер, например, изменение давления газа в шахте или скорости разрушения породы буровыми установками. Для анализа таких явлений применяются производные функций и интегральное исчисление
Алгебра и линейная алгебра	Расчёт объёма запасов полезного ископаемого, определение прочности пород, оптимизация маршрутов транспортировки требуют решения сложных уравнений и выполнения матричных операций
Геометрия и тригонометрия	При проектировании горных выработок необходимо точно рассчитывать углы наклона стенок карьера, глубину залегания пластов, расположение штреков и штолен. Эти расчёты невозможны без понимания геометрических формул и законов тригонометрии
Теория вероятностей и статистика	Оценка рисков аварийных ситуаций, прогнозирование поведения горных массивов, контроль качества продукции основываются на статистическом анализе данных и методах теории вероятностей

Далее десятиклассникам предлагается решить задачу: представьте, что работаете горным инженером в компании ПАО «Уралкалий». Одной из его обязанностей является оптимизация технологических процессов. От этого зависит, насколько эффективно и быстро можно будет передвигаться по шахте. Согласно плану на месторождении Верхнекамское на участке калийной шахты есть комната с оборудованием (склад), лифт и два места добычи: забой М и забой Ф. Изучив план, длину маршрутов и среднюю скорость передвижения в шахте, выяснили, что со склада можно добраться до забоя Ф за 5 минут, а до лифта за 3 минуты. От забоя Ф путь до лифта займёт 2 минуты, а до М – 8 минут. Лифт находится в четырёх минутах от забоя М. Постройте модель данного участка шахты в виде графа. Определите оптимальный путь для вагонеток, доставляющих ремонтное оборудование со склада, в случае поломки комбайна в забое М. Подсказка: для нахождения кратчайшего пути выпишите все возможные варианты маршрута и время, затрачиваемое на их реализацию; выберите наиболее быстрый маршрут. Для решения задач студенты строят взвешенный граф с вершинами, соответствующими указанным объектам, выбирают кратчайший путь в графе в зависимости от суммарных весовых коэффициентов.

Преподавателями факультета также в рамках реализации стратегического проекта «Педагогические кадры в научно-технологическом развитии Пермского края» в соответствии с Соглашением с Министерством образования и науки Пермского края составлена серия подобных задач и методическое оснащение к ним. В ходе апробации результатов выявлено, что урок, предполагающий решение профессионально-ориентированных задач с производственным содержанием, включает следующие этапы: знакомство с предприятиями региона выбранной отрасли, с основным функционалом её ведущих специалистов, с ролью математики для соответствующего профессионала, решение конкретной задачи и интерпретация полученного результата. Эти этапы заложены нами и в разработанных сценариях лабораторных работ по информатике, с примерами которых можно ознакомиться, в частности, в учебно-методическом пособии [1].

Переход к обучению математике и информатике на основе выполнения практико-ориентированных заданий с производственным содержанием невозможен без перестройки системы подготовки и переподготовки педагогов. Учитель должен не просто знать свой предмет, но и уметь показывать его живую связь с реальностью, владеть современными цифровыми инструментами и проектировать учебный процесс как решение интересных и важных задач. Только в этом случае педагог сможет преодолеть разрыв между школой и производством, воспитав специалиста, готового к вызовам современной экономики.

Список литературы

1. Вяткин А.А., Ганщук С.В., Голуб Е.Е. [и др.]. Реализация технологии профессионального самоопределения школьников в обучении физике, химии, биологии и информатике: учебно-методическое пособие. – Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2025. – 309 с.

2. Смирнов Е.И., Скорнякова А.Ю. Онтология профессионального самоопределения школьников в современной методике обучения естествознанию // Математика и информатика, астрономия, физика, технология и совершенствование их преподавания: материалы научной конференции, Ярославль, 03–04 апреля 2025 года. – Ярославль: РИО ЯГПУ, 2025. – С. 15-26.

3. Галиева С.Ю., Ганщук С.В., Голуб Е.Е. [и др.]. Технологии профессионального самоопределения школьников в содержании школьного курса физики, химии, биологии и информатики. – Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2025. – 131 с.

4. Smirnov E.I., Skornyakova A.Yu., Olekhov A.A. Methodological and Procedural Aspects of Student's Research Skills Formation by Artificial Intelligence Using // European Journal of Contemporary Education. – 2025. – Т. 14, №. 4. – С. 524-537.

О ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ И СИНТЕЗЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

М. Д. Лисицын, аспирант,
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Москва, Россия
e-mail: lismihail40rus@gmail.com

Аннотация. Формирование математических понятий у обучающихся связано как с освоением математического материала, так и развитием мышления. Несогласованность данных процессов порождает проблемы, в частности, конфликты представлений учеников, которые требуют для разрешения определённого синтеза представлений.
Ключевые слова: методика преподавания, формирование математических понятий, смена представлений.

ON THE FORMATION OF MATHEMATICAL CONCEPTS AND THE SYNTHESIS OF STUDENTS' IDEAS

M. D. Lisitsyn, Postgraduate Student,
M. V. Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russia
e-mail: lismihail40rus@gmail.com

Annotation. The formation of mathematical concepts among students is associated with both the learning of mathematical material and the development of thinking. The inconsistency of these processes creates problems, in particular, conflicts of students' ideas, which require a certain synthesis of ideas to resolve.
Keywords: methods of teaching, formation of mathematical concepts, change of ideas.

Обучение связано с определённой потребностью общества и потому нацелено на то, чтобы в результате этого процесса обучающиеся освоили некоторые достижения человечества, взяли себе нечто, имеющееся в культуре (знания, умения, общие способы действия и пр.) и представленное в виде текстов, формул и т.д. Но вместе с тем большое значение имеет развитие каждого обучающегося вследствие его внутренних, персональных изменений. Эти изменения касаются сознания и мышления обучающихся, поэтому явно они преподавателю не представлены. В связи с этим возникают вопросы о соответствии тех изменений, которые происходят у ученика в процессе обучения, и тем, что должно быть в итоге, и о том, что из этого наиболее значимо. Что важнее при формировании математического понятия в обучении: специфическая мыслительная деятельность ученика, при которой процесс формирования его персонального понятия согласуется с тем, как оно возникало исторически, или ориентировка обучающегося в уже сложившейся культуре?

В методике нередко (см., например, [6, гл. 6]) фокус смещается именно на уже оформившееся понятие. Понятие, которое должно быть освоено обучающимися, рассматривается с формально-логической позиции, как то, что имеет содержание и объём, в отрыве от генезиса. Если ученику в первую очередь передаётся содержание, например, через определение, процесс формирования понятия у него и то, как данное

понятие возникало исторически, различны (хотя бы потому, что точная формулировка определения – это результат некоторого этапа данного исторического процесса, а не его отправная точка), они связаны с разными деятельностями. Ориентировка в культуре имеет мало общего с формированием понятия как возникающего при определённой мыслительной деятельности (направленной, например, на решение некоторой нетипичной задачи), и впоследствии осознаваемого в коммуникации или рефлексии [3, л. 10, с. 284-285, л. 17].

Ситуации, когда учитель «протаскивает» учеников к желаемому понятию, когда школьники знакомятся с определениями, но не осознают причин «существенности» тех или иных признаков и свойств, когда понимание обучающихся заменяется привыканием к некоторым алгоритмам, приводят к определённым проблемам в процессе обучения. Укажем некоторые из них.

• *Освоение содержания заучиванием без понимания*. Разные ситуации, когда ученики изучают фрагмент нового материала в качестве некоторого факта, который необходимо запомнить (но понимание при этом не обязательно), описаны в литературе (см., например, [6, с. 52; 7, с. 80-81, с. 85]).

• *Создание в системе своих понятий не тех связей, которые должны быть.* Например, когда ученики при знакомстве с понятием начинают с рассмотрения примеров, они могут некоторые в действительности несущественные особенности предложенных частных ситуаций ошибочно обобщить на само новое понятие. Пример такой ситуации для оснований равнобедренных треугольников указан в [7, с. 54].

• *Отсутствие у обучающихся различения, имеющегося в культуре*. В частности, А.Н. Колмогоров отмечал, что ученики могут не различать геометрическую фигуру (отрезок, угол) и связанную с ней величину, числовую характеристику (длину отрезка, величину угла) [4]. На наш взгляд, ключевой причиной данных неразличений является отсутствие их функциональности в конкретной деятельности школьников.

Те ситуации, которые возникали в нашей преподавательской деятельности, указывают на актуальность такого рода проблем для выпускников школ (например, студенты младших курсов испытывают затруднения в вопросах, касающихся общего понятия функции, допускают ошибки при работе с векторами и их длинами, в результате недостаточного их различения).

Невозможно и исключительное сосредоточение на согласовании персонального формирования с генезисом математического понятия в культуре, так как школьники вряд ли могут в полной мере воспроизвести ту деятельность, рассмотреть ту проблему, которые исторически привели к появлению этого понятия. Для прояснения и разрешения указанной проблемы имеет смысл использовать следующие концепции.

1. Математические понятия как мыслительные средства [1; 5].

Процесс обучения математике рассматривается неразрывно связанным с развитием мышления учеников, которое предполагает освоение новых средств и способов (например, цифры могут быть интерпретированы как знаковые средства счёта). Для этого учителю необходимо организовывать проблемные ситуации, т.е. такие ситуации в процессе обучения, для преодоления которых старых мыслительных средств учеников недостаточно и требуется новое. При такой организации отсутствуют

проблемы, вызванные утратой смысла нового понятия для обучающегося, поскольку ученик понимает, для чего (здесь и сейчас) появляется новое понятие-средство.

2. Конфликт и смена представлений обучающихся [2].

Ситуации, когда формирующееся у ученика понятие является в культуре многогранным (и должно таковым быть освоено), могут приводить к конфликтам представлений у школьников. Например, ученики познакомились с (натуральными) числами и «знают», что нельзя делить 5 на 2 (нет числа, что даст 5 при умножении на 2), но затем учитель вводит такое ранее невозможное деление. В [2] обсуждаются конфликты и смены представлений обучающихся в рамках темы «Неравенства» (переход от неравенства как результата сравнения к неравенству как логическому высказыванию, которое может быть верным или неверным, и пр.) и отмечается необходимость методических действий, чтобы конфликт, возникающий в результате наполнения «старого» термина некоторым новым смыслом, который непонятен обучающемуся (в чём причины такого выбора; как согласуется новое с тем, что было ранее), был представлен явно и разрешён должен образом. В приведённых примерах смена представлений последовательна: происходит расширение старого представления до нового, но при этом изменении в новое интуитивно переносится некоторая логика, относящаяся к предыдущему («принцип инкапсуляции» [2, с. 81]). Таким образом, происходящее изменение может быть рассмотрено в рамках двух представлений, старое становится частным случаем нового, но и в некотором смысле формирует его.

В процессе обучения присутствуют ситуации, которые связаны со сменой представлений, но их рассмотрение подходит под другую схему – схему синтеза – когда можно считать, что есть два «старых» представления, а новое получается в результате их обобщения и соотнесения между собой. Пример такой ситуации мы приводили, когда рассматривали понятие функции как общее, объединяющее формулу (аналитическое представление) и линию, график функции (графическое представление) [5]. Приведём другой пример, связанный с понятием условной вероятности.

За вероятностью $P(A|B)$ в действительности оказываются скрыты разные по смыслу ситуации. Можно считать, что каждая из них связана со своим представлением, которые несводимы друг к другу, но итоговое представление об условной вероятности объединяет их в себе. Одна ситуация – события A и B упорядочиваемы по времени (B наступает раньше A). Условность означает необходимость допущения о том, что событие B уже свершилось, теперь, из этой точки на временной шкале, требуется найти вероятность события A. Другая ситуация – события A и B упорядочить по времени нельзя. Информация о том, что событие B наступило, является указанием на некоторый логический анализ при поиске данной вероятности.

Приведём результаты небольшого исследования, которое мы проводили среди студентов-биологов второго курса НИИ ВШЭ. На одном из первых занятий по теории вероятностей и математической статистике мы провели анонимный опрос студентов с целью понимать их уровень подготовки по этому предмету. Среди задач, на которые требовалось дать только ответ, были предложены две, имеющие прямое отношение к указанному различению. Во второй задаче можно упорядочить события по времени (нужно найти вероятность достать синий шарик, считая, что один красный уже достали), а в первой – нет.

Задача 1. В мешке 2 красных лёгких мячика, 3 синих лёгких мячика и 6 красных тяжёлых мячиков. Из мешка наугад достают один мячик. Чему равна вероятность достать красный мячик, при условии достать лёгкий мячик?

Задача 2. В мешке 3 красных и 7 синих шариков. Из мешка наугад достают шарики. Чему равна вероятность достать вторым синий шарик, если в первый раз вытащат красный?

В диагностике приняли участие 24 студента. Ниже (рисунок 1) приведено совместное распределение ответов на данные две задачи. Знак «+» означает, что на задачу был дан верный ответ (ответы задач: 2/5 и 7/9, соответственно), знак «-» – неверный ответ. В четырёх центральных ячейках таблицы указаны количества ответов. Знак «Σ» означает сумму в соответствующем столбце или строке – количество верных/неверных ответов безотносительно ответов на другую задачу.

Задача 2 / Задача 1	-	+	Σ
-	4	3	7
+	5	12	17
Σ	9	15	24

Рисунок 1 – Результаты опроса

Мы замечаем, что треть опрошенных дали разные (верный/неверный) ответы. Это указывает на то, что основания проведённого различения не только следуют из логико-предметного анализа, но и могут быть обнаружены в деятельности некоторых выпускников школ.

В контексте синтеза представлений особое место занимает понятие вектора. На протяжении его формирования происходит соотнесение и соединение как физической модели (векторная величина) и «житейской» графической модели, что приводит к более абстрактному, свободному вектору, так и вектора-направленного отрезка, который можно задать координатами, и вектора-упорядоченного набора, который в частных случаях может быть изображён стрелкой, (разница в том, что первично). В докладе данное понятие будет рассмотрено более подробно.

Список литературы

1. Боровских А.В. О содержании школьного математического образования: от операции к отношению и темпоритм образовательного процесса // Преподаватель XXI век. – 2025. – № 1. Часть 1. – С. 129–144.

2. Боровских А.В., Верёвкина В.Е. Предметные и метапредметные проблемы школьного курса математики. Тема Неравенства // Наука и школа. – 2015. – № 5. – С. 77-87.

3. Громыко Ю.В. Мыследеятельность: курс лекций. – В 3-х кн.: Кн. 1 Введение в теорию мышления и деятельности. – М.: Пушкинский институт, 2005. – 384 с.

4. Колмогоров А.Н. О системе основных понятий и обозначений для школьного курса математики // Математика в школе. – 1970. – № 2. – С. 17-22.

5. Лисицын М.Д. О понятии функции и её аналитическом и графическом представлениях. Часть 1 // Наука и школа. – 2025. – № 4. – С. 197-208.

6. Столяр А.А. Педагогика математики: учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – Мн.: Выш. шк., 1986. – 414 с.

7. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

К ВОПРОСУ О ФУНДАМЕНТАЛЬНОСТИ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

О. А. Сотникова, д-р пед. наук, доцент,
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина,
Сыктывкар, Россия
e-mail: sotnikovaoa@syktsu.ru

Аннотация. Признается фундаментальность подготовки как приоритет в использовании технологий обучения. Указываются основные принципы фундаментализации. Обосновывается, что принципы фундаментальности алгебраической подготовки при обучении будущих учителей реализуются в целостном рассмотрении интуитивных и аксиоматических теорий курса алгебры.

Ключевые слова: курс алгебры, подготовка учителя математики, фундаментальность образования.

ON THE FUNDAMENTALITY OF ALGEBRAIC PREPARATION IN TRAINING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Olga A. Sotnikova,
Doctor of Pedagogics, Associate Professor,
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University,
Syktyvkar, Russia
e-mail: sotnikovaoa@syktsu.ru

Abstract. The article recognizes the fundamental nature of training as a priority in the use of teachers' training technologies. The main principles of fundamentalization are outlined. It is argued that the principles of fundamental algebraic preparation in teaching future teachers are implemented in a holistic examination of the intuitive and axiomatic theories of the algebra course.

Keywords: algebra course, mathematics teacher training, fundamental nature of education.

В настоящее время активно обсуждаются вопросы, связанные с изменениями системы высшего Российского образования, использования различных современных технологий, в т.ч. применение искусственного интеллекта в образовании. При самых различных вариантах трансформации вузовского обучения авторы дискуссий солидарны в том, что приоритетом образовательной политики должна быть фундаментальность подготовки.

Необходимо отметить, что подходы к понятию фундаментальности применительно к образовательным процессам могут быть различными. Интегрируя их в единое понятие, предлагается к фундаментальному образованию относить выполнение принципов целостности, взаимосвязанности и генерализации знаний [3, с. 100]. В самом общем виде можно сказать, что реализация указанных принципов означает «направленность содержания образования на методологически важные, долгоживущие и инвариантные элементы человеческой культуры» [3, с. 106].

Методологическая важность изучаемых вопросов каждой математической учебной области (дисциплины, модуля, темы, раздела и т.п.) имеет свои особенности,

т.к. ее материал воплощает какую-либо идею математических методов познания. Кроме того, надо иметь в виду, что при подготовке учителя математики фундаментальность подготовки связана с профессионально-педагогической направленностью обучения. А потому целостность, взаимосвязанность и генерализация предметных знаний необходимо рассматривать под призмой методических аспектов содержания обучения. Примером такого рассмотрения может служить вариант структурирования числовой содержательной линии в курсе алгебры педагогического вуза, предлагаемый коллегами из С-Петербурга [6].

Если говорить о целостном подходе, то алгебраический материал, рекомендуемый к изучению при подготовке учителя математики [1], реализует две основные математические идеи: координатизацию (термин Г. Вейля) и аксиоматизацию. Это соответствует историческому развитию алгебры, что было отмечено И.Р. Шафаревичем: «Развитие любого раздела алгебры состоит из двух этапов. Первый из них – рождение нового типа алгебраических объектов из некоторой проблемы координатизации; второй – их дальнейшая жизнь, т.е. систематическое развитие теории данного класса объектов, иногда тесно связанное, а иногда почти не связанное с той областью, в связи с которой объекты возникли» [5, с. 12]. То, что автор называет «дальнейшей жизнью» алгебраических объектов, относится к понятию алгебраической структуры. Вид алгебраической структуры характеризует специфику «координатизационных» свойств алгебраических объектов, а аксиоматический метод систематизирует объекты в единую абстрактную теорию. Поэтому, исходя из принципа целостности, можно утверждать, что вопрос фундаментализации применительно к алгебраической подготовке необходимо рассматривать с позиции методологических аспектов аксиоматизации, воплощенной в понятии алгебраической структуры.

Следует отметить, что аксиоматический метод присущ всей математике, но в алгебраическом материале он представлен как его «естественное развитие» [4, с. 9]. Естественность этого развития обусловлена взаимосвязью двух типов алгебраических теорий: интуитивных (термин Р. Столла) и аксиоматических. «Подстановки», «Матрицы», «Арифметические векторы» – примеры учебных тем, посвященных изучению интуитивных теорий, а такие темы, как «Группы», «Кольца», «Линейные пространства» направлены на изучение алгебраических структур. В понятиях интуитивных теорий есть «формальный» смысл, характеризующий их отношение к понятиям алгебраических структур. А в понятиях алгебраических структур – интерпретационный смысл понятий интуитивных теорий, поскольку эти теории являются примерами алгебраических структур. Следовательно, принцип взаимосвязанности при фундаментальной подготовке может быть реализован в организации учебной деятельности, направленной на формализацию и интерпретацию алгебраических понятий.

Можно сказать, что алгебраические знания генерализуются методами абстрактной алгебры. Поэтому важно использовать различные приемы привлечения студентов к изучению абстрактной алгебры [2]. Фундаментальность алгебраической подготовки достигается освоением этих методов. Поэтому при отборе содержания, последовательности изучения алгебраических тем, организации учебной (познавательной) деятельности студентов необходимо рассматривать интуитивные и

аксиоматические теории, обеспечивать вскрытие формализованного и интерпретационного смысла содержащихся в них понятий.

Список литературы

1. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. О содержании курса высшей алгебры при подготовке учителей математики // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2026. – Вып. 2 (59). – С. 25-41.

2. Сотникова О.А., Чермных В.В. Один пример изучения методов абстрактной алгебры в математическом высшем образовании // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – Вып. 2 (51). – С. 44-56.

3. Тестов В.А. Различные подходы к понятию фундаментальности образования // Труды Современной гуманитарной академии. – 2008. – № 5. – С. 93-108. – URL: https://pub.asobr.org/wp-content/mag/trudy/05_2008/08.pdf (дата обращения: 25.06.2026).

4. Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру / пер. Ю.А. Данилова. – М.: Мир, 1979. – 261 с.

5. Шафаревич И.Р. Основные понятия алгебры. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 279 с.

6. Яшина Е.Ю. Доказательство теоремы Фробениуса как завершение курса алгебры и числовых систем в педагогическом университете // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2023. – Вып. 2 (47). – С. 69-Р82.

О ВАЖНОСТИ ОБУЧЕНИЯ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

А. В. Тарасенко, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева,
Самара, Россия
e-mail: Tarasenko.A.V@mail.ru

Аннотация. Погрешность решения задачи может возникать по многим причинам. Учитывать размер погрешности полученного решения особенно важно, если исследовалась задача с конкретным практическим содержанием, например, из физики или химии. Поэтому приобретение навыка корректного оценивания результатов является актуальным для студентов высших технических учебных заведений с расширенной программой по математике, специализирующихся по прикладной и вычислительной математике.

Ключевые слова: теория погрешностей, численные методы, методика обучения, методы оценки погрешностей.

ON THE IMPORTANCE OF TEACHING ERROR THEORY WHEN SOLVING PROBLEMS WITH PRACTICAL CONTENT

A. V. Tarasenko, candidate of physical and mathematical sciences, assistant professor,
Samara National Research University,
Samara, Russia
e-mail: Tarasenko.A.V@mail.ru

Annotation. Errors in problem solutions can arise for many reasons. It's especially important to be able to account for the error in the solution obtained for problems with specific practical content, such as those in physics or chemistry. Therefore, acquiring the skill of evaluating results is a relevant skill for students at higher technical educational institutions specializing in applied and computational mathematics.

Keywords: error theory, numerical methods, teaching methods, error estimation methods.

В современном мире появилось большое количество различных программных продуктов, с помощью которых, задавая только входные данные (начальные условия) и не вникая в сущность самих алгоритмов, можно решить значительное число задач. У данного события имеется как положительная, так и отрицательная сторона.

Можно однозначно утверждать, что умение пользоваться этими программами позволяют существенно сократить время и ресурсы по решению ряда важных задач. Однако, бездумное использование выше упомянутых программных продуктов без тщательного анализа метода, с помощью которого решается та или иная задача, таит в себе следующие опасности:

1. Все методы имеют ограничения по входным параметрам (например, по размерам матриц при решении систем линейных алгебраических уравнений), и попытка решить задачу с входными данными за пределами этих ограничений приводит к неудаче.

2. Методы, в основном численные, имеют существенные ограничения по применению.

3. Незнание метода, с помощью которого решалась конкретная задача в программном продукте, приводит к ситуации, когда трудно проанализировать качество решения (например, погрешность, скорость сходимости итерационных процессов, устойчивость и другие характеристики численных методов).

Поэтому при численном решении задач (а именно с помощью численных методов решается подавляющее число современных задач) вычислитель должен четко представлять каждый из следующих этапов:

1) построение адекватной математической модели;

2) выбор метода численного решения (при необходимости сравнение нескольких методов);

3) разработка алгоритма;

4) составление программы;

5) формальную, а затем и фактическую отладку программы, корректировку и исправление всех этапов.

При этом стоит отметить, что в самом начале обучающимся, которые впервые встречаются с численными методами решения задач с практическим содержанием, большое внимание следует уделять основным понятиям и определениям, которые посвящены теории погрешности. Так как в любом разделе численных методов, например, таких как вычислительные методы алгебры, методы решения нелинейных уравнений и систем, основы теории приближений функций одной переменной и т.д., студенты обязательно сталкиваются с проблемой оценки полученного результата.

Погрешность решения задачи может появляться по нескольким причинам:

1. Математическое описание и исходные данные изначально являются неточными, например, данные полученные в результате физических экспериментов зависят от измерительных приборов и человека (наблюдателя).

2. Методы, которые применяются при решении, чаще всего являются приближенными, а также, например, решение не может быть получено за конечное число арифметических операций.

3. В процессе решения задачи неоднократно проводятся округления.

В зависимости от причины появления погрешности сами погрешности имеют конкретные названия:

a) в первом случае, такие погрешности называются неустранимыми;

b) во-втором случае, это погрешность метода;

c) в третьем, вычислительные погрешности.

Обучающиеся могут значительно улучшить точность полученного решения минимизировав именно вычислительные погрешности. Для этого студентам важно не только хорошо знать правила сложения и вычитания приближенных чисел, а также правила умножения и деления приближенных чисел, но в совершенстве уметь ими пользоваться на практике.

Список литературы

1. Грибов А.Ф., Жидков Е.Н., Краснов И.К. Аспекты обучения методам вычисления интегралов студентов инженерных специальностей // Modern European Researches. – 2023. – Т. 1, № 1. – С. 98-103.

2. Желобовский М.С., Кириллова С.Ю. Программные средства учёта погрешностей при численном решении задач // Решение. – 2023. – Т. 1. – С. 114-116.

3. Канатбаев С.С. Методика формирования экспериментальных умений при решении задач по физике // Наука, инновации, образование: актуальные вопросы XXI века: сборник статей XI Международной научно-практической конференции. – Пенза, 2024. – С. 169-172.

4. Чалых М.А. Теория погрешностей как инструмент для решения геодезических задач // Наука и молодёжь: новые идеи и решения: материалы XVIII Международной научно-практической конференции молодых исследователей. – Волгоград, 2025. – С. 381-383.

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДИЧЕСКИХ АСПЕКТАХ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ» В РАМКАХ ПРОЕКТА «ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ДИСЦИПЛИНЫ»

В. А. Фахретдинова, канд. физ.-мат. наук,
Псковский государственный университет,
Псков, Россия
e-mail: fahvi@pskgu.ru

Аннотация. Рассматриваются эффективные методы обучения студентов IT-направлений по аналитической геометрии. В частности, уделяется внимание интерактивным методам обучения и применению цифровых инструментов.
Ключевые слова: фундаментальные дисциплины, аналитическая геометрия, интерактивные методы обучения.

ON SOME METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING THE DISCIPLINE «ALGEBRA AND GEOMETRY» WITHIN THE FRAMEWORK OF THE PROJECT «FUNDAMENTAL DISCIPLINES»

V.A.Fahretdinova, PhD in physics and mathematics
Pskov State University,
Pskov, Russia
e-mail: fahvi@pskgu.ru

Annotation. This article examines effective methods for teaching analytical geometry to IT students. Particular attention is paid to interactive teaching methods and the use of digital tools.
Keywords: fundamental disciplines, analytical geometry, interactive teaching methods.

Качеству подготовки инженерно-технологических кадров в последнее время уделяется повышенное внимание. Однако, средний уровень подготовки абитуриентов, поступающих на естественно-научные, инженерные, технические направления в региональных ВУЗах, в последнее время снижается, в этой связи от преподавателей требуются дополнительные усилия, чтобы компенсировать имеющееся отставание первокурсников, дотянуть их до необходимого уровня. Для повышения качества обучения студентов естественно-научных, инженерных, технических направлений Министерство науки и высшего образования РФ с 01.09.2024 г. реализует пилотный проект, направленный на поддержку преподавателей фундаментальных дисциплин. Цель проекта заключается, прежде всего, в повышении качества преподавания фундаментальных дисциплин за счет модернизации методики преподавания.

Преподаватели фундаментальных дисциплин, несомненно, должны обладать глубокими знаниями в области преподаваемых дисциплина, но не менее важно, чтобы преподаватель также владел общей методологией преподавания. Успех освоения студентами дисциплины зависит не только от глубины знаний преподавателя, но и от способности преподавателя эффективно передавать эти знания студентам. Использование различных методических приемов может вызывать затруднение у некоторых преподавателей, которые будучи сами выпускниками технических ВУЗов, осваивали традиционный лекционно-практический курс.

Вопросам улучшения качества преподавания математики студентам инженерно-технических и IT-специальностей внимание уделяется уже давно, авторы разрабатывают научно-методические рекомендации и современные подходы к модернизации математической подготовки студентов. Так, в работе [2] И.А. Зимняя рассматривает психологические особенности восприятия учебного материала студентами. В частности, исследуются психологические характеристики учебно-познавательного процесса: рассматриваются закономерности усвоения знаний, формирование навыков и умений, механизмы внимания, памяти и мышления учащихся, также исследуются проблемы мотивации и стимулирования учения. Таким образом, стиль преподавания должен учитывать особенности восприятия студентов, в том числе инженерных и технических направлений. В работе [3] анализируются эффективные интерактивные методы преподавания математики среди студентов технических направлений. В работе авторы исследуют причины низкой эффективности традиционных лекционно-практических занятий и предлагают альтернативные подходы, направленные на повышение интереса и мотивированности студентов. В работе представлена классификация интерактивных методов (групповая работа, дискуссии, мозговой штурм, ролевые игры и др.), обоснована их эффективность в учебном процессе. В статье [1] автор анализирует опыт ряда вузов по применению электронного обучения студентами инженерных специальностей, рассматриваются вопросы трансформации учебного процесса в цифровой среде.

В данной статье речь пойдет о некоторых методических аспектах преподавания дисциплины «Алгебра и геометрия» для студентов 1 курса, обучающихся на направлении 02.03.01 «Математика и компьютерные науки». Согласно рабочей программе дисциплины в 1 семестре реализуется раздел «Алгебра», а во 2 семестре - «Аналитическая геометрия». Более подробно остановимся на методических аспектах преподавания второго раздела дисциплины «Аналитическая геометрия», которая играет важную роль в понимании многих алгоритмов, используемых в компьютерной графике, робототехнике, машинном обучении и анализе больших объемов данных.

В программу изучения аналитической геометрии традиционно входят вопросы, связанные с элементами векторной алгебры на плоскости и в пространстве, метод координат, прямая и плоскость в пространстве, кривые и поверхности второго порядка. Для повышения качества преподавания были вычленены фундаментальные теоретические вопросы по дисциплине, которые выносятся на лекцию. Как правило, на лекциях проводятся доказательства теорем, следствий, свойств математических объектов, выводятся необходимые формулы. Выводы подчас сложны, поэтому для привлечения внимания слушателей, полезно по ходу лекции обращаться к аудитории с вопросами, ответы на которые неочевидны или нетривиальны. Такие интерактивные лекции, когда преподаватель вовлекает слушателей в дискуссию, повышают включенность студентов, способствуют активизации их мыслительной деятельности. Также необходимо поощрять студентов самостоятельно осваивать материал вне аудиторных занятий, предлагая дополнительные задания. Так, например, целесообразно часть теоретических вопросов выносить на самостоятельное изучение с последующим обсуждением на практических занятиях или в часы самостоятельной работы. При рассмотрении темы «Линейная зависимость и независимость векторов» некоторые свойства, геометрический смысл линейной зависимости двух и трех векторов можно предложить учащимся для

самостоятельного доказательства. После изучения вопроса о взаимном расположении двух плоскостей в пространстве студентам предлагается рассмотреть вопрос о расположении трех плоскостей в пространстве, анализируя взаимное расположение всевозможных пар плоскостей. Также для интенсификации учебного процесса целесообразно сначала на лекциях изложить тему «Прямая и плоскость в пространстве», а затем используя аналогию линейных объектов на плоскости и в пространстве, предложить часть вопросов по теме «Прямая на плоскости» рассмотреть студентам самостоятельно.

Важную роль играют практические занятия, на которых отрабатываются необходимые алгоритмы. Каждое практическое занятие уместно начинать с краткого повторения теоретических аспектов, с разбора наиболее сложных вопросов. При решении типовых задач, могут быть использованы разные методические приемы: учащийся решает задачу у доски, объясняя ее решение для аудитории, студенты решают самостоятельно и проверяют решение в парах, обменявшись тетрадями. Можно провести конкурс, кто быстрее решит задачу, поощрив победителя дополнительными баллами. Или предложить решить задачу разными способами. Например, задачу «Докажите, что диагональ B_1D куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ перпендикулярна плоскости AD_1C» можно решить с использованием векторов, в координатной форме, вводя систему координат в пространстве или используя признак перпендикулярности прямой и плоскости. Решение задач различными методами способствует развитию самостоятельности и инициативности обучающихся, стимулирует творческий подход к решению задач. Также уместно приводить примеры задач, которые демонстрируют прикладные возможности теории. Например, вычислите площадь произвольного четырехугольного участка, зная координаты вершин. С такой задачей часто встречаются геодезисты и проектировщики.

Для повышения мотивации к изучению геометрии в начале изучения дисциплины проводится «Геометрический турнир». Студенты разбиваются на команды, командам предлагаются одни и те же задачи по геометрии, которые они решают ограниченное время. Далее проводится сам турнир. Команда, которая начинает турнир определяется жребием. Капитан команды выбирает задачу и выдвигает «докладчика», который должен представить аудитории решение выбранной задачи. Вторая команда выдвигает «оппонента», который может задавать «докладчику» вопросы, дополнить решение, предложить другой способ решения, если задача решена неверно – предложить свое решение или объявить, что решение полное и никаких замечаний нет. Задавать вопросы, комментировать решение «докладчика» может только «оппонент». За успешное выступление «докладчик» и «оппонент» приносят своим командам баллы. Далее «ход» переходит ко второй команде. Выступать в качестве «докладчика» или «оппонента» повторно не допускается. Таким образом мы добиваемся активного участия в турнире всех членов команды. Побеждает команда, набравшая большее количество баллов. Многолетний опыт проведения таких турниров показывает, что студенты с большим энтузиазмом вовлекаются в решение задач, самостоятельно ищут пути решения, принимают ответственность за собственные успехи и неудачи. Такой турнир в начале изучения дисциплины способствует повышению мотивации к изучению геометрии.

Еще одним приемом, который способствует более глубокому освоению студентами фундаментальных дисциплин является использование цифровых инструментов и виртуального моделирования. В частности, в компьютерной графике необходима работа с

двухмерными и трёхмерными изображениями, умение управлять ими средствами компьютерной среды. Применение специализированных пакетов, таких как Mathematica, GeoGebra или Python-библиотек типа NumPy, SciPy, может значительно облегчить восприятие геометрических конструкций и упростить решение задач. Например, при изучении темы «Поверхности второго порядка» студентам предлагается выполнить небольшой проект, куда, в частности, входит задание «Построить изучаемую поверхность, исследовать ее методом сечений с помощью удобных цифровых инструментов». Кроме того, каждая фундаментальная дисциплина поддерживается соответствующим дистанционным курсом, который размещен на платформе LMS Moodle. В курсе представлена рабочая программа дисциплины, теоретические материалы, видео-лекции, примеры решения практических заданий, примерные задания для контрольных работ, индивидуальные задания, тренировочные тесты, примерные вопросы к экзамену, рейтинговая таблица. Такая дистанционная поддержка также способствует более качественному освоению дисциплины, студенты имеют возможность самостоятельно планировать свое время для изучения тех или иных разделов курса.

Одним из показателей эффективности работы преподавателя в проекте «Фундаментальные дисциплины» является удельный вес численности студентов, успешно прошедших в предшествующем семестре промежуточную аттестацию, не менее 70 процентов от общего числа студентов, осваивавших фундаментальную дисциплину. Дисциплину «Алгебра и геометрия» (2 семестр, 2025-2026 уч. год) сдавало 17 студентов, из них оценку «отлично» получило 5 человек (29,4 %), «хорошо» – 7 человек (41,2 %), «удовлетворительно» – 4 человека (23,5 %), «неудовлетворительно» – 1 студент (5,9 %). Таким образом, 94,1 % студентов успешно прошли промежуточную аттестацию по данной дисциплине.

В заключении можно констатировать, что включение в учебный процесс современных педагогических практик, интерактивных элементов обучения, сопровождающего электронного курса способствовали более глубокому пониманию предмета изучения, повышению уровня математический подготовки студентов IT-направлений в области аналитической геометрии и их готовности применять полученные знания при решении реальных профессиональных задач в будущем.

Список литературы

1. Дмитриева Т.В. Электронное обучение математике студентов инженерных специальностей: первичный опыт // Электронные библиотеки. – 2020. – Т. 23, вып. 1-2. – С. 36-48.

2. Зимняя И.А. Педагогическая психология. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2006. – 480 с.

3. Шадрина И.В., Баранова И.Г. Интерактивные формы обучения в техническом университете. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2015. – 208 с.

О ПРОБЛЕМЕ УДЕРЖАНИЯ ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Г. Г. Хамов, д-р пед. наук, профессор,
Российский государственный педагогический университет имени А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: gghamov@yandex.ru
Л. Н. Тимофеева, канд. пед. наук, доцент,
Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: tln142@mail.ru
М. С. Родионова, канд. пед. наук,
Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: margo-m@bk.ru

Аннотация. В данной работе анализируются основные причины падения мотивации к изучению математических дисциплин. Отмечается, что необходима системная трансформация преподавания математики с ориентацией на формирование устойчивого интереса. Предлагаются некоторые методические подходы для проявления и поддержания интереса на примере изучения теории чисел.

Ключевые слова: мотивация, математические дисциплины, теория чисел, прикладная задача, методология математики.

ON THE PROBLEM OF MAINTAINING INTEREST IN MATHEMATICS IN A TECHNICAL UNIVERSITY

G. G. Khamov, doctor of pedagogical sciences, professor,
Russian State Hertsen University of Teaching,
St. Petersburg, Russia
e-mail: gghamov@yandex.ru
L. N. Timofeeva, the candidate of pedagogical sciences, docent,
Military Mozhaisky Academy,
St. Petersburg, Russia
e-mail: tln142@mail.ru
M.S. Rodionova , the candidate of pedagogical sciences,
Military Mozhaisky Academy,
St. Petersburg, Russia
e-mail: margo-m@bk.ru

Annotation. This paper analyzes the main reasons for the decline in motivation for studying mathematical subjects. It notes the need for a systemic transformation of mathematics teaching, focusing on developing sustainable interest. Several methodological approaches for developing and maintaining interest are proposed, using number theory as an example.

Keywords: motivation, mathematical disciplines, number theory, applied problem, methodology of mathematics.

В последнее время глубокие реформы образования привели к большим изменениям, которые затронули многие составляющие современной системы организации обучения в вузах. Однако некоторые стороны остаются традиционными, особенно это относится к педагогическим системам, где преобладают объяснительно-иллюстративные технологии. В первую очередь данное касается преподавания математических дисциплин, что связано с их содержанием и исторически сложившимися методиками представления учебного материала.

Математическая подготовка стоит во главе угла образования в техническом вузе и представлена изучением различных базовых разделов и специальных курсов. Однако опыт показывает, что изучение фундаментальных математических дисциплин не вызывает большого интереса у слушателей. Это прежде всего объясняется слабым пониманием студентами перспективности получаемых абстрактных знаний. Наблюдается парадоксальная ситуация, чем важнее и сложнее изучаемый математический материал, тем ниже мотивация к его освоению.

Основы фундаментальных математических разделов изучаются на начальных курсах и обучающемуся трудно осознать, насколько эти знания станут значимыми в дальнейшем при изучении специальных дисциплин, использующих математические инструменты. Беседы со слушателями показывают, что только к третьему-четвертому курсу они осознают актуальность знаний по аналитической геометрии, линейной алгебре, математическому анализу, начинают понимать, что приобретаемые знания и умения не являются формальными. Кроме того, сама структура изложения математической теории вызывает у обучающихся отторжение, трудно идти к цели издалека: определение–теорема–доказательство, через множество замечаний и следствий к фактам. Добавляют сложности после школьной математики рассуждения на формальном языке «эпсилон-дельта» с использованием специальной системы обозначений, в частности, проведение рассуждений и строгих доказательств. Свои условия диктуют и требования к выпускникам-специалистам: наличие умения адаптироваться к постоянно обновляющимся условиям работы, непрерывное повышение своего профессионального уровня, способность к продолжению самообразования. В современном мире именно эти качества позволяют судить о возможности закрепления человека в выбранной профессии.

Теория чисел, которая как раз и является примером классического «чистого» раздела математики, может стать инструментом возвращения интереса к изучению фундаментальных основ. Это дисциплина, где действительно много абстрактных понятий: простые числа, сравнения, диофантовы уравнения. Некоторые задачи по теории чисел, с которыми обучающиеся сталкиваются еще на школьных олимпиадах, вообще воспринимаются как трюки, а не как часть научного знания.

Одним из подходов, направленных на повышение мотивации, является проблемно-ориентированное обучение, где идет обращение к практическим задачам, при решении которых используется уже пройденный материал [1]. Можно, например, при изучении китайской теоремы об остатках, начать с задачи о забытом пин-коде от телефона. Дополнительно, скажем, есть информация, что это число наименьшее, для которого остаток от деления на 17 равен 5, а на 19 равен 11. Необходимо восстановить

пин-код. Или можно задать вопрос: почему на сайтах просят пароль длиной восемь символов.

Другой подход связан с большим количеством исторических теоретико-числовых фактов и задач. Использование истории появления ряда математических проблем, биографических данных ученых, позволяет добавить познавательной активности со стороны обучающихся, заинтересовать их и вывести на желание понять, почему та или иная задача получила свою известность [2]. Вспоминая, например, что доказательство великой теоремы Ферма имеет почти 350-летнюю историю, можно предложить решить задачи, содержащие частные случаи этого уравнения:

1. Доказать, что уравнению $x^2+y^2=z^2$ удовлетворяют числа $x=2n$, $y=n^2-1$, $z=n^2+1$, n – натуральное число.

Действительно,

$$x^2+y^2=(2n)^2+\left(n^2-1\right)^2=n^4+2n^2+1=\left(n^2+1\right)^2=z^2.$$

2. Доказать, что если целые числа x, y, z являются решением уравнения $x^2+y^2=z^2$, то xyz делится на 60.

Используя факт, что решения уравнения находятся по формулам:
$x=m\left(p^2-g^2\right),\ y=2mpg,\ z=m\left(p^2+g^2\right),\ m, p, g\in Z,\ p, g$ – взаимно просты и разной чётности, получим

$$xyz=2m^3pg\left(p^4-g^4\right)=2m^3\left(\left(p^4-1\right)pg-\left(g^4-1\right)pg\right)=$$
$$=2m^3\left(\left(p^2-1\right)\left(p^2-4+5\right)pg-\left(g^2-1\right)\left(g^2-4+5\right)pg\right)=$$
$$=2m^3\left(\left(p^2-1\right)\left(p^2-4\right)pg+\left(g^2-1\right)\left(g^2-4\right)pg+5\left(p^2-1\right)pg+5\left(g^2-1\right)pg\right)=$$
$$=2m^3[(p-2)(p-1)p(p+1)(p+2)g+(g-2)(g-1)g(g+1)(g+2)p+5(p-1)p(p+1)g+$$
$$+5(g-1)g(g+1)p].$$

Каждое слагаемое в квадратных скобках делится на 30, значит все произведение делится на 60.

3. Докажите, что в натуральных числах $x, y, z, n,\ n>z$ уравнение $x^n+y^n=z^n$ неразрешимо.

Действительно, прежде всего $x<z, y<z,\ y\neq x$.

Пусть, например, $x<y$. Тогда

$x^n=z^n-y^n=(z-y)\left(z^{n-1}+yz^{n-2}+\ldots+y^{n-1}\right)\geq 1\cdot n\cdot x^{n-1}>x^n$. Пришли к противоречию. Делаем вывод, что при заданных условиях уравнение неразрешимо.

Появление формул в связке с прикладной задачей, которую они решают, психологически облегчает процесс восприятия абстрактной информации. Разбирая алгоритм Евклида для вычисления НОД и обратных элементов, можно упомянуть о его роли при атаках на системы хранения паролей (RSA). При изучении сравнений, функции Эйлера, первообразных корней, использование программирования известных алгоритмов повышает интерес к изучаемому разделу и позволяет добавить элементы творческой деятельности, что способствует более качественному усвоению предлагаемой информации.

Таким образом, проблема возникновения и удержания интереса к математике в техническом вузе является следствием дефицита профессиональной и смысловой связи. Интерес не появляется сам по себе и не является изначально устойчивым, требует непрерывного подтверждения существующей прикладной направленностью получаемых знаний, нуждается в постоянной «подпитке» понятными задачами из жизни и будущей профессии. Предложенные модели позволяют снизить уровень формального отношения к предмету и перевести математику из разряда «временной трудности» в разряд инструмента будущего инженера. И здесь смещение акцента в преподавании с изучения ради доказательства к изучению ради открытия закономерностей и их приложений реализуется через визуализацию, программирование, историю, и понятную полезность.

Список литературы

1. Архипова Н.А., Васильева О.А., Рудина Т.В., Степнова Н.С. Междисциплинарный аспект как метод формирования профессиональных компетенций в процессе изучения математики // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки. – 2023. – Т. 25, № 92. – С. 10.

2. Батяева Т.А. Элементы историзма в обучении высшей математике // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2023. – № 5-1 (80). – С. 22-25.

3. Смирнова А.И., Цветкова Т.Д. Актуализация военно-прикладной направленности курса математики при изучении темы «Исследование функций с помощью производной» // Современная педагогика и научные исследования в образовательной организации высшего образования: сборник докладов научно-методической конференции. – Кострома: Военная академия радиационной, химической и биологической защиты им. Маршала Советского Союза С.К. Тимошенко, 2026. – С. 359-368.

РЕФЛЕКСИВНЫЙ АНАЛИЗ ПРЕПОДАВАНИЯ БЛОКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН: ВЗГЛЯД НЕДАВНЕГО ВЫПУСКНИКА

Е. Е. Читоркин, ассистент кафедры прикладной математики,
ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева»,
Самара, Россия
e-mail: chitorkin.ee@ssau.ru

Аннотация. Представлен рефлексивный анализ преподавания блока математических дисциплин, основанный на собственном опыте автора как недавнего выпускника и молодого преподавателя. Показано, что наиболее эффективными оказываются методические приемы, обеспечивающие связь между формальным аппаратом и вычислительной практикой. Выявлена неравномерность этой связи в разных курсах и темах, что приводит к сохранению разрыва между теорией и практикой в ряде разделов. Сформулированы рекомендации по распространению успешных методических решений на весь блок дисциплин, включая создание общего методического реестра и проведение междисциплинарных методических семинаров.

Ключевые слова: преподавание математики, математическое образование, цифровые образовательные инструменты, междисциплинарность

REFLECTIVE ANALYSIS OF TEACHING THE MATHEMATICAL DISCIPLINES: A RECENT GRADUATE'S PERSPECTIVE

E.E. Chitorkin, assistant lecturer, Department of Applied Mathematics,
Samara National Research University,
Samara, Russia
e-mail: chitorkin.ee@ssau.ru

Annotation. This paper shows a reflective analysis of teaching a block of mathematical disciplines based on the author's own experience as a recent graduate and a young teacher. It shows that the most effective methods are those that provide a connection between the formal apparatus and computational practice. The article also highlights the unevenness of this connection in different courses and topics, which leads to a gap between theory and practice in some sections. Recommendations have been formulated for the dissemination of successful methodological solutions to the entire block of disciplines, including the creation of a common methodological register and the organization of interdisciplinary methodological seminars.

Keywords: mathematics teaching, mathematics education, digital educational tools, interdisciplinarity

Введение

Подготовка специалистов в области математических и ИТ-дисциплин строится на протяженной вертикали дисциплин: например, от математического анализа и линейной алгебры на первых курсах до численных методов математической физики на старших. Такая вертикаль задумана как единое целое, где каждая следующая дисциплина опирается на математический аппарат, сформированный на предыдущих этапах обучения, и обеспечивает переход от абстракций к вычислительной практике. Однако то, как эта связность ощущается изнутри образовательного процесса, далеко не всегда

совпадает с тем, как она видится извне – с позиции учебных планов или рабочих планов дисциплин.

Этот разрыв становится более заметным в связи с общим трендом цифровизации образования и растущим запросом на специалистов, способных реализовывать математический аппарат в виде работающих вычислительных алгоритмов – в численном решении дифференциальных уравнений и их систем, цифровой обработке сигналов, нейросетевом моделировании физических процессов. Особую ценность приобретает рефлексивный взгляд [1, 2] молодых преподавателей, которые еще сами недавно были студентами: действительно, у них свежа память о конкретных точках затруднения в рамках образовательного процесса, тогда как у тех, кто проходил обучение уже давно, многое из того, что когда-то вызывало трудности, со временем перестает ощущаться как проблема, поскольку соответствующие навыки уже доведены до автоматизма.

В настоящей работе представлен рефлексивный анализ процесса изучения блока математических дисциплин, рассматриваемых не по отдельности, а как единая образовательная траектория. Такой подход позволяет выявить как устойчиво работающие методические приемы, так и проблемные места образовательного процесса.

Положительные стороны преподавания

Рассмотрим изначально методические решения, которые положительно сказались на образовательном процессе. К ним можно отнести явную логику построения курса «от простого к сложному», достаточное число разобранных примеров перед проверочными работами, а также подробные конспекты занятий с удачно подобранными сборниками задач, выступавшими в роли самостоятельных учебных ресурсов. Однако, отметим отдельно наиболее интересные и нестандартные методические приемы.

Особенно результативными оказались приемы, связанные с визуализацией и практической интерпретацией абстрактных понятий. Использование интерактивных средств визуализации – GeoGebra [3] и Desmos – при изучении кратных интегралов в рамках курса математического анализа упрощало построение областей в двумерном случае и поверхностей в трехмерном, что заметно облегчало решение задачи и способствовало формированию геометрической интуиции там, где аналитическая форма записи границ такой интуиции не давала. Развивая идею о важности наглядных инструментов визуализации, стоит упомянуть использование приложения с демонстрацией работы машины Тьюринга в рамках курса «Математическая логика и теория алгоритмов». Действительно, такая визуализация позволила гораздо лучше понять принцип работы данной абстрактной математической модели вычислений, нежели статичное изображение мелом на доске или ручкой в тетради.

Однако, не только визуализация способствует лучшему усвоению материала. Важным является решение прикладных задач, приближенных к реальности, которые позволяют увидеть применение сложной теории или навыков решения абстрактных задач, будь то интегралы или дифференциальные уравнения, на практике. Например, в рамках курса «Дифференциальные уравнения» студентам предлагалась расчетно-графическая работа, посвященная изучению поведения динамической системы с помощью фазовых портретов. При этом решение не ограничивалось нахождением особых точек и определением их типа: требовалась программная реализация, иллюстрирующая поведение системы. Отдельно следует отметить дифференцированный

подход к заданиям во время контрольных работ. Для студентов с разным уровнем подготовки он создавал более комфортные условия выполнения заданий: менее подготовленные не оказывались в ситуации полной безнадежности, а сильные студенты получали возможность решать задачи повышенной сложности. Подобная организация контроля позволяет сохранить требовательность курса, не теряя при этом его доступности для основной массы обучающихся.

Еще один прием, достойный упоминания, по мнению автора, связан с дистанционным форматом проведения занятий во время пандемии COVID-19. В рамках практических занятий предлагалось посмотреть видеозапись с разбором задачи, а также решить дополнительные задачи самостоятельно. Так как видеозаписи были довольно объемными и внимание быстро утекало (что очевидно в эпоху клипового мышления), то использовался следующий прием привлечения внимания: окончание логического блока занятия сопровождалось демонстрацией свежей фотографии кота преподавателя в качестве «награды» за просмотр, что мотивировало смотреть видеозапись целиком, а не выборочными фрагментами.

Проблемные стороны преподавания и рекомендации

При удачной организации отдельных элементов связность всей образовательной траектории оставалась неравномерной. Внутри курсов лекционный материал и практические занятия нередко воспринимались как слабо связанные блоки: понимание доказательства не всегда переходило в умение применять результат при решении прикладной задачи. Наиболее наглядно это проявлялось в линейной алгебре на примере перехода между базисами: формальная процедура усваивалась достаточно уверенно и затруднений не вызывала, но ее геометрический и прикладной смысл долго оставался недостаточно проясненным.

Особенно заметной эта проблема была в курсах, где вычислительная интерпретация теории не сопровождалась достаточной визуальной или программной поддержкой. В уравнениях математической физики теория и решение краевых задач нередко подавались сухо, без достаточной связи с прикладной интерпретацией. В сравнении с этим фазовые портреты в курсе дифференциальных уравнений, напротив, получали работающую вычислительную иллюстрацию, что делало их освоение существенно более глубоким. Да, этот пробел восполнялся в ходе последующей курсовой работы, где программная часть подразумевалась, но все же хотелось бы увидеть эту часть в ходе освоения дисциплины. Сходная ситуация наблюдалась и в курсе численных методов математической физики: конечно-разностный метод изучался на реальных задачах, тогда как вариационные и проекционные методы оставались преимущественно теоретическими, хотя для них вычислительная реализация представляется методически необходимой.

Исходя из этого опыта можно сформулировать несколько практических рекомендаций. Прежде всего стоит распространять уже доказавшие эффективность приёмы – интерактивную визуализацию, демонстрационные приложения, задания на программирование вычислительных моделей – на темы и курсы, где их пока нет, в первую очередь в линейной алгебре и в курсе уравнений математической физики; внутри отдельных курсов важно следить, чтобы вычислительная практика охватывала все разделы равномерно, а не одну-две удачно проработанные темы. Стоит сохранять

практику разбора примеров перед самостоятельной работой и дифференциацию контрольных работ по сложности, а также не отказываться от нестандартных, в том числе игровых, элементов вовлечения в дистанционном формате. Поскольку удачные решения часто остаются известны лишь внутри отдельного курса, целесообразно вести общий для блока методический реестр опробованных решений, привязанных к конкретной теме, и организовать регулярные методические семинары между преподавателями последовательных курсов – чтобы связи между курсами выстраивались заранее, а не постфактум. Наконец, поскольку именно недавние выпускники лучше всего видят подобные разрывы, стоит сделать их рефлексивный анализ регулярной частью методической работы кафедры, а не единичным случаем.

Заключение

Рефлексия преподавателя, основанная на собственном опыте обучения, позволяет увидеть образовательную траекторию как связный процесс, а не набор изолированных курсов, – и заметить как устойчиво работающие приемы, так и системные проблемы, незаметные при взгляде «только сверху». Применительно к блоку математических дисциплин ключевой вывод состоит в том, что связь между формальным аппаратом курсов и его использованием в прикладных задачах выстроена не системно, а избирательно: где находится подходящий инструмент, абстракция превращается в работающую модель, а где не находится – разрыв сохраняется до следующего курса. Поэтому задача преподавания этого блока – не разовое внедрение удачных приёмов, а их последовательное распространение на всю траекторию, без потери строгости, остающейся фундаментальной ценностью математической подготовки.

Список литературы

1. Бизяева А.А. Психология думающего учителя: педагогическая рефлексия. – Псков: ПГПИ им. С.М. Кирова, 2004. – 216 с.

2. Aldahmash A.H., Alshalhoub S.A., Naji M.A. Mathematics teachers' reflective thinking: Level of understanding and implementation in their professional practices // PLoS ONE. – 2021. – Т. 16, №. 10. – С. e0258149.

3. Batiibwe M.S. Integration of GeoGebra in Learning Mathematics: Benefits and Challenges // East African Journal of Education Studies. – 2024. – Т. 7, №. 4.

3.2. Методическая подготовка будущих учителей математики

ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К РЕАЛИЗАЦИИ ИДЕЙ ФУЗИОНИЗМА

Е. А. Богданова[1], канд. пед. наук, доцент; П. С. Богданов[1], канд. физ.-мат. наук, доцент,
[1]Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com; poulsmb@rambler.ru
С. Н. Богданов[2], канд. физ.-мат. наук, доцент,
[2]Самарский филиал Московского городского педагогического университета
Самара, Россия
e-mail: bogdanovsan@rambler.ru

Аннотация. В статье рассматривается модель подготовки студентов к разработке задач для реализации идей фузионизма в рамках школьной геометрии

Ключевые слова: фузионизм, преемственность обучения, современные образовательные технологии, учебно-исследовательская деятельность.

PREPARING PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS TO IMPLEMENT FUSIONISM APPROACH

E.A. Bogdanova, candidate of pedagogical sciences, associate professor;
P.S. Bogdanov, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
Samara National Research University named after academician S.P. Korolev
Samara, Russia
e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com; poulsmb@rambler.ru
S.N. Bogdanov, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
Samara Branch of the Moscow City University
Samara, Russia
e-mail: bogdanovsan@rambler.ru

Abstract. The article examines a model for preparing students to develop tasks for implementing fusionism ideas within the framework of school geometry.

Keywords: fusionism, educational continuity, modern educational technologies, educational and research activities.

Одной из основных целей изучения геометрии в школе является формирование и развитие пространственного мышления учащихся. В психолого-педагогической литературе на основе исследований возрастных, психологических и индивидуальных особенностей школьников неоднократно обосновывалась необходимость более раннего и глубокого знакомства со стереометрическим материалом, чем это предусмотрено действующим ФГОС среднего общего образования. Многие отечественные ученые-методисты в области обучения математике видят реализацию этих идей в совместном изучение планиметрического и стереометрического материала (фузионизме), начиная с 5 класса [1–3].

Идеи фузионизма стали особо популярными в нашей стране с начала 20-го века. В последующие периоды интерес к этому подходу в преподавании геометрии периодически возрождался и угасал. С его помощью пытались найти эффективные способы обучения предмету в меняющихся образовательных условиях. Так, в 90-х годах прошлого века происходили значительные изменения в сфере образования России. Закон РФ «Об образовании» от 10 июля 1992 года (№3266-1) создал условия для самостоятельности школ и регионов. У них появилась возможность разрабатывать содержание национально-регионального и школьного компонентов учебного плана. Это

привело к активизации методических исследований, созданию авторских методик обучения, среди которых заметное место занял фузионистский подход. Курсы, разработанные на основе фузионизма или с его элементами были созданы В.А. Гусевым, Г.А. Клековкиным, Е.С. Смирновой, коллективами авторов: И.Ф. Шарыгиным и Л.Н. Ерганжиевой, а также Т.Г. Ходот, С.В. Сафоновой, А.Ю. Ходот и др. [2]. Такая деятельность способствовала существенному развитию и обогащению фузионизма, расширив его теоретическую базу и практические приложения.

Несмотря на очевидные достоинства этих курсов и перспективность заложенных в них идей, они так и не получили массового внедрения в школу. Одной из причин разрыва между теоретическими исследованиями и практическим внедрением их результатов в учебный процесс в рамках традиционной логики преподавания сначала планиметрического, а затем стереометрического материала является необходимость дополнительных затрат времени (1–2 дополнительных урока в неделю) для реализации таких фузионистских курсов [2]. Кроме того серьезным препятствием для интеграции в школьную программу заданий, построенных на идеях фузионизма, служит и недостаточная методическая подготовка учителей. Поэтому важно, чтобы будущие учителя математики ещё в вузе учились применять этот подход на практике. Стоит отметить, что выделить значительное время для изучения указанного направления обучения геометрии в рамках одной учебной дисциплины часто весьма затруднительно. В связи с этим разумно включать его основы в уже существующие учебные курсы. К ним относятся «Методика обучения математике», «Элементарная математика», «Геометрия», а также дисциплины, связанные с современными технологиями, например, «Технологии виртуальной и дополненной реальности».

Важным компонентом обучения будущих учителей математики реализации фузионистского подхода при изучении геометрического материала в школе может также выступать учебно-исследовательская деятельность студентов, которая подразумевает комплексное использование многих современных технологий обучения (экспериментального обучения, технологий виртуальной и дополненной реальности, практико-ориентированного обучения и т.д.). При организации такой учебно-исследовательской работы обучающихся целесообразно обозначить методические требования, опираясь на которые они будут осуществлять разработку задач для применения их в рамках урочной деятельности на разных этапах обучения геометрии.

1. При разработке заданий для реализации фузионистского подхода необходимо опираться на чётко определённый набор базовых элементов содержания. В ходе планирования заданий для урока следует строго придерживаться понятийного аппарата, представленного в действующих учебниках, официально рекомендованных к использованию в образовательном процессе. Это гарантирует обеспечение согласованности в изучении материала и соответствие заданий уровню подготовки учащихся на каждом этапе обучения.
2. Следует обеспечить преемственность учебных заданий, создаваемых на базе одной и той же геометрической конфигурации, а именно, разработать серию задач для разных этапов изучения геометрии: пропедевтического (5–6 классы), систематического курса планиметрии (7–9 классы) и стереометрии (10–11 классы). При этом задания могут постепенно усложняться как за счёт расширения контекста, так и углубления анализируемых свойств.
3. Реализация фузионистского подхода при разработке геометрических заданий предполагает дифференцированный выбор методов их решения в зависимости от возраста учащихся: на начальном этапе изучения геометрии в 5–6 классах основное внимание уделяется экспериментальным методам, которые способствуют развитию наглядно-образного мышления и формированию устойчивых пространственных

представлений, а в 7–11 классах доминирующую роль должны играть дедуктивные рассуждения, при этом экспериментальные приёмы могут также использоваться, но уже в качестве вспомогательного средства для иллюстрации, проверки и закрепления теоретических знаний.

4. При разработке задач для 5–6 классов в рамках фузионистского подхода необходимо активно использовать как вещественные, так и виртуальные модели, что создаёт условия для многогранного восприятия геометрических объектов. Учащиеся должны иметь возможность не только держать в руках физические модели пространственных тел, но и исследовать их аналоги в виртуальной среде, где можно вращать, «разрезать» и «разворачивать» фигуры, наблюдая связь трёхмерной фигуры с её плоскими составляющими. При этом для экспериментальной работы могут применяться как реальные инструменты, так и их виртуальные аналоги.

5. В рамках фузионистского подхода необходимо разрабатывать задачи, раскрывающие возможное практическое применение рассматриваемой геометрической конфигурации, что способствует формированию у учащихся представлений о единстве плоских и пространственных форм в реальной жизни. Использование прикладных задач позволяет ученикам увидеть, как изучаемые ими свойства фигур применяются в архитектуре, дизайне, строительстве, производстве и других сферах деятельности человека. Такие задания способствуют интеграции знаний и развивают умение переходить от абстрактной модели к её реальному воплощению.

Результаты учебно-исследовательской деятельности студентов, конструирующих задания для реализации фузионистского подхода в соответствии с озвученными требованиями, должны быть отражены в методической разработке, целью которой является создание последовательности задач, основанных на единой геометрической конфигурации. Эти задачи должны обеспечивать преемственность и интеграцию плоских и пространственных представлений учащихся на всех ступенях обучения и для их решения следует использовать различные современные технологии.

Обязательными компонентами такой разработки, основанной на базовой конфигурации, задаваемой преподавателем, являются: анализ учебников математики 5–6 классов, геометрии 7–9 и 10–11; задачи для каждой ступени обучения (5–6, 7–9 и 10–11 классы); методические комментарии к задачам каждой ступени; задание с практическим содержанием, в котором используется данная геометрическая конфигурация.

Например, в качестве базовой геометрической конфигурации рассмотрим куб, на трех смежных ребрах которого, выходящих из общей вершины, отложены отрезки. Анализ учебника «Математика 5 класс» Виленкина Н.Я., Жохова В.И. и др. показал, что учащиеся 5 класса на пропедевтическом уровне изучают понятия треугольника, равностороннего и равнобедренного треугольника, куба и других геометрических фигур. На основе базовой конфигурации можно сформулировать следующую задачу для 5 класса.

Задача. Используя реальную модель куба и линейку, на трех смежных ребрах, выходящих из общей вершины куба B отметьте точки K, P и T соответственно так, чтобы отрезки BK, BP и BT были равны. Соедините эти три точки попарно отрезками KP, PT и TK. Используя линейку, установите вид треугольника KPT.

Возможные методические комментарии студентов: а) Эксперимент повторяется для других трех точек, удовлетворяющих аналогичным условиям. Длины всех шести рассматриваемых отрезков для каждого случая заносятся в таблицу. б) Поскольку рассматриваемая задача предназначена для пропедевтики применения признаков равенства треугольников, то при формулировке выводов следует обратить внимание учащихся на равенство всех плоских углов при вершине B куба. Более того для объективности исследования можно провести аналогичный эксперимент, используя

модель правильного тетраэдра, но в этом случае учителю придется познакомить учащихся с новыми для них понятиями. в) Соответствующий эксперимент можно провести для случаев, когда два из отрезков *ВК*, *ВР* и *ВТ* равны, а третий им не равен; когда все три отрезка *ВК*, *ВР* и *ВТ* имеют разную длину. г) Вместо реальных моделей куба и правильного тетраэдра для эксперимента можно использовать виртуальные, например, в программе виртуальной реальности Neotrie VR. При этом для экономии времени лучше заранее подготовить модели с отмеченными точками и выполнять только замеры с помощью электронной рулетки.

Аналогичную задачу для 7 класса можно сформулировать так: На ребрах *АВ*, AA_1 и *AD* куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ даны точки *К*, *Р* и *Т* соответственно, при этом отрезки *ВК*, *ВР* и *ВТ* равны Установите вид треугольника *КРТ*.

Методические комментарии: а) Для обоснования того, что треугольник *КРТ* является правильным, используется первый признак равенства треугольников. б) Рассмотренную задачу можно сформулировать для случаев, когда два из отрезков *ВК*, *ВР* и *ВТ* равны, а третий им не равен, или, когда все три отрезка *ВК*, *ВР* и *ВТ* имеют разную длину. При решении задачи для последнего варианта можно использовать метод доказательства «от противного» и признаки равенства прямоугольных треугольников. в)…

На наш взгляд, представленная в работе модель подготовки студентов к разработке задач для реализации фузионисткого подхода при изучении геометрического материала будет способствовать его внедрению в практику преподавания в школе.

Список литературы

1. Гусев В.А., Докшукин З.П. Новая стратегия обучения геометрии в основной школе // Педагогическое образование и наука. – 2012. – № 3. – С. 22-25.

2. Клековкин Г.А. Роль и место фузионизма в школьном геометрическом образовании // Инновационные проекты и программы в образовании. – 2013. – № 2. – С. 25-31.

3. Смирнова И.М. Наглядная геометрия – важный раздел современного школьного курса математики // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. – 2017. – № 2. – С. 97-101.

ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ В ИНЖЕНЕРНЫХ КЛАССАХ В УСЛОВИЯХ НТР

И. Н. Власова, канд. пед. наук, доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: vlasova@pspu.ru

Аннотация. Реализация стратегии научно-технологического развития страны и связанные с этим профориентационные программы и инициативы усиливают потребность в изменении содержания и подходов обучения в подготовке будущего учителя математики в педагогических вузах. В условиях создания инженерных классов, обновления инфраструктуры университетов за счет технопарков и кванториумов компетентность в освоении инноваций, связанных с НТР, является свидетельством подготовленности будущего учителя математики к выполнению профессиональных функций. Описываемая в статье система подготовки студента к реализации стратегии представлена на практическом уровне – организационные и педагогические условия формирования готовности будущего учителя математики к работе в инженерных классах.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, инженерные классы, научно-технологическое развитие

TRAINING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS FOR WORK IN ENGINEERING CLASSROOMS IN THE CONTEXT OF SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL DEVELOPMENT

I. N. Vlasova, PhD, associate professor,
Perm State Humanitarian and Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: vlasova@pspu.ru

Abstract. The implementation of the country's scientific and technological development strategy and related career guidance programs and initiatives are increasing the need to change the content and approaches to training future mathematics teachers at pedagogical universities. With the creation of engineering classes and the renewal of university infrastructure through technology parks and quantoriums, competence in mastering innovations related to the scientific and technological revolution is evidence of a future mathematics teacher's readiness to perform professional functions. The system for preparing students for the implementation of this strategy described in this article is presented at a practical level – the organizational and pedagogical conditions for developing the readiness of future mathematics teachers to work in engineering classes.

Keywords: methodological training of mathematics teachers, engineering classes, scientific and technological development

Анализ положений стратегии научно-технологического развития Российской Федерации (2024 г.) и ориентация государственной политики на полный технологический суверенитет ставят перед системой общего и высшего педагогического

образования новые задачи. Одной из них является организация бесшовной модели образования («школа – вуз») с опережающими технологиями обучения [1]. В Пермском крае в условиях реализации Стратегии организован ряд масштабных мероприятий, одними их которых являются: стратегический проект «Педагогические кадры для научно-технологического развития Пермского края», реализуемый педагогическим университетом, и инженерные классы, отрываемые на базе общеобразовательных учреждений, активно взаимодействующих с производственными объединениями Пермского края. Эти мероприятия и новые условия привели к обновлению содержания и форм работы в предметно-методической подготовке будущих учителей математики и информатики.

В ходе реализации стратегического проекта и анализа опыта организации образовательного процесса в инженерных классах был сформулирован ряд условий, которые необходимо учитывать при подготовке и формировании готовности будущего учителя математики и информатики к интеграции старшеклассника в повестку Стратегии НТР:

- конвергентное содержание образования, сочетающее углубленное изучение математики, физики и информатики (фундаментальную подготовку) с освоением сквозных технологий (робототехники, искусственного интеллекта, аддитивных технологий) [2];

- сетевое взаимодействие «школа – вуз – предприятие» направленное не только на знакомство с научно-исследовательской базой вуза (технопарк, кванториум, научные лаборатории), но и на решение реальных профессиональных задач от предприятий сектора экономики (профессиональные пробы, практико-ориентированные задания с профессиональным содержанием, предпрофессиональная подготовка);

- проектная и исследовательская деятельность обучающихся по созданию программного продукта или научно-исследовательской работы по решению практической (проблемной) ситуации от предприятия.

Открытие инженерных классов в общеобразовательных учреждениях должно стать не только инструментом подготовки выпускника к сдаче экзаменов на профильном уровне, а в большей мере ориентировать обучающегося на осознанный выбор профессии и видение перспектив профессиональной деятельности.

Проведенное под руководством доцента ПГГПУ Д.В. Шмуратко психолого-социологическое исследование по изучению профессиональных предпочтений, мотиваций и психологических барьеров старшеклассников школ инженерной направленности выявило ряд особенностей. Так, юноши и девушки проявляют одинаковый интерес к освоению инженерных и технических дисциплин, и имеют одинаковое базовое образование, однако опрос показал, что у девушек более низкая самооценка к STEM (естественные науки, технологии, инженерия и математика), и это может являться причиной отказа при выборе инженерных направлений в профессиональном образовании. Поэтому учителю при обучении математике необходимо использовать специальные, дополнительные приемы и средства обучения, влияющие на позитивное отношение к освоению STEM образования у девушек. Также исследование подтвердило достаточно невысокий уровень осведомленности старшеклассников о существующих предприятиях в регионе и характеристике

профессиональной деятельности востребованных специальностей. У каждого третьего подростка отсутствуют представления о промышленных объектах региона, несмотря на то, что в крае имеется около 7 крупнейших предприятий России и около 70 % родителей работают в этих отраслях. Это свидетельствует о недостаточности взаимодействия и коммуникации в семье, так как родители редко или никогда не обсуждают дома экономические и производственные аспекты своей профессиональной деятельности. Также за период постсоветского развития страны в общеобразовательных учреждениях сформировался дефицит практической профориентации. В школьном образовании были отменены учебно-производственные комбинаты, встречи с успешными представителями местных фабрик и заводов (разработчиками технологий, инноваторами производства), выходы на предприятия для знакомства с региональным производством. Также сегодня необходимо учитывать ориентацию молодежи на иллюзорно «легкие» сферы (блогинг, IT), которая происходит под влиянием медиа и интернет, и такие сферы деятельности, как промышленная и сельскохозяйственная, остаются без внимания подростков и взрослых.

Для преодоления этих барьеров и разрывов в последние пять лет в школьное образование внедряются профориентационные программы «Билет в будущее», «Большие вызовы» (федеральные), «Первая профессия» (региональная). Также школьников приглашают к участию в научной технологической олимпиаде и мероприятиях, организуемых технопарками, кванториумами, домами научной коллаборации, которые созданы, в том числе, на базах педагогических университетов. Для продуктивного участия школьников в этих мероприятиях нужны изменения в подготовке будущего учителя математики и информатики.

Участие преподавателей вуза в реализации стратегического проекта «Педагогические кадры для научно-технологического развития Пермского края» привело к необходимости нововведений в подготовке будущего учителя. Так, для усиления междисциплинарности и прикладного математического инжиниринга в содержание курсов по высшей математике включаются модули по математическому моделированию реальных физико-технических процессов, основам приборостроения. На научно-методических семинарах преподаватели кафедр высшей математики, физики, информатики и прикладной информатики проектируют содержание и задания для этих модулей, приемы интеграции со смежными дисциплинами, решают практико-ориентированные производственные кейсы от предприятий сектора экономики региона. Затем включают адаптированные задания в свои учебные дисциплины. Для поддержки этого направления в учебные планы включены элективные дисциплины, раскрывающие более подробно тот или иной аспект инжиниринга или междисциплинарности: «Основы программирования и вычислительной математики для инженеров», «Образовательный инжиниринг». Также на выбор студентов предлагаются курсы в рамках модуля дополнительной траектории профессионального развития: «Основы искусственного интеллекта», «3D-моделирование и математика», «Инженерия знаний» и так далее, направленные на развитие цифровых и технологических умений, освоение сквозных технологий для формирования цифровой образовательной среды инженерных школ. На проектно-технологических практиках студенты знакомятся на базе инженерных школ, кванториумов с современными лабораториями, «умными» фабриками и моделями

высокотехнологических опытных производств. Выполнение заданий с использованием нового оборудования приближает обучение к реальному сектору экономики, и помогает студенту самому понять необходимость изучения того или иного раздела математики, а также составлять практические или профориентационные задания для этапа мотивации при изучении математических понятий и утверждений. Производственная практика по педагогической деятельности обязательно включает задания, связанные с профориентационным компонентом. Так, студенты на базе общеобразовательных учреждений знакомятся с единой моделью профориентации «Профминимум», с региональными программами «Первая профессия», «Я – предприниматель», которые позволяют школьникам не только получить представление о той или иной отрасли промышленности или профессии, но и пройти профессиональное обучение и получить свидетельство параллельно с обучением в школе.

Участие будущих учителей математики и информатики в промышленно-образовательных экскурсиях также является неотъемлемой частью методической подготовки в вузе. На таких мероприятиях студенты видят робототизированное производство, весь цикл создания продукции: от проектирования в конструкторском бюро до процесса сборки деталей на современных станках с числовым программным управлением. Выход на производственные площадки и встречи с технологами производств направлены на полное понимание производственных процессов: в инженерном бюро – где и как создаются чертежи 3D-модели станка или детали, разрабатывается программное обеспечение; в лаборатории контроля – какие измерительные приборы и испытательные стенды существуют, и как проверяют геометрию, жесткость и производительность готового оборудования.

На производственной педагогической практике студенты не только получают опыт организации уроков математики в инженерных школах или классах, но и апробируют свои разработанные материалы (профессионально-ориентированные задания, производственные кейсы, профессиональные пробы из курсовых и проектных работ) во внеурочной или проектной деятельности обучающихся 9–10-х классов.

Включение системы мероприятий, направленных на знакомство с реализацией основных направлений стратегии НТР и с обновленными формами профориентационной работы, в подготовку будущего учителя математики формирует представление о современном производстве, метапредметности и фундаментальности математического знания, а также понимание процесса обучения математике в инженерных классах в модели непрерывного образования «школа – вуз – предприятие».

Список литературы

1. Кирилловых А.А. Стратегия научно-технологического развития как новая парадигма социально-экономической модернизации России в условиях глобальных вызовов // Управление наукой: теория и практика. – 2024. – Т. 6. – № 3. – С. 33-43.

2. Фещенко Т.С., Шестакова Л.А. Конвергентный подход в школьном образовании – новые возможности для будущего // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – № 11 (65). – Ч. 2. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/konvergentnyy-podhod-v-shkolnom-obrazovanii-novye-vozmozhnosti-dlya-buduschego (дата обращения: 01.05.2026).

ИСТОРИЧЕСКИЙ МАЯТНИК МАТЕМАТИКИ: ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЗНАНИЯ И ПРАКТИЧЕСКИЕ УМЕНИЯ В ПРЕДМЕТНОЙ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Н. А. Волкова,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова,
Ульяновск, Россия
e-mail: v.nata.ul@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается циклическое развитие математики и математического образования, проявляющееся в смене акцентов между фундаментальным и эмпирическим знанием. Вновь поднимается вопрос о соотношении этих полюсов в подготовке будущего учителя математики. Некоторые традиционные компоненты предметной подготовки рассматриваются сквозь призму профессиональной рефлексии. Делается вывод, что одним из ключевых результатов предметной подготовки учителя становится умение определять меру строгости и практичности в зависимости от контекста обучения и периода развития математики.

Ключевые слова: история математики, периодизация А.Н. Колмогорова, фундаментальные знания и практические умения, подготовка будущего учителя математики, профессиональная рефлексия.

HISTORICAL PENDULUM OF MATHEMATICS: FUNDAMENTAL KNOWLEDGE AND PRACTICAL SKILLS IN THE SUBJECT TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

N. A. Volkova
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov,
Ulyanovsk, Russia
e-mail: v.nata.ul@mail.ru

Abstract. The article deals with the cyclical development of mathematics and mathematical education, manifested in the shift of emphasis between fundamental and empirical knowledge. The question of the relationship between these poles in the education process of future mathematics teachers is revisited. Some traditional components of subject preparation are demonstrated from the professional reflection. It is concluded that one of the key outcomes of subject education for teachers is the ability to determine the measure of rigor and practicality depending on the context of teaching and the period of the development of mathematics.

Keywords: history of mathematics, periodization of A.N. Kolmogorov, fundamental knowledge and practical skills, training of future mathematics teachers, professional reflection.

В хронологической перспективе развитие математики обнаруживает циклическую смену акцентов – от прикладных задач к фундаментальным обобщениям и обратно. На наш взгляд, эту динамику можно уподобить маятнику, движущемуся по спирали, где каждый новый виток не воспроизводит предыдущий, а углубляет понимание и расширяет горизонты применения. Такая эволюция обусловлена как внешними импульсами – сменой практических задач, появлением новых инструментов, запросами смежных дисциплин, – а также внутренней логикой самой науки, требующей периодического переосмысления оснований и систематизации накопленного знания.

Математическое образование следует за этой логикой развития науки, но с объективным запаздыванием. Школа адаптирует в каждую эпоху научные достижения для учебных целей, в этом процессе акценты смещаются то на практику, то на теорию – так же, как в маятнике науки. Сегодня мощным катализатором его нового смещения стал искусственный интеллект: он берёт на себя и вычисления, и даже логические построения, переносит внимание с воспроизведения алгоритмов на проверку и осмысление результатов, ставя перед математическим образованием новые вопросы.

В центре этого маятника неизменно оказывается учитель, он каждый раз заново определяет меру теории и практики в обучении. В отличие от репетитора, который работает с индивидуальным запросом и часто в рамках одной логики, учитель математики действует в иной системе: с целым классом, учитывает разные уровни подготовки, следует требованиям программы и при этом должен сохранять понимание структуры предмета.

Большинство студентов, поступающих в педагогические вузы, прошли через систему, ориентированную преимущественно на подготовку к ЕГЭ. В этой парадигме математика больше сводилась к отработке алгоритмов решения задач, поиску краткого ответа. Невысокие баллы абитуриентов по профильной математике подтверждают, что многие из них освоили программу лишь на репродуктивном уровне, не углубляясь в доказательства, вариативность методов или внутреннюю логику математических утверждений, этот опыт не соответствует новым реалиям.

Маятник образовательных требований качнулся в обратную сторону. С появлением искусственного интеллекта, способного мгновенно выдавать правильные ответы, ценность механического воспроизведения знаний стремительно падает. На первый план выходит умение проверять, критически осмысливать и интерпретировать информацию. Математика вновь требует прочной опоры на фундаментальную теорию – уже не как на свод заученных фактов, а как на инструмент глубокого понимания. Будущему учителю математики приходится решать двойную задачу: восполнять пробелы в собственной подготовке и одновременно осваивать новые образовательные парадигмы. Для вуза это означает необходимость перестройки учебного процесса, в том числе повышения качества фундаментальной математической подготовки.

Ответ на вопрос: «чему и как учить студентов сегодня?» лежит не в выборе между строгостью и практичностью, а в их синтезе на новом витке спирали. Учить будущего учителя математики нужно тому же, что и всегда: истории математики, фундаментальным знаниям, практическим умениям, гибкой методике… Но сегодня всё это приобретает иное качество и становится не просто знанием, а системой профессиональных инструментов, каждый из которых решает свою задачу в подготовке учителя, в условиях регулярной смены образовательных парадигм. Остаётся главный вопрос: как превратить традиционные компоненты подготовки в реально работающие инструменты? Ответ лежит не в пересмотре всего содержания, а в переосмыслении его роли. Иначе мы рискуем снова попасть в маятник – начав менять одно, не успеть дойти до другого, пока он снова не качнулся.

История математики всегда была инструментом осмысления закономерностей, что сейчас особенно актуально. Периодизация развития математики по А.Н. Колмогорову – это основа, с которой, на наш взгляд, студентам стоит начинать изучение истории математики: она помогает понять, как на разных этапах менялось соотношение теории и практики, а изучение кризисов, сопровождавших эти переходы, позволяет увидеть, к каким последствиям приводит перекос в сторону одного из полюсов, и почему баланс между ними требует постоянного переосмысления. Кроме того, в методической

литературе периоды развития математики часто ставятся в соответствие с уровнями школьного математического образования: первый период зарождения математики (до VI–V вв. до н.э.) – накопление эмпирических знаний – с начальной школой, второй период элементарной математики (VI–V вв. до н.э. – XVI в.) – появление логического доказательства, дедуктивного метода – с основной, третий период математики переменных величин (XVII–XVIII вв.) – описание движения, изменения – со старшей, четвёртый период современной математики (с XIX в.) – аксиоматизация, формализация, структуры –задаёт направление для работы с данными в эпоху искусственного интеллекта на разных уровнях высшего образования. Эта методическая параллель, помогает увидеть, как логика развития науки отражается в логике преподавания. Осмысление этой логики должно присутствовать и в начале педагогического образования – чтобы задать структуру мышления, – и в конце, чтобы переосмыслить свой путь и применить это понимание в работе.

Фундаментальные знания и практические умения в реальной подготовке будущего учителя математики не существуют отдельно – фундаментальное проявляется через умения, а умения опираются на фундамент. В педагогической практике они должны органично соединяться всегда. Поэтому примеры из педагогической практики, где эти стороны не противопоставлялись, а соединялись, особенно ценны – они показывают не исключение, а норму, которая должна быть ориентиром.

В конце двадцатого века в российском математическом образовании строгость продолжала доминировать, в то время как мировой тренд всё больше смещался в сторону прикладного результата. Деятельность Авраама Вильгельмовича Штрауса (1920–1999), доктора физико-математических наук, профессора, заслуженного деятеля науки РФ, заведующего кафедрой математического анализа Ульяновского государственного педагогического университета им. И.Н. Ульянова, выдающегося ученого и педагога тому подтверждение. «Штраус требовал от будущих учителей не заучивания теорем, а глубокого понимания их доказательств. Инвариантными оставались основные, фундаментальные подходы к преподаванию, среди которых – ведущая роль содержания материала при определении методики его изложения; доказательность всех основных рассуждений при постоянном стремлении максимально использовать (и развить!) математическую интуицию; приоритет ведущей идеи доказательства над техническими деталями; максимально возможная общность изложения (не противоречащая доступности, напротив, в ряде случаев обеспечивающая большую доступность); сопоставление различных возможных способов построения одной и той же теории (раздела) в рамках одного курса; всюду, где возможно, – геометризация изложения, антиформализм; максимально прозрачная система терминов и обозначений; сильно дифференцированный характер требований к знаниям студентов при непременном уважении к каждому из них; примат общей культуры» [3]. Сегодня такой подход особенно ценен для студентов педагогических направлений. Фундаментальные знания нужны не только для построения доказательств, но и для проверки решений (в том числе предложенных искусственным интеллектом), оценки их корректности, определения границ применимости методов – то есть они выступают как инструмент критики. Однако без культуры мышления критический анализ превращается в голословное оспаривание и становится бесполезным.

Практические умения становятся инструментом навигации только через опыт самостоятельного решения большого количества задач. Именно практика даёт ту опору, на которой вырастает понимание и умение ориентироваться в незнакомых ситуациях. Так решение задач перестаёт быть репродукцией и становится исследованием – а значит, и инструментом, которым студент овладевает, чтобы в будущем учить этому других.

Если фундаментальные знания позволяют студенту проверять и оценивать, то практические умения – это инструмент навигации в самом широком смысле: они помогают видеть структуру предмета, выбирать путь в незнакомой задаче, понимать, какой метод работает, а где нужно искать другой подход. Но для этого нужно много решать самостоятельно, вручную – практика остаётся основой, на которой вырастает понимание. Навигация не заменяет фундамент, а опирается на него: чтобы выбирать путь, нужно понимать, как устроено знание. Именно в соединении фундаментального знания и практического опыта достигается тот баланс, который позволяет решению задач стать не репродукцией, а исследованием. Этим инструментом – умением ориентироваться в структуре и выбирать стратегию – студент овладевает, чтобы в будущем учить этому других.

Гибкая методика в современных условиях становится для студента инструментом адаптации. Она не свод готовых рецептов, а умение перестраиваться на ходу, видеть, где нужна строгость, а где – результат, и организовывать диалог, в котором ученик становится активным участником оценивания. Например, в организации контроля это может выглядеть так: вместо традиционной проверки, где учитель исправляет ошибки и ставит оценку, учитель выставляет отметку без комментариев, а ученик должен обосновать её или опровергнуть, самостоятельно найдя ошибки в своём решении. Именно в этом диалоге оценка перестаёт быть приговором и становится поводом для рефлексии – и это то, что студент осваивает сначала на себе, чтобы в будущем использовать в своей практике. Возвращение устной работы на первый план – именно то, что придаёт этому процессу подлинную глубину: диалог заставляет не просто знать, а уметь ответить, объяснить, переубедить или признать неправоту.

Подготовка учителя на новом витке спирали – это не выбор между строгостью и практичностью, а умение определять их меру, опираясь на уроки прошлого и понимая, что баланс между теорией и практикой всегда был условием устойчивого развития. Именно в этом направлении предстоит работать педагогическому образованию сегодня.

Список литературы

1. Колмогоров А.Н. Математика (вступительная статья) // Математический энциклопедический словарь / гл. ред. Ю.В. Прохоров. – М.: Советская энциклопедия, 1988. – С. 7-38.

2. Полякова Т.С. История математического образования в России: монография. – М.: Изд-во МГУ, 2002. – 624 с.

3. Фолиадова Е.В. Методологические принципы профессора А.В. Штрауса // Проблемы преподавания математического анализа в высшей школе: тезисы докладов на региональном семинаре, посвященном памяти профессора А.В. Штрауса (20 октября 2004 г.). – Ульяновск: Изд-во УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2005. – С. 6-8.

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ (НА МАТЕРИАЛЕ УЧЕБНЫХ ТЕКСТОВ ПРОЕКТА «МАТЕМАТИКА. ПСИХОЛОГИЯ. ИНТЕЛЛЕКТ»)

Э. Г. Гельфман, д-р пед. наук, профессор, А. Г. Подстригич, канд. пед. наук, доцент,
Томский государственный педагогический университет,
Томск, Россия
e-mail: mina.gelfman@yandex.ru, anpodstrigich@mail.ru

Аннотация. Анализируется одна из стратегий проекта «Математика. Психология. Интеллект» (МПИ) в области ИИ-педагогики, направленная на разработку и внедрение ИИ-решений в процессе подготовки будущих учителей математики.
Ключевые слова: будущий учитель математики, развивающие учебные тексты, ИИ-подготовка, научно-методическое оснащение ИИ-инструментов, МПИ-проект.

ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN THE TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS (BASED ON THE EDUCATIONAL TEXTS OF THE PROJECT "MATHEMATICS. PSYCHOLOGY. INTELLIGENCE")

E.G. Gelfman, doctor of pedagogical sciences, professor,
A.G. Podstrigich, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Tomsk State Pedagogical University,
Tomsk, Russia
e-mail: mina.gelfman@yandex.ru, anpodstrigich@mail.ru

Annotation. This article analyzes one of the strategies of the "Mathematics. Psychology. Intelligence" (MPI) project in the field of AI pedagogy, aimed at developing and implementing AI solutions during the training of future mathematics teachers.
Keywords: future mathematics teacher, developmental educational texts, AI training, scientific and methodological support for AI tools, MPI project.

В контексте реализации идеи ИИ-подготовки учителей математики будущему педагогу необходимо осознавать, что генеративный ИИ меняет саму природу работы с учебным текстом. Задача современного учителя – не запрещать ИИ, а переосмыслить методику: как строить работу с учебными материалами так, чтобы использование ИИ становилось осознанным, а не подменяло мышление ученика. Необходимо, чтобы подготовка учителей математики включала рефлексию возможностей и ограничений ИИ-моделей в контексте конкретного учебного материала. В концепции проекта МПИ учитель выступает не просто транслятором знаний, а посредником между учеником и учебным текстом. С внедрением ИИ эта роль усиливается: учителю необходимо уметь настраивать ИИ-инструменты для генерации персонализированных учебных материалов, выстраивать диалог ученика с ИИ, сохраняя развивающий потенциал учебного текста [3].

Актуальные исследования выделяют такие направления подготовки будущих учителей математики к использованию ИИ, как генерация текстов, изображений, презентаций, видео; решение математических задач с помощью ИИ; создание дидактических материалов разных видов; развитие навыков цифровой грамотности, критического анализа и инновационного подхода к разработке учебных материалов [4].

Эти компетенции необходимо интегрировать с пониманием психодидактических принципов, заложенных, в частности в учебных текстах МПИ. Например, ИИ может генерировать варианты диалоговых задач, но только учитель, понимающий логику «развивающего учебного текста», сможет оценить их педагогическую ценность и адаптировать под конкретный класс. ИИ может создавать адаптивные обучающие

программы, персонализировать задания, анализировать ошибки, давать обратную связь в реальном времени, может помочь моделировать сложные задачи, показывать разные подходы и поддерживать будущих учителей в разработке уроков. ИИ – это мощный инструмент для повышения эффективности и гибкости преподавания.

ИИ не обладает осознанным пониманием психодидактики, но он может моделировать эти подходы, если его обучить на данных, связанных с психологией и дидактикой. Можно выстроить такую систему, где студенты сначала учатся задавать целенаправленные вопросы ИИ. Например, можно предложить проект, где они сами формируют вопросы, сравнивают ответы ИИ с их личным пониманием, и таким образом ИИ становится их партнером, а не просто готовым решением. Тогда они будут понимать, как его использовать осознанно, возвращаясь к нему снова и снова по мере развития.

Чтобы представить особенности предлагаемой стратегии по подготовке будущего учителя математики с использованием ИИ-технологий, посмотрим на одну и ту же тему – например, «Порядок действий в выражениях со скобками» – в том виде, как она могла бы быть представлена в действующих учебниках и в учебнике проекта МПИ.

Обычный формат. Этот подход можно увидеть в учебниках для 5 класса. Здесь имеет место следующая структура текста: сразу предлагается правило, за ним следует пример и задание на отработку.

Порядок выполнения действий

1. Если в выражении нет скобок, и оно содержит только действия сложения и вычитания или только умножения и деления, то они выполняются по порядку слева направо.

2. Если в выражении нет скобок, и оно содержит действия сложения, вычитания, умножения и деления, то сначала выполняют умножение и деление по порядку слева направо, а затем сложение и вычитание по порядку слева направо.

3. Если в выражении есть скобки, то сначала выполняют действия в скобках (учитывая правила 1 и 2).

Пример: Найдем значение выражения $(3{,}2 + 1{,}8) \cdot 5 - 2{,}2$.

Первое действие: $3{,}2 + 1{,}8 = 5.2$. Второе действие: $5 \cdot 5 = 25$. Третье действие: $25 - 2{,}2 = 22{,}8$.

Ответ: 22,8.

Задание для самостоятельной работы: Найдите значение выражения $(12 - 8) \cdot 3 + 10$.

Этот текст лаконичен и ориентирован на то, чтобы ученик запомнил правило и сумел применить полученную информацию.

Формат МПИ: Исследование через диалог. Вместо предъявления правила сразу ученик погружается в проблемную ситуацию, часто через сюжет и диалог персонажей [1, 2]. Это превращает изучение в маленькое исследование, где школьник сам приходит к пониманию.

«– Теперь мы знаем все действия, а вот попробуйте найти значение выражения, в котором они участвуют вместе. Приготовьтесь записывать. И Муми-тролль продиктовал: «3,2 плюс 1,8 умножить на 5 минус 2,2». Все склонились над своими листочками.

Подошедший в это время Ондатр посоветовал Муми-троллю проверить, правильно ли записали пример. При проверке оказалось:

у Муми-тролля: $3{,}2 + 1{,}8 \cdot 5 - 2{,}2$;

у Фрёкен Снорк: $(3{,}2 + 1{,}8) \cdot 5 - 2{,}2$;

у Снорка: $(3{,}2 + 1{,}8) \cdot (5 - 2{,}2)$;

у Снусмумрика: $3{,}2 + 1{,}8 \cdot (5 - 2{,}2)$.

– А что это ещё за скобки? Зачем они здесь? – недоумённо спросил Муми-тролль.»

В этом фрагменте нет готового ответа. Ученик видит, что одно и то же высказывание можно услышать по-разному и записать разные выражения, и что от этих записей (и, соответственно, от позиции скобок) зависит результат. Вместо того чтобы заучивать правило, он вовлекается в обсуждение, становится частью поиска решения. Такой подход называют «психодидактическим» – он учитывает психологические

механизмы восприятия и мышления, превращая учебник из справочника в «интеллектуальный самоучитель».

На примере сопоставления этих двух учебных текстов проанализируем систему работы по подготовке будущего учителя математики с использованием ИИ-технологий, которая включает 4 этапа профессиональной подготовки.

Этап 1. Аналитическая рефлексия (осознание различий)

Задача: научить будущего учителя видеть педагогическую архитектуру учебного текста, а не только его математическое содержание.

Работа с ИИ:

1. Сравнительный анализ с промптом: «Проанализируй два фрагмента учебных текстов на тему "Порядок действий". Выдели: 1) как в каждом тексте организована передача математической информации, 2) какую познавательную деятельность инициирует каждый текст, 3) какие психологические механизмы задействованы. Сформулируй вывод о том, какой тип мышления развивает каждый подход.»

2. Глубинная диагностика текста МПИ: «На основе диалога персонажей о скобках определи: какие познавательные и психологические затруднения ученика моделирует этот текст? Какие ошибочные действия он провоцирует и почему это педагогически ценно?»

Результат: будущий учитель учится «расшифровывать» педагогический замысел, заложенный в тексте, а не просто воспринимать его как носитель информации. Он видит, что основной функцией учебного текста может быть организация мышления, а не трансляция фактов.

Этап 2. Моделирование проблемной ситуации (переход от репродукции к проектированию)

Задача: научить будущего учителя самостоятельно конструировать развивающие проблемные ситуации для любой математической темы.

Работа с ИИ:

1. Генерация сюжетных основ: «Предложи 3 сюжетных контекста (из жизни школьников, сказок, спорта, кулинарии) для введения темы "Порядок действий". Для каждого контекста придумай ситуацию, в которой разные персонажи по-разному записывают одно и то же, что может привести к разным результатам.»

2. Создание диалогов: «Создай диалог трех персонажей (например, учеников или сказочных героев) на тему "Порядок действий". Пусть один персонаж ошибается, другой сомневается, третий помогает найти выход из создавшейся ситуации. Диалог может не содержать готового правила – только столкновение мнений.»

3. Проектирование заданий на предупреждение типичных ошибок: «Сгенерируй 5 выражений, в которых постановка скобок меняет / не меняет результат. Предложи методику работы с ними в классе, чтобы ученики сами пришли к необходимости правила.»

Результат: будущий учитель осваивает проектировочную компетенцию – умение не брать готовые тексты, а создавать образовательные среды, провоцирующие исследовательское поведение учеников. ИИ выступает как генератор идей и помощник в быстром прототипировании.

Этап 3. Критическая оценка ИИ-продукции (педагогическая экспертиза)

Задача: научить будущего учителя не доверять ИИ слепо, а оценивать сгенерированные материалы с позиций психодидактики, в частности проекта МПИ.

Работа с ИИ:

1. Экспертный анализ: «Оцени сгенерированный диалог на тему "Порядок действий" по критериям проекта МПИ: 1) создает ли он проблемную ситуацию? 2)

позволяет ли ученику сделать собственное открытие? 3) учитывает ли типичные возрастные заблуждения? 4) есть ли в нем место для самостоятельного вывода ученика?»

2. Сравнение нескольких версий: «Сгенерируй 3 варианта введения темы "Умножение десятичных дробей" (один из них с использованием идеологии МПИ). Сравни их с точки зрения глубины понимания, которое они формируют.»

3. Редактирование и улучшение: «Дополни свой диалог вопросами для понимания учащимися целесообразности вводимого правила умножения десятичных дробей, а именно: 1) создай такое равенство (из тех, которые ты уже конструировал), чтобы ученики увидели, как осуществляется переход от умножения десятичных дробей к умножению натуральных чисел, 2) каким образом устанавливается связь количества знаков после запятой в множителях с количеством знаков после запятой в произведении, 3) рассмотри частные случаи применения данного правила, 4) сгенерируй схему, позволяющую осознанно относиться к постановке запятой в произведении в разных случаях, 5) усиль сюжетный диалог, чтобы правило формулировалось учениками в конце как итог дискуссии.»

Результат: у будущего учителя формируется критическое мышление и экспертная позиция. Он не становится пассивным пользователем ИИ, а выступает его «педагогическим редактором», проверяющим материалы на соответствие принципам развивающего обучения.

Этап 4. Рефлексивная практика (интеграция в реальный процесс)

Задача: подготовить учителя к работе в условиях, когда у учеников есть доступ к ИИ, и научить использовать это обстоятельство в развивающих целях.

Работа с ИИ:

1. Моделирование ученических ответов: «Представь, что ученики после работы над диалогом МПИ приходят к разным выводам о порядке действий. Кто-то использует ИИ для проверки своего мнения. Смоделируй возможные стратегии поведения учеников и предложи учителю тактику реагирования в каждом случае.»

2. Создание рефлексивных заданий: «Составь для учеников рефлексивные вопросы после изучения темы "Порядок действий" по тексту МПИ. Вопросы должны помочь им осознать: что нового они узнали о своем мышлении, как они пришли к правилу, где этот способ мышления может пригодиться еще.»

3. Разработка методики «учитель + ИИ»: «Предложи сценарий урока, где учитель: а) использует текст МПИ для создания проблемной ситуации; б) предлагает ученикам сверить свои выводы с ИИ; в) организует обсуждение, почему ИИ может ошибаться в работе с математическими выражениями (галлюцинации, непонимание контекста).»

Результат: учитель учится работать в гибридной образовательной среде, где традиционные развивающие тексты и ИИ-инструменты не конфликтуют, а дополняют друг друга, сохраняя главное – самостоятельную мыслительную работу ученика.

Главный принцип данной модели профессиональной подготовки: «ИИ – не замена педагогического мышления, а его тренажер и усилитель». Будущему учителю математики необходимо научиться использовать ИИ не только для того, чтобы упростить себе работу, а для того, чтобы углубить свое педагогическое видение – через постоянное сравнение, оценку, редактирование и рефлексию. ИИ становится тем самым «Ондатром» из учебника МПИ, который подсказывает проверить и перепроверить, но окончательное решение всегда остается за человеком. ИИ меняет природу работы с учебным текстом – это требует переосмысления методики использования развивающих текстов. Ключевая задача – научно-методическое оснащение ИИ-инструментов, а не просто их внедрение. Будущий учитель математики – посредник, который умеет работать с ИИ-моделями, сохраняя развивающий потенциал учебного материала.

Эти смыслы могут быть структурированы как аналитическая рамка для оценки того, как программы подготовки учителей математики интегрируют ИИ-компетенции с пониманием психодидактических принципов.

Список литературы

1. Гельфман Э.Г., Вольфенгаут Ю.Ю. [и др.]. Десятичные дроби в Муми-доме: учебное пособие по математике для 5-го класса. – Томск: Издательство Томского университета, 1997. – 265 с.

2. Гельфман Э.Г. Математика: учебная книга и практикум для 5 класса: в 2 ч. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012.

3. Гельфман Э.Г., Холодная М.А. Психодидактика школьного учебника: учебное пособие для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 328 с.

4. Дербуш М.В. Технология подготовки будущих учителей математики к использованию нейросетей для разработки дидактических материалов // Педагогика. Вопросы теории и практики = Pedagogy. Theory & Practice. – 2025. – Т. 10, № 8. – URL: pedagogy-journal.ru.

ОПЫТЫ В ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

М. Ф. Гильмуллин, канд. пед. наук, доцент,
Елабужский институт Казанского федерального университета
Елабуга, Россия
e-mail: gilmullin.mansur@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается опыт как важная составляющая математического познания и обучения математике. Показано, что экспериментальная линия прослеживается как в истории самой математики, так и в истории её преподавания: от наблюдений, измерений и перебора числовых примеров до компьютерных исследований. На основе историко-методических источников выделены основные виды математических опытов и раскрыто их значение для формирования у учащихся исследовательского интереса, эвристического мышления и понимания происхождения математических фактов. Приводятся примеры заданий и опытов, которые могут быть использованы в школьном курсе математики.

Ключевые слова: история математики, математический эксперимент, опыт, эвристика, математическое образование.

EXPERIMENTS IN THE HISTORY OF MATHEMATICS AND MATHEMATICS EDUCATION

M. F. Gilmullin, PhD in Pedagogy, Associate Professor
Yelabuga Institute of Kazan Federal University
Yelabuga, Russia
e-mail: gilmullin.mansur@gmail.com

Annotation. The article considers experiment as an important component of mathematical cognition and mathematics teaching. It is shown that the experimental line can be traced both in the history of mathematics itself and in the history of its teaching: from observations, measurements and enumeration of numerical examples to computer investigations. On the basis of historical and methodical sources, the main types of mathematical experiments are identified and their role in developing students' research interest, heuristic thinking and understanding of the origin of mathematical facts is revealed. Examples of tasks and experiments that can be used in school mathematics are given.

Keywords: history of mathematics, mathematical experiment, experience, heuristics, mathematics education.

Слова «математика» и «опыт» на первый взгляд плохо сочетаются. Школьная и вузовская традиция приучила видеть в математике прежде всего строгую дедуктивную систему, где каждое утверждение выводится из определений, аксиом и ранее доказанных теорем. Однако история науки показывает иную, более живую картину. На пути к доказательству математик нередко действует как исследователь: наблюдает, сравнивает, перебирает примеры, делает предположения, проверяет их на частных случаях и лишь затем приходит к строгому обоснованию.

Эта сторона математического творчества ярко раскрыта в работах Д. Пойа, который подчёркивал значение правдоподобных рассуждений, аналогии и догадки [7]. Математика не сводится к готовой цепи дедукций, в ней неизбежны пробы, ошибки и угадывания. В методическом отношении это особенно важно, поскольку в учебном тексте обычно остаётся лишь итог доказательства, а фаза поиска, столь существенная для понимания природы математического знания, почти не видна.

Экспериментальная составляющая присутствовала в математике с древнейших времён. Ранние вавилонские и египетские тексты содержали не столько отвлечённые формулировки, сколько таблицы и числовые примеры, на которых проверялись вычислительные приёмы и соотношения. В античной геометрии большую роль играли измерения, сравнение фигур, построения и наблюдения. Исторически многие математические факты сначала выступали как замеченные закономерности и лишь позднее получали строгое доказательство. Поэтому опыт в истории математики следует понимать не как внешнее добавление к теории, а как одну из естественных форм движения к ней.

Особый интерес представляет связь математического опыта с эвристикой. В нескольких работах автор отмечает, что важной целью обучения математике является формирование единства логической и эвристической составляющих мышления учащихся [2, 3]. Это положение исторически имеет прямое отношение и к самой математике, и к методике её обучения. Историко-методический материал позволяет показать не только готовые результаты, но и сам процесс рождения математической идеи: возникновение вопроса, накопление примеров, выдвижение гипотезы, её уточнение и доказательство.

В истории математического образования можно выделить несколько устойчивых форм опытной работы. Во-первых, это геометрические и измерительные опыты, такие, как нахождение отношения длины окружности к диаметру, сравнение площадей, построение моделей многогранников, исследование сечений и симметрий. Во-вторых, числовые опыты, основанные на вычислительном переборе и поиске закономерностей. Сюда относятся наблюдения над последовательностями, делимостью, свойствами дробей, преобразованиями чисел. В-третьих, вероятностные опыты, исторически связанные с играми случая и приведшие к становлению классической теории вероятностей в трудах Дж. Кардано, Б. Паскаля и П. Ферма. Наконец, в XX–XXI вв. всё большую роль играют компьютерные эксперименты, позволяющие исследовать большие массивы данных, динамические модели и геометрические конструкции.

В отечественной литературе вопрос о месте опыта в математике и её обучении специально обсуждался В. И. Арнольдом, И. Г. Липатниковой, А. В. Косиковым, А. И. Сгибневым, М. В. Шабановой, М. А. Павловой и другими [1, 4, 8, 9]. В. И. Арнольд настойчиво напоминал, что открытие в математике часто предшествует доказательству и что наблюдение, рисунок, численный пример и мысленный эксперимент не противостоят строгости, а подготавливают её. А. И. Сгибнев, обращаясь уже к школьной практике, показывал, что полезно предварять теоретическое изложение фазой поиска: например, предложить разложить число на простые множители разными способами, сравнить, а затем обсудить, почему обнаруженная закономерность не случайна.

Большинство авторов считают, что проведение опытов в математике направлено на обнаружение закономерностей через вычисления, моделирование и проверку гипотез. Их методика включает: постановку цели, выдвижение гипотезы, проведение эксперимента, анализ результатов и выводы, возможно, последующее строгое доказательство.

Для обучения особенно продуктивны такие опыты, в которых учащийся может пройти сокращённый путь, отчасти напоминающий исторический. Так, перед введением числа π полезно не сразу сообщать его приближённое значение, а предложить измерить длину нескольких окружностей и сравнить результаты деления на диаметр. При изучении дробей можно организовать построение последовательностей Д. Фарея и предложить заметить, что медианта двух дробей лежит между ними. Интересны опыты с числами Фибоначчи, последовательностями С. А. Рачинского. Или задаться вопросом о постоянной Д. Р. Капрекара 6174, где повторение однотипной процедуры вызывает вопрос о причине устойчивого результата. Можно исследовать старинные методы решения текстовых задач «на смеси», например, «метод Л. Ф. Магницкого («рыбка»)», или изучить различные способы извлечения квадратного корня из многозначного числа, в том числе и вручную.

Особое место занимают геометрические эксперименты. Исследования В. Р. Майера [5], Л. Р. Шакировой и М. В. Фалилеевой [10] показывают, что наблюдение, построение и компьютерное моделирование делают геометрический материал более понятным и эмоционально значимым для учащихся. В этом отношении важны как традиционные лабораторно-графические работы, описанные Т. Е. Новожениной [6], так и применение современных систем динамической математики. Перемещение точек, варьирование размеров фигуры, проверка инвариантных свойств помогают перейти от наглядного факта к формулировке гипотезы, а затем и к её доказательству.

Вместе с тем математический опыт не должен сводиться к простой демонстрации заранее известного вывода. Его подлинная ценность проявляется тогда, когда ученик получает возможность самостоятельно заметить закономерность, высказать предположение и проверить его. Именно поэтому эксперимент требует методической основы. Историко-методический подход помогает найти разумное равновесие между наглядностью, исследованием и доказательностью.

По справедливому замечанию М. В. Шабановой, под влиянием цифровых технологий усиливается экспериментальная составляющая математической деятельности. Особенно это проявляется в применении искусственного интеллекта. Однако сама идея математического опыта значительно старше информационных технологий. Цифровые средства лишь придают ей новые формы и возможности. Например, изучение свойств фракталов, широкомасштабный проект по поиску простых чисел Мерсенна (GIMPS) невозможны без использования современных технологий. Важно не противопоставлять традиционные и компьютерные опыты, а видеть в них разные проявления общего методического принципа: движение от наблюдения и действия к понятию и доказательству.

Таким образом, опыты в истории математики и математического образования выступают не второстепенным приёмом, а важным связующим звеном между историей науки и обучением. Они позволяют показать математику как живой процесс поиска,

делают историко-математический материал содержательно значимым для занятий и способствуют развитию исследовательской культуры учащихся. Обращение к опытам, измерениям, перебору, моделированию и компьютерному исследованию помогает вернуть в обучение ту фазу открытия, без которой математическое знание становится для учащихся слишком формальным и внешним.

Список литературы

1. Арнольд В.И. Экспериментальная математика. – М.: Фазис, 2005. – 64 с.

2. Гильмуллин М.Ф. История математики. – Екатеринбург: Ridero, 2018. – 456 с.

3. Гильмуллин М.Ф. История эвристик в обучении математике // Методическая подготовка учителя математики в педвузе: методология, теория, практика: межвуз. сб. науч. тр. / под ред. Г.И. Саранцева. – Саранск: Мордов. гос. пед. ин-т, 2007. – С. 108-113.

4. Липатникова И.Г., Косиков А.В. Проведение эксперимента по математике как способ развития индивидуальной проектно-исследовательской деятельности // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 2.

5. Майер В.Р. Компьютерные исследования и эксперименты при обучении геометрии // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2012. – № 4 (22). – С. 22-27.

6. Новоженина Т.Е. Лабораторные работы на уроках математики // Проблемы теории и практики обучения математике: сб. науч. работ, представленных на Международную научную конференцию «LX Герценовские чтения». – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2007. – С. 229-230.

7. Пойа Д. Как решать задачу. – М.: Учпедгиз, 1959. – 207 с.

8. Сгибнев А.И. Экспериментальная математика // Математика. – 2007. – № 3. – С. 2-8.

9. Шабанова М.В., Павлова М.А. Методика обучения использованию компьютерных экспериментов при решении математических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2026. – Т. 23, № 1. – С. 75-91.

10. Шакирова Л.Р., Фалилеева М.В. Эксперимент на уроках геометрии как средство повышения интереса учащихся к её изучению // Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MATHEDU-2017): материалы VII Международной научно-практической конференции. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2017. – С. 138-142.

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К ИЗУЧЕНИЮ ПЕРВЫХ РАЗДЕЛОВ СТЕРЕОМЕТРИИ

Л. Н. Евелина, канд. пед. наук, доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет, Самара, Россия
e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru

Аннотация. В статье сделан акцент на важные направления методической подготовки будущих учителей математики при изучении первых разделов стереометрии, при этом уделено внимание как вопросам теории, так и практическим приложениям.

Ключевые слова: методическая подготовка, учитель математики, аксиомы стереометрии, параллельность и перпендикулярность в пространстве, скрещивающиеся прямые.

FEATURES OF METHODOLOGICAL TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS TO STUDY THE FIRST PARTS OF STEREOMETRY

L. N. Evelina, PhD, Associate Professor,
Samara State University of Social Sciences and Education, Samara, Russia
e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru

Abstract. The article focuses on important aspects of the methodological training of future mathematics teachers in the study of the first sections of stereometry, paying attention to both theoretical issues and practical applications.

Keywords: methodological training, mathematics teacher, axioms of stereometry, parallelism and perpendicularity in space, and crossing lines.

Геометрия всегда была и остается одним из самых сложных для восприятия учащимися разделов математики. Трудности связаны, с одной стороны, с обилием свойств геометрических объектов, а с другой – с проблемой выбора эффективного способа их использования. При этом методы изучения школьного курса геометрии, как правило, относятся к элементарным, не требующим знаний из высшей математики. Особая ценность геометрии заключается в возможности применения разнообразных приемов как логического, так и пространственного мышления.

Сложности в восприятии геометрических объектов начинаются у школьников с первых уроков, несмотря на тот факт, что окружающий мир наполнен различными предметами, абстракцией которых и являются геометрические фигуры. Конкретно-индуктивный путь познания требует от каждого ребенка самостоятельных действий по исследованию свойств фигур, при этом в учебном процессе не всегда удается рассмотреть нужный объект с учетом множества несущественных свойств, что приводит к ограниченному восприятию свойств и их комбинаций в разных ситуациях.

Самыми сложными этапами для изучения геометрии в школе являются первые уроки систематических курсов планиметрии и стереометрии. Первый этап связан с переходом на теоретический уровень изложения геометрических фактов: от простейших фигур и отношений между ними до их комбинаций. Здесь важно не только видеть правильный ответ в задаче, но и обосновать его с помощью логических выводов, провести исследование с учетом различных размеров фигуры и ее расположения на плоскости, а также выбора рациональных способов получения ответа.

Вторым сложным для школьников периодом изучения геометрии становится переход к пространственным объектам. При этом логика изучения стереометрии остается той же, но выход в пространство, появление множества различных плоскостей, связанных с одним пространственным телом, переводит весь процесс усвоения свойств стереометрических объектов и отношений между ними в трудно преодолимую область познания – важно видеть: объекты пересекаются или нет, расположены в одной плоскости или нет, обладают одинаковыми свойствами или нет. Согласно результатам итоговых испытаний самые низкие показатели успешности выполнения заданий ЕГЭ выпускники средней школы демонстрируют именно при решении задач стереометрии.

Работа со студентами педагогических вузов позволила сделать некоторые важные выводы по организации методической подготовки будущих учителей к изучению курса геометрии с учениками в школе.

Во-первых, важно расставить акценты на логике изложения геометрии на разных этапах ее изучения с учетом преемственных связей и субъектного опыта обучающихся. Для этого достаточно выделить содержательные аспекты и обсудить возможные трудности при их изучении с учащимися различных классов. Можно рассмотреть данные вопросы в рамках лекционного курса. Также будут уместными индивидуальные задания по изучению и обобщению имеющегося опыта преподавания перечисленных вопросов, описанных в научно-методической литературе.

Во-вторых, изучение школьных учебников с подробным анализом содержания отдельных пунктов с их отражением в представленных в конце каждого пункта задачах позволит будущему учителю предупредить предстоящие трудности усвоения материала школьниками и выделить для себя наиболее благоприятные направления изучения темы. Подобные задания также целесообразно предлагать студентам индивидуально с указанием конкретных тем для каждого.

Рассмотреть полностью методические вопросы изложения всего курса геометрии на занятиях по методике обучения математике не представляется возможным по причине малого количества отводимого для этого времени. В Самарском государственном социально-педагогическом университете для изучения раздела геометрии выделяется один семестр. Основная часть курса посвящена вопросам изучения стереометрии, а именно: систематическому изложению первых разделов стереометрии, а также изучению скрещивающихся прямых. Именно эти вопросы, как показывает практика, вызывают значительные трудности у школьников, которые мы наблюдаем в работе со студентами – бывшими учениками.

Как же построен курс методики обучения математике на данном этапе?

В рамках практических занятий идет обсуждение содержания первых разделов школьного курса стереометрии в соответствии с их изложением в учебнике Л. С. Атанасяна: введение (предмет стереометрии, аксиомы стереометрии, первые теоремы); параллельность прямых и плоскостей; перпендикулярность прямых и плоскостей. [2]

Важная часть занятий отводится анализу содержания с учетом следующих аспектов: цели и задачи изучения материала; определение геометрических объектов (фигур, отношений между ними), изображение на плоскости, обозначение, расположение в пространстве, свойства, признаки. Также значительное место уделяется анализу задач по

каждому разделу, среди которых выделяем виды задач в зависимости от способа задания (текст, рисунок), способа решения (устно, письменно), вида задачи (на вычисление, на доказательство, на построение), применяемых теоретических фактов (определения, свойства, признаки).

Необходимо отметить, что изображению фигур должно быть уделено особое внимание, так как именно изображение пространственных объектов становится главным препятствием на пути усвоения теории и решения задач. Здесь важно приводить примеры различных изображений одной и той же фигуры или комбинации фигур. С этой целью можно использовать как готовые изображения фигур, так и компьютерные технологии (динамические программы: GeoGebra; 3D-редакторы; мультимедийные презентации). При этом будущий учитель должен помнить о том, что ученик сначала должен увидеть предлагаемый абстрактный объект в реальности, оценить его наглядные свойства, чтобы при изображении не возникало искажений и неверных ассоциаций.

Изучение вопросов взаимного расположения прямых и плоскостей становится отправной точкой в изучении всего курса стереометрии, так как изображение пространственных фигур на плоскости требует от учащихся четкого понимания, какие из элементов фигур (отрезки, углы, прямые) имеют общие точки, а какие – нет. Не менее значимым является замечание о том, что все построения необходимо выполнять в плоскости. Поэтому, выполняя построения, необходимо прежде всего найти или построить плоскость, в которой находятся данные точки и прямые. Сформированные навыки работы с чертежами помогают студентам в дальнейшем осознанно и грамотно выполнять построение сечений многогранников.

Также важно формировать приемы разностороннего рассмотрения наглядного материала. Для этого целесообразно предлагать ученикам выделять один и тот же объект с разных позиций: отрезок может быть частью прямой, может быть стороной многоугольника, может быть ребром многогранника и т.п. Эти приемы направлены на развитие интуиции и пространственных представлений, помогают на данном рисунке делать выбор фигур, нужных для решения задачи. Также важны приемы создания пространственных образов на основе заданного наглядного материала, именно они помогают создавать образы памяти и образы воображения в соответствии с изучаемым материалом. И только затем происходит оперирование ранее созданными образами, когда ученик мысленно перемещает созданный образ (памяти или воображения) и мысленно изменяет созданный образ для поиска решения задачи.

В качестве примеров таких задач рассмотрим следующие

Пример 1. Рассмотрите предложенные ситуации и дайте обоснованный ответ.

Ситуация 1. Три точки в пространстве не определяют положение плоскости, которая через них проходит. Как расположены эти точки?

Ситуация 2. Даны две пересекающиеся плоскости α и β. Прямая a принадлежит плоскости α и пересекает плоскость β в точке A. Прямая b принадлежит плоскости β и пересекает плоскость α в точке B. Назовите линию пересечения плоскостей α и β.

Пример 2. Дайте обоснованный ответ на следующие вопросы:

1. Даны две перпендикулярные прямые в пространстве. Как они распложены?

2. Если прямая параллельна плоскости, то может ли она быть перпендикулярной к какой-нибудь прямой, лежащей на этой плоскости?

3. Могут ли быть равны два непараллельных отрезка, заключенные между параллельными плоскостями?

Пример 3. Решите задачи

Задача 1. Точка *O* – центр окружности, описанной около треугольника *ABC*. Принадлежит ли точка *C* плоскости, в которой лежат точки *A, B* и *O*?

Задача 2. В треугольнике *DEF EF*=8, *ED*=17. Найдите площадь треугольника, если: 1) через прямую, содержащую сторону *FD*, и точку пересечения высот треугольника можно провести по крайней мере две различные плоскости; 2) существует прямая, не лежащая в плоскости *DEF*, пересекающая биссектрису *DK* и содержащая центр окружности, описанной около треугольника *KFD*. [1]

Особое место в изучении вопросов стереометрии со студентами занимают скрещивающиеся прямые. Методика изучения скрещивающихся прямых подразумевает следующий алгоритм действий: определение; признак (с доказательством); свойства (с доказательством); расстояние и угол между скрещивающимися прямыми; способы нахождения расстояния (длина общего перпендикуляра; расстояние между параллельными плоскостями, каждая из которых проходит через одну из прямых; расстояние от одной из прямых до плоскости, проходящей через другую прямую и ей параллельную); способы нахождения угла. Большое внимание уделяем векторно-координатному методу отыскания расстояний и углов между скрещивающимися прямыми.

Если выделенные три первых основных раздела стереометрии усвоены будущими учителями успешно, то дальнейшее изучение курса стереометрии будет иметь прочную основу и не вызывать у студентов трудностей при обучении школьников. Заметим также, что именно включение студентов в осмысленную переработку учебного материала в качестве активного субъекта методической деятельности позволяет добиваться осознанности и эффективности в формировании профессиональных качеств. По каждому из указанных разделов студенты выполняют индивидуальные задания, суть которых состоит в следующем: 1) решить предлагаемые задачи (пять-шесть), выделить основные теоретические факты, используемые при решении задач; подобрать или составить самостоятельно задачу по данной теме, которую можно предложить школьникам в итоговой контрольной работе по теме.

Многие студенты отмечают, что вопросы стереометрии, рассмотренные на занятиях, были полезны и помогли найти решение проблем, которые возникли в период обучения в школе и остались не решенными.

Список литературы

1. Звавич Л.И., Чинкина М.В., Шляпочник Л.Я. Геометрия. 8–11 кл.: пособие для шк. и кл. с углубленным изуч. математики. – М.: Дрофа, 2000. – 288 с.

2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. [и др.]. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни. – 12-е изд., стер. – М.: Просвещение, 2024. – 287 с.

ТЕОРИЯ ГРАФОВ В МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СОВРЕМЕННОГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

М. Е.Иванюк, канд. пед. наук, доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: ivanyuk.maria@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена проблеме методической подготовки будущих учителей математики к преподаванию элементов теории графов в школе. Анализируются основные диагностические трудности, возникающие у учителей при работе с задачами теории графов.

Ключевые слова: теория графов, методическая подготовка учителя, задачи на графы.

GRAPH THEORY IN THE METHOLOGICAL AND MATHEMATICAL TRAINING OF THE MODERN MATHEMATICS TEACHER

M.E. Ivanyuk, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: ivanyuk.maria@yandex.ru

Annotation. The article addresses the issue of the methodological preparation of future mathematics teachers for teachihg elements of graph theory in scools. It anaiyzes the primary diagnostic difficulties teachers encounter when working with graph theory problems.

Keywords: graph theory, methodological training of teachers, graph problems

Введение и обновление Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) предъявляет новые требования к предметным результатам [3, 4]. В частности, в предметной области «Математика и информатика» все более четко выделяется раздел «Введение в теорию графов».

Теория графов предоставляет мощный аппарат для математического моделирования. Этот метод лежит в основе современной научной картины мира, и обучение ему является одной из важнейших задач образования.

Цель изучения теории графов, как и любой другой математической теории для будущего учителя математики носит комплексный характер и выходит за рамки простого усвоения математических фактов [2]. Она заключается в формировании готовности будущего учителя к профессиональной деятельности по обучению школьников элементам теории графов. Эта готовность включает в себя три взаимосвязанных аспекта, которые представлены на рисунке 1.

Трудности, с которыми сталкиваются учителя при обучении теории графов, носят многоуровневый характер – от нехватки времени до фундаментальных когнитивных искажений в восприятии сложного материала. Можно выделить несколько главных проблем:

- дефицит времени и методик;
- предметно-методические затруднения;
- когнитивные барьеры.

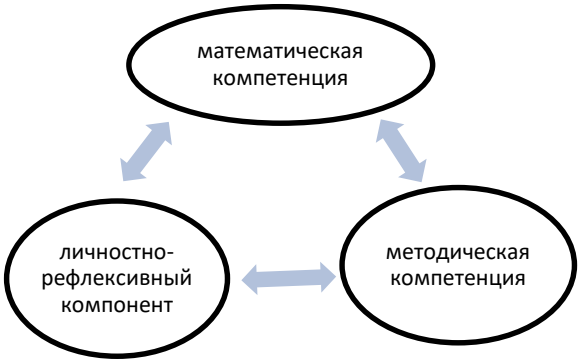


Рисунок 1

Диагностические ошибки учителя находят отражение в типичных ошибках учащихся, которые классифицированы в таблице 1.

Таблица 1

Тип ошибки	Конкретное проявление
Ошибки понимания определений	Ученик полагает, что граф задается только множеством вершин, забывая о ребрах, или считает, что порядок перечисления вершин в записи имеет значение
Ошибки моделирования	Неверное построение графа по условию задачи: добавление лишних ребер, пропуск необходимых связей, искажение структуры отношений
Ошибки интерпретации	Ученики не видят разницы между изоморфными графами (с одинаковой структурой, но по-разному нарисованными) и считает их разными графами, что говорит о непонимании ключевой абстракции.
Ошибки стратегии	Неумение выбрать подходящий алгоритм (например, для поиска кратчайшего пути, вместо эйлерова цикла) или неспособность довести решение до конца, ответив на поставленный вопрос

Преодоление этих трудностей мы видим в комплексном подходе. Во-первых, в вузовской подготовке необходимо уделять не только самой теории графов, но и методике ее преподавания, разбирая конкретные ошибки учащихся и способы их профилактики. Во вторых для практикующих учителей необходима разработка и внедрение специализированных курсов повышения квалификации, где акцент делается на умение объяснять понятия и теоремы так, чтобы предупредить и скорректировать ошибки школьников.

Приведем примеры заданий по теории графов для студентов педагогических специальностей (или для углубленной работы со школьниками) [1, 2].

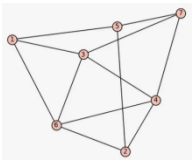
Тема «Основные понятия теории графов»

Вопросы для обсуждения

1. Что такое граф? В чем разница между ориентированным и неориентированным графом?

2. Что называется степенью вершины? Какую информацию о графе дает сумма степеней всех вершин?

3. Как объяснить ученику 5 - 6 класса, что такое вершина и ребро, не используя строгие математические определения?

Задание	Методические рекомендации
Дан граф.  Укажите число вершин графа Найдите степень каждой вершины Сколько ребер в этом графе? Проверьте, выполняется ли лемма о рукопожатиях	При работе с графом по рисунку учителю важно научить учеников системно пересчитывать вершины и рёбра: рекомендуется нумеровать вершины, а каждое ребро отмечать карандашом (или зачёркивать) при подсчёте, чтобы ничего не пропустить. Степень вершины удобно определять, считая число выходящих из неё рёбер (не забывая, что петля даёт вклад 2, если она есть). После заполнения таблицы степеней проверка леммы о рукопожатиях служит надёжным способом самоконтроля: если равенство не выполняется, значит, допущена ошибка в подсчёте
В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей? Ответ поясните.	Эту задачу удобно разбирать на доске с построением соответствующего графа, где вершины – ученики, а ребра – дружественные связи. Для решения применяется лемма о рукопожатиях
В городе 5 площадей: А, Б, В, Г, Д. Некоторые из них соединены улицами: -площадь А соединена с Б, В и Г; -площадь Б соединена с А, В и Д - площадь В соединена с А, Б и Д; - площадь Г соединена только с А; - площадь Д соединена с Б и В. Изобразите схему улиц города в виде графа. Найдите степени всех вершин и сумму степеней	При построении графа полезно сначала отметить все вершины (площади), а затем последовательно соединять их рёбрами согласно условию, чтобы не пропустить ни одной связи — в данном случае получится граф с 5 вершинами и 6 рёбрами. При нахождении степеней вершин удобно вести таблицу. Обратите внимание учеников на самопроверку: сумма степеней всегда должна быть чётной, а её половина равна числу рёбер графа.
В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит по 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве? Как изменится решение, если дороги односторонние?	При решении задачи важно подвести учеников к осознанию леммы о рукопожатиях: для двусторонних дорог каждое ребро учитывается дважды, Если дороги односторонние, каждое исходящее ребро считается только один раз. Ключевой методический приём - сравнение двух случаев на простом примере (2 города, по 1 дороге), чтобы предотвратить типичную ошибку с делением на 2 в ориентированном графе.

После решения представленных задач целесообразно обсудить со студентами следующие вопросы, касающиеся методики обучения.

- Какие сложности могут возникнуть у школьников при первом знакомстве с графом?

- Предложите 2-3 жизненные ситуации, которые удобно моделировать с помощью графа.

- Как вы объясните ученику, что такое «степень вершины» на примере карты города или знакомств в классе?

Таким образом, подготовка учителя к преподаванию теории графов требует системного методического подхода, включающего не только математические, но и дидактические компоненты. Предложенные практические разработки позволяют целенаправленно формировать у будущих педагогов готовность к работе с графовым материалом и преодолевать типичные профессиональные дефициты.

Список литературы

1. Березина Л.Ю. Графы и их применение: пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1979. – 143 с.

2. Мельников О.И. Теория графов для учителей, для школьников... И не только!: книга, которая научит вас теории графов и поможет обучать ей других. – 2-е изд. – М.: Ленанд, 2020. – 240 с.

3. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (с изменениями и дополнениями). – URL: https://base.garant.ru/401433920/53f89421bbdaf741eb2d1ecc4ddb4c33 (дата обращения: 20.06.2026).

4. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (с изменениями и дополнениями). – URL: https://base.garant.ru/70188902/8ef641d3b80ff01d34be16ce9bafc6e0 (дата обращения: 20.06.2026).

РЕАЛИЗАЦИЯ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

М. Е. Иванюк, канд. пед. наук, доцент, О. М. Кечина, канд. физ.-мат. наук, доцент
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: ivanyuk.maria@yandex.ru, omka-83@mail.ru

Аннотация. Рассмотрена проблема реализации внутрипредметных связей в обучении студентов педагогических вузов математическим дисциплинам. Предложены задания, направленные на анализ сквозных математических понятий, в качестве средства формирования профессиональной компетентности учителя математики.
Ключевые слова: внутрипредметные связи, математические дисциплины, методическая подготовка учителя математики.

IMPLEMENTATION OF INTRASUBJECT CONNECTIONS OF MATHEMATICAL DISCIPLINES IN THE EDUCATION OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

M. E. Ivanyuk, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
O. M. Kechina, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: ivanyuk.maria@yandex.ru, omka-83@mail.ru

Annotation. The article considers the problem of implementing interdisciplinary connections in teaching mathematics to students of pedagogical universities. It proposes tasks aimed at analyzing cross-cutting mathematical concepts as a means of developing the professional competence of a mathematics teacher.
Keywords: intrasubject connections, mathematical disciplines? methodical training of mathematics teachers.

Современная система высшего педагогического образования находится в состоянии содержательной и методологической перестройки. С одной стороны, Федеральные государственные образовательные стандарты [4, 5] требуют от выпускника – будущего учителя математики – не только предметных знаний, но и сформированности универсальных и общепрофессиональных компетенций, среди которых ключевое место занимает способность к целостному видению математической науки и её методической трансформации для школы. С другой стороны, в реальной вузовской практике обучение математическим дисциплинам (алгебра, геометрия, математический анализ, теория вероятностей, теория чисел, дискретная математика и другим) часто строится как совокупность автономных курсов, каждый из которых имеет собственную логику, терминологию и систему задач. Такая автономность является традицией классического университетского образования, где дифференциация была оправдана глубокой специализацией дисциплин. Однако в педагогическом вузе при подготовке учителя, который должен не только преподавать ученикам конкретные факты, но и создавать единую математическую картину мира, данная автономность становится определённым барьером [1]. Остроту проблеме придаёт цифровая трансформация образования и появление новых междисциплинарных областей (искусственный интеллект, машинное обучение, анализ данных, квантовые вычисления), которые используют математический аппарат на стыке математического анализа, линейной алгебры и геометрии. Школьники сталкиваются с этими областями в проектной деятельности, на олимпиадах, и вопросы требуют от учителя не формального ответа, а глубокого понимания внутрипредметной интеграции [3]. Таким образом, перед преподавателями вуза, которые готовят учителей

математики, возникает проблема формирования методической модели реализации внутриматематических связей в процессе профессиональной подготовки, которая смогла бы обеспечить формирование у будущего педагога целостного математического мышления и готовность к трансляции единства математики в школьном курсе [6].

В классической дидактике внутрипредметные связи определяются как связи между разделами одного учебного предмета (например, в школьном курсе математики: связь алгебры и геометрии через координатный метод) [2]. Однако в педагогическом вузе структура математической подготовки иная: будущий учитель изучает не один предмет «математика», а блок математических дисциплин (алгебра, математический анализ, геометрия, дискретная математика, теория вероятностей, численные методы и другие). Формально эти дисциплины в учебном плане представлены как отдельные, но содержательно они являются частями единой науки – математики. Поэтому внутрипредметные связи в математике в педагогическом вузе можно представить так: внутри одной вузовской математической дисциплины ↔ между разными вузовскими математическими дисциплинами ↔ между вузовской и школьной математикой. Под внутрипредметными связями математических дисциплин в педагогическом вузе мы понимаем не только логические соотношения между разделами одного курса, но и сквозные линии, которые объединяют алгебру, геометрию, математический анализ. Эти связи выступают средством формирования целостного математического мышления и методической компетенции будущего учителя, именно через их осознание студент учится показывать школьникам единство математической науки. Ключевые компоненты внутрипредметных связей математических дисциплин в подготовке учителя математики представлены в таблице 1.

Таблица 1

Компонент	Раскрытие применительно к педагогическому вузу
Содержательно логические связи	Общие понятия (пространство, предел, функция, преобразование), теоремы и методы, которые проявляются в разных дисциплинах (пример: понятие определителя – в алгебре, аналитической геометрии, дифференциальных уравнениях)
Методологические связи	Общенаучные подходы (аксиоматический, алгоритмический) и принципы (непрерывность, симметрия, инвариантность)
Деятельностные связи	Единые способы деятельности: построение моделей, доказательство от противного, обобщение, конкретизация, перевод с геометрического языка на алгебраический и обратно
Профессионально-педагогическая проекция	Умения студента: видеть, как сложные объекты «вузовской математики» трансформируются в школьные понятия; конструировать задачи, демонстрирующие единство математики; объяснять единство алгебры и геометрии.

Для учителя математики важна реализация как межпредметных, так и внутрипредметных связей, но внутрипредметные связи – это его профессиональная база: без понимания, как алгебра связана с геометрией и математическим анализом, он не сможет качественно обучать математике как единой науке. В таблице 2 приведено сравнение внутрипредметных связей в педагогическом вузе и в школе

Таблица 2

Аспект	В педагогическом вузе	В школе
Объект связей	Разные учебные дисциплины (формально самостоятельные)	Разделы одного учебного предмета
Цель	Формирование профессиональной компетенции (в том числе методической рефлексии)	Усвоение предметных результатов
Субъект реализации	Преподаватель (для студентов), а затем сам студент должен научиться реализовывать их как будущий учитель	Учитель (для учеников)
Глубина осознания	Рефлексивная, методологическая, историко-научная	Понятийная

Приведём примеры заданий для студентов педагогических вузов (будущих учителей математики), направленных на анализ сквозных математических понятий, которые встречаются в курсах математического анализа, линейной алгебры, векторной алгебры и теории алгебраических структур. Формат заданий соответствует формируемым компетенциям: студент должен не только решить задачу, но и осознать общность понятийного аппарата, а также спроектировать этот опыт на будущее школьное преподавание.

Пример 1. Кейс-задание «Сквозное понятие «пространство» и «линейность» в разных разделах математики». Описание ситуации «Вы учитель математики в профильном 11 классе. Ваш ученик, увлекающийся программированием, говорит: «Зачем изучать линейную алгебру отдельно от математического анализа и геометрии? В учебниках алгебра – про матрицы и векторы, математический анализ – про пределы и производные, геометрия – про плоскости. Но на кружке по машинному обучению я вижу, что всё это работает вместе: градиент – это вектор, а оптимизация – поиск минимума функции в многомерном пространстве. В школе это выглядит как разные миры».

Задание: как объяснить ученику, что понятия пространства и линейности едины для алгебры, геометрии и анализа? Как построить серию задач, демонстрирующих это единство? А для этого вам самим нужно четко осознать сквозные связи.

Цель кейса (для студента): выявить общие математические структуры и идеи, связывающие математический анализ, линейную алгебру, векторную алгебру и теорию алгебраических структур; построить содержательные аналогии между понятиями: «линейное пространство», «линейный оператор», «производная» как линейное приближение, «векторное поле»; разработать фрагмент методического материала (для школы или для пропедевтики в кружке), демонстрирующий эти связи.

Пример 2. Прикладная задача (интеграция понятий).

Задача «Линейное приближение сложной функции в многомерном пространстве» Дана функция $f: R^2 \to R^2, f(x, y) = (x^2 + y^2, xy)$, и вектор $\vec{v} = (1,1)$

1. Интерпретируйте её как линейный оператор. Вычислите образ вектора в точке $(1,2)$ под действием этого оператора.

2. Используя линейное приближение, оцените $f(1{,}1; 2{,}05)$.

3. Рассмотрим множество всех матриц Якоби (в разных точках) для гладких отображений $R^2 \to R^2$. Образуют ли они линейное пространство? Будет ли операция умножения матриц в этом пространстве всегда замкнута? Ответ обосновать.

Пример 3. Методическое задание: предложите, как на основе предыдущей задачи объяснить школьнику профильного класса, что «производная сложной функции – это не просто формула, а линейное отображение, а матрица – его координатная запись».

Пример 4. Проектирование учебного занятия (методическая рефлексия).

Ситуация-вызов. «В школьных учебниках алгебры и начал анализа понятия «вектор», «линейное пространство» и «производная» излагаются в разных разделах, часто без связей. Ваша задача – спроектировать учебное занятие (урок или внеурочное занятие) для заинтересованных в изучении математики на углублённом уровне учеников, посвящённое сквозному понятию «линейность». Требования к проекту (разработать в виде плана-конспекта): название занятия (например, «Линейность вокруг нас: от векторов до производной»); краткая аннотация (3-4 предложения, какая идея раскрывается); перечень сквозных математических понятий, которые связываются; 2-3 задачи, демонстрирующие связь: задача из линейной/векторной алгебры (например, нахождение образа вектора при повороте), задача из анализа (например, приближённые вычисления с помощью дифференциала), задача, где нужно применить оба аппарата (например, найти линейную скорость точки на вращающемся теле); контрольный вопрос

для проверки понимания связей; рефлексия: какие ошибки могут возникнуть у обучающихся при смешении алгебраического, геометрического, аналитического языков.

При оценке задания можно учитывать следующие критерии: количество выявленных содержательных связей между разделами; приведение конкретных математических примеров для каждого раздела, демонстрация профессионально-педагогической интерпретации; использование правильной математической символики и терминологии, оригинальность аналогий. Студенты имеют доступ к учебникам по математическому анализу, алгебре и геометрии и к электронным ресурсам по этим дисциплинам. Главная идея, которую должны вынести студенты при выполнении такого задания: понятия линейного пространства и линейного отображения являются не просто общей темой разных математических курсов, а основным языком современной математики. Учитель, понимающий эти связи, способен построить математическую картину мира у школьников, а не набор разрозненных фактов.

Таким образом, целенаправленная и системная реализация внутрипредметных связей математических дисциплин является одним из эффективных средств формирования профессиональной компетентности будущего учителя математики. Внутрипредметные связи должны не возникать стихийно в сознании наиболее продвинутых студентов, они должны стать осознанным объектом педагогической рефлексии и целенаправленно реализовываться через специально сконструированные содержание, формы и методы обучения.

Список литературы

1. Далингер В.А. Когнитивно-визуальная деятельность при решении математических задач как средство реализации внутрипредметных связей: учебное пособие. – Омск: Амфора, 2019. – 196 с.

2. Максимова В.Н. Межпредметные связи в учебно-воспитательном процессе современной школы. – М.: Просвещение, 1987. – 160 с.

3. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. – М.: Педагогика, 1986. – 173 с.

4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (с изменениями и дополнениями). – URL: https://base.garant.ru/401433920/53f89421bbdaf741eb2d1ecc4ddb4c33 (дата обращения: 20.06.2026).

5. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (с изменениями и дополнениями). – URL: https://base.garant.ru/70188902/8ef641d3b80ff01d34be16ce9bafc6e0 (дата обращения: 20.06.2026).

6. Федорова В.Н., Кирюшкин Д.М. Межпредметные связи. – М.: Педагогика, 1972. – 152 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МУЛЬТИМЕДИА В МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Т. Н. Карпова, канд. пед. наук, доцент,
Г. Ю. Буракова, канд. пед. наук, доцент,
Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского (Россия, Ярославль)
e-mail: karpovafmf@mail.ru
burakova.galina@inbox.ru

Аннотация. Использование мультимедиа в процессе обучения математике позволяет сочетать представление информации в разных форматах и повышает уровень активности обучающегося. Студентов педагогических вузов следует целенаправленно готовить к применению мультимедиа в дальнейшей профессиональной деятельности. Осуществить это возможно через выполнение ряда творческих заданий на различных этапах обучения. В статье приведены примеры подобных заданий.

Ключевые слова: мультимедиа, подготовка будущих учителей математики, методические задания.

THE USE OF MULTIMEDIA IN THE METHODOLOGICAL TRAINING OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

T.N. Karpova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
G.Y. Burakova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Yaroslavl State Pedagogical University named after Ushinsky K.D.
Yaroslavl, Russia
e-mail: karpovafmf@mail.ru
burakova.galina@inbox.ru

Annotation The use of multimedia in the process of teaching Mathematics allows you to combine the presentation of information in different formats and increases the student's activity level. Students of Pedagogical Universities should be purposefully prepared for the use of multimedia in their future professional activities. This can be achieved through the implementation of various creative tasks at different stages of training. The article provides examples of such tasks.

Keywords: multimedia, training of future teachers of Mathematics, methodical assignments.

Современный период развития образования характеризуется необходимостью усвоения учащимися все возрастающего объема информации и активным использованием возможностей цифровизации для его обработки. Для повышения качества приобретаемых знаний целесообразно структурировать и объединять различные форматы представления изучаемой информации, что возможно осуществить с применением мультимедиа.

Понятие мультимедиа по-разному трактуется в педагогической литературе.

Согласно А.В. Крапивенко мультимедиа рассматривается с одной стороны, как идея, оказывающая комплексное воздействие на органы чувств через различные способы подачи и хранения информации. С другой стороны, под мультимедиа понимается программно-аппаратное обеспечение, позволяющее работать с данными различной природы (мультимедиа-компьютеры, мультимедиа-комплексы, программный мультимедиа-инструментарий и др.). Кроме того, это компьютерный продукт, полученный из данных разнообразных типов (сайты, электронные словари и энциклопедии, компьютерные игры, обучающие видео и др.) [2].

О.В. Шлыкова под мультимедиа понимает разновидность компьютерных технологий, объединяющих разные виды информации, такие как статическую визуальную (текст, чертежи и т.п.) и динамическую (звук, видеофрагменты, анимация и т.п.). Этот подход позволяет применять разнообразные программные и технические средства для комплексного воздействия на обучающегося, его органы чувств [6].

В.А. Смирнов определяет мультимедиа как систему аппаратных и программных средств, дающих возможность занимать не пассивную позицию, а активно работать с текстами, изображениями, звуком и графикой в единстве, реализуя принцип наглядности в широком смысле [3].

Таким образом, мультимедиа – это способ применения компьютерных технологий, позволяющих сочетать представления информации в разных форматах (аудио, видео, графика), увеличивающий степень воздействия на разные органы чувств обучающегося и повышающий уровень его активности в учебном процессе.

При обучении математике использование мультимедиа повышает познавательную активность школьников, развивает у учащихся умение критически оценивать поступающую информацию, анализировать и представлять ее в разных формах, выявлять ошибочные суждения.

Д.А. Уханёва отмечает, что применение мультимедиа позволяет визуализировать абстрактные математические объекты, облегчает их восприятие, за более короткий срок дает возможность качественного усвоения большого объема разнообразной информации, переводит школьника в позицию субъекта учебной деятельности [5].

Будущие учителя должны быть готовы к работе в новых условиях, в связи с чем возможности использования мультимедиа в учебном процессе в школе становятся предметом изучения на методических дисциплинах и требуют выполнения специально подобранных творческих заданий.

Традиционные информационно-коммуникационные технологии широко применяются студентами педвуза при выполнении различных учебных работ, разработке дидактических материалов и презентаций по темам школьного курса математики, составлении и апробации уроков и внеурочных занятий, дидактических игр [1].

Прохождение производственных практик, выполнение курсовых и выпускных квалификационных работ сопровождается самостоятельным созданием будущими учителями квестов, квизов, тестов, сборников задач, электронных учебных курсов на различных платформах (LearningApps.org, Stepik.org, Eduardo и др.) и в интерактивных программных средах (GeoGebra, Desmos, Живая математика, Математический конструктор и др.).

Использование мультимедиа может осуществляться уже в начале изучения курсов методических дисциплин, реализуя взаимосвязь методики, математики и психологии, что способствует освоению информационно-просветительского портала и осознанию значимости и роли математики в социуме. Студенты с интересом выполняют эссе-презентации по теме «Педагогический анализ художественного (короткометражного, документального и т.п.) фильма о математике и про математиков». При выполнении задания определяется:

- область математики и содержание математических фактов, проблем фильма, методы научной популяризации;
- динамика содержания и тенденции решения рассматриваемой проблемы в историческом аспекте, ее современное состояние, соотношение теории и практики;
- подбор источников информации по проблеме фильма, скриншотов из видео ряда, создание текстовых и мультимедийных переходов;
- оценка математического содержания, возможностей его отражение в школьной практике и воспитательного эффекта этого отражения.

Для повышения методической грамотности студенты, используя мультимедиа, самостоятельно записывают видео по методике работы с задачей. В качестве примеров таких задач были представлены сюжетные задачи, стереометрические задачи повышенного уровня сложности, сопровождающаяся динамически выполняемыми чертежами и записями; задачи с параметрами, решаемые как аналитически, так и графически в различных координатных плоскостях (*xOy, xOa*), планиметрические задачи в том числе решаемые методом геометрических преобразований и др.

Созданные видео материалы обсуждаются в группе на занятиях, определяются критерии и осуществляется оценка качества выполненных работ с методической точки зрения, пополняя мультимедиа копилки будущих учителей математики.

Студенты в рамках методической подготовки составляют технологические карты уроков разных типов по определенной тематике, в соответствии с особенностями контингента обучающихся, используя мультимедиа комплексы, программный мультимедиа инструментарий для улучшения качества учебного процесса. В дальнейшем демонстрация фрагмента разработанного урока становится элементом демоэкзамена, позволяющего оценить готовность будущих учителей математики к выполнению трудовых действий, связанных с планированием и проведением учебных занятий, а также степень владения мультимедиа.

Студенты выпускного пятого курса самостоятельно разрабатывают дидактические материалы, направленные на оценку методических компетенций, комплексно применяя знания, умения и профессиональный опыт, реализуя при этом творческий подход. Они выбирают и анализируют видеозапись урока учителя математики, определяют цель, задачи и планируемые результаты урока; технологию, в которой работает учитель, особенности организации деятельности учащихся, использование мультимедиа, положительные стороны и недостатки урока. На основании проведенного анализа разрабатывается система вопросов и заданий для оценки степени методической подготовки студентов четвертого курса, определяются критерии оценки ответов. В результате работы с видео составлены разнообразные задания, среди которых следующие:

- сформулируйте мотивационную задачу урока;
- выделите этапы урока, на которых учитель применял мультимедиа и обоснуйте целесообразность применения;
- определите ошибки, допущенные в рассуждении ученика, назовите их причины, и сформулируйте рекомендации, как организовать деятельность по корректировке;
- на основе просмотра видеоурока составьте технологическую карту, предложив свой вариант работы и др.

При подготовке студентов к проведению внеурочных занятий и работе в системе дополнительного математического образования мультимедиа также активно используется. Будущие учителя создают и апробируют в период производственных практик интерактивные дидактические игры, уроки-путешествия, математические видеоэкскурсии, исследовательские проекты, интегрированные занятия, сопровождающиеся звуковым и видеорядом, способствующие повышению познавательной активности школьников.

Студенты приобретают опыт работы с мультимедиа и накапливают цифровую методическую копилку педагога, необходимую в дальнейшей профессиональной деятельности. Структура и этапы ее создания, рекомендации по использованию раскрыты в статье А.А. Соколовой [4].

Подготовка будущих учителей математики к использованию мультимедиа через выполнение указанных видов заданий при изучении дисциплин методического цикла

способствует формированию профессиональных компетенций, качественному освоению профессиональной деятельности и дальнейшей успешной работе в системе образования.

Список литературы

1. Буракова Г. Ю., Карпова Т. Н. Цифровизация системы образования: подготовка будущего учителя математики // Математика и информатика, астрономия, физика, технология и совершенствование их преподавания: материалы конференции «Чтения Ушинского». – Ярославль: РИО ЯГПУ, 2023. – С. 21-31.

2. Крапивенко А. В. Технологии мультимедиа и восприятие ощущений: учебное пособие. – 4-е изд., электрон. – М.: Лаборатория знаний, 2020. – 274 с.

3. Смирнов А. В. Что такое мультимедиа? // Наука и школа. – 2006. – № 4. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/chto-takoe-multimedia (дата обращения: 15.06.2026).

4. Соколова А. А., Карпова Т. Н. Структура и этапы создания методической копилки учителя математики // Математика и математическое образование в современном обществе: материалы Всероссийской научно-практической конференции, 2 декабря 2024 г., Санкт-Петербург. – Санкт-Петербург: Издательство РГПУ им. А. И. Герцена, 2025. – С. 113-118.

5. Уханёва Д. А., Гладких Ю. П. Применение мультимедийных технологий на уроках математики для повышения интереса учащихся к предмету // Современные проблемы естественнонаучного образования: сборник материалов научно-практической конференции, Белгород, 20 апреля 2024 года. – Белгород: Белгородский государственный национальный исследовательский университет, 2024. – С. 101-102.

6. Шлыкова О. В. Культура мультимедиа: учебное пособие для студентов / МГУКИ. – М.: ФАИР-ПРЕСС, 2004. – 415 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА И ПРИЕМЫ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПО ГЕОМЕТРИИ

М. А. Кислякова, старший преподаватель департамента математики и физики,
Институт цифрового образования,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: kislyakova-833@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема подготовки будущих учителей математики к использованию электронных образовательных ресурсов для коррекции знаний школьников при обучении геометрии. Цель исследования заключается в выявлении и обосновании методических средств и приемов обучения студентов педагогических направлений использованию электронных образовательных ресурсов в коррекционной работе. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы показаны дидактические возможности электронных образовательных ресурсов для диагностики затруднений школьников, организации индивидуализированной тренировки и контроля результатов коррекции знаний. В качестве ведущего методического средства подготовки студентов рассматривается кейс-метод, обеспечивающий моделирование реальных методических ситуаций.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, коррекция знаний школьников, электронные образовательные ресурсы, персонализация обучения.

METHODOLOGICAL MEANS AND TECHNIQUES FOR TEACHING STUDENTS TO USE E-LEARNING RESOURCES FOR CORRECTING SCHOOLCHILDREN'S KNOWLEDGE OF GEOMETRY

M. A. Kislyakova, senior lecturer at the department of mathematics and physics,
Institute of Digital Education,
Moscow City Pedagogical University,
Moscow, Russia
e-mail: kislyakova-833@mgpu.ru

Annotation. The article addresses the problem of preparing future mathematics teachers to use electronic educational resources for correcting school students' knowledge in geometry. The purpose of the study is to identify and substantiate methodological means and instructional techniques for training pre-service teachers to use electronic educational resources in remedial instruction. Based on an analysis of psychological, pedagogical, and methodological literature, the paper highlights the didactic potential of electronic educational resources for diagnosing students' learning difficulties, organizing individualized practice, and monitoring the outcomes of knowledge correction. The case-study method is considered as the principal methodological tool for teacher preparation, as it enables the modeling of authentic instructional situations.

Keywords: methodical training of a mathematics teacher, correction of schoolchildren's knowledge, methods of teaching geometry, electronic educational resources, individualized instruction.

Геометрия традиционно относится к числу наиболее сложных школьных предметов, поскольку требует от учащихся прочной структуры знаний, достаточного уровня развития познавательных способностей и развитой системы осознанной саморегуляции. У многих школьников в силу разных причин могут накапливаться пробелы в знаниях и умениях при обучении геометрии, которые при отсутствии своевременной коррекции приводят к неуспеваемости. Если опытный учитель способен гибко подбирать формы, методы и средства коррекции знаний учащихся при обучении геометрии, то молодой педагог, как правило, не располагает необходимым опытом и к тому же испытывает острую нехватку времени на разработку персонализированной коррекции. В этой ситуации современные информационные технологии могут частично взять на себя функции диагностики, тренировки и адаптивного управления учебной деятельностью школьника, особенно принимая во внимание, что сегодняшние школьники психологически и технологически готовы к такому формату взаимодействия.

Таким образом, в системе профессиональной подготовки будущего учителя математики возникает задача: целенаправленно формировать умение эффективно использовать электронные образовательные ресурсы (ЭОР) не только для обеспечения наглядности при демонстрации нового материала, но и для осуществления коррекции знаний учащихся при обучении геометрии [4].

Под коррекцией знаний школьников по геометрии понимают неотъемлемую часть учебного процесса, которая проявляется как система методических мероприятий по внесению изменений в процесс обучения геометрии, направленная на устранение пробелов в знаниях и умениях обучающихся с целью достижения промежуточных или итоговых планируемых результатов по геометрии; на повышение качества знаний обучающихся по геометрии с целью обеспечения достижения более высокого уровня знаний по геометрии по сравнению с текущим [3].

Отличительной особенностью осуществления коррекции знаний школьников при обучении геометрии является многообразие причин, порождающих трудности и ошибки разных типов. Например, при решении одной и той же задачи у одного ученика не сформировано умение читать условие, анализировать его и строить адекватный чертёж; у другого – корректно выполнены геометрические построения, но допущена ошибка при решении уравнения; третий обосновывает решение неполно, полагаясь на иллюзию «очевидности» правильно изображённой фигуры; четвёртый ученик механически переносит знакомый алгоритм в новую геометрическую конфигурацию, игнорируя изменение существенных признаков понятия. Следовательно, коррекционная работа учителя не может быть одинаковой для всех: она требует точной диагностики конкретного затруднения и подбора такой системы методических мероприятий, которая адресно компенсирует именно несформированный компонент знания или умения. Между тем поурочное планирование не позволяет учителю отводить много времени для индивидуальной проработки каждого случая. Именно здесь на помощь приходят ЭОР, способные взять на себя часть коррекционных действий и персонализировать процесс коррекции знаний школьников при обучении геометрии.

Под электронными образовательными ресурсами (ЭОР) понимают образовательный ресурс, представленный в электронно-цифровой форме и включающий в себя структуру, предметное содержание и метаданные о них [1, с. 9]. В контексте коррекции знаний

школьников по геометрии особое значение имеют ЭОР с интерактивными элементами, обратной связью и адаптивностью, позволяющие диагностировать и компенсировать конкретные пробелы в структуре знаний школьников при обучении геометрии.

В контексте коррекции знаний школьников при обучении геометрии наиболее значимой является роль ЭОР как средства диагностики (в том числе повторной) и как инструмента адаптивной индивидуальной тренировки.

В условиях современной цифровизации образования будущий учитель математики должен обладать высоким уровнем цифровых умений, чтобы быть готовым использовать их в осуществлении коррекции знаний школьников. Это значит, что студент осознает ценность своевременной индивидуальной помощи ученикам в процессе обучения геометрии; воспринимает цифровые инструменты не как развлечения, а как средства педагогической поддержки школьников; знает принципы отбора и создания ЭОР, а также требования к их содержанию и эргономике; умеет определять необходимость применения ЭОР в соответствии с поставленной дидактической задачей, умеет отбирать ЭОР, умеет целесообразно интегрировать их в технологию коррекции знаний, умеет разрабатывать недостающие ресурсы, встраивать их в урок геометрии и оценивать результативность; способен анализировать, почему выбранный цифровой инструмент сработал или не сработал в конкретном случае, и вносить изменения в собственную профессиональную деятельность при осуществлении коррекции знаний школьников при обучении геометрии.

В процессе обучения студенты изучают трудности учеников при обучении геометрии (в рамках методических дисциплин) и работу с электронными образовательными ресурсами (в процессе информатической подготовки). Лишь на старших курсах, в ходе специального курса «Коррекция знаний и умений школьников по математике», эти разрозненные знания интегрируются в целостное профессиональное умение проектировать и реализовывать технологию коррекции знаний школьников с использованием ЭОР. В процессе обучения студентов применять ЭОР для коррекции знаний основным методическим средством выступает кейс-метод, который позволяет ориентировать студентов на анализ реальных типичных методических ситуаций [2]. Так студенты включаются в цикл «необходимость коррекции знаний школьников при обучении геометрии – возможность применения ЭОР – выбор или создание ЭОР – апробация – контроль – рефлексия».

При этом используются приемы анализа типичных ошибок школьников при изучении различных тем геометрии, сопоставления выявленных затруднений с возможностями ЭОР, проектирования стратегий коррекции знаний, модификации и разработки цифровых материалов, а также рефлексивного анализа эффективности применения ЭОР.

Например, студентам предлагается выяснить возможность применения ЭОР в следующей методической ситуации. При изучении темы «Определение тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника» учитель провел письменную проверочную самостоятельную работу и выявил, что допущены следующие ошибки: перепутаны определения тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника; ошибки в решении уравнений вида $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, $0{,}7 = \frac{c}{x}$; ошибки в

несоответствии чертежа и определения тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника; трудности в применении теоремы Пифагора и др.

Совместно с преподавателем студенты выполняют такие виды деятельности, как:

– определяют возможность применения ЭОР для коррекции знаний при различных типах затруднений школьников (в восприятии учебного материала, в переработке и осмыслении, в воспроизведении, в интерференции знаний, в творческом применении знаний и умений);

– записывают аудиосообщение с анализом типичных ошибок учащихся и видеоролик, в котором демонстрируется правильное выполнение задания (возможные форматы: презентация с устным комментарием, запись объяснения у доски, комментирование письменного решения на листе бумаги);

– выбирают или разрабатывают флэш-карточки, позволяющие обучающимся тренировать умение определять тригонометрические функции; интерактивные задания с автоматической проверкой и системой подсказок, дифференцированных с учётом уровня подготовки учащихся; контрольное задание для оценки эффективности проведённой коррекционной работы;

– работают с ИИ-инструментами над созданием методического материала (различные виды карточек и рабочих листов коррекции знаний) для коррекции теоретических, процедурных и метакогнитивных знаний школьников по геометрии.

Таким образом, подготовка будущих учителей математики к использованию электронных образовательных ресурсов для коррекции знаний школьников по геометрии требует специальной организации образовательного процесса. Эффективность такой подготовки обеспечивается прежде всего комплексным применением кейс-метода. Использование разнообразных методических средств и приемов способствует формированию у студентов готовности диагностировать затруднения школьников, подбирать и создавать электронные образовательные ресурсы, проектировать индивидуализированную коррекционную работу и оценивать ее результативность. Это позволяет повысить качество профессиональной подготовки будущих учителей математики в условиях цифровой трансформации образования.

Список литературы

1. Гриншкун В. В., Краснова Г. А. Современная цифровая образовательная среда: ресурсы, средства, сервисы. – Москва: Проспект, 2021. – 216 с.

2. Кислякова М. А. Кейсы как методические средства формирования готовности будущих учителей к осуществлению коррекции знаний школьников по геометрии // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2026. – № 1 (41). – С. 33-44.

3. Кочагина М. Н., Кислякова М. А. Коррекция знаний школьников как компонент процесса обучения геометрии // Казанская наука. – 2024. – № 14. – С. 76-79.

4. Кочагина М. Н. О цифровых практиках при подготовке учителей математики // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (Киров, 22–24 сентября 2022 г.). – Киров: Изд-во «Веси», 2022. – С. 113-115.

МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ: ОТ ВЫЯВЛЕНИЯ И НИВЕЛИРОВАНИЯ ДЕФИЦИТОВ К ФОРМАТУ ПРОАКТИВНОСТИ

И. К. Кондаурова, канд. пед. наук, доцент,
Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского,
Саратов, Россия
e-mail: i.k.kondaurova@yandex.ru

Аннотация. В докладе будет представлен сравнительный анализ результатов исследований методических затруднений (2005 г.) и дефицитов (2013 г., 2026 г.) будущих и действующих молодых учителей математики. Проанализированы результаты исследования удовлетворенности выпускников методической подготовкой в вузе. Сделан вывод о целесообразности внесенных на основании исследований 2005 г. и 2013 г. изменений в процесс подготовки будущего учителя математики с акцентом на проактивную модель методической подготовки.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, профессиональные дефициты, удовлетворенность, проактивность.

METHODICAL TRAINING OF A MATHEMATICS TEACHER: FROM THE IDENTIFICATION AND LEVELING OF DEFICITS TO THE FORMAT OF PROACTIVITY

I. K. Kondaurova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Saratov National Research State University,
Saratov, Russia
e-mail: i.k.kondaurova@yandex.ru

Annotation. The report will present a comparative analysis of the research results on methodological difficulties (2005) and deficits (2013, 2026) of future and current young mathematics teachers. The results of the study of graduates' satisfaction with methodological training at the university are analyzed. The conclusion is made about the expediency of the changes introduced on the basis of research in 2005 and 2013 in the process of training a future mathematics teacher with an emphasis on a proactive model of methodological training.

Keywords: methodical training of a mathematics teacher, professional deficits, satisfaction, proactivity.

Стремительное развитие современного общества порождает необходимость изменений во всех его сферах, в том числе и в системе образования. Авторы аналитического доклада «Образовательный контекст 2026» подчеркивают наличие, в условиях внешних ограничений и военно-политического давления, кадрового дефицита профессий, требующих математических знаний [1, с. 19], ликвидация которого должна начинаться уже на этапе школьного обучения. И здесь велика роль учителя математики, который «приводит ум в порядок» и закладывает основу для развития математического мышления. Следует отметить, что математика важна не только для будущих инженеров. Это фундамент для развития аналитического и логического мышления, что необходимо в абсолютно любой профессии.

Между тем, Концепция подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 года констатирует «недостаточное соответствие результатов подготовки выпускника (молодого педагога) актуальным запросам отрасли образования, общества и государства» [5], основываясь при этом на «понимании роли учителя, педагога как ключевой фигуры для обеспечения качества общего образования и для будущего развития страны» [5]. Сложившуюся ситуацию для действующих учителей рассчитывают выровнять мероприятиями Комплексного плана по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года, утвержденным распоряжением Правительства Российской Федерации от 19 ноября 2024 г. № 3333-р, предусматривающими повышение качества подготовки учителей соответствующих предметов [4]. Необходимые изменения вносятся и в систему подготовки учителей математики в вузах.

Характеризуя будущих педагогов, ученые все чаще отмечают, что «в общественном сознании старая модель «человек–исполнитель» все больше уступает место новой модели – «берущий на себя ответственность, инициативный, социально-активный работник» [6, с. 101]. Современный проактивный учитель, помимо обеспечения эффективной деятельности учащихся по освоению учебного предмета, –инициативен, ответственен, умеет действовать на опережение и самостоятельно инициировать изменения, способен прогнозировать образовательные результаты, предвидеть и своевременно предотвращать или смягчать образовательные риски, в поступках ориентируется на собственные и общественные ценности, а не на импульсные реакции, способен видеть свои профессиональные дефициты, сдерживающие методический рост, умеет проектировать профессиональную биографию, выбирать и реализовывать нужные технологии саморазвития и т.д. Подобные качества и способности редко проявляются сами по себе, однако они с успехом могут быть сформированы в процессе проактивной подготовки учителя в вузе.

За последние 30 лет кафедрой математики и методики ее преподавания Саратовского госуниверситета проведен ряд исследований, результаты которых послужили основой для изменения формата подготовки учителей математики в направлении от выявления и нивелирования методических затруднений и дефицитов до смещения акцента в сторону опережения и проактивности [2; 3]. Часть результатов этих исследований будет представлена в докладе. Диагностические работы по оценке качества подготовки, сформированности отдельных способностей и качеств будущих и действующих учителей, анкетирование и опросы по вопросам удовлетворенности методической подготовкой в вузе, профессиональному развитию и т.п., проводились со студентами выпускных курсов, а также действующими учителями математики и работодателями в рамках работы:

– XXIV Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов «Современные проблемы школьного и вузовского математического образования» (СГУ, г. Саратов, 2005 г.);

– региональной научно-практической конференции «Актуальные проблемы непрерывного математического образования» (СГУ, г. Саратов, 2013 г.);

– серии мероприятий «Подготовка будущих педагогов-математиков в условиях классического университета», посвященных 80-летию профессора кафедры Е. С. Петровой (СГУ, г. Саратов, 2017 г.);

– инициативной научно-исследовательской работы «Система предметно-методической подготовки педагогов-математиков в национальном исследовательском

университете: концептуальные подходы и стратегические пути развития» (СГУ, г. Саратов, 2016-2021 гг.);

– I международного научно-практического форума «Проблемы и перспективы развития физико-математического и естественно-научного образования» (СГУ, г. Саратов, 2026 г.).

Локальные исследования регулярно проводятся, начиная с 1996 г. по настоящее время, с будущими (студенты старших курсов специалитета (до 2014 г.), бакалавриата (с 2014 г.)) и молодыми действующими (студенты магистратуры (с 2015 г.), участники кафедрального семинара «Профессионально-методическая подготовка учителя математики в условиях классического университетского образования» (с 2007 г.), члены предметно-методического клуба (с 2015 г.)) учителями математики, как правило, в период производственных и/или преддипломной практик.

В 2011-2012 гг. при организационной поддержке доктор педагогических наук, профессора А. В. Ахаева было осуществлено анкетирование учителей математики г. Шымкента (Республика Казахстан, ЮКО), что позволило констатировать наличие сходных методических затруднений у действующих учителей обеих стран и имеющихся проблем при их подготовке.

Проведенные исследования позволили проанализировать динамику изменений методических затруднений и дефицитов будущих и действующих учителей математики. И если, в 2005-2010 годах методические затруднения учителей были связаны, в основном, с адаптацией к ЕГЭ и ИКТ, сложностями с переходом на профильное обучение, работой с детьми с особыми образовательными потребностями (одаренные дети, дети с трудностями в обучении), то в период 2011-2015 годов на первый план выходят дефициты, вызванные внедрением Федеральных государственных образовательных стандартов (введение системно-деятельностного подхода, дефицит методик для организации внеурочной деятельности и дополнительного математического образования школьников, затруднения при обучении новым для школы разделам математики – теории вероятностей и комбинаторике). Анкеты 2016–2019 гг. констатируют дефициты учителей, сопряженные с изменениями требований к результатам образования (ВПР, функциональная грамотность и т.п.). В 2020-2021 гг. дефициты учителей математики были ассоциированы периодом пандемии и характеризовались, прежде всего, неготовностью к переходу на онлайн-обучение. С 2022 года на первый план выходят затруднения учителей, связанные с цифровизацией и использованием искусственного интеллекта в образовании. Об этом говорит каждый второй респондент 2026 г., отвечая на вопрос, что должен уметь современный учитель, и как вуз может подготовиться к этому уже сейчас (вопрос 31 блока 6).

Согласно нормативным документам (ФЗ «Об образовании», ст. 69, п.1) «высшее образование призвано обеспечить удовлетворение потребностей личности в интеллектуальном, культурном и нравственном развитии, углублении и расширении образования, научно-педагогической квалификации» [7]. В рамках методической подготовки будущий учитель является действующим субъектом, поэтому важно оценивать его удовлетворенность данной подготовкой. Согласно проведенным исследованиям 2026 года, в целом наши студенты довольны качеством методической подготовки, полученной в вузе, оценив ее по шкале Лайкерта, в основном, на 4-5. При этом, заставляют задуматься ответы на открытый вопрос (блок 2, вопрос 12), что им хотелось бы изменить в методической

подготовке, которые варьировались от «все круто», «ничего не нужно менять», «все устраивает» до «научите, как сделать урок более интересным без электронных ресурсов», «научите, как отстаивать свои права при работе с руководством, родителями». Будущим учителям математики были бы интересны практико-ориентированные стажировки, предоставляющие возможность поэтапного погружения в профессию (вопрос 26 блока 5), а также профессиональное общение с коллегами (вопрос 20 блока 4), в том числе мастер-классы от опытных учителей. При смещении фокуса на предметную область (вопрос 10 блока 2), каждый второй респондент-студент отметил необходимость включения в содержание дисциплины «Элементарная математика» практикума по разбору реальных учебных ошибок школьников и их причин, каждый четвертый отметил важность усиления элементов методики объяснения абстрактных тем на конкретных, жизненных примерах. В анкетах действующих учителей подчеркивалась потребность интеграции цифровых инструментов (динамическая геометрия, онлайн-тренажеры и т.п.) в изучение дисциплины.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке и корректировке образовательных программ при подготовке будущих и переподготовке действующих учителей математики.

Список литературы

1. Казарновский М. С., Гиринский А. А., Лепетюхина А. О. Аналитический доклад «Образовательный контекст 2026». – М., 2026. – 59 с. – URL: https://mmco-expo.ru/mmco-doklad (дата обращения: 30.06.2026).

2. Кондаурова И. К. О подготовке и профессиональном становлении будущих педагогов-математиков в преддверии модернизации среднего и высшего математического образования // Актуальные проблемы непрерывного математического образования: сборник научных трудов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2014. – 480 с. – С. 49-62.

3. Кондаурова И. К. Подготовка учителя математики будущего // Труды Международной конференции по развитию современного образования «Образование будущего и будущее образования» – ICMED’2025 (24–27 марта 2025, Москва, Россия): в 2 т. – М.: Научно-техническая ассоциация «Актуальные проблемы фундаментальных наук», 2025. – С. 51-61.

4. Распоряжение Правительства РФ от 19 ноября 2024 г. № 3333-р «О Комплексном плане по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года» // Официальный интернет-портал правовой информации (pravo.gov.ru). – URL: https://pravo.gov.ru/ (дата обращения: 30.06.2026).

5. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24 июня 2022 г. № 1688-р «Об утверждении Концепции подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 года» // Собрание законодательства РФ. – 2022. – № 26. – С. 4573.

6. Тайкова Л. В. Формирование лидерских качеств будущих педагогов как психолого-педагогическая проблема // Вестник НовГУ. – 2016. – № 2 (93). – С. 101-103.

7. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» [29 декабря 2012 года № 273-ФЗ, принят Государственной Думой 21 декабря 2012 года, одобрен Советом Федерации 26 декабря 2012 года, с изменениями и дополнениями]. – М.: Эксмо, 2019. – 143 с.

ПРОМЫШЛЕННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ЭКСКУРСИЯ КАК ОДНА ИЗ ФОРМ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО ПЕДАГОГА К ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМУ ПРОСВЕЩЕНИЮ

С. И. Крылатых, старший преподаватель,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: cvetlana_h@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается промышленно-образовательная экскурсия как одна из форм подготовки будущего учителя математики к решению задач технологического просвещения школьников. В условиях научно-технологического развития возрастает потребность в педагогических кадрах, способных помочь обучающимся с осознанным профессиональным самоопределением. Предложена трёхэтапная модель организации экскурсии для студентов педагогических вузов и показано, что такая модель не только формирует у будущих учителей целостное представление о современном производстве, но и развивает способность интеграции математического образования с задачами профориентации и технологического просвещения.

Ключевые слова: промышленно-образовательная экскурсия, подготовка будущего педагога, технологическое просвещение, практико-ориентированные задания, профессиональное самоопределение школьников, методика обучения математике.

INDUSTRIAL AND EDUCATIONAL EXCURSION AS ONE OF THE FORMS OF PREPARATION OF A FUTURE TEACHER FOR TECHNOLOGICAL EDUCATION

S. I. Krylatykh , senior lecturer, Perm State Humanitarian Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: cvetlana_h@mail.ru

Annotation. The article considers an industrial and educational excursion as one of the forms of training a future teacher to solve the problems of technological education of schoolchildren. In the context of scientific and technical progress, there is an increasing need for teaching staff capable of helping students with conscious professional self-determination. A three-stage model of organizing excursions for students of pedagogical universities is proposed and it is shown that such a model not only forms a holistic view of modern production for future teachers, but also develops the ability to integrate mathematical education with the tasks of career guidance and technological education.

Keywords: industrial and educational excursion, training of future teachers, technological education, practice-oriented tasks, professional self-determination of schoolchildren, methods of teaching mathematics.

В условиях стремительного научно-технологического развития (НТР) России экономика страны испытывает острую потребность в квалифицированных кадрах для промышленных предприятий. В вызовах НТР акцент делается на необходимости укрепления научно-технологического суверенитета страны, и особая роль в этом процессе отводится естественно-научным предметам и подготовке педагогов. Технологическое просвещение предполагает формирование у обучающихся технологической грамотности, включающей первичное знакомство с актуальными профессиями региона.

Решение данной задачи невозможно без соответствующей подготовки самого учителя. Будущий педагог должен не только владеть предметным содержанием курса математики, но и иметь представление, как устроено современное производство, какие

математические знания применяются специалистами на промышленных предприятиях. Знакомство с производствами и особенностями профессий возможно и при обучении математике через раскрытие связи школьного курса математики и будущей профессиональной деятельностью.

Одной из форм подготовки будущих учителей математики к такой деятельности является промышленно-образовательная экскурсия. Это организованное посещение промышленного предприятия с просветительской и профориентационной целью. В ходе экскурсии студенты знакомятся с историей предприятия, его вкладом в развитие региона, а также с некоторыми производственными процессами, оборудованием и востребованными профессиями. Промышленно-образовательные экскурсии позволяют повысить уровень практической значимости обучения и показать связь с жизнью и конкретным производством.

При освоении основной профессиональной образовательной программы по направлению 44.03.05 Педагогическое образование экскурсию как форму обучения можно использовать при освоении дисциплины «Организация учебно-исследовательской и проектной деятельности во внеурочной работе» или на практике «Производственная технологическая (проектно-технологическая) практика по модулю "Методико-математический"».

Организация промышленно-образовательной экскурсии состоит из трех взаимосвязанных этапов. Первый этап – *подготовительный*. Студентам перед экскурсией предлагается поучаствовать в круглом столе или дискуссионной беседе в рамках дисциплины на тему «Можно ли при обучении математике в школе знакомиться с актуальными профессиями предприятий региона?». В ходе обсуждения обучающиеся предлагают разные варианты организации профориентационной работы (как правило, из своего опыта), а также приходят к выводу о том, что они не знают востребованные сегодня профессии и особенности современного производства. Поэтому им трудно ответить на вопрос: «Какие знания по математике необходимы специалисту в профессиональной деятельности на предприятии?», так как не имеют представления о специфике технологических процессов. Студентам предлагается составить чек-лист для посещения какого-либо реального производства и встречи со специалистами. В ходе групповой работы формируются основные разделы чек-листа: информация о предприятии, краткое описание профессии и технологического процесса, знания по математике необходимые в профессиональной деятельности.

Студентам сообщается, что в ходе практики или практического занятия они посетят промышленно-образовательную экскурсию на одно из производств г. Перми и по результатам посещения должны разработать практико-ориентированные задания по математике с учетом специфики производства и профессии.

Второй этап – *посещение промышленного предприятия*. На предприятии студенты знакомятся с оборудованием, технологическими процессами и имеют возможность наблюдать за работой специалистов разных профессий. В ходе беседы с технологом производства уточняется информация о математических знаниях и умениях, необходимых для выполнения профессиональных задач. Важно, чтобы экскурсия носила не созерцательный, а прикладной характер. Студенты определяются с профессией или технологическим процессом для практико-ориентированного задания, для этого фиксируют математические параметры производственных операций, технологические режимы и временные характеристики и т.д. Промышленно-образовательная экскурсия помогает понять, что естественные науки являются фундаментом современной техники, показывает неразрывную связь теории и практики в производственной деятельности людей.

Третий этап – *анализ посещения промышленного предприятия*. По итогам экскурсии студенты составляют практико-ориентированные задания по математике, связанные с производственным процессом. Каждое задание включает: краткое описание основной деятельности предприятия (профиль, история, масштаб производства); конкретную специальность с описанием производственной ситуации или технологической операции (например, аналитик занимается преобразованием данных в практические решения; программист – разработкой встроенного программного обеспечения для высокоточных навигационных приборов, датчиков и гироскопов, а также созданием систем автоматизации производства и поддержкой внутренней IT-инфраструктуры и т.д.); связь содержания разделов школьной математики с профессиональными задачами, которые решает специалист; задачу с демонстрацией решения, которое требует применения знаний из школьного курса математики.

Приведем описание практико-ориентированной задачи, разработанной студентом математического факультета ПГГПУ Никитиным И.Н. на основе посещения промышленного предприятия ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» (ПНППК).

В ПАО «ПНППК» инженер-технолог участка аддитивных технологий реализует процесс перехода от виртуальной трёхмерной модели к физическому изделию методом послойного синтеза (3D-печати). Данная технология является значимой для выпуска сложнопрофильных деталей – например, герметичных корпусов инерциальных навигационных систем и волоконно-оптических узлов, которые невозможно изготовить классическими методами механической обработки. Специалист не только управляет оборудованием, но и подбирает оптимальные режимы спекания полимерных или металлических порошков, что напрямую определяет точность, прочность и надёжность конечного изделия. Без такой компетенции инновационные разработки предприятия остались бы на стадии цифровых прототипов, не находя воплощения в реальном производственном цикле.

Работа инженера-технолога в ПНППК неразрывно связана с математикой, поэтому студент выделяет согласно решению профессиональных задач, какие знания и умения ему требуются, и представляет их в таблице.

Раздел математики	*Знания и умения, полученные в рамках школьной математики*	*Профессиональные задачи*
- натуральные числа и нуль; - наглядная геометрия	- выполнять деление с остатком; - находить неполное частное и остаток; - выполнять проверку, прикидку результата вычислений; - выполнять арифметические действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями в простейших случаях; - вычислять объем куба, параллелепипеда по заданным измерениям, пользоваться единицами измерения объема; - находить, используя чертежные инструменты, расстояния: между двумя точками, от точки до прямой, длину пути на квадратной сетке	- оптимизация производственного процесса и ресурсов; - планирование цикла печати для максимальной загрузки оборудования, распределение деталей на платформе для минимизации временных и материальных затрат (размещение предметов на плоскости с отступами нужно учитывать габариты и зазоры)

Затем формулирует текстовую задачу с опорой на данные, полученные во время экскурсии, и с учетом производственной операции. Так, для *размещения деталей на платформе* на заводе инженер-технолог участка аддитивных технологий должен распечатать партию корпусов для навигационных датчиков в форме одинаковых цилиндрических деталей (рис.1). Деталь диаметром 40 мм и высотой 30 мм изготавливается на 3D-станке с рабочей платформой размером 200 × 200 мм, при этом технологический регламент требует соблюдать зазор 5 мм между любой парой соседних деталей и 5 мм от каждой детали до края платформы. Определите максимальное количество деталей, которое можно разместить на платформе за один цикл печати.

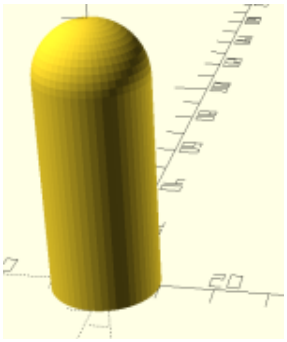


Рисунок 1 – Корпус

Будущий учитель математики во время производственной технологической практики организует и проводит мероприятия профессиональной направленности для школьников, используя данный набор задач, как на уроках математики, так и во внеурочной деятельности.

Промышленно-образовательная экскурсия, организованная по предложенной трёхэтапной модели, является эффективным инструментом подготовки будущего педагога к технологическому просвещению школьников, хорошей базой для разработки практико-ориентированных заданий, связанных с региональными предприятиями, востребованными профессиями и технологиями реального сектора экономики.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ГОТОВНОСТИ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗОВ К ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ МЕТОДИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Н. Г. Кузина, канд. пед. наук, доцент,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова,
Ульяновск, Россия
e-mail: metod-matematika@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается вопрос о формировании готовности студентов к методической деятельности на занятиях по элементарной математике с помощью технологических карт.

Ключевые слова: технологическая карта, методическая подготовка учителя математики, решение иррациональных уравнений.

TECHNOLOGICAL CHARTS AS A TOOL FOR DEVELOPING STUDENTS' READINESS FOR METHODOLOGICAL ACTIVITIES IN PEDAGOGICAL UNIVERSITIES

N.G. Kuzina, PhD, Associate Professor,
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov,
Ulyanovsk, Russia
e-mail: metod-matematika@yandex.ru

Abstract. This article examines the development of students' readiness for methodological activities in elementary mathematics classes using technological charts.

Keywords: technological chart, methodological training of mathematics teachers, solving irrational equations.

Курс «Элементарная математика» входит в Ядро высшего педагогического образования – методические рекомендации по подготовке кадров по программам педагогического бакалавриата на основе единых подходов к их структуре и содержанию (письмо Минпросвещения России от 14.12.2021 г.№ АЗ-1100/08). Согласно данным методическим рекомендациям выделены темы курса и примерное количество зачетных единиц на его изучение. В Ульяновском государственном педагогическом университете на данный курс приходится 10 зачетных единиц (5, 6, 7 семестры) – это при достаточно обширном материале, который нужно будет вместить в небольшой по продолжительности объем. Курс «Теория и методика обучения математике» начинается только с 7 семестра. Эти два курса оказываются оторванными друг от друга. В итоге меняется цель курса «Элементарная математика» – это не только обучение студентов решать сложные математические задачи школьными методами, но и сформировать в них готовность к осуществлению методической деятельности.

Как отмечал Мордкович А.Г. «Эффективность обучения математике во многом зависит от состояния методики обучения решению задач. В этом плане особое значение имеет специфический педвузовский курс "Практикум по решению математических задач" (ПРЗ), в котором одинаково существенны два аспекта: поиск решения задачи и разработка методики руководства этим поиском при решении задачи школьниками» [1].

Одно из средств формирования готовности студентов к методической деятельности на занятиях по элементарной математике является процесс составления технологических карт по темам курса. Студенты совместно с преподавателем составляют технологическую карту, при этом выделяются основные понятия изучаемой темы, свойства данных понятий, формируются и усваиваются алгоритмы и приемы деятельности, составляются упражнения для самопроверки и дополнительные задания.

Рассмотрим пример технологической карты по теме «Методы решения иррациональных уравнений».

Необходимо знать	Необходимо усвоить алгоритмы и приемы деятельности	Знания	Самоконтроль
а) знать определения: -корня n-ой степени из числа; -арифметического корня; -иррационального уравнения; б) знать: преобразования, приводящие к появлению посторонних корней; -преобразования, которые могут привести к потере корней; в) знать теоремы равносильности уравнений.	а) знать алгоритмы решения простейших иррациональных уравнений; б) знать методы решения уравнений: -возведение обеих частей уравнения в одну и ту же степень: -уединение радикала; -тождественн. преобразования радикалов; -замены переменной; -графический метод; -с использован. сопряженных выражений; -сведение к системе.	1. Найдите точки пересечения графиков функций: y=$\sqrt{2x+4}$; y=x-2 2. Определить координаты всех точек графика функции y=$\sqrt{x^2-2x+2}$+x-1, равноудаленных от осей координат. 3. Найдите длину наибольшего отрезка оси абсцисс, на котором графики функций f(x)=4-$\sqrt{x+5+2\sqrt{x+4}}$ и g(x)=$\sqrt{x+13-6\sqrt{x+4}}$ совпадают. 4. Решите уравнения: 1) $\sqrt{2x-1}$= x-2 2)$\sqrt{2x-x^3}=2-3x$ 3)$\sqrt{x-4}\cdot\sqrt{2x-7}=x-2$ 4)$\sqrt{1-\sqrt{x^4-x^2}}$=x-1 5)$\sqrt[3]{\frac{2+x}{x}}-\sqrt[3]{\frac{2-6x}{x}}=1$ 6)$\sqrt{x}+\sqrt[3]{x-1}$=1	Проверь себя (*устно*). а) Найди ОДЗ 1.$\sqrt{x-1}+\sqrt{2x-6}$=2 2. $\sqrt{x+10}+\sqrt{x+1}$=1 3. $\sqrt{3x^2-2x+15}+\sqrt{3x^2-2x+8}$=7 4. $\sqrt{x^2-42x+3}=\sqrt{x^2-x}$ б) Решить уравнения: 1. $\sqrt{15-x}+\sqrt{3-x}$=6 2. $\sqrt{x^2+9}+\sqrt{x^2-7}$=2 3. $\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}$=2 в) Избавиться от корня: 1)$\sqrt{5+\sqrt{3}}$ 2)$\sqrt{x+3+4\sqrt{x-2}}$ Письменно. Решите уравнения: $\sqrt{3x+4}+\sqrt{x-4}=2\sqrt{x}$ $\sqrt[7]{\frac{5-x}{x+3}}+\sqrt[7]{\frac{x+3}{5-x}}$=2 $4x-3\sqrt[3]{x}$-1=0 $x\sqrt[3]{x}$ - $4\sqrt[3]{x^2}$+4=0 $1+\sqrt{1+x\sqrt{x^2-24}}$=0 $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}$=2

		7)$\sqrt[3]{10-x}$ -$\sqrt[3]{3-x}=1$ 8)$\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}}$ + $\sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}}$ =4 9)$\sqrt[3]{x+1}$ +$\sqrt[3]{3x+1}$=$\sqrt[3]{x-1}$	

Дополнительные задания:

1. Решить уравнения:

а) $\sqrt{4x^2-1}$+$\sqrt{4x-1}$=1

б)$\sqrt{x^2+(y-1)^2+(z+3)^2}$+$\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2}=7$

2. Корни уравнения $\sqrt{x^2-2x+10}$ + $\sqrt[6]{x^2-2x+2}$ =4 - 9(x-1)^2
принадлежат промежутку: а) (0;1), б)(1;3), в) (-1;0), г) [0;1], д) [-1;1].

Содержание школьного изложения материала можно использовать в качестве средства мотивации его более серьезного изучения в педагогическом вузе и университете. Привлекая студента к поиску учебного материала, его анализу, уточнению проблемы и конструированию на ее основе задач, к решению их различными способами, к выбору наиболее оптимального из них, преподаватель вуза формирует его личные качества и профессиональные умения, необходимые для методической деятельности. У преподавателей специальных дисциплин имеются большие возможности в реализации прогностического, эстетического, эвристического, информационного, образовательного аспектов методической деятельности [2].

Список литературы

1.Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: автореф. дис. д-ра пед. н. – Москва, 1986 г.

2. Саранцев Г.И. Методическая подготовка студентов математических специальностей педагогических вузов и университетов в современных условиях монография. – Саранск: Изд-во: МГПУ им. М.Е. Евсевьева, 2010. – 127 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СОДЕРЖАТЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

О. В. Макеева, канд. физ.-мат. наук,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова,
Ульяновск, Россия
e-mail: mov_ulspu@mail.ru

Аннотация. В статье приводится концепция, выделяющая математическое моделирование как сквозную содержательно-методическую линию математического анализа. Представлен авторский методический инструмент реализации концепции, приведены примеры его использования. Продемонстрирована методическая значимость данного подхода при подготовке будущих учителей математики.

Ключевые слова: математический анализ, математическое моделирование, содержательно-методическая линия, предметно-методическая подготовка учителя математики.

MATHEMATICAL MODELING AS A SUBSTANTIVE AND METHODOLOGICAL LINE IN THE COURSE OF MATHEMATICAL ANALYSIS

O. V. Makeev, Ph.D.,
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I. N. Ulyanov,
Ulyanovsk, Russia
e-mail: mov_ulspu@mail.ru

Annotation. The article presents a concept that highlights mathematical modeling as an end-to-end content and methodological line of mathematical analysis. The author presents a methodological tool for implementing the concept and provides examples of its use. The article demonstrates the methodological significance of this approach in the training of future mathematics teachers.

Keywords: mathematical analysis, mathematical modeling, content-methodical line, subject-methodical training of a mathematics teacher.

Традиционное изучение математического анализа в высшей школе зачастую носит формализованный характер, когда целью курса является овладение студентами техникой вычисления пределов, производных и интегралов. Однако такой подход не соответствует современным требованиям освоения математики в целом и математического анализа в частности. Например, А. Д. Нахман [3] подчеркивает актуальность проблемы сближения в учебном процессе «теоретической» и «реальной» математики и эффективность ее решения средствами математического моделирования. Он предлагает выделить «сквозную» содержательно-методическую линию (СМЛ) математических моделей и определяет ее инновационный характер. При этом особое внимание как средству моделирования процессов уделяется математическому анализу.

Разделяя данную позицию, автор статьи обращает внимание на организацию освоения математического анализа будущими учителями математики. В данном контексте СМЛ математических моделей приобретает двойную значимость: с одной стороны, она формирует собственную прикладную математическую грамотность

будущего учителя, с другой – дает ему методический инструментарий для преподавания начал анализа в школе, где прикладной аспект является одним из ключевых мотивов изучения дисциплины.

Реализация СМЛ математических моделей направлена на формирование у студентов устойчивого алгоритма математической деятельности, который переводит процесс решения прикладной задачи из разряда интуитивных догадок в область хорошо структурированных процедур. Методическая основа предлагаемой СМЛ математических моделей заключается в использовании авторской инструкционной схемы, которая адаптирует классические этапы математического моделирования под специфику инструментария математического анализа. Схема решения практической задачи включает в себя пять основных этапов [2, с. 14].

1. Выбор переменных задачи с различением независимых переменных и функций. Описание параметров, присутствующих в задаче. Введение обозначений для переменных и параметров (или использование обозначений из условия задачи).
2. Формулировка ограничений, которым подчиняются переменные. Если параметры задачи представлены в общем виде, – формулировка ограничений, которым они подчиняются.
3. Выявление связей между переменными и параметрами, которые отражают цель задачи. Формулировка модельной математической задачи.
4. Решение модельной математической задачи, включая выбор и применение инструментов решения.
5. Интерпретация решения модельной математической задачи. Формулировка ответа прикладной задачи.

Приведем примеры использования схемы для решения практических задач.

Задача 1. На странице книги печатный текст должен занимать S квадратных сантиметров. Верхнее и нежнее поля должны бать по a см, правое и левое – по b см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то какими должны быть наиболее выгодные размеры страницы [1, с.168, №339.2].

Решение.

Будем рассматривать страницу в форме прямоугольника. Текст на странице также занимает прямоугольную область (рис. 1).

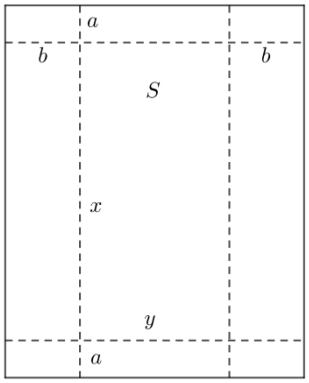


Рисунок 1

Выбор переменных

независимые:

x – высота прямоугольника с текстом, [см];

зависимые:

$y = y(x)$ – ширина прямоугольника с текстом, [см].

Описание параметров

a – верхнее и нижнее поля страницы, [см];

b – правое и левое поля страницы, [см];

S – площадь текста на странице, [см^2].

2. *Формулировка ограничений на переменные*

$x > 0, y(x) > 0.$

Формулировка ограничений на параметры

$a > 0, b > 0, S > 0.$

3. *Выявление связей между переменными и параметрами*

Так как текст занимает прямоугольную область площадью S, то ее размеры связаны условием $x \cdot y(x) = S$. Откуда $y(x) = S/x$. Зная размеры прямоугольника с текстом и размеры полей можно найти размеры страницы. Высота равна $(x + 2a)$ см, ширина – $y(x) + 2b = S/x + 2b$ см. Наиболее выгодными будут размеры страницы, при которых поля занимают наименьшую площадь, то есть разница между площадью страницы и площадью области с текстом минимальна.

Формулировка модельной математической задачи

1) Составьте функцию $f(x)$, которая описывает разность площади страницы и площади прямоугольника с текстом (рис. 1).

2) Найдите положительное значение аргумента x, при котором функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.

4. 1) *Выбор инструментов решения*

Формула площади прямоугольника с заданными сторонами.

Применение инструментов решения

$$f(x) = (x + 2a) \cdot (S/x + 2b) - S = 2bx + 2aS/x + 4ab.$$

2) *Выбор инструментов решения*

Алгоритм нахождения наименьшего значения функции на открытом интервале.

Применение инструментов решения

Производная $f'(x) = 2b - 2aS/x^2$ обращается в нуль в точках $x = \pm\sqrt{aS/b}$. Условию $x > 0$ удовлетворяет точка $x = \sqrt{aS/b}$. Вторая производная $f''(x) = 4aS/x^3$ в этой точке положительна и $x = \sqrt{aS/b}$ – точка минимума функции $f(x)$. Так как это единственная точка минимума, то в ней функция принимает наименьшее значение.

5. *Интерпретация результатов*

Значения $x = \sqrt{aS/b}$ и $y(x) = \sqrt{bS/a}$ удовлетворяют требованиям модели. Значит, они задают наиболее выгодные размеры страницы.

Ответ: высота страницы $2a + \sqrt{aS/b}$ см, ширина страницы $2b + \sqrt{bS/a}$ см.

Задача 2. Найдите силу давления на полукруг, который вертикально погружён в жидкость, если его радиус равен r, а верхний диаметр лежит на свободной поверхности жидкости; удельный вес жидкости равен γ [1, с. 292, пример 1].

Решение.

Для всех точек полукруга, заполняющих площадь S и расположенных на одинаковой глубине, давление p будет одинаковым и сила давления равна $F = pS$. Как физическая характеристика давление обладает свойством аддитивности. Поэтому для вычисления силы F давления $p(x)$, изменяющегося с глубиной погружения x, можно использовать определённый интеграл $F = \int_a^b p(x), dS$ (*), где $a \le x \le b$ – диапазон изменения глубины погружения, dS – площадь элементарной области на глубине x.

1. *Выбор переменных*
независимые:
x – глубина погружения элементарной области [ед. длины];
зависимые:
$p = p(x)$ – давление жидкости на элементарную область шириной dx на глубине x, [ед. давления];
$dS = f(x)dx$ – площадь элементарной области шириной dx на глубине x, [ед. площади].

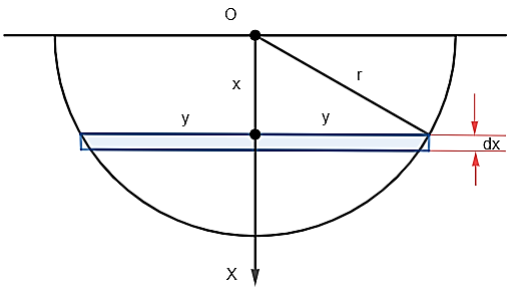


Рисунок 2

Описание параметров
r – радиус полукруга [ед. длины];
γ – удельный вес жидкости [ед. удельного веса].
2. *Формулировка ограничений на переменные*
$0 \le x \le r, p(x) \ge 0, f(x) \ge 0.$
Формулировка ограничений на параметры
$r > 0,\ \gamma > 0.$
3. *Выявление связей между переменными и параметрами*
Давление на глубине x равно $p(x) = \gamma x$. Площадь элементарной области dS есть площадь прямоугольника. При фиксированной ширине прямоугольника dx площадь зависит от его длины $2y$, где $y = y(x)$ (рис. 2).
Формулировка модельной математической задачи
1) Составьте функцию $dS = f(x)dx$, которая задает площадь прямоугольника ширины dx в зависимости от глубины погружения x (рис. 2).
2) Найдите значение интеграла (*) при $x \in [0; r]$ для указанных функций $p(x)$ и $dS = f(x)dx$.
4. 1) *Выбор инструментов решения*
Теорема Пифагора. Формула площади прямоугольника.
Применение инструментов решения
$y = f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, $dS = 2y \cdot dx = 2\sqrt{r^2 - x^2}dx$
2) *Выбор инструментов решения*
Формула Ньютона-Лейбница.
Применение инструментов решения

$$F = \int_0^r \gamma x \cdot 2\sqrt{r^2 - x^2}dx = 2\gamma \cdot \int_0^r x \cdot \sqrt{r^2 - x^2}dx = \cdots = \frac{2}{3}\gamma r^3.$$

5. *Интерпретация результатов*
Функции $p(x) = \gamma x$ и $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ удовлетворяют требованиям модели. Значит, величина $F = \frac{2}{3}\gamma r^3$ определяет силу давления жидкости на пластину.
Ответ: $F = \frac{2}{3}\gamma r^3$.

Предложенная авторская схема структурирует деятельность студентов, делая процесс математического моделирования практических задач воспроизводимым. Будущий учитель математики, освоивший предложенную схему, получает готовый

методический инструмент для работы со школьниками. Универсальный характер позволяет применять схему в работе и с дискретными функциональными моделями [4].

Выделение математического моделирования в качестве СМЛ курса математического анализа помогает преодолеть разрыв между теорией и практикой. Для студентов педагогических вузов освоение этой линии является необходимым условием формирования профессиональной компетентности, обеспечивающей готовность к преподаванию прикладных аспектов математики в школе.

Список литературы

1. Задачник по курсу математического анализа: учебное пособие для студентов заочных отделений физико-математических факультетов пед. инст. Ч. I. – М.: Просвещение, 1971. – 343 с.

2. Макеева О. В. Моделирование в прикладных задачах математического анализа: учебно-методическое пособие для студентов профиля «Математика» направления подготовки «Педагогическое образование», а также учителей математики. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И. Н. Ульянова», 2026. – 68 с.

3. Нахман А. Д. Основные аспекты обучения математическому моделированию в системе «школа–вуз» // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2016. – № 5. – С. 41-56.

4. Просвирнина А. А. Прогрессии: математическое моделирование в прикладных учебных задачах с производственно-экономической фабулой // Математика и ее приложения в современной науке и практике: сборник научных статей XV Международной научно-практической конференции студентов и аспирантов, Курск, 11–12 апреля 2025 года. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2025. – С. 242-246.

О МЕТОДАХ И ФОРМАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНСТРУКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Е. В. Мартынова, доцент,
Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Челябинск, Россия
e-mail: martynova_cspu@mail.ru

Аннотация. В работе обсуждаются методы решения задач на построение циркулем и линейкой и их связь с методами решения геометрических задач на доказательство и вычисление. Описан опыт использования динамической среды GeoGebra в процессе изучения конструктивной геометрии в вузе.
Ключевые слова: методика обучения математике, задачи конструктивной геометрии, динамическая среда GeoGebra.

METHODS AND FORMS OF SOLVING PROBLEMS OF CONSTRUCTIVE GEOMETRY IN THE PROCESS OF TRAINING A MATHEMATICS TEACHER

E. V. Martynova, associate professor,
South Ural State Humanitarian Pedagogical University,
Chelyabinsk, Russia
e-mail: martynova_cspu@mail.ru

Annotation. The article discusses methods for solving problems on the using of a compass and a ruler and their relationship with methods for solving geometric problems on proof and calculation. The experience of using the GeoGebra dynamic environment in the process of studying structural geometry at a university is described
Keywords: methods of teaching mathematics, problems of constructive geometry, GeoGebra dynamic environment.

Развитие навыков решения задач играет ключевую роль в подготовке будущих учителей математики. Один из способов достижения этого – поиск и анализ различных способов решения одной и той же задачи. Такой подход является эффективным инструментом для внедрения принципов активности и осознанного усвоения знаний, способствует развитию гибкости мышления и творческого потенциала будущих учителей. Одним из способов развития таких навыков является решение задач конструктивной геометрии.

Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой устанавливает соответствие между задачей на построение и алгебраической проблемой. Это дает возможность переформулировать задачу конструктивной геометрии, получив задачу на доказательство или вычисление. И наоборот: многие задачи на доказательство или вычисление можно переформулировать в задачи на построение. Тогда методы решения одних задач можно пролонгировать на другие, облегчить тем самым поиск их решения.

Связь между методами решения задачи на построение циркулем и линейкой, и методами решения соответствующей ей задачи на вычисление или доказательство можно продемонстрировать таблицей.

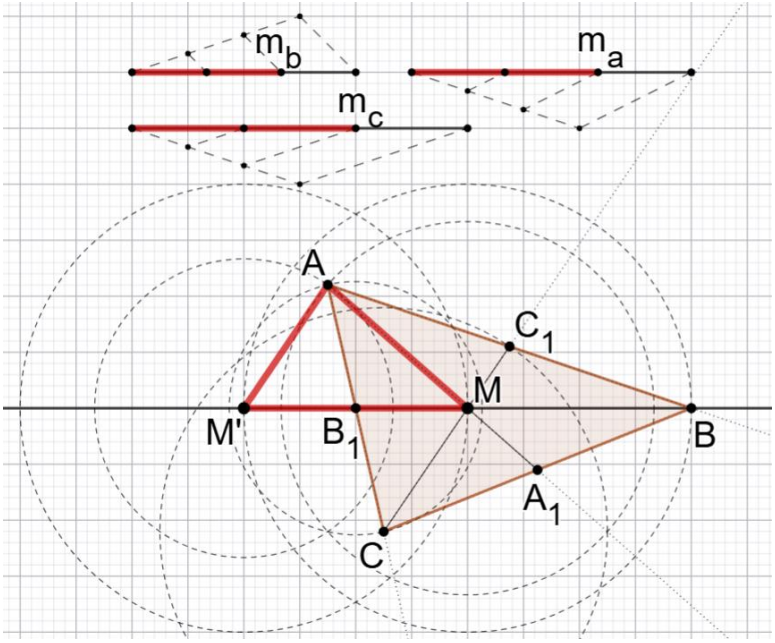
	Метод решения задачи на построение	Метод решения задачи на вычисление или доказательство
1.	Сведение к элементарным задачам.	Геометрический метод.
2.	Метод геометрических мест точек.	Алгебраический метод. Метод дополнительных построений.
3.	Методы поворота, параллельного переноса, осевой и центральной симметрий.	Метод движений. Метод дополнительных построений.
4.	Метод гомотетии.	Метод подобия. Метод дополнительных построений.
5.	Метод инверсии.	Метод инверсии.
6.	Алгебраический метод.	Геометрический метод.

Рассмотрим пример такой пары задач.

Задача 1. Построить треугольник по трем его медианам m_a, m_b и m_c.

Задача 2. Найдите площадь треугольника ABC, если известны длины его медиан $AA_1 = 9$, $BB_1 = 12$ и $CC_1 = 15$.

Рассмотрим схему решения первой задачи. Предположим, что задача решена: треугольник ABC построен, $AA_1 = m_a$, $BB_1 = m_b$ и $CC_1 = m_c$. Отразим треугольник ABC относительно точки B_1. Тогда M' – образ центра тяжести M треугольника.



Решение задачи сводится к построению вспомогательного треугольника AMM' по трем сторонам, равным $\frac{2m_a}{3}$, $\frac{2m_b}{3}$, и $\frac{2m_c}{3}$, а затем восстановлению из него искомого треугольника ABC (см. рис.).

Найденный алгоритм точного построения искомого треугольника в первой задаче (на построение) позволяет найти короткое решение второй задачи. Оно сводится к вычислению площади того же вспомогательного треугольника AMM', которая составляет треть искомой площади.

Переход на новые учебные планы подготовки учителей математики в ЮУрГГПУ, предполагающие увеличение доли практик в учебном процессе и уменьшение числа часов, отводимых, в частности, на изучение геометрии, позволил вынести изучение раздела «Конструктивная геометрия» на учебную практику (по математике и информатике). Подготовка к занятиям учитывает некоторые особенности проведения лабораторных работ:

- ✓ Увеличение числа задач с практическим содержанием, которые помогают будущему учителю в его дальнейшей работе по профориентации учащихся, закрепляют интерес к математике, повышают мотивацию.
- ✓ Уделение внимания не только навыкам выполнения построений, но и развитию понятийного аппарата.
- ✓ Демонстрация связи методов решения задачи на построение с задачами на вычисление и доказательство.
- ✓ Проведение лабораторных работ в компьютерном классе позволяет комбинировать традиционное решение задач с использованием циркуля и линейки с решением задач в динамической среде GeoGebra.
- ✓ Акцентирование внимания на выполнение этапов доказательства и исследования числа решений. Демонстрация возможностей среды GeoGebra в эффективном проведении исследования.

В качестве основных инструментов в среде GeoGebra используются аналоги циркуля и линейки. Процесс построения чертежа на компьютере способствует выявлению ошибок, связанных с непониманием алгоритмов проведения геометрических построений. Подобные ошибки, которые отражают иллюзию получения конструкции, похожей на искомую, допущенные в тетради или на доске практически недоказуемы. Ошибочное решение в электронном виде легко «разваливается» при изменении чертежа или его расположения на экране. Что и является доказательством наличия ошибки в алгоритме. Так как он должен работать при всех допустимых значениях исходных величин и давать правильный результат в любом ракурсе.

Использование среды GeoGebra в процессе изучения геометрии обеспечивает развитие деятельности учащегося по таким направлениям, как анализ, исследование, построение, доказательство, решение задач. Графические возможности компьютера позволяют легче усваивать основные алгоритмы построения на плоскости и в пространстве, позволяют прочувствовать специфику циркуля и линейки, как инструментов построения.

Список литературы

1. Атанасян Л. С., Базылев В. Т. Геометрия: учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов: в 2 ч. Ч. 2. – М.: Просвещение, 1987. – 352 с.

2. Винтиш Т. Ю., Мартынова Е. В., Прокопенко Г. И. Формирование творческих способностей студентов в процессе решения математических задач // Подготовка профессиональных управленческих кадров: опыт, проблемы, инновационные образовательные технологии: сборник научных трудов. – Челябинск: Челябинский филиал РАНХиГС, 2015. – С. 45-49.

ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА СТУДЕНТАМИ И АБИТУРИЕНТАМИ ПРИ КОНТРОЛЕ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ В ДИСТАНЦИОННОМ ФОРМАТЕ

Ю. В. Маслова, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Е. Ю. Яшина, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Российский государственный педагогический университет имени А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: yuliapetrova@mail.ru, elyashina@mail.ru

Аннотация. Рассмотрены особенности составления вариантов вступительных испытаний в магистратуру по направлению «Математическое образование» в педагогическом университете в дистанционном формате с учетом возможности использования абитуриентами искусственного интеллекта.

Ключевые слова: искусственный интеллект, вступительные испытания по математике, контроль знаний.

THE PROBLEMS OF USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE BY STUDENTS AND APPLICANTS IN THE CONTROL OF KNOWLEDGE IN MATHEMATICS IN A REMOTE FORMAT

Yu. V. Maslova, PhD in Math, Associate Professor,
E. Yu. Yashina, PhD in Math, Associate Professor,
Herzen State Pedagogical University,
Saint-Petersburg, Russia
e-mail: yuliapetrova@mail.ru, elyashina@mail.ru

Annotation. The features of the preparation of variants of entrance examinations for the master's degree in Mathematical Education at a pedagogical university in a remote format, taking into account the possibility of using artificial intelligence by applicants, are considered.

Keywords: artificial intelligence, entrance tests in mathematics, knowledge control.

Введение. Развитие цифровых инноваций и активное использование технологий искусственного интеллекта (ИИ) в процессе обучения являются одной из главных тенденций современного образования во всем мире. В последние годы многие отечественные и зарубежные исследователи обращаются к вопросу применения ИИ в образовании, рассматривая его как инструмент помощи всем участникам образовательного процесса, но и учитывая сопутствующие риски [1]. Одной из проблем выступает распространение среди студентов и абитуриентов плагиата материалов, сгенерированных ИИ-инструментами (ИИ-плагиат). Ряд исследований свидетельствует о том, что обучающиеся и студенты в большей степени подвержены совершению плагиата в ситуации высокой конкуренции между собой, когда они находятся под давлением достижения наилучших результатов [2]. Широкое распространение ИИ-плагиата повлияло на привычную структуру оценивания, прежде всего, письменных работ, проведенных в дистанционном формате. Разумным выходом из ситуации неэтичного использования абитуриентами и студентами ИИ на вступительных экзаменах, текущем контроле знаний, нам видится сочетание (или замена) дистанционной формы экзамена с очным собеседованием.

Уже много лет подряд преподаватели факультета математики РГПУ им. А. И. Герцена составляют задания письменной экзаменационной работы для абитуриентов, поступающих в магистратуру на программу 44.04.01 «Математическое образование». Традиционно экзамен проходит в дистанционном формате: абитуриенты в определённое время заходят на платформу Moodle, открывают задания, решают их 1,5 часа,

фотографируют записи со своими решениями и прикрепляют их в Moodle. Сложившаяся за долгие годы система правил проведения этого экзамена работала удовлетворительно до тех пор, пока в нашей жизни не появился искусственный интеллект, которым абитуриенты научились активно пользоваться, в том числе и при решении вступительных в магистратуру экзаменационных вариантов. Искусственный интеллект помогает решить задачи абитуриентам, и потому за последние два года баллы за письменные экзаменационные работы резко поднялись с 60 до 100. В таких условиях объективно оценить, абитуриент решал задания самостоятельно или нет, становится весьма проблематично. К сожалению, повлиять на форму проведения экзамена преподаватели не могут, поэтому мы сосредоточились на таком представлении заданий экзаменационных вариантов, которые продемонстрировали бы понимание абитуриентом представленного им решения.

Для того, чтобы более объективно оценить уровень знаний и качество подготовки абитуриентов, поступающих в магистратуру, мы предлагаем так формулировать задания, чтобы решить их с помощью ИИ было затруднительно, или чтобы при использовании ИИ он выдавал ошибки или неполные решения. Для этого, мы считаем, что необходимо сместить фокус с вычислительных и алгоритмических задач на задачи на проверку исследовательских, творческих и методических компетенций.

Современные технологии в области ИИ отлично справляются с задачами, имеющими четкий алгоритм решения или стандартный ответ. Однако пока они пасуют перед заданиями, требующими нестандартного мышления, пространственного воображения, доказательства от противного в нетривиальных условиях и, что особенно важно для педагогической магистратуры, методического обоснования. А наша цель, как экзаменаторов, проверить, насколько абитуриент владеет теоретическими знаниями и умеет их применять при решении задач, умеет рассуждать и доказывать, есть ли у него исследовательские и педагогические способности.

Сформулируем основные принципы и приведём примеры конкретных типов заданий, которые мы использовали при составлении экзаменационного варианта вступительного испытания и которые могут помочь достичь этой цели, а также проанализируем ошибки, которые выдаёт ИИ при решении этого варианта.

Принципы составления заданий.

- *Нестандартность формулировок*. Следует избегать типовых задач из сборников или стандартных задачников, требовать не просто найти ответ, а построить полное, логически обоснованное доказательство. При этом следует просить использовать определенные методы (например, только векторный метод, или только геометрические преобразования).
- *Акцент на визуализацию и построение.* Задания могут быть направлены на проверку навыков, которые сложно формализовать нейросети, например, на построение циркулем и линейкой, аксонометрию, развертки.
- *Методическая составляющая.* Для программы «Математическое образование» ключевым является умение не только решать задачи, но и объяснять ход мыслей. Это область, где ИИ пока не способен продемонстрировать глубокое понимание психологии ученика. Открытые задачи. Вопросы, не имеющие единственно верного ответа, заставляют абитуриента проявить собственную позицию и креативность.

Варианты заданий. Ниже представлены примеры заданий экзаменационного варианта, которые ИИ решает неверно.

Задание 1 (геометрия и методика). На рисунке 1а изображена призма.

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через центр тяжести треугольника OCD перпендикулярно прямым BO_1 и AD.

2. Можно ли в четырёхугольник OO_1A_1C вписать окружность? Сформулируйте теоретические факты, которые используются при решении этой задачи. Предложите систему вопросов и заданий для работы учителя со школьниками для получения ими этого нового знания для класса, в котором у обучающихся низкая мотивация.

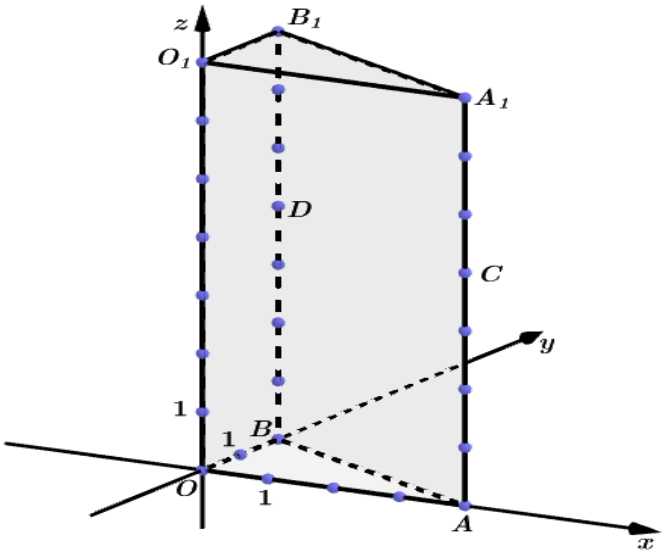


Рисунок 1а

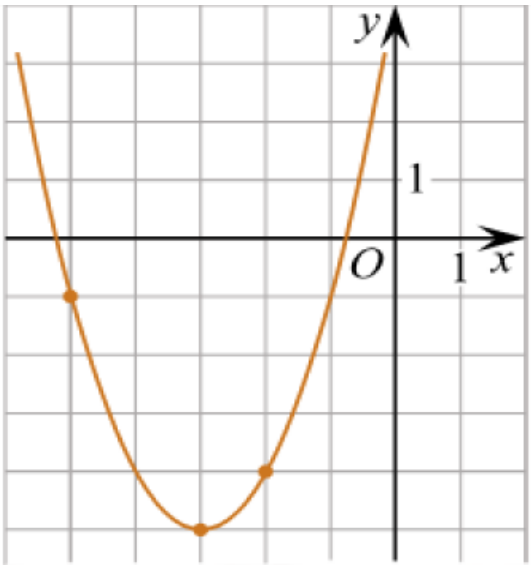


Рисунок 1б

Задание 2 (алгебра и методика). На рисунке 1б изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$.

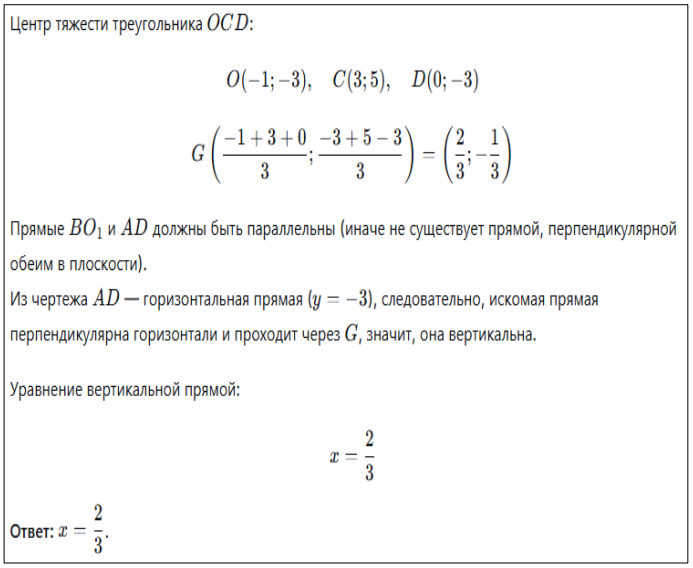
1. Найдите все значения корней третьей степени из комплексного числа $z = (b - c) + (c - b)i$ и запишите в алгебраической форме.

2. Найдите все цифры x, при которых пятизначное число $c21xb$ делится на 4 и на 3 одновременно.

3. Составьте методические рекомендации для учителя по нахождению коэффициентов a, b, c при работе с графиком квадратичной функции и продемонстрируйте их работу на примере функции, изображенной на рисунке 1б.

Примеры решений заданий, которые предлагает ИИ, с разбором его ошибок.

Решение задания 1 (см. рис. 2а). Решение оказывается неверным, так как по рисунку ИИ не получается верно определить координаты вершин треугольника OCD, а поэтому и координаты его центра тяжести. Высказывания о том, что «прямые BO_1 и AD должны быть параллельны», и о том, что «AD – горизонтальная прямая» тоже неверные. В качестве уравнения прямой ИИ предлагает уравнение $x = \frac{2}{3}$, что является грубой ошибкой. В пункте 2 этого задания ИИ не смог верно определить вид фигуры (см. рис. 2б), а дальше предлагает систему вопросов и заданий для учителя, которые совершенно не подходят для темы «окружность, вписанная в четырёхугольник», о которой спрашивалось в задаче.



Центр тяжести треугольника OCD:

$$O(-1;-3),\quad C(3;5),\quad D(0;-3)$$

$$G\left(\frac{-1+3+0}{3};\frac{-3+5-3}{3}\right)=\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$$

Прямые BO_1 и AD должны быть параллельны (иначе не существует прямой, перпендикулярной обеим в плоскости).

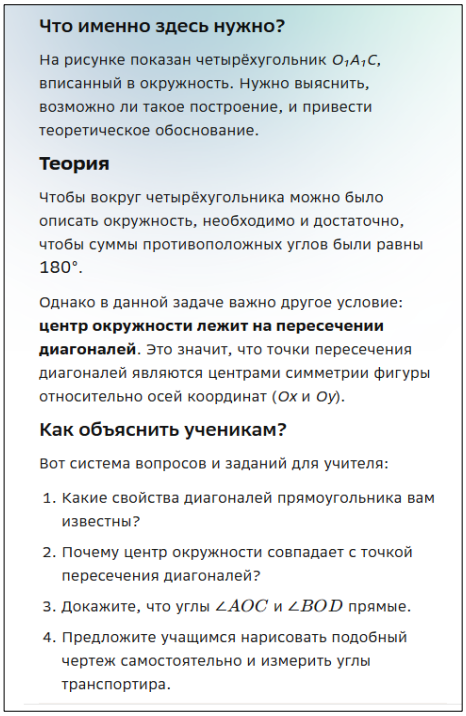
Из чертежа AD — горизонтальная прямая ($y=-3$), следовательно, искомая прямая перпендикулярна горизонтали и проходит через G, значит, она вертикальна.

Уравнение вертикальной прямой:

$$x=\frac{2}{3}$$

Ответ: $x=\frac{2}{3}$.

Рисунок 2а



Что именно здесь нужно?

На рисунке показан четырёхугольник O_1A_1C, вписанный в окружность. Нужно выяснить, возможно ли такое построение, и привести теоретическое обоснование.

Теория

Чтобы вокруг четырёхугольника можно было описать окружность, необходимо и достаточно, чтобы суммы противоположных углов были равны 180°.

Однако в данной задаче важно другое условие: **центр окружности лежит на пересечении диагоналей**. Это значит, что точки пересечения диагоналей являются центрами симметрии фигуры относительно осей координат (*Ox* и *Oy*).

Как объяснить ученикам?

Вот система вопросов и заданий для учителя:

1. Какие свойства диагоналей прямоугольника вам известны?
2. Почему центр окружности совпадает с точкой пересечения диагоналей?
3. Докажите, что углы $\angle AOC$ и $\angle BOD$ прямые.
4. Предложите учащимся нарисовать подобный чертеж самостоятельно и измерить углы транспортира.

Рисунок 2б

Решение задания 2. Решение оказывается неверным, так как ИИ неправильно по графику определяет коэффициенты *a, b, c*. В частности, MathGPT определил *a=1, b=-2, c=0*, что сделало невозможным решение пункта 2 этого задания. В п. 1, соответственно, неверно найдено число *z*. Причем интересно, что при разных обращениях с этой задачей ИИ выдает разные ответы, но всегда неверные. В пункте 3 этого задания ИИ предлагает начинать всегда с определения коэффициента *c* как точки пересечения графика с осью *Oy,* и снова делает это неверно. На представленном графике этот прием как раз не работает, что и должен заметить абитуриент самостоятельно.

Искусственный интеллект становится неотъемлемой частью нашей жизни. Но нужно подчеркнуть, что применение данных технологий не должно приводить к подмене творческой и когнитивной деятельности человека. Использование ИИ для создания материалов, которые впоследствии выдаются за собственный интеллектуальный продукт, представляет собой форму академического мошенничества. Подобные действия подрывают фундаментальные принципы научной этики, а также создают условия для недобросовестной конкуренции в научной среде. Тем не менее, ИИ может стать мощным инструментом развития образования, помощником как преподавателям, так и студентам в решении рутинных задач, облегчении составления вариантов разных уровней, проверки решений и многих других полезных действий, поэтому изучать его возможности и учиться корректно использовать их в образовании – одна из ключевых задач педагогического сообщества.

Список литературы

1. Макарова Л. Н., Трошкина Т. А. Доказательность и справедливость оценивания компетенций студентов в условиях доступности искусственного интеллекта // Психолого-педагогический журнал Гаудеамус. – 2026. – Т. 25, № 1. – С. 50-58.

2. Сысоев П. В. Этика и ИИ-плагиат в академической среде: понимание студентами вопросов соблюдения авторской этики и проблемы плагиата в процессе взаимодействия с генеративным искусственным интеллектом // Высшее образование в России. – 2024. – Т. 33, № 2. – С. 31-53.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ МИКРООБУЧЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ВУЗА

М. Е. Сангалова, канд. пед. наук, доцент,
С. В. Федорова, канд. пед. наук, доцент,
Э. В. Фролова, канд. пед. наук, доцент,
Арзамасский филиал Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,
Арзамас, Россия,
e-mail: smolyanka77@mail.ru, sveta_fedorov@mail.ru, mak_ela@mail.ru

Аннотация. В статье обосновывается целесообразность применения микрообучения для повышения эффективности математической подготовки будущих учителей. Раскрывается специфика адаптации данной технологии к условиям педагогического вуза, обосновывается двухуровневая модель микроконтента, объединяющая предметное (математическое) знание и методический компонент, выделены организационно-педагогические особенности эффективной реализации микрообучения. На конкретных примерах показано, как различные микроформаты работают на этапах изучения нового материала, закрепления, контроля и методической рефлексии.

Ключевые слова: математическая подготовка учителя, микрообучение, двухуровневая модель микроконтента, методическая рефлексия, микроформаты.

APPLICATION OF MICROLEARNING TECHNOLOGY IN THE PROCESS OF MATHEMATICAL TRAINING OF PEDAGOGICAL UNIVERSITY STUDENTS

M. E. Sangalova, PhD in pedagogy, associate professor,
S. V. Fedorova, PhD in pedagogy, associate professor,
E. V. Frolova, PhD in pedagogy, associate professor,
Arzamas branch of the National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod,
Arzamas, Russia
e-mail: smolyanka77@mail.ru, sveta_fedorov@mail.ru, mak_ela@mail.ru

Abstract. The article substantiates the feasibility of using microlearning to improve the effectiveness of mathematical training of future teachers. It reveals the specifics of adapting this technology to the conditions of a pedagogical university, substantiates a two–level model of microcontent combining subject (mathematical) knowledge and a methodological component, and identifies organizational and pedagogical conditions for the effective implementation of microlearning. Specific examples show how various microformats work at the stages of studying new material, consolidation, control and methodological reflection.

Keywords: mathematical training of teachers, microlearning, two–level model of microcontent, methodological reflection, microformats.

Современная дидактика высшей школы переживает этап пересмотра базовых принципов организации образовательного процесса, что обусловлено как цифровой трансформацией среды, так и изменением способов восприятия и обработки информации у обучающихся. В ряду инновационных подходов особое место занимает

микрообучение (microlearning) [1]. Микрообучение – технология, представляющая собой целостную концепцию проектирования образовательного процесса, основанную на рациональной организации учебной нагрузки и принципе последовательного формирования практических навыков.

В отличие от распространённого упрощённого понимания микрообучения как «обучения малыми порциями», его теоретический фундамент, заложенный в работах Т. Хуга [3], основан на трех взаимосвязанных элементах: микроконтент (смысловая атомарность единицы содержания), микродеятельность (локализованное, обязательно продуктивное действие обучающегося) и микроформат (средовая оболочка, опосредующая взаимодействие). Без любого из этих элементов технология утрачивает целостность: без деятельностного компонента она превращается в разрозненные информационные блоки, без содержательного – в бессистемные упражнения, без микроформата – в идею, не имеющую способа практической реализации.

Для высшего образования, и особенно для педагогического, эта триада приобретает дополнительный смысл. В отличие от школы, где микрообучение нацелено на усвоение предметного содержания (правила, алгоритма, свойства), в педагогическом вузе целевая установка трансформируется. Здесь микроконтентом становится не только собственно математическое утверждение, но и способ его методической интерпретации. В работе с будущими учителями целесообразно выделять в микроконтенте два уровня. Первый уровень – собственно научное (математическое) знание. Второй уровень – методический. Он определяет, каким образом преобразовать научное знание в форму, доступную школьнику, без потери математической строгости (например, использовать круги Эйлера, построить блок-схему, график или таблицу истинности, придумать бытовую аналогию). Поиск ответа на этот вопрос может продолжаться за пределами микромодуля – в ходе последующего обсуждения или самостоятельной работы. Таким образом, микрообучение становится методическим тренажёром, где математическая строгость не снижается, но дополняется профессиональной рефлексией.

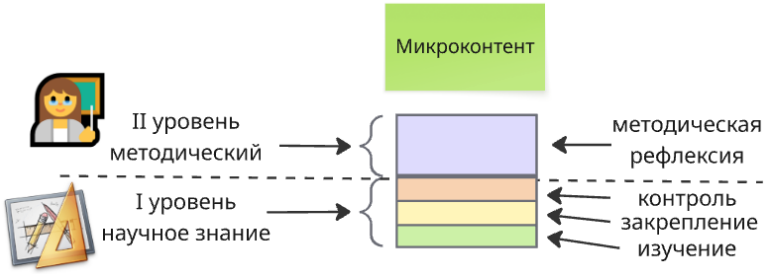


Рисунок 1 – Модель микроконтента для высшего педагогического образования

В двухуровневой модели (рис. 1) каждый микромодуль строится вокруг профессионально значимой задачи, которую выпускник вуза должен уметь решать. Например, студент должен уметь не только вычислить вероятность события по классической формуле, но и выбрать дидактический приём, позволяющий школьникам на интуитивном уровне понять различие между достоверным и случайным событием. Соответственно, микродеятельность студента приобретает характер проектировочного действия: он не просто воспроизводит образец, а конструирует собственный микроформат (объяснение, визуальную опору, короткий диалог) для гипотетического детского восприятия.

Здесь проявляется важнейшая особенность микрообучения в педвузе – смена объекта контроля. В классическом микрообучении контролируется правильность выполнения действия (например, верно ли решён пример). В работе со студентами, помимо этого, контролируется адекватность методического выбора: почему будущий учитель выбрал именно диаграммы Эйлера-Венна, а не другой способ визуализации для первого знакомства с отношениями множеств; почему он использовал аудио-формат, а не визуальный, для объяснения коммутативного свойства сложения.

Каждый микроформат выполняет определённую дидактическую функцию. В зависимости от цели он используется на том или ином этапе построения микромодуля: при изучении нового материала, его закреплении, контроле усвоения или на этапе методической рефлексии. На схеме (рис. 2) представлены этапы и соответствующие им форматы.

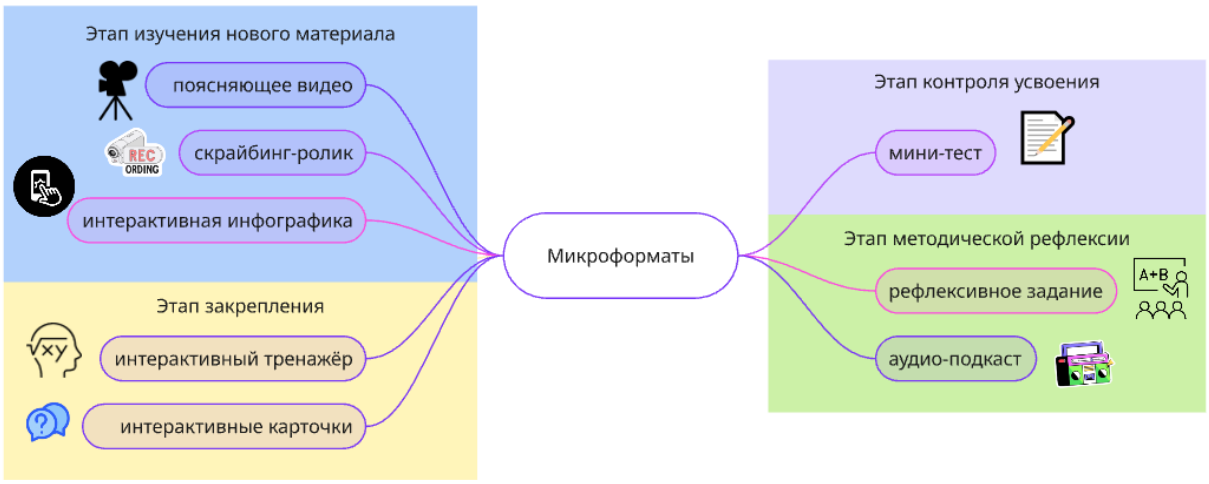


Рисунок 2 – Микроформаты для подготовки студента педагогического вуза

Адаптация технологии микрообучения к процессу математической подготовки будущих учителей имеет ряд особенностей: 1) двухуровневая структура микроконтента (математическое знание дополняется методическим компонентом), 2) прогностическая направленность обратной связи (ориентация не только на правильность, но и на восприятие материала школьником), 3) запуск методической рефлексии (инициирование профессионального осмысления коротким заданием), 4) возможность использования одного модуля в разных курсах (межкурсовая мобильность модуля).

Ниже представлен пример микромодуля по теме «Отношения между множествами», который включает четыре последовательных этапа.

I этап – объяснение (4 минуты). Студенту демонстрируется анимированный видеоролик [2], в котором последовательно раскрываются три типа отношений между множествами: включение, пересечение и равенство. Визуальный ряд сопровождается краткими подписями и голосовым комментарием. Основная дидактическая функция видео – создание наглядной опоры для последующего усвоения материала.

II этап – закрепление (6 минут). Студент работает с интерактивным тренажёром, содержащим восемь заданий. В каждом задании предъявлены два множества, заданные перечислением элементов (например, $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$), а также три диаграммы Эйлера-Венна, иллюстрирующие отношения включения, пересечения и равенства множеств. Студент определяет, в каком отношении находятся данные

множества, и выбирает соответствующую диаграмму. После каждого ответа система предоставляет мгновенную обратную связь. Если допущена ошибка, на экране отображается правильная диаграмма и краткое пояснение причин неверного выбора.

III этап – проверка (3 минуты). Студенту предлагается мини-тест, включающий пять вопросов с выбором ответа. Пример вопроса: «Множество A – квадраты, множество B – прямоугольники. Определите отношение между данными множествами». Варианты ответа: включение, пересечение, равенство. Другой пример: «$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 2, 1\}$. Какое отношение связывает эти множества?» По завершении теста система вычисляет долю правильных ответов и фиксирует, в вопросах по каким типам отношений студент допустил ошибки.

IV этап – методическая рефлексия (5 минут). Студент получает задание: «Как объяснить третьекласснику, что все квадраты являются прямоугольниками, но не все прямоугольники являются квадратами? Предложите аналогию или наглядную опору». Студент фиксирует свой вариант в нескольких предложениях. На обдумывание и формулировку отводится 3-4 минуты. Затем демонстрируются 2-3 удачных примера из банка ответов. Данный этап не предполагает строгого оценивания. Его цель – инициировать переход студента от предметного знания к его методической интерпретации.

Общая длительность модуля – 18 минут. За это время студент рассматривает три типа отношений между множествами, закрепляет их посредством практических заданий, получает объективную оценку уровня понимания и приобретает первичный опыт методической интерпретации математического содержания.

Таким образом, микрообучение способствует формированию гибких профессиональных навыков, к которым относятся умение переформулировать математическое утверждение, подбирать доступную аналогию, визуализировать абстрактное отношение. Многократная тренировка этих умений в микроформатах обеспечивает их последующий перенос на реальную педагогическую практику: студент не просто усваивает математическое содержание, но и овладевает готовыми приёмами его объяснения школьнику.

Список литературы

1. Семеняченко Ю. А. Обучение математике в вузе на основе микрокурсов: миф или реальность? // Актуальные вопросы преподавания математики в вузе: сборник материалов Всероссийской научно-методической конференции. – М., 2024. – С. 160-164.

2. Федорова С. В., Фролова Э. В. Применение цифровых технологий в работе учителя // Образовательные Web-технологии в реализации требований современных ФГОС: сборник статей участников Международной научно-практической конференции. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2023. – С. 56-60.

3. Hug T. Didactics of Microlearning: Concepts, Discourses and Examples // Didactics of Microlearning: Concepts, Discourses and Examples / ed. by T. Hug. – Münster: Waxmann Verlag, 2007. – С. 17-30.

ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИКИ НА КУРСАХ ПЕРЕПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Е. В. Соколова, канд. пед. наук,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: ev.sokolova@mpgu.su

Аннотация. В статье рассматриваются подходы к организации практики на курсах профессиональной переподготовки учителей математики. Представлен опыт проведения практики при обучении слушателей на курсе «Методика обучения математике» в Институте математики и информатики МПГУ.
Ключевые слова: методика обучения математике, учитель математики, переподготовка, практика.

THE SPECIFICS OF CONDUCTING PRACTICAL TRAINING COURSES FOR MATHEMATICS TEACHERS

E. V. Sokolova, candidate of pedagogical sciences,
Moscow State Pedagogical University,
Moscow, Russia
e-mail: ev.sokolova@mpgu.su

Annotation. The article discusses approaches to the organization of practice in the courses of professional retraining of mathematics teachers. The experience of practical training in the course "Methods of teaching mathematics" at the Institute of Mathematics and Computer Science of Moscow State University is presented.
Keywords: methods of teaching mathematics, mathematics teacher, retraining, practice.

Согласно опросам социологов, в настоящее время отмечается нехватка учителей математики. Решением этой проблемы могут стать курсы профессиональной переподготовки при условии соблюдения определенных требований к их организации [4]. В соответствии с нормативной документацией, одним из структурных элементов программы курсов переподготовки является практика, в том числе, стажировка. В частности, отмечается, что содержание практики «должно быть направлено на достижение целей программы, планируемых результатов ее освоения» [5, п. 6]. Отметим, что провести практику в той форме, как это принято при обучении студентов педагогических вузов, не представляется возможным. В частности, это связано с тем, что взрослый обучающийся – это человек с уже трудовой занятостью и плотным расписанием. Таким образом, вопросы, связанные с проведением практики на курсах переподготовки, являются актуальными.

В Институте математики и информатики МПГУ с 2018 года реализуется программа переподготовки слушателей «Методика обучения математике». Цель программы заключается в приобретении новой квалификации «учитель математики» и формировании профессиональных компетенций, необходимых для педагогической деятельности [1, 4]. Программа состоит из шести модулей: «Введение в педагогическую специальность», «Психология и педагогика обучения математике», «Математика»,

«Методика обучения математике», «Информационные технологии в обучении математике», «Практика». Л.И. Боженковой и М.В. Егуповой (руководителем программы) выделены следующие принципы обучения слушателей, основанные на достижениях андрогогики: принцип субъектности (слушатель – субъект своего профессионального становления), осуществления межпредметных связей, индивидуализации обучения, преобладания самостоятельной деятельности обучающихся, сотрудничества в учебно-познавательной деятельности. Покажем реализацию указанных принципов при организации практики.

Модуль «Практика» включает три этапа: подготовительный, основной и заключительный и реализуется в течение двух семестров. Целью подготовительного этапа является актуализация предметных знаний школьного курса математики, а также детальное изучение учебников по математике, входящих в федеральный перечень. Для этого слушателям предлагаются видеозаписи вебинаров по основным темам школьного курса геометрии (разработчик М.В. Егупова), включающие поиск решения геометрических задач повышенного уровня сложности и разбор решений. После каждого вебинара дается задание для самостоятельного выполнения, заключающееся в пошаговом записи решения задачи в структурированном виде (утверждение-обоснование). Делается акцент на возможность решения задачи разными методами и способами.

Для повторения школьного курса алгебры предлагаются методико-математические диктанты, содержание которых связано с основными единицами школьного курса математики (понятиями, теоремами, задачами, математическими текстами). Приведем примеры таких заданий.

1) Составьте схему определения понятия «Четная функция».

2) Запишите доказательство одной из теорем «Свойство арифметического квадратного корня» в структурированном виде (утверждение-обоснование).

3) Сформулируйте теорему Виета и ей обратную и приведите пример применения указанных теорем при выполнении упражнений.

Обращается внимание обучающихся, что задания и по алгебре, и по геометрии выполняются только с опорой на учебники, входящие в федеральный перечень. Таким образом, в процессе работы слушатели не только повторяют курс математики, но и изучают последовательность и логику изложения материала в школьных учебниках. Отметим, что все перечисленные выше задания обучающиеся курса переподготовки выполняют самостоятельно, а затем на занятиях под руководством преподавателя организуется обсуждение.

Основной этап практики начинается во втором семестре и состоит из нескольких частей. Первая часть связана с подготовкой к изучению модуля «Математика» и учитывает потребности обучающихся курса в актуализации предметных знаний. В частности, в начале 2025/2026 учебного года в ходе опроса было выявлено, что большинство слушателей испытывают затруднения при решении трансцендентных неравенств и уравнений с параметром разными методами (в том числе, входящих в содержание КИМов ЕГЭ профильного уровня). В связи с этим были предложены следующие задания.

1) Изучите готовое предписание для решения трансцендентных неравенств обобщенным методом интервалов. Запишите решение трансцендентных неравенств в соответствии с шагами предписания.

2) Изучите параграфы в учебниках «Алгебра 8», «Алгебра 9», «Алгебра и начала анализа 10–11», содержащие информацию о решении линейных, квадратных, дробно-рациональных и иррациональных уравнений с параметром базового уровня сложности. Запишите развернутое решение предлагаемых в учебнике упражнений.

Включение этих заданий в содержании практики способствовало успешному изучению тем «Методы решения трансцендентных неравенств» и «Методы решения уравнений с параметром высокого уровня сложности» при освоении модулей «Математика», а затем и «Методика обучения математике».

Вторая часть основного этапа заключается в наблюдении за проведением уроков опытных учителей математики. К этому времени завершен модуль «Психология и педагогика обучения математике», и слушатели освоили структуру урока математики, обучение основным единицам учебной информации (понятиям, теоремам, задачам). В качестве самостоятельной работы предлагается просмотр и анализ уроков, представленных на сайте «Учитель года России». Обсуждение уроков проводится в мини-группах, а затем каждая из групп представляет результат выполнения задания. Приведем примеры заданий для разных мини-групп.

1) Проанализируйте фрагмент урока [2], на котором вводится новое понятие. Какая методическая схема введения понятия была реализована? Какие этапы введения понятия Вы смогли выделить? Опишите действия учителя и действия учащихся на каждом этапе.

2) На примере одного урока, представленного на сайте [2], выполните: анализ постановки целей урока и их достижение. Какие были цели урока? Как они были доведены до учащихся? Были ли они понятны школьнику? Участвовали ли школьники в постановке целей к уроку? Как осуществлялось достижение целей?

Завершается основной этап практики самостоятельной разработкой фрагментов уроков, связанных с обучением понятиям и теоремам. Поскольку к этому времени завершено повторение школьного курса стереометрии, слушателям предлагается разработать фрагменты уроков обучения стереометрии в 10–11 классах, уровень (базовый, профильный) выбирается самостоятельно. Для конструирования фрагмента урока обучающиеся детально изучают программу школьного курса математики, а также календарно-тематическое планирование.

Последний этап практики проходит в зависимости от возможностей слушателя. К этому времени часть обучающихся, работающих в школе, уже активно привлекаются к проведению (замене) уроков математики и могут поделиться собственным опытом: какие трудности возникли, как они их решили. Другие слушатели посещают уроки математики, которые проводят студенты старших курсов МПГУ, и активно участвуют в обсуждении уроков.

Таким образом, на всех этапах проведения практики учтены указанные выше принципы обучения: слушатель сам управляет своей учебой; содержание заданий связывает математику и методику; учтены индивидуальные возможности; задания

предполагают активную самостоятельную работу; через общее содержание заданий и обсуждение результатов их выполнения создаются предпосылки для сотрудничества.

Кроме того, реализуется еще один из подходов, связанный с андрогогической моделью обучения – «немедленное применение»: процесс обучения должен строиться так, чтобы каждый модуль, каждая тема завершались практическим результатом, который можно сразу применить в своей профессиональной или личной жизни [3, 4]. Образовательные продукты, разработанные в процессе педагогической практики, активно внедряются слушателями в течение учебного года: на уроках математики в школе, в ходе репетиторских занятий и при обучении детей в семье. Результат применения этих продуктов в обучении также является предметом дополнительного обсуждения в группе.

Таким образом, проведение практики, основанное на вышеизложенных принципах и подходах, направлено на достижение цели программы курса переподготовки, а значительный процент трудоустройства слушателей на должность учителя математики в школе способствует ликвидации дефицита учителей математики.

Список литературы

1. Боженкова Л. И., Егупова М. В. Система профессиональной переподготовки по программе «Методика обучения математике» // Преподаватель XXI век. – 2023. – № 3. – Ч. 1. – С. 58-73.

2. Всероссийский конкурс «Учитель года России». – URL: https://vk.ru/teacherofrussia (дата обращения: 25.05.2026).

3. Громкова М. Т. Андрагогика: теория и практика образования взрослых: учебное пособие для системы доп. проф. образования; учебное пособие для студентов вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА. – 495 с.

4. Егупова М. В., Соколова Е. В. Переподготовка как путь решения проблемы дефицита учителей математики: зло или благо? // Математика в школе. – 2025. – № 4. – С. 3-8.

5. Приказ Минобрнауки России от 24.03.2025 № 266 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным профессиональным программам». – URL: https://docs.cntd.ru/document/1312587284?ysclid=mrkrjbt6t689347892 (дата обращения: 25.05.2026).

ДЕМОЭКЗАМЕН КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ГОТОВНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЦЕЛОСТНОГО УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА В УСЛОВИЯХ ОБНОВЛЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

И. В. Столярова, канд. пед. наук, доцент,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова,
Ульяновск, Россия
e-mail: stolyar-irina@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема подготовки будущих учителей математики к проектированию целостного учебного процесса в условиях обновленных федеральных государственных образовательных стандартов общего образования. Обоснована актуальность демонстрационного экзамена как формы независимой оценки и формирования профессиональных компетенций выпускников педагогического вуза. Представлена модель готовности студента к проектировочной деятельности и описан опыт ее формирования посредством процедуры демоэкзамена.

Ключевые слова: обновленные образовательные стандарты, целостный учебный процесс, педагогическое проектирование, готовность будущего учителя, демонстрационный экзамен, профессиональные компетенции.

DEMO EXAM AS A MEANS OF FORMING A FUTURE MATHEMATICS TEACHER'S READINESS TO DESIGN A HOLISTIC EDUCATIONAL PROCESS UNDER THE UPDATED GENERAL EDUCATION STANDARDS

I.V. Stolyarova, Ph.D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov,
Ulyanovsk, Russia
e-mail: stolyar-irina@mail.ru

Annotation. This article examines the problem of preparing future mathematics teachers to design holistic learning processes in the context of updated federal state educational standards for general education. It substantiates the relevance of a demonstration exam as a form of independent assessment and development of professional competencies in pedagogical university graduates. A model of student readiness for design activities is presented and an example of how this can be developed through the demonstration exam procedure is described.

Keywords: updated educational standards, holistic educational process, pedagogical design, future teacher readiness, demonstration exam, professional competencies.

Современные образовательные стандарты общего образования, обновленные в 2021–2023 годах, ориентируют школу на системно-деятельностный подход, индивидуализацию обучения и адаптацию к вызовам цифровой трансформации. Реализация концептуальных идей обновленных стандартов невозможна без качественного обновления методической системы учителя. Педагогическая общественность отмечает, что успех модернизации образования напрямую зависит от уровня подготовки педагогических кадров, их способности к проектированию целостного учебного процесса [1]. В связи с этим возникает противоречие между потребностью школьной практики в учителях, способных проектировать учебный

процесс как единую систему, и недостаточной разработанностью инструментов формирования такой готовности в педагогических вузах. Актуальность исследования обусловлена необходимостью поиска и обоснования эффективных средств подготовки будущего учителя математики к проектировочной деятельности в условиях обновленных образовательных стандартов [1].

Проектирование целостного учебного процесса в условиях реализации обновленных образовательных стандартов требует от учителя математики интеграции предметных, метапредметных и личностных результатов. Целостность педагогической системы обеспечивается единством ее компонентов: целевого, содержательного, деятельностного и результативного. Учитель должен представлять учебный процесс как систему взаимосвязанных элементов, где обучение носит воспитывающий и развивающий характер [1]. Основным инструментом такого проектирования в границах урока и учебной темы выступает технологическая карта, позволяющая перевести требования стандарта на язык деятельности учащихся и обеспечить диагностику достигаемых результатов.

Готовность будущего учителя математики к проектированию целостного учебного процесса трактуется как владение методической системой обучения на уровне грамотности и компетентности, что выражается в способности к разработке, реализации и экспертизе проекта учебного процесса [3]. Это не просто наличие теоретических знаний, а сформированность умения перерабатывать учебный материал и конструировать оптимальную модель педагогической деятельности, отвечающую запросам современной школы, в границах урока, учебной темы, учебного курса.

Модель готовности будущего учителя математики к проектированию целостного учебного процесса включает три взаимосвязанных компонента. Когнитивный компонент предполагает наличие теоретико-методологических знаний о закономерностях целостного педагогического процесса и принципах его проектирования. Практический компонент выражается в сформированности проектировочных умений: целеполагании, конструировании логической структуры урока, выборе методов взаимодействия с учащимися и разработке диагностического инструментария. Личностный компонент характеризуется мотивацией к профессиональному самосовершенствованию, развитой педагогической рефлексией и способностью к самоанализу собственной проектировочной деятельности [3].

Традиционные формы контроля знаний зачастую не позволяют в полной мере оценить сформированность именно практических и рефлексивных компонентов проектировочной деятельности. В этой связи демонстрационный экзамен выступает как актуальная процедура итоговой и промежуточной аттестации студентов педагогического вуза. Демонстрационный экзамен представляет собой независимую оценку результатов освоения образовательной программы и готовности обучающихся к решению профессиональных задач в смоделированных условиях, максимально приближенных к реальной школьной практике. Процедура экзамена согласуется с требованиями ФГОС высшего педагогического образования, обновленных ФГОС общего образования, профессионального стандарта педагога и рабочей программы дисциплины «Теория и методика обучения математике» [2].

Актуальность демоэкзамена как способа формирования готовности будущего учителя математики к проектированию целостного учебного процесса заключается в его деятельностной природе. Экзаменационный билет, как правило, включает два взаимосвязанных задания: проведение фрагмента урока и его самоанализ. Такая структура

заставляет студента пройти все этапы педагогического проектирования: от подготовительной работы и насыщения параметров модели учебного процесса до реализации замысла и последующей экспертизы проекта. Проведение фрагмента урока требует от студента адаптации проекта к особенностям аудитории, демонстрации владения методическими приемами и умения организовать учебно-познавательную деятельность школьников.

Самоанализ проведенного фрагмента урока является ключевым элементом, обеспечивающим развитие рефлексивного компонента готовности. Обосновывая проект урока с опорой на теоретические положения, студент учится соотносить свои практические действия с требованиями обновленных образовательных стандартов, анализировать достигнутые образовательные результаты и выявлять дефициты собственной методической системы. Таким образом, демоэкзамен не просто констатирует уровень сформированности компетенций, но и выступает мощным средством их формирования, стимулируя студента к осознанному конструированию целостного учебного процесса.

Подводя итог выше изложенному, следует подчеркнуть, что демонстрационный экзамен является эффективным средством формирования готовности будущего учителя математики к проектированию целостного учебного процесса. Процедура демоэкзамена позволяет преодолеть разрыв между теоретической подготовкой в вузе и реальными потребностями школьной практики. Моделирование профессиональных ситуаций, необходимость разработки технологической карты, проведения урока и его последующего самоанализа способствуют интеграции когнитивного, практического и личностного компонентов профессиональной готовности. Внедрение и совершенствование формата демонстрационного экзамена в педагогических вузах обеспечивает подготовку специалистов, способных к качественному проектированию образовательного процесса в условиях реализации обновленных федеральных государственных образовательных стандартов общего образования.

Список литературы

1. Столярова И. В. О формировании готовности будущего учителя математики к проектированию целостного учебного процесса в условиях обновленных образовательных стандартов общего образования // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития: материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов, г. Минск, 25–27 сентября 2025 г. – Минск: БГПУ, 2025. – С. 373-376.

2. Столярова И. В. Демоэкзамен как актуальная процедура итоговой и промежуточной аттестации студентов педагогического вуза // Управление качеством образования: проблемы и перспективы: материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И. Н. Ульянова», 2025. – С. 43-46.

3. Столярова И. В. О научно-методическом сопровождении развития методической системы учителя математики // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов: материалы 40-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Брянск, 2021. – С. 423-426.

О ПЕРСПЕКТИВАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ В ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ МПГУ

Л. Н. Удовенко, канд. пед. наук, доцент,
Московский педагогический государственный университет,
Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет
Москва, Россия
e-mail: ln.udovenko@mpgu.su

Аннотация. В статье описано развитие отечественного школьного математического образования и подготовка учителей математики в советский период и до настоящего времени. Представлены изменения в структуре и содержании образовательного процесса в современном педагогическом вузе.

Ключевые слова: педагогическое образование, математическое образование в школе, учебные планы и программы, методика обучения математике.

ABOUT THE PROSPECTS OF MATHEMATICAL EDUCATIONON THE EXAMPLE OF TEACHER TRAINING AT THE INSTITUTE MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE OF MOSCOW PEDAGOGICAL STATE UNIVERSITY

L.N. Udovenko, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Moscow pedagogical state university,
Private educational institution of higher education Saint Tikhon's Orthodox University for the Humanities,
Moscow, Russia
e-mail: ln.udovenko@mpgu.su

Annotation. The article describes the development of Russian school mathematics education and the training of mathematics teachers during the Soviet period and up to the present. The changes in the structure and content of the educational process in a modern pedagogical university are presented.

Keywords: teacher education, mathematical education at school, curricula and programs, methods of teaching mathematics.

Крушение Российской Империи, годы гражданской войны, революционные потрясения неизбежно повлекли за собой изменения в подходах к воспитанию и обучению подрастающего поколения. Отрицание всего того, что было наработано в отечественном среднем и высшем образовании, в частности математическом, подверглось решительной «люстрации». Фактически до середины 30-х гг. XX столетия российское образование непрерывно реформировалось под лозунгом «Мы наш, мы новый мир построим…». Все изменения, коснувшиеся школы, неизбежно влияли и на высшее образование. Начало этих изменений (1918 г.) связано с созданием единой трудовой школы [8] с 9-летним, а чуть позднее, спустя два года с 7-летним сроком обучения и пересмотром возможностей для получения высшего образования всеми слоями трудового и крестьянского народа. Именно тогда в единую трудовую школу встраивается детский сад для детей от 6 до 8 лет; декларируется бесплатное обязательное обучение в школе учащихся обоего пола; обучение становится свободным от религиозного влияния; основой школьной жизни декларируется производительный труд; обучению придается общеобразовательный политехнический характер. Вместе с этим потребовал решения вопрос

подготовки педагогических кадров, и 26 июня 1918 г. В.И. Ленин подписывает декрет «Об организации дела образования в Российской республике» [9], а в августе 1919 г. в этой связи принимаются решения Второго Всероссийского съезда по просвещению [1, с. 189] Эти годы характеризуются полной утратой системности в обучении как в школе, так и в вузе. Нет единых учебных планов и программ, учителя и преподаватели университетов вынуждены работать по комплексным программам, утратившим предметные основания. Активно внедряются бригадно-лабораторный и проектный методы обучения. Доля лекционных, семинарских занятий в вузе сокращается, растет объем самостоятельной работы студентов, в рамках которой роль профессуры оказывается ничтожной, сравнимой с ролью современных тьюторов. И все же на математических и физико-математических направлениях подготовки того времени преподавательский состав в целом сохранил за собой право традиционного преподавания дисциплин, связанных с предметной математической подготовкой. Тем не менее, трудности в педагогическом образовании диктовались сложившейся в стране экономической и политической ситуацией. Если обучение в основной и высшей школе было нацелено на непосредственную подготовку к труду, и технические вузы крепко держались за предприятия, на базе которых существовали, получали поддержку и для которых готовили кадры, то педагогические учебные заведения такой поддержки не имели. Организация практической работы будущих педагогов была, мягко говоря, неоправданно слабой. В таких условиях Первая Всероссийская конференция по педагогическому образованию (1924 г) [3], на которой был поддержан комплексный подход и подтверждено снижение объемов научных и специальных дисциплин, не дала даже декларативной поддержки укреплению педагогического, в частности математического образования. Однако к началу 30-х гг. прошлого века была осмыслена пагубность комплексного подхода в обучении и начался переход к предметному обучению. К этому времени в стране было образовано множество педагогических учебных заведений, преподавателям которых было суждено заложить основательную базу для дальнейшего укрепления и развития математического образования. Понимание важности методически обоснованных подходов к обучению математике, требование «решительной борьбы против легкомысленного методического прожектерства» [11] повлекли прекращение использования метода проектов в массовой школе и в вузе. Появились стабильные учебники [6], были установлены единые типы общеобразовательных школ [5]. К 1941 году усилилась теоретическая подготовка школьников: были написаны систематические учебники по арифметике, алгебре, геометрии, тригонометрии и методические пособия по их преподаванию, а в военные и послевоенные годы был взят курс на политехническое образование. В 1943 году создается Академия педагогических наук РСФСР, в 1944 году в ее состав включается научно-исследовательский институт методов обучения. Достаточно перечислить имена ученых, стоявших у истоков создания АПН РСФСР. Это А.Я. Хинчин, В.Л. Гончаров, П.С. Александров, И.В. Арнольд, А.И. Маркушевич, Н.Ф. Четверухин, П.А. Ларичев, И.М. Брадис и др. выдающиеся советские ученые. Математики и методисты того времени формировали обучение так, чтобы наука системно работала на решение практических и повседневных задач [12]. К 1947 году подготовлен очередной проект программы по математике для школы, его основной идеей явился подбор содержания, иллюстрировавший «приближение школьного курса к современному состоянию математической науки» [1, с. 59]. Явно выступила функциональная содержательно-методическая линия. Эта программа работала и давала позитивные результаты вплоть до середины 50-х гг. прошлого столетия несмотря на острую нехватку педагогических кадров. Педагогические и учительские институты львиную долю учебной нагрузки отводили предметной, методической и общепедагогической подготовке студентов. Основной формой организации обучения стали лекционные и семинарско-практические занятия. Была усилена роль педагогической практики. Совершенствовались учебные планы для специальности «математика» (1951, 1954, 1957). Флагманами педагогического образования страны стали Московский государственный педагогический институт имени В.И. Ленина, Московский областной педагогический институт

(с 1957 года имени Н.К. Крупской), Ленинградский педагогический институт имени А.И. Герцена, Ивановский педагогический институт. Важно отметить, что ученые – математики МГПИ имени В.И. Ленина активно занимались не только постановкой учебно-воспитательной работы со студентами – будущими учителями математики, но и вели активную исследовательскую деятельность, вовлекая в нее молодых ученых и аспирантов. Именно эти ученые-математики принимали деятельное участие в разработке учебных планов и программ для педагогических вузов по специальности «математика» (П.С. Новиков, Л.Я. Куликов, Г.Б. Гуревич, Р.С. Черкасов и многие другие). К 1970 году объем математических дисциплин и специальных курсов в четырехлетних учебных планах педагогических вузов достигал порядка 60% от всего объема учебного материала. На математическом факультете МПГИ имени В.И. Ленина продолжительность обучения составляла 5 лет. Результатом явилось реформирование школьного математического образования, получившее название «Колмогоровской реформы», начало которой было положено еще в 1936 году на декабрьской сессии Отделения математических и естественных наук АН СССР благодаря группе математиков (так называемая «Группа-36», объединившая под председательством Н.Н. Лузина известных математиков. К декабрю 1964 года под руководством академика А.Н. Колмогорова началась разработка программы по математике для средней школы в соответствии с новым учебным планом, переход на которую в 1972 году совпал с переходом на всеобщее среднее образование [4]. Основной целью реформы являлось обеспечение притока в науку талантливых людей, поэтому на первый план выступили: 1) выделение общеобразовательного «ядра» школьного курса математики; 2) усиление прикладного и политехнического характера школьного математического образования; 3) сближение школьного курса математики с вузовскими курсами и с современным состоянием науки; 4) идея демократизации образования и учета индивидуальных интересов и склонностей школьников. Однако уже в 1980 году работа А.Н. Колмогорова и участников его команды была обесценена [10]. Началась так называемая контрреформа, плавно перешедшая в реформу демократическую [2], приведшая к современному состоянию математического [и не только] образования. Присоединение России к Болонской декларации в 1999 году привело к завершению эпохи специалитета, учителей математики в МПГУ стали готовить в рамках бакалавриата (2013). С 2023 года МПГУ в условиях Федерального пилотного проекта осуществляет подготовку учительских кадров [13], формируя новые учебные планы. Сравнивая их с учебными планами специалитета последнего 2010 года приема [7], можно увидеть сходственные процессы, сопровождавшие становление отечественного математического образования.

	Специальность 0502010.65 Математика с дополнительной специальностью Информатика, последний набор 2008 года (срок обучения 5 лет) Квалификация: учитель математики и информатики			**Специальность БВО 01.03.01 Математика. Преподавание математики, ожидаемый набор 2026 года (срок обучения 5 лет). Квалификация: математик, преподаватель математики**		
	Трудоемкость (час.)	**Аудиторная нагрузка**	**% аудиторной нагрузки**	**З.е / Трудоемкость (час.)**	**Аудиторная нагрузка**	**% аудиторной нагрузки**
Всего	8884	5087	57,3%	274 / 9864	4337	44,0%
Предметная и предметно-методическая подготовка	3060	2244	73,3%	172 / 6192	2618	42,3%
За период обучения число:						
экзаменов	42			42		
зачетов	57			51 (зачет – 28; зачет с оценкой – 23)		

курсовых работ	2 (1 – по выбранной студентом математической дисциплине; 1 – по методике обучения математике или информатике)	5 (из них: 1 – по закрепленной учебным планом математической дисциплине; 1 – по методике обучения математике или информатике)

Список литературы

1. История математического образования в СССР. – Киев: Наукова думка, 1975. – 384 с.

2. Концепция развития школьного математического образования // Математика в школе. – 1990. – № 1. – С. 2.

3. Крупская Н. К. Обучение и воспитание в школе // Конференция по педагогическому образованию, февраль 1924. – URL: https://pub.wikireading.ru/134356 (дата обращения: 30.06.2026).

4. О завершении перехода ко всеобщему среднему образованию молодежи и дальнейшем развитии общеобразовательной школы: постановление ЦК КПСС, Совмина СССР от 20.06.1972 № 463. – URL: https://www.consultant.ru/cons/cgi/online.cgi?req=doc&base=ESU&n=21691 (дата обращения: 30.06.2026).

5. О структуре начальной и средней школы: постановление Совета Народных Комиссаров Союза ССР и ВКП(б) от 16 мая 1934 г. – URL: https://istmat.org/node/40823 (дата обращения: 30.06.2026).

6. Об учебниках для начальной и средней школы: постановление ЦК ВКП(б) от 12 февраля 1933 г. / приложение № 9 к п. 53/18 пр. ПБ № 131. – URL: https://istmat.org/node/58635 (дата обращения: 30.06.2026).

7. Основные данные образовательной деятельности / Образование / Сведения об образовательной организации. – URL: https://mpgu.su/sveden/education/ (дата обращения: 30.06.2026).

8. Положение об единой трудовой школе РСФСР // Собрание узаконений и распоряжений правительства за 1917–1918 гг. / Управление делами Совнаркома СССР. – М., 1942. – С. 1026-1030. – URL: https://istmat.org/node/31601 (дата обращения: 30.06.2026).

9. Положение об организации дела образования в Российской республике: декрет Совета Народных комиссаров № 551 от 26.06.1918 г. // Собрание узаконений и распоряжений правительства за 1917–1918 гг. / Управление делами Совнаркома СССР. – М., 1942. – С. 621-625. – URL: https://istmat.org/node/30436 (дата обращения: 30.06.2026).

10. Понтрягин Л. С. О математике и качестве её преподавания // Коммунист. – 1980. – № 14. – С. 99-112.

11. Постановление ЦК ВКП(б) о начальной и средней школе. Приложение № 5 к п. 31 пр. ПБ № 58 от 25.08.1931 г. – URL: https://istmat.org/node/53561 (дата обращения: 30.06.2026).

12. Программы средней школы. Математика / Управление начальных и средних школ. Наркомпрос РСФСР. – М., 1943. – URL: https://www.mathedu.ru/text/programmy_sredney_shkoly_matematika_1943/p0/ (дата обращения: 30.06.2026).

13. Федеральный пилотный проект. Базовое высшее образование. – URL: https://mpgu.su/postuplenie/pilot/ (дата обращения: 30.06.2026).

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ «ШКОЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ И ОБРАЗОВАНИЯ – 5+» – ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ БАЗА ДЛЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Р. А. Утеева, д-р пед. наук, профессор,
Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия
e-mail: R.Uteeva@tltsu.ru

Аннотация. Обобщен десятилетний опыт работы научно-исследовательской лаборатории (НИЛ) «Школа математического развития и образования – 5+», научным руководителем которой является автор данной статьи. Раскрыта роль НИЛ в формировании профессиональных компетенций будущих бакалавров и магистров математического образования. Показано, что на базе НИЛ может быть эффективно реализована взаимосвязь предметной, методической, проектной и научно-исследовательской работы студентов, проведена опытно-экспериментальная работа со школьниками математической школы (2–11 классы).

Ключевые слова: научно-исследовательская лаборатория, математическая школа, высокомотивированные школьники, олимпиадная математика, методика дифференцированного обучения математике, выпускные квалификационные работы бакалавров и магистров математического образования.

RESEARCH LABORATORY «SCHOOL OF MATHEMATICAL DEVELOPMENT AND EDUCATION – 5+» – EXPERIMENTAL BASE FOR FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

R. A. Uteeva, doctor of pedagogical sciences, professor,
Togliatti State University,
Togliatti, Russia
e-mail: R.Uteeva@tltsu.ru

Abstract. The article summarizes the ten-year experience of the Research Laboratory «School of Mathematical Development and Education – 5+», whose scientific director is the author of this article. The role of the Research Laboratory in improving the professional competencies of future bachelors and masters of mathematical education is revealed. It is shown that the Research Laboratory can effectively implement the interconnection of students' subject, methodological, project, and research work, as well as conduct experimental work with students of the mathematical school (grades 2-11).

Keywords: Scientific Research Laboratory, mathematical school, highly motivated schoolchildren, olympiad mathematics, methodology of differentiated education in mathematics, final qualification works of bachelors and masters of mathematical education.

НИЛ «Школа математического развития и образования – 5+» была открыта в ТГУ в 2016 году. Разные аспекты и направления работы НИЛ были представлены нами в статье [11].

Цель настоящей статьи – раскрыть роль НИЛ в организации научно-исследовательской и опытно-экспериментальной работы студентов (бакалавров и магистров).

Положительный опыт создания и функционирования учебных и научных лабораторий с целю вовлечения студентов под руководством научных руководителей в проведении

исследований, апробации собственных методик или технологий, имеется во многих современных вузах. Так, например, авторы статьи проанализировали деятельность учебно-исследовательской лаборатории «Цифровая дидактика» в Марийском государственном университете. В частности, « отмечается, что за только за один год на базе лаборатории выполнены 23 исследования в рамках магистерских диссертаций, 2 исследования в рамках выпускных квалификационных работ бакалавров по разным направлениям подготовки» [12].

В Донецком государственном университете «лаборатория «Офис студенческого проектирования», является методическим центром, объединяющим следующие направления деятельности со студентами: изучение будущими учителями математики дисциплин «Основы проектной деятельности», «Технологии цифрового образования», «ИКТ в обучении математике», «Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся»; прохождение учебной, проектно-технологической, педагогической практик; выполнение научно-исследовательских курсовых работ и ВКР» [10].

Одной из задач НИЛ «Школа математического развития и образования – 5+» является вовлечение бакалавров, магистров, аспирантов и их научных руководителей в практико-ориентированную и научно-исследовательскую деятельность в области теории и методики математического развития и дополнительного математического образования (в период учебной, педагогической, производственной и преддипломной практик; при написании бакалаврских, магистерских ВКР и кандидатских диссертаций).

В Положении о магистратуре, открываемой на базе ФГБОУ ВО «Тольяттинский государственный университет», в п.5.12 «к обязательным условиям реализации программ магистратуры относится требование: наличие НИЛ, НОЦ или МИП» [9, с. 5]. Одним из показателей эффективности работы выпускающей кафедры является количество выполненных выпускниками тем ВКР в рамках научно-исследовательской тематики НИЛ.

За период с 2016 по 2026 гг. выполнены более 20 магистерских диссертаций, заказчиком которых выступила НИЛ «Школа математического развития и образования – 5+».

Сформулируем кратко общие требования к темам, выполняемым на базе НИЛ:

– обзор и анализ ранее выполненных диссертационных исследований по теме исследования;

– анализ теории и практики с целью обоснования актуальности темы исследования;

– обоснование выбора соответствующей методики или технологии в соответствии с темой исследования;

– разработка содержания элективного курса или системы задач по теме исследования;

– апробация содержания, методики или технологии с учащимися математической школы ТГУ (входящей в структуру НИЛ);

– апробация результатов исследования на конференциях разного уровня;

– публикация результатов исследования.

Приведем в качестве примеров две темы ВКР.

1. «*Задачи наглядной геометрии как средство интеллектуального развития обучающихся общеобразовательной школы»* (ТГУ, 2020).

В магистерской диссертации «за основу была выбрана технология развития математического мышления В.А. Гусева, практическая реализация которой осуществляется построением «цепочки задач, несущих новую информацию». Магистрантом составлена и апробирована «цепочка задач, несущих новую информацию» по теме «Равновеликие и

равносоставленные многоугольники» с учащимися 8–9 классов базового и математического (углубленного) уровней» [4,5,6, 8]. Разработана и апробирована программа элективного курса «Правильные многоугольники и многогранники на клетчатой бумаге», предназначенная для учащихся 9–10 классов общеобразовательного профиля» [7].

2. «*Интерактивный музей математики как средство популяризации у обучающихся научных идей и открытий*» (ТГУ, 2022).

В диссертации «проблема проектирования интерактивного музея математики как средства популяризации научных идей и открытий решается за счет наполнения её содержательного компонента тематическими площадками» [1,3]. На основе идей и результатов исследований по экспериментальной математике Л.Н. Удовенко, М.В. Шабановой, М. Ниматулиева, магистрантом «разработаны и апробированы с учащимися математической школы две тематические площадки «Задачи экспериментальной математики» и «Решение алгебраических уравнений. Научные идеи и открытия» [2, 3].

Итак, обобщая вышесказанное, можно сделать следующие выводы:

Учебные или научно-исследовательские лаборатории при выпускающих кафедрах на современном этапе подготовки будущих специалистов, особенно учителей математики, являются важной составляющей не только в плане материально-технической базы обучения, но связующим компонентом между учебной, методической, научно-исследовательской, проектной, педагогической видами деятельности студентов.

Лаборатории предоставляют студентам возможность при выполнении ВКР апробировать на практике с обучающимися (например, математической школы в составе НИЛ ТГУ) собственные разработки: методики, технологии, программу элективных курсов, системы задач.

Практический опыт свидетельствует о том, что выполнение ВКР на базе НИЛ способствует формированию и совершенствованию профессиональных компетенций будущих учителей.

Список литературы

1. Близнюкова О.В. Исторический аспект научных идей и открытий формулы Кардано // Качество обучения как проблема контроля и оценки образовательной деятельности образовательных организаций (учреждений): сборник II международной научно-практической конференции. – Луганск: ЛНУ, 2022.

2. Близнюкова О.В. Обзор интерактивных музеев математики и основные цели их создания // Молодежь. Наука. Общество – 2020: Всероссийская студенческая научно-практическая междисциплинарная конференция (Тольятти, 25 декабря 2020 – 29 января 2021 года): сборник студенческих работ / отв. за вып. С.Х. Петерайтис. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2021. – 1 оптический диск. – С. 249-253.

3. Близнюкова О.В. Элективный курс «Решение алгебраических уравнений. Научные идеи и открытия» для старшеклассников // Молодежь. Наука. Общество – 2021: сборник студенческих работ Всероссийской студенческой научно-практической междисциплинарной конференции, Тольятти, 20–24 декабря 2021 года / отв. за вып. С.Х. Петерайтис. – Тольятти: Тольяттинский государственный университет, 2023. – С. 342-344.

4. Глухова М.В. Задачи наглядной геометрии как средство математического развития обучающихся основной школы // Теоретико-методологические аспекты

преподавания математики в современных условиях: материалы Международной заочной научно-практической конференции (4–10 июня 2018 г.). – Луганск: Книта, 2018. – С. 92-96.

5. Глухова М.В. Задачи наглядной геометрии в школьном курсе математики г. Тольятти // «Молодежь. Наука. Общество»: Всероссийская студенческая научно-практическая междисциплинарная конференция (Тольятти, 5 декабря 2018 года): сборник студенческих работ / отв. за вып. С.Х. Петерайтис. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2018. – С. 218-219.

6. Глухова М.В. Роль наглядной геометрии в формировании логического и пространственного мышления обучающихся // «Молодежь. Наука. Общество»: Всероссийская студенческая научно-практическая междисциплинарная конференция (Тольятти, 5 декабря 2019 года): сборник студенческих работ. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2019.

7. Глухова М.В. Элективный курс «Правильные многоугольники и многогранники на клетчатой бумаге» // Эвристика и дидактика математики: материалы IX Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2020. – С. 26-28.

8. Глухова М.В. Интеллектуальное развитие обучающихся в процессе обучения геометрии // «Студенческие Дни науки в ТГУ»: научно-практическая конференция (Тольятти, апрель–май 2020 года): сборник студенческих работ / отв. за вып. С.Х. Петерайтис. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2020. – 1 оптический диск.

9. Положение о магистратуре: утверждено решением ученого совета ТГУ № 342 от 13.04.2026 [Электронный ресурс]. – URL: https://www.tltsu.ru/storage/sveden/document/polozheniya/d8b65b5031b145ed808b899ffbefc3771763137b.pdf

10. Скафа Е.И. Роль педагогической лаборатории «Офис студенческого проектирования» в управлении научно-исследовательской работой будущих учителей // Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: материалы IX Международной научной конференции, Донецк, 15–17 октября 2024 года. – Донецк: ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», 2024. – С. 83-85.

11. Утеева Р.А. Из опыта организации школы математического развития и образования // Актуальные проблемы естественнонаучного и математического образования: материалы XXI Всероссийской (IX с Международным участием) научно-практической конференции, Самара, 30 ноября – 01 декабря 2018 года. – Самара: Самарский государственный социально-педагогический университет, 2018. – С. 319-323.

12. Федорова С.Н., Голикова Н.Д. Учебно-исследовательская лаборатория «Цифровая дидактика» как база для реализации учебных и научно-исследовательских задач // Вестник Марийского государственного университета. – 2024. – Т. 18, № 4. – С. 526-534.

ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РАБОТЫ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Е.А. Хилюк, канд. пед. наук, доцент,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: KhilyukEA@mgpu.ru

Аннотация. В статье предложен набор компетентностей будущих учителей математики, способствующих их дальнейшей педагогической деятельности в условиях цифровой образовательной среды, указаны направления и особенности соответствующей методической подготовки студентов, приведены примеры реализации такой подготовки на базе Института цифрового образования ГАОУ ВО МГПУ.

Ключевые слова: методическая подготовка будущих учителей математики, цифровая образовательная среда, методико-цифровые компетентности будущего учителя математики.

FEATURES OF METHODOLOGICAL TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS FOR WORKING IN THE CONDITIONS OF DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT

E. A. Khilyuk, Doctor of Philosophy (PhD), docent,
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: KhilyukEA@mgpu.ru

Annotation. The article proposes a set of competencies for future mathematics teachers that contribute to their further pedagogical activities in a digital educational environment, outlines the directions and features of relevant methodological training for students and provides examples of implementing such training at the Institute of Digital Education of the Moscow City University.

Keywords: methodological training of future mathematics teachers, digital educational environment, methodological and digital competencies of future mathematics teachers.

Стремительное развитие цифровых технологий вносит кардинальные изменения в систему образования в целом и в систему школьного обучения математике в частности. Так, на сегодняшний день учитель математики должен обладать не только фундаментальной предметной подготовкой, знаниями и умениями в области педагогики и психологии, подготовкой в области теории и методики обучения математике в школе, но и целым спектром компетенций в направлении эффективного обучения школьников математике в условиях цифровой образовательной среды (ЦОС). Такие компетентности, на наш взгляд, формируются у студентов педагогических вузов в процессе обучения дисциплинам методического модуля, в целом их можно обозначить как **методико-цифровые компетентности учителя математики**.

Остановимся на наиболее актуальных:

– информационно-поисковая компетентность (необходима учителю математики для отбора учебной, методической информации, представленной на различных цифровых платформах);

– компетентности цифровой дидактики (большой спектр методических компетентностей, связанных с адаптацией классических компонентов методической системы для реализации современного урока математики с опорой на возможности цифровых инструментов);

– проектировочная компетентность (необходима для проектирования урока математики в цифровых условиях);

– компетентность в создании цифровых ресурсов (компетентность, связанная с разработкой необходимых для учителя математики цифровых материалов в специальных конструкторских средах);

– оценочная компетентность (необходима для организации в цифровой среде контроля и коррекции математических знаний и умений школьников);

– аналитико-рефлексивная компетентность (анализ динамики обучения школьников и собственной педагогической деятельности, коррекция деятельности).

На наш взгляд, такая методическая подготовка будущих учителей математики должна реализовываться с учетом особенностей следующих направлений:

– организационно-технологическое обеспечение подготовки будущих учителей математики для работы в условиях ЦОС;

– реализация обучения дисциплинам методического модуля в условиях ЦОС вуза;

– содержательно-методическая подготовка для работы в условиях ЦОС;

– практическая подготовка для работы в условиях ЦОС.

Продемонстрируем реализацию описываемой подготовки студентов на примере организации обучения магистрантов в Институте цифрового образования Московского городского педагогического университета.

В 2024 году на основе сетевого сотрудничества с компанией «1С:Паблишинг» была открыта магистерская программа «Подготовка учителя математики для работы в условиях цифровой образовательной среды» [1]. Кроме модуля «Математический аппарат», учебный план по программе содержит модули «Методический фундамент» и «Цифровая образовательная среда». Содержание всех методических дисциплин ориентировано на возможности использования студентами цифровых инструментов: «Методика обучения решению задач повышенной сложности», «Проектная методика обучения математике», «Избранные вопросы методики обучения математике», «Организация учебного процесса на уроках математики с использованием цифровых образовательных ресурсов», «Игровые технологии в работе учителя математики», «Обучение математике для жизни: развитие "4К"-компетенций на уроках математики». Дисциплины модуля «Цифровая образовательная среда» («Практикум по решению задач с использованием цифровых инструментов», «Научно-практический семинар "Цифровые образовательные ресурсы для совершенствования обучения математике"», «Проектирование дистанционных курсов по математике», «Методическое обеспечение общеобразовательных программ, реализуемых в цифровой образовательной среде», «Организация учебной деятельности школьников при обучении математике с использованием виртуальных лабораторий математического моделирования», «Основы разработки динамических моделей в среде "1С: Математический конструктор" и их использования в процессе обучения») ведутся специалистами сетевого партнера и преподавателями МГПУ [1]. Компания-партнер в процессе обучения предоставляет студентам доступ ко всем ресурсам системы «1С:Образование». Отметим

также, что в Институте цифрового образования создана собственная ЦОС и открыт Педагогический центр STEAM-парк, – образовательная площадка, позволяющая реализовывать обучение и исследования в направлении применения STEAM-образования на базе цифрового оборудования. Таким образом, наличие собственных технических возможностей, привлечение сетевых партнеров, обеспечивающих необходимые условия обучения студентов с опорой на цифровые инструменты, позволяют говорить о создании необходимой *организационно-технологической базы* для подготовки будущих учителей математики к работе в рассматриваемых условиях.

Обучение в рамках всех дисциплин методического модуля по программе реализуется *в условиях ЦОС вуза*. Отметим наиболее интересные особенности:

– привлечение широкого спектра педагогических технологий на основе цифровых инструментов: интерактивное обучение (дебаты, геймификация, командные проекты, метод обучения равными), проблемно-ориентированное обучение (кейс-метод, моделирование педагогического процесса) и др.

– работа с привлечением LMS вуза: система управления обучением по дисциплине с размещением всех необходимых учебных материалов, в том числе, видеолекций преподавателей МГПУ;

– работа студентов с цифровыми коммуникативными тренажерами, позволяющими погружаться в широкий спектр учебных ситуаций, симулирующими общение с участниками образовательного процесса;

– возможность посмотреть на свой урок и на себя как учителя со стороны в рамках «Цифрового зеркала учебного занятия», построенного с использованием технологий искусственного интеллекта (ИИ); сервис позволяет на основе анализа речи и реакций учителя и обучающихся, а также видеоряда, оценить эффективность урока по ряду критериев;

– возможность использования готовых и разработки собственных ИИ-агентов (например, платформа «Нейролик») для интенсификации процесса обучения.

Содержательно-методическая подготовка будущих учителей математики для работы в условиях ЦОС реализуется в рамках методических дисциплин. Студенты обучаются выстраиванию собственной методической системы на основе принципов цифровой дидактики, целесообразному и дидактически оправданному использованию цифровых инструментов для обучения школьников предмету, в частности:

– применению интерактивных математических систем для организации учебно-исследовательской деятельности школьников при работе с построенными динамическими моделями, например, в среде «Математический конструктор» «1С:Урок»;

– реализации математических экспериментов в цифровых средах;

– использованию готовых и построению собственных интерактивных моделей для реализации принципа наглядности при обучении математике, например, в среде «Конструктор интерактивных материалов» «1С:Урок»;

– организации адаптивного обучения предмету на основе сервиса «Цифровой учитель» Библиотеки Московской электронной школы» (МЭШ);

– организации игровой деятельности школьников на базе цифровых ресурсов;

– организации проектной и исследовательской деятельности школьников с привлечением широкого спектра цифровых средств, в том числе, STEAM-парка;

– реализации контроля математических знаний и умений школьников в цифровых средах, например, «Конструктор тестов» «1С:Урок», «Цифровой учитель», тесты МЭШ;

– конструированию современного урока математики на основе сервиса «Конструктор урока» «1С:Урок», проведению урока и его анализу с использованием «Цифрового зеркала учебного занятия» МГПУ;

– разработке собственных онлайн-курсов в различных цифровых средах [2].

Практическая подготовка будущих учителей математики для работы в условиях ЦОС организуется как на базе образовательных организаций г. Москвы (в рамках педагогической практики), так и на базе компании-партнера (в рамках проектно-технологической практики).

Обучение завершается написанием и защитой выпускной квалификационной работы на актуальную тему, связанную с необходимостью обеспечения технологического лидерства страны, в частности, с разработкой методических материалов для обучения школьников с привлечением инновационных цифровых технологий. В 2025–2026 учебном году все магистранты закончили обучение по программе, большинство из них работает в системе образования г. Москвы, некоторые продолжили обучение в аспирантуре.

В следующем учебном году планируется обновление программы магистратуры направления подготовки «Педагогическое образование» («Содержание, методы и технологии преподавания математики»), будут введены дополнительные дисциплины, такие как «Интеграция математики в STEAM-образовательные процессы», «Инструментальные средства технологии искусственного интеллекта в образовании», «Иммерсивные технологии в образовании» и др.

Таким образом, целенаправленная методическая подготовка студентов позволит сформировать у них комплекс методико-цифровых компетентностей учителя математики для дальнейшей успешной профессиональной деятельности в условиях ЦОС.

Список литературы

1. Семеняченко Ю. А., Хилюк Е. А. О формировании компетенций будущих учителей математики в направлении использования цифровых инструментов в профессиональной деятельности // Новые информационные технологии в образовании : сборник научных трудов XXVI Международной научно-практической конференции, Москва, 03–04 февраля 2026 года. – Москва, 2026. – С. 466-468.

2. Хилюк Е. А. Обучение проектированию дистанционных курсов по математике как необходимый элемент цифровой и методической подготовки будущих учителей // Цифровые, компьютерные и информационные технологии в науке и образовании : сборник статей III Межрегиональной научно-практической конференции с международным участием, Брянск, 14 ноября 2025 года. – Брянск: Брянский государственный университет им. акад. И. Г. Петровского, 2026. – Т. 1. – С. 179-182.

ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРИЯ ГРАФОВ БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ

Ю. С. Шатрова, канд. пед. наук, доцент,
Самарский филиал Московского городского педагогического университет,
Самара, Россия
e-mail: shatrova.julia.s@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются особенности изучения теории графов будущими учителями математики. Приведена структура учебного курса «Теория графов и ее приложения». Представлены примеры учебных заданий, которые выполняют студенты.
Ключевые слова: математика, теория графов, задачи на графах, подготовка учителей математики.

FEATURES OF STUDYING GRAPH THEORY BY FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

Y. S. Shatrova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Samara branch of the State Autonomous educational institution of Moscow
"Moscow city university", Samara, Russia
e-mail: shatrova.julia.s@gmail.com

Annotation. This article examines the specifics of studying graph theory for future mathematics teachers. It presents the structure of the "Graph Theory and Its Applications" course and provides examples of student assignments.
Keywords: mathematics, graph theory, graph problems, mathematics teacher training.

Согласно Федеральной рабочей программе по учебному предмету «Математика» (5-9 классы, базовый уровень) [2] в 7-9 классах изучается учебный курс «Вероятность и статистика», в который входит в том числе и раздел «Введение в теорию графов». В таблице 1 представлено основное содержание данного раздела.

Таблица 1 – Содержание раздела «Введение в теорию графов»

Класс	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
7	Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число ребер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.	*Осваивать понятия*: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл, путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф. *Решать задачи* на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах. *Осваивать способы представления задач* из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах
8	Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом	*Осваивать понятия*: дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева. *Изучать свойства* дерева: существование висячей вершины, единственность

	вершин и числом ребер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.	пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом ребер. *Решать задачи* на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или ребер в дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения

На изучение представленного содержания предполагается очень небольшое количество часов. Поэтому будущему учителю математики необходимо получить хорошую предметную и методическую подготовку для обеспечения достижения образовательных результатов.

Студентам направления подготовки «Педагогическое образование» профилей подготовки «Математика и современные образовательные технологии» и «Математика. Информатика» предлагается учебная дисциплина «Теория графов и ее приложения».

Целью изучения дисциплины является теоретическая и практическая подготовка обучающихся к проектированию и проведению элективных курсов, к организации дополнительного образования и проектной деятельности по теории графов в профильной школе. К задачам дисциплины относятся в том числе и расширение знаний обучающихся о роли и месте теории графов в современной математике и ее приложениях; знакомство с направлениями использования графового моделирования при решении прикладных задач; знакомство с изучением элементов теории графов в школьном математическом образовании.

Построение учебного курса осуществляется по следующей схеме:

1) изучение и отработка базовых понятий теории графов;

2) изучение алгоритмов нахождения наибольших/наименьших значений, решение задач с применением этих алгоритмов;

3) изучение приложений теории графов, например, теории замощений;

4) проектирование процесса изучения теории графов в 7-8 классах, разработка заданий для обучающихся основной школы.

5) решение школьных олимпиадных задач при помощи теории графов.

Более подробно остановимся на пункте 4. На этом этапе студенты знакомятся с Федеральной рабочей программой: Математика. 5-9 классы (базовый уровень) [2], подбирают теоретический и задачный материал по разделу «Введение в теорию графов». Например, по теме «Граф: основные компоненты» необходимо рассмотреть понятия: граф, вершины, ребра графа, степень вершины графа; лемму о рукопожатиях и следствие из нее. Задачный материал может включать в себя следующие задания:

1. В шахматном турнире по круговой системе участвуют 8 школьников. Известно, что Миша и Петя сыграли по 7 партий, Саша – 5, Костя и Женя – по 4, Гриша и Ваня – по 2. С кем сыграл второй ученик, Вова, если Костя и Женя сыграли между собой? [1]

2. Может ли существовать граф, у которого 6 вершин, степени которых равны: $\sigma(1) = 6$; $\sigma(2) = 3$; $\sigma(3) = 3$; $\sigma(4) = 3$; $\sigma(5) = 1$; $\sigma(6) = 1$.

3. В парке 9 озер. Каждое озеро соединено с другими озерами не менее чем 3 каналами. Какое наименьшее количество каналов может быть в парке? [1]

Материалы по всем темам раздела «Введение в теорию графов» можно представить в виде таблиц, которые могут служить для обучающихся школ опорными конспектами. Такие таблицы можно заполнять ученикам вместе с учителем на уроках.

Далее студенты разрабатывают собственные задания для обучающихся, в которых акцент делается на практическое применение теории графов, задания должны носить сюжетный характер, быть связаны с реальными жизненными ситуациями. Типы задач можно выделить следующие: вычислить наименьшее/наибольшее значение пути, найти непосредственно путь, определить оптимальное решение.

Приведем пример системы задач по теме «Ориентированные графы» для обучающихся 7 класса.

Задание 1. «Социальная сеть».

Сюжет: в школьной социальной сети можно подписаться на человека, а он взаимно подписаться не может. Известно, что Анна читает Бориса, Борис читает Вику, Вика – Глеба, Глеб – Анну, Анна – Вику.

Постройте граф взаимодействия между школьниками. Ответьте на вопросы:

1. Как называется граф, который Вы построили? Что означает входящая/исходящая дуга?
2. Кто подписан на Глеба?
3. У кого больше всего подписчиков?
4. Кто ни на кого не подписан?
5. Есть ли среди ребят самый популярный?

Придумайте свои вопросы по этой задаче. Чем и для кого может быть полезна информация, представленная данным графом?

Задание 2. «Городские дороги».

Сюжет: в некоторых районах города ввели одностороннее движение, чтобы уменьшить пробки. Представлено описание графа перекрестков (A, B, C, D) с указанием направления движения: A → B, A → D, B → C, C → A, D → C.

Предлагаем Вам быть водителем школьного автобуса. Вам необходимо:

1. Начертить схему движения по указанным направлениям.
2. Определите, можно ли доехать из школы, расположенной в пункте A, в Центр творчества юных, расположенный в пункте C? Если возможно, то составьте маршрут.
3. Можно ли доехать из пункта C в пункт D? Ответ обоснуйте
4. Содержит ли граф дорог цикл?
5. Как вы думаете, зачем инженеры делают одностороннее движение? Почему не все улицы двусторонние?

Задание 3. «Турнир по футболу».

Сюжет: в классе прошёл мини-турнир по настольному футболу по круговой системе (каждый сыграл с каждым). Ничьих не было. Победа обозначается стрелкой от победителя к проигравшему. Сыграли 4 команды: A, B, C, D. Результаты игры: A →B (A выиграла у B); B → C; C →A; D → A; B → D; D →C.

1. Постройте граф турнира. Опишите полученный граф.
2. Подсчитайте количество побед и поражений каждой команды.
3. Определите победителя турнира.
4. Проверьте, существует ли в этом графе цикл. Что это означает в спортивных турнирах?

5. Можно ли определить абсолютного чемпиона только по этому графу? Почему в реальных турнирах считают не только победы, но и разность мячей или очки в дополнительных матчах?

Продолжением серии заданий может быть домашнее задание.

Задание 1. «Конструирование технологической линии».

Сюжет: на заводе по сборке роботов детали передаются с одного станка строго на другой станок, указанный в технологической линии. Этапы пропускать нельзя.

Придумайте технологический процесс, состоящий из 5 этапов.

Добавьте один возвратный маршрут; альтернативный маршрут.

Изобразите полученный граф, опишите его. Есть ли в вашем графе цикл? Почему в реальном производстве он может быть полезен /опасен?

Задание 2. «Доставка продуктов».

Сюжет: Вы сотрудник компании «Доставка продуктов», Вам нужно запрограммировать робота-курьера доставляющего продукты из пункта А в пункт С в определенном районе Вашего города.

Придумайте схемы передвижения робота согласно особенностям Вашего района. Выберите наиболее короткий маршрут. В любую ли точку Вашего района можно доставить продукты из магазина, расположенного в пункте А? Найдите все способы перемещения из пункта А в пункт С, не проезжая одну и ту же дорогу (перекресток) дважды.

Данная задача может рассматриваться как пропедевтическая для изучения уникурсальных графов.

Следует обратить внимание, что в сюжетах задач не используются термины теории графов. Такой подход носит образовательный характер, так как предлагает ученикам, каждый раз решая задачу, интерпретировать данные с языка реальной ситуации на математический язык (язык теории графов) и обратно.

Задания выстроены по принципу «от простого к сложному». Можно выделить следующие уровни заданий: узнавание, интерпретация, применение алгоритма, анализ.

После того как студенты разработали серии заданий по темам раздела «Введение в теорию графов», им можно предложить придумать формы работы над заданиями, спроектировать фрагменты уроков по решению представленных задач.

На наш взгляд, представленный поход к изучению теории графов позволит обеспечить как предметную, так и методическую подготовку будущих учителей математики.

Список литературы

1. Мельников О. И. Незнайка в стране графов. – М.: КомКнига, 2006.

2. Федеральная рабочая программа. Математика. 5–9 классы (базовый уровень). – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/07/2025_ooo_frp_matematika-5-9_baza.pdf (дата обращения: 18.05.2026).

Секция 4.
Информатика в образовании как новый вид грамотности

РАЗРАБОТКА ЧАТ-БОТА-РЕПЕТИТОРА ПО ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ ПО ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ: АРХИТЕКТУРА И МЕТОДИЧЕСКОЕ НАПОЛНЕНИЕ

О. А. Безроднова, старший преподаватель,
Московский городской педагогический университет Самарский филиал,
Самара, Россия
e-mail: BezrodnovaOA@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются ключевые аспекты проектирования и методического наполнения чат-бота, предназначенного для подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации по профильной математике. Анализируются этапы разработки, начиная с изучения структуры экзамена и потребностей целевой аудитории, до выбора технологической архитектуры и внедрения функций автоматизации. На основе практического опыта внедрения подобных систем демонстрируется их эффективность в повышении успеваемости, систематизации учебного процесса и снижении административной нагрузки на педагога.
Ключевые слова: цифровизация образования, искусственный интеллект, чат-бот, подготовка к ЕГЭ, профильная математика, архитектура ПО, методическое наполнение.

DEVELOPMENT OF A CHATBOT-TUTOR FOR PREPARATION FOR THE UNIFIED STATE EXAM (EGE) / BASIC STATE EXAM (OGE) IN ADVANCED MATHEMATICS: ARCHITECTURE AND METHODOLOGICAL CONTENT

O.A. Bezrodnova, senior lecturer,
Moscow City Pedagogical University – Samara Branch,
Samara, Russia
e-mail: BezrodnovaOA@mgpu.ru

Abstract. The article examines the key aspects of designing and developing methodological content for a chatbot intended to prepare students for the state final examination in Advanced Mathematics. The development stages are analyzed, ranging from studying the exam structure and target audience needs to selecting a technological architecture and implementing automation features. Based on practical experience with the implementation of such systems, their effectiveness is demonstrated in improving academic performance, systematizing the educational process, and reducing the administrative workload on teachers.
Keywords: digitalization of education, artificial intelligence, chatbot, preparation for the Unified State Exam (EGE), Advanced Mathematics, software architecture, methodological content.

Подготовка к Единому государственному экзамену (ЕГЭ) по профильной математике сопряжена с рядом системных вызовов как для учащихся, так и для педагогов. К ним относятся сложность отслеживания индивидуального прогресса, высокий уровень пропусков занятий, необходимость постоянной коммуникации с родителями и жесткие временные рамки подготовки. Традиционные методы организации учебного процесса не всегда позволяют эффективно решать эти задачи. Внедрение цифровых инструментов, в частности чат-ботов, открывает возможности для

автоматизации рутинных операций и персонализации обучения. Для разработки чат-бота проводятся: анализ предметной области, детальное изучение нормативной базы и ключевых потребностей таких как: доступ к актуальной теории, наличие банка заданий для практики, возможность мгновенной проверки ответов и получения обратной связи, а также инструменты для отслеживания собственного прогресса.

Архитектура чат-бота должна обеспечивать надежность, масштабируемость и удобство взаимодействия. На основе анализа существующих решений и технических требований можно выделить следующие компоненты структуры:

- **Интерфейсная часть:** Интеграция с платформой мессенджеров, что позволяет реализовать интерактивное меню с кнопками и обеспечить быструю реакцию на запросы пользователя.
- **Логика бота:** Ядро системы, обрабатывающее команды пользователя, генерирующее задания из базы данных и предоставляющее теоретические материалы.
- **База данных:** Для хранения информации о пользователях, их прогрессе, пройденных темах и результатах выполнения заданий целесообразно использовать локальные СУБД или облачные решения.
- **Система логирования:** Модуль для записи всех операций бота, необходимый для отладки и анализа пользовательской активности.

Содержательная часть бота является его ключевым элементом. Методическое наполнение должно быть структурировано в соответствии с кодификатором ЕГЭ и включать:

- **Теоретический блок:** Краткие конспекты по всем темам кодификатора (алгебра, геометрия, начала математического анализа).
- **Практический блок:** Банк заданий, сгруппированных по номерам и разделам, а также по типам (уравнения, неравенства, экономическая задача). Система должна уметь генерировать варианты заданий с изображениями (например, для стереометрии).
- **Блок проверки и обратной связи:** Механизм автоматической проверки ответов пользователя с предоставлением не только верного результата, но и подробного разбора решения или указания на ошибку.
- **Блок аналитики и трекинга прогресса:** Ведение истории занятий для каждого пользователя. Ученик и педагог должны иметь возможность видеть, какие темы уже пройдены, какие вызывают трудности, а также отслеживать динамику результатов (например, при решении пробных вариантов).

Чат-бот реализует следующий функционал:

1. **Интерактивный выбор заданий:** Пользователь может выбрать номер задачи или тему для изучения.
2. **Генерация вариантов:** Предоставление случайных задач из базы данных для тренировки.
3. **Автоматическая проверка:** Мгновенная оценка ответа с развернутым комментарием.
4. **Напоминания:** Система автоматически отправляет уведомления о предстоящих занятиях с указанием конкретных тем, что повышает дисциплину и посещаемость.

5. **Коммуникация с родителями:** Бот может автоматически формировать краткие отчеты о прогрессе ученика после каждого занятия и отправлять их родителям.

Ниже представлено описание архитектуры и методического наполнения чат-бота-репетитора, спроектированного для платформы **VK (ВКонтакте)** с использованием **VK Mini Apps**.

Архитектура чат-бота, реализованного в виде VK Mini App, представляет собой клиент-серверную модель, где клиентской частью является веб-приложение, встроенное в интерфейс ВКонтакте, а серверная часть отвечает за всю бизнес-логику и хранение данных.

Клиентская часть (VK Mini App / Frontend) это то, что видит и с чем взаимодействует пользователь. VK Mini App позволяет использовать полноценный веб-интерфейс. Это платформа для запуска веб-приложений прямо внутри ВКонтакте. Пользователь может запустить приложение из каталога или по прямой ссылке, не покидая соцсеть. Данная технология позволяет:

- **Осуществлять визуализацию заданий:** Возможность отображать математические формулы в красивом виде с помощью библиотек вроде *KaTeX* или *MathJax*. Условия задач могут быть структурированы с использованием блоков, изображений и интерактивных элементов.
- **Использовать интерактивные элементы:** Вместо простых текстовых кнопок используются полноценные веб-компоненты: выпадающие списки для выбора номера задания, поля для ввода числовых и текстовых ответов, кнопки «Показать решение», «Проверить».
- **Отображать прогресс:** Встроенные графики и диаграммы, наглядно показывающие динамику успеваемости ученика по разным темам.

Серверная часть (Backend / Business Logic Layer) это ядро системы, которое обрабатывает запросы от клиента, выполняет вычисления и управляет данными. Оно скрыто от пользователя. В качестве технологии может быть использован любой современный серверный язык. Популярный выбор — *Python* (с фреймворками *FastAPI* или *Django*) из-за его читаемости и наличия мощных математических библиотек. серверная часть включает в себя:

- **Модуль генерации заданий:** Алгоритмы, создающие уникальные варианты на основе шаблонов.
- **Модуль проверки решений:** Принимает ответ пользователя и выносит вердикт.
- **Сервис аутентификации:** Приложение может работать с данными конкретного ученика без необходимости дополнительной регистрации.
- **База данных (Data Storage Layer),** которая хранит всю информацию о пользователях, их прогрессе и заданиях (текст условия, правильный ответ, ссылки на теоретический материал по теме).

Такая архитектура позволяет создать мощный образовательный инструмент с удобным и современным интерфейсом, который органично вписывается в экосистему ВКонтакте и предоставляет ученику все необходимые средства для эффективной подготовки к экзамену.

Внедрение подобной системы демонстрирует высокую эффективность. Практический опыт показывает, что автоматизация административных задач позволяет педагогу экономить до 10–12 часов в неделю. Систематизация подготовки и прозрачность прогресса приводят к снижению числа пропусков занятий на 30–40% и существенному росту успеваемости: средний балл учеников на ЕГЭ может вырасти на 8 - 10 пунктов за счет увеличения количества отработанных часов и персонализированного подхода.

Разработка чат-бота-репетитора по профильной математике является комплексным проектом на стыке педагогики и информационных технологий. Успех такого инструмента определяется не только выбором технологической платформы, но и качеством методического наполнения, которое должно строго соответствовать требованиям экзамена. Внедрение подобных систем позволяет не только повысить образовательные результаты учащихся за счет систематизации и мотивации, но и оптимизировать труд педагога, освобождая его время для совершенствования методики преподавания сложных тем.

Список литературы

1. Быков А.А., Киселева О.М. Оценка эффективности применения чатбота как информационной поддержки преподаваемой дисциплины [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. – 2022. – № 1. – URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=31481 (дата обращения: 06.03.2024).

2. Декалюк А.О. Сферы использования чат-ботов // Теория и практика современной науки. – 2021. – № 6 (72).

3. Разработка чат-бота для помощи учащимся при подготовке к ЕГЭ по математике: [практикум] // Официальный сайт проекта «Профессиональное обучение без границ». – 2024. – URL: https://profil.mos.ru/inj/proekty/razrabotka-chat-bota-dlya-podgotovki-k-ege-po-profilnoj-matematike.html (дата обращения: 01.07.2026).

4. Бот для школы/репетитора | OkiBot - Конструктор ботов Telegram // OkiBot. – 2024. – URL: https://okibot.ru/cases/telegram-chat-bot-school-repetitor/ (дата обращения: 01.07.2026).

5. VK Mini Apps: документация для разработчиков. – URL: https://developers.vk.com/miniprograms (дата обращения: 01.07.2026).

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИКО-ЦИФРОВЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ ЧЕРЕЗ ПРОГРАММИРОВАНИЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ДВИЖЕНИЯ РОБОТА (С ВЫХОДОМ НА ЭЛЕМЕНТЫ ИИ)

Н. М. Власова-Галасеева,
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского,
Ярославль, Россия
e-mail: vlasova-galaseeva@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается формирование математико-цифровых компетенций у обучающихся 7–9 классов в процессе освоения пропорционального регулятора движения робота. От ручного подбора коэффициента, формирующего понимание взаимодействия параметров системы, предлагается переход к релейному методу автоподстройки с автоматическим подбором параметров - один из принципов искусственного интеллекта. Предложенный подход объединяет математический аппарат, алгоритмизацию и практическую отладку поведения робота. Он апробирован на занятиях по робототехнике и показал свою эффективность.

Ключевые слова: математико-цифровые компетенции, пропорциональный регулятор, образовательная робототехника, автоподстройка коэффициентов, пропедевтика искусственного интеллекта, дополнительное образование.

FORMATION OF MATHEMATICAL AND DIGITAL COMPETENCIES THROUGH PROGRAMMING OF PROPORTIONAL ROBOT MOTION REGULATORS (WITH AN OUTLOOK ON AI ELEMENTS)

N. M. Vlasova-Galaseeva,
Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky,
Yaroslavl, Russia
e-mail: vlasova-galaseeva@yandex.ru

Abstract. The article examines the formation of mathematical and digital competencies in students in grades 7–9 through the process of mastering a proportional robot motion regulator. From manual coefficient adjustment, which develops an understanding of the interaction of system parameters, a transition is proposed to the relay autotuning method with automatic parameter selection - one of the principles of artificial intelligence. The proposed approach combines mathematical tools, algorithmization, and practical debugging of robot behavior. It has been tested in robotics classes and has proven its effectiveness.

Keywords: mathematical and digital competencies, proportional regulator, educational robotics, coefficient autotuning, propaedeutics of artificial intelligence, supplementary education.

Введение

Необходимость цифровой трансформации образования диктует федеральный проект «Цифровая образовательная среда» национального проекта «Образование» (2018) [5], требуя обновления подходов к формированию математических и цифровых компетенций школьников. Междисциплинарный подход приобретает ключевую роль, поскольку работа с таким подходом подразумевает применение знаний из различных

областей для решения практических задач. Межпредметная интеграции в учебном процессе школы является затруднительной, поскольку требует согласования действий нескольких учителей, значительных временных затрат и часто носит эпизодический характер. В связи с этим актуальным становится поиск иных дидактических форм и средств, которые обладают интегративным развивающим потенциалом с учетом индивидуальных особенностей обучающихся [2]. Именно такими возможностями обладает система дополнительного образования, а именно занятия робототехникой, где естественным образом взаимодействуют математика, информатика и инженерные дисциплины с практико-ориентированными возможностями. Проанализировав учебные планы по робототехнике и реальную практику обучения, можно сделать вывод о том, что одна из базовых задач освоения робтотехнических систем – это проектирование и управление движением робота по какой-либо траектории, чаще – по чёрной линии [3].

Алгоритмы движения по линии обладают высоким дидактическим потенциалом для формирования математико-цифровых компетенций. Уже начиная с 7-8 класса, обучающиеся, изучая пропорциональный регулятор, могут прогнозировать, моделировать и осуществить на практике связь алгебраических формул с поведением робота. При этом релейный метод автоматического подбора коэффициентов позволяет автоматически вычислять коэффициент усиления, что вводит элементы искусственного интеллекта на доступном школьникам материале.

Цель статьи – разработать средства формирования математико-цифровых компетенций школьников 7 - 9 классов в процессе роботов на примере изучения и программирования пропорционального регулятора робота.

Материалы и методы. Пропорциональный регулятор движения – это несложный алгоритм автоматического управления роботом, где реализуется зависимость управляющего сигнала (U) от ошибки (E). $U = E \times$ Кр*, где* Кр – коэффициент усиления. Пропорциональный регулятор движения чаще всего изучают на примере движения по чёрной линии, с одним или двумя датчиками линии. В таком случае ошибка может вычисляться по следующим формулам:

- Для робота с одним датчиком: $E = S -$ Si, где S – аналоговое значение, полученное в результате измерения яркости отражённого света, а Si – среднее арифметическое между максимальным и минимальным значениями;

- Для работы с двумя датчиками: $E = S1 - S2$, где S1 и S2 – аналоговые значения, полученные с левого и правого датчика линии соответственно.

Пропорциональная зависимость представлена не только как базовое математическое понятие, но и как основа работы регулятора. Происходит формирование понимания зависимости одной величины (управляющего воздействия) от другой (ошибки), закладываются навык практического применения зависимостей в реальных системах. Программирование работы пропорционального и релейного регулятора формируют навыки алгоритмического мышления и структурного программирования, которое является одним из компонентов цифровой грамотности [1].

После освоения структуры пропорционального регулятора и его программной реализации возникает необходимость в эмпирическом подборе коэффициента усиления. При заниженном коэффициенте реакция робота на отклонение слабовыраженная, приводящая к сходу с линии, завышенный коэффициент приводит к излишним

автоколебаниям. Ручной подбор коэффициента способствует формированию у обучающихся понимания причинно-следственных связей между числовыми значениями параметров и поведением робота, а также развивает навыки экспериментальной настройки и анализа полученных результатов.

Результаты. Понимание зависимости поведения робота от величины коэффициента усиления может стать основой для перехода к автоматизации получения данного коэффициента, в том числе, при автоподстройке коэффициентов происходит знакомство с идеями искусственного интеллекта (ИИ). Переход от ручного подбора коэффициента к автоматическому – базой для введения элементов искусственного интеллекта с опорой на освоенный материал. Для автоматической настройки коэффициента усиления целесообразно использовать релейный метод, характеризующийся простотой реализации и высокой эффективностью, что обуславливает его широкое распространение в промышленности [1]. Сущность метода заключается в том, что регулятор временно заменяется на релейный, это инициирует колебания относительно заданного положения. При работе с релейным регулятором в процессе колебаний измеряется амплитуда (а) отклонения, в контексте задачи – это максимальное значение ошибки, которое зафиксировали датчики. В результате работы с амплитудой, у школьников формируется понятие ключевой характеристики колебательного процесса и умение извлекать её из экспериментальных данных.

При релейном регуляторе (дифференциальное управление) повороты робота всегда одинаковы, осуществляются за счёт разницы скоростей (vл – скорость левого колеса, vп – скорость правого колеса). Рассчитаем амплитуду релейного сигнала (d):

$$d = \frac{|\text{vл} - \text{vп}|}{2}.$$

Критический коэффициент усиления (Ku) рассчитаем по формуле:

$$\text{Ku} = \frac{4d}{\pi \text{a}}.$$

Согласно методу Циглера-Николса [1] оптимальный коэффициент усиления для пропорционального регулятора (Kp) определяется как частное критического коэффициента усиления:

$$\text{Kp} = 0{,}5\text{Ku}.$$

Применение формул на практике формирует навык аккуратного выполнения вычислений. Кроме того, это формирует понимание автоматизации расчётов на основе экспериментально полученных данных, а это является элементом пропедевтики искусственного интеллекта. Данный подход знакомит обучающихся с базовой идеей машинного обучения, где алгоритм настраивает параметры не по чётко заданным правилам, а на основе данных, полученных в процессе взаимодействия робота со средой.

В качестве расширения темы и закрепления материала целесообразны следующие задачи: сравнение полученных автоматически и в ручном режиме коэффициентов, получение разных коэффициентов на разных типах линии.

Заключение

Работа с пропорциональным регулятором движения робота по линии является эффективным средством формирования математико-цифровых компетенций у обучающихся 7–9 классов в условиях дополнительного образования. Применение

пропорционального регулятора и автоподстройки коэффициента интегрирует математические знания, алгоритмизацию и экспериментальную отладку движения робота. Ручной подбор коэффициента усиления развивает понимание причинно-следственных связей, релейный метод автоматической настройки знакомит школьников с элементами искусственного интеллекта - автоматическим подбором параметров на основе анализа данных, полученных в ходе эксперимента. Применение пропорциональной зависимости, арифметических операций и константы π актуализирует школьные знания математики, а программирование алгоритмов развивает алгоритмическое мышление и навыки отладки кода. Предложенный подход был апробирован на занятиях по робототехнике и показал свою эффективность.

Список литературы

1. Бутрин А.В., Феофилов С.В. Программное управление нелинейным объектом с помощью нейроэмуляции системы с ПИД-регулятором // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2024. – Т. 2. – С. 201-206.

2. Дударева Н.В., Калинина Е.А. Дидактический потенциал кейс-заданий для реализации межпредметной интеграции в 7–9 классах // Учёные записки Шадринского государственного педагогического университета. – 2026. – № 1 (11). – С. 50-61.

3. Литвин О.Г. Алгоритмы движения робота Lego Mindstorms NXT по черной линии с использованием пропорционально-дифференциального регулятора // Молодой учёный. – 2011. – № 3. – Т. 1. – С. 91-94.

4. Садыкова А.Р., Ефимушкина С.В. Подходы к формированию цифровых компетенций студентов педагогических вузов на примере математических дисциплин // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2024. – № 3 (69). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/podhody-k-formirovaniyu-tsifrovyh-kompetentsiy-studentov-pedagogicheskih-vuzov-na-primere-matematicheskih-distsiplin.

5. Федеральный проект «Цифровая образовательная среда» национального проекта «Образование»: утверждён президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам (протокол от 24.12.2018 № 16).

РАЗВИТИЕ СИСТЕМЫ ПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГОВ К ПРОВЕДЕНИЮ ДИДАКТИЧЕСКИХ ДИСКУРСОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИММЕРСИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В. В. Гриншкун, академик РАО, д-р пед. наук, профессор,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: grinshkun@mgpu.ru
В. В. Копылова, канд. пед. наук, доцент,
Акционерное общество «Издательство «Просвещение»,
Москва, Россия
e-mail: vkopylova@list.ru

Аннотация. Статья посвящена особенностям подготовки педагогов к повышению эффективности различных видов дидактических дискурсов на основе использования новейших иммерсивных технологий. Описываются разделы, которые предлагается выделить в содержании инвариантной части такой подготовки.
Ключевые слова: иммерсивные технологии, содержание обучения, дополненная реальность, виртуальная реальность, дидактический дискурс.

DEVELOPMENT OF A TRAINING TEACHERS SYSTEM TO CONDUCT DIDACTIC DISCOURSES USING IMMERSIVE TECHNOLOGIES

Victoria V. Kopylova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
«Prosveschenie Publishers»,
Moscow, Russia
e-mail: vkopylova@list.ru
Vadim V. Grinshkun, academician of the Russian Academy of Education,
doctor of pedagogical sciences, professor,
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: grinshkun@mgpu.ru

Annotation. The article is devoted to the specifics of training teachers to improve the effectiveness of various types of didactic discourses through the use of the latest immersive technologies. The sections that are proposed to be identified in the content of the invariant part of such training are described.
Keywords: immersive technologies, learning content, augmented reality, virtual reality, didactic discourse.

Достаточно известным преимуществом использования современных иммерсивных технологий в образовании становится возможность перехода от использования традиционного знаково-текстового представления учебного материала к его деятельностному и пространственному освоению, при котором обучающийся получает возможность наблюдать объекты, взаимодействовать с ними, изменять их параметры и анализировать последствия собственных учебных действий [3, 6]. Вместе с тем наличие соответствующих оборудования и программных средств само по себе не

обеспечивает эффективного использования иммерсивных технологий в рамках обучения или воспитания. Их применение, очевидно, требует от педагогов наличия умений соотносить функциональные возможности таких технологий с целями и спецификой содержания обучения, персональными особенностями обучающихся, предполагаемыми видами учебной деятельности.

В связи с этим значимым в данных условиях является рассмотрение возможностей и перспектив применения иммерсивных технологий в рамках дидактических дискурсов, представляющих собой относительно устойчивые способы организации содержательного и коммуникативно-деятельностного взаимодействия участников образовательного процесса, определяемые решаемой дидактической задачей. При этом важно учитывать, что одна и та же иммерсивная технология в зависимости от вида дидактического дискурса может выступать технологией визуализации или источником учебной информации, пространством для моделирования или тренажа, технологией, способствующей совместной деятельности либо анализу результатов уже осуществленных учебных действий [1, 2].

В ходе описываемого исследования осуществляется развитие содержания обучения педагогов, в рамках которого средства виртуальной реальности, дополненной реальности и других видов иммерсивных технологий рассматриваются как средства организации определенного типа учебного взаимодействия. Важно определить содержание подготовки педагогов, устанавливая соответствие между различными дидактическими дискурсами и функционально-педагогическими возможностями разных цифровых технологий, относимых к иммерсивным технологиям, разработать типовые сценарии применения соответствующих цифровых средств, выделить знания и умения, которыми, в связи с этим, должен обладать педагог.

Такой подход позволяет выделить в обсуждаемом содержании подготовки педагогов инвариантную и вариативную составляющие. Инвариантная составляющая объединяет знания и способы деятельности, необходимые любому педагогу независимо от конкретной предметной области и используемой иммерсивной технологии. Вариативная составляющая определяется характером дидактического дискурса, учебной дисциплиной, возрастом обучающихся, особенностями образовательной организации и функциональными возможностями конкретных иммерсивных систем. В структуре описываемой в настоящей статье инвариантной составляющей целесообразно выделить несколько взаимосвязанных разделов.

Первый раздел направлен на формирование у педагогов представлений о сущности и образовательном потенциале иммерсивных технологий, в целом. Педагог должен понимать различия между виртуальной, дополненной и иными формами иммерсивной среды, знать основные способы организации взаимодействия пользователя с цифровыми объектами, особенности пространственного представления объектов и процессов. Вместе с тем изучение технических характеристик соответствующих цифровых систем должно быть подчинено решению дидактических задач. В содержание обучения следует включить свойства иммерсивных средств, обеспечивающих необходимый образовательный эффект, интерактивность, способы управления объектами, основы организации совместной деятельности с применением иммерсивных технологий.

Второй раздел связан с освоением ключевых способов оперирования иммерсивными системами. В него входят подготовка и настройка оборудования, отбор и запуск цифровых средств обучения, приемы навигации в виртуальной среде, способы управления цифровыми объектами, организация пользовательского пространства, а также выполнение типовых действий, необходимых для проведения учебного занятия.

Третий раздел является центральным в предлагаемом подходе. Его содержание определяется различиями в характере взаимодействия педагога и обучающегося в условиях применения иммерсивных технологий в зависимости от решаемой дидактической задачи. Педагог должен научиться распознавать наиболее подходящий тип дидактического дискурса и определять функции, которые в рамках него могут выполнять иммерсивные средства.

Четвертый раздел подразумевает переход от овладения отдельными дидактическими возможностями иммерсивных технологий к самостоятельной разработке педагогом дидактического дискурса в рамках проектирования учебного занятия или его фрагмента. Содержание этого раздела целесообразно выстраивать вокруг последовательности проектировочных действий, в числе которых анализ планируемых образовательных результатов, определение дидактической задачи, выбор соответствующего типа дидактического дискурса, определение места использования иммерсивных средств в общей структуре учебного занятия, выбор или разработка содержательного наполнения для цифровых ресурсов, проектирование действий обучающихся, разработка инструкций и заданий, определение форм взаимодействия в рамках дидактического дискурса и всего занятия, разработка подходов для обеспечения обратной связи и оценивания.

Пятый раздел предусматривает, что педагоги должны освоить способы оценки эффективности применения иммерсивных технологий в рамках дидактических дискурсов. Необходим анализ не только конечного результата, но и хода деятельности обучающегося в процессе такого дискурса. Педагоги должны уметь оценить корректность и последовательность действий, количество и характер допущенных ошибок, обоснованность принимаемых решений, время выполнения заданий, степень самостоятельности и способность объяснить собственные действия в процессе дискуссии. В содержание подготовки педагогов следует включить разработку критериев и показателей достижения образовательных результатов, применение методов наблюдения, самооценки и взаимооценки, анализ цифровых следов деятельности обучающихся в иммерсивной среде.

Шестой раздел обусловлен спецификой иммерсивных средств и условий их использования в образовательном процессе, в целом, и дидактическом дискурсе, в частности. Педагоги должны знать требования к организации рабочего пространства, продолжительности работы, распределению обучающихся между техническими устройствами, проведению инструктажа, соблюдению санитарно-гигиенических ограничений и обеспечению физической безопасности обучающихся. В этот же содержательный раздел соответствующих учебных курсов для педагогов целесообразно включить вопросы защиты персональных данных, возрастных ограничений, корректного использования содержательного наполнения цифровых ресурсов, а также

предупреждения нежелательных психологических и физиологических эффектов от длительного взаимодействия с иммерсивными системами [5].

Подготовка педагогов к использованию иммерсивных технологий в обучении обладает существенной особенностью, поскольку ее целесообразно формировать не только вокруг освоения соответствующих технических средств, но и с учетом особенностей их применения в различных дидактических дискурсах. Выделение инвариантной и вариативной составляющих в содержании такой подготовки позволяет объединить базовые знания и умения в области работы с иммерсивными системами с освоением способов их отбора, проектирования соответствующей учебной деятельности, оценки ее результатов и обеспечения условий для безопасной и эффективной реализации. Представленный подход может рассматриваться в качестве основы для дальнейшего развития содержания учебных дисциплин педагогических вузов и программ дополнительного профессионального образования, направленных на подготовку педагогов к использованию иммерсивных технологий в рамках реализации дидактических дискурсов при взаимодействии со школьниками.

Список литературы

1. Быстрай Е.Б., Скоробренко И.А., Белова Л.А. Пути реализации иммерсивного преподавания иностранных языков в педагогическом вузе // Вестник Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета. – 2025. – № 5 (189). – С. 37-51.

2. Быстров А.П. Возможности трансформации языковой подготовки на основе технологий виртуальной реальности // Цифровые инструменты в образовании: сборник статей по материалам III Всероссийской научно-практической конференции, Сургут, 05 апреля 2025 года. – Сургут: Бюджетное учреждение высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Сургутский государственный педагогический университет», 2025. – С. 91-95.

3. Журавлева Л.А. Иммерсивная технология обучения как тренд развития профессионального образования // Образование на современном этапе: тренды, инновации, перспективы, Екатеринбург, 27 апреля 2023 года. – Екатеринбург: Уральский государственный аграрный университет, 2023. – С. 335-336.

4. Гриншкун В.В., Краснова Г.А. Современная цифровая образовательная среда: ресурсы, средства, сервисы. – Москва: Проспект, 2021. – 216 с.

5. Григорьев С.Г., Гриншкун В.В., Заславская О.Ю. и др. Мониторинг использования средств информатизации в российской системе среднего образования // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2009. – № 3. – С. 5-15.

6. Стародубцев В.А., Нерадовская О.Р. Искусственный интеллект и иммерсивные технологии в высшем педагогическом образовании // Открытое образование. – 2024. – Т. 28, № 2. – С. 13-23.

ПРИМЕНЕНИЕ КОНВЕРГЕНТНОГО ЯЗЫКА РАЗРАБОТКИ И МЕТОДА УНИВЕРСАЛЬНЫХ РАСШИРЕННЫХ СИНТАКСИЧЕСКИХ ДЕРЕВЬЕВ ПРИ ОБУЧЕНИИ ПРОГРАММИРОВАНИЮ

А. В. Желудков,
Аккредитованное образовательное частное учреждение высшего образования
«Московский финансово-юридический университет МФЮА»,
Москва, Россия
e-mail: zhantonv@gmail.com

Аннотация. Описаны преимущества метода универсальных расширенных синтаксических деревьев и конвергентного языка разработки для перевода текстов ПО между различными языками разработки. Предложены подходы по использованию данных инструментов при обучении программированию, направленные на повышение эффективности учебного процесса и подтверждающие актуальность их применения в образовательной сфере.
Ключевые слова: метод универсальных расширенных синтаксических деревьев, Конвергентный язык программирования, парадигма разработки.

APPLICATION OF A CONVERGENT DEVELOPMENT LANGUAGE AND THE METHOD OF UNIVERSAL EXTENDED SYNTAX TREES IN TEACHING PROGRAMMING

A. V. Zheludkov,
Moscow University of Finance and Law,
Moscow, Russia
e-mail: zhantonv@gmail.com

Annotation. The advantages of the universal extended syntax trees method and a convergent development language for translating software codes between different development languages are described. Approaches for using these tools in programming education aimed at improving the effectiveness of the educational process and confirming relevance of their application in the educational field are proposed.
Keywords: universal extended syntax trees method, Convergent programming language, development paradigm.

Введение

При обучении разработке ПО полезна возможность автоматизированного перевода текстов программ между различными языками программирования. Она позволяет упростить изучение новых языков. Способы, задействующие нейронные сети, требуют проверки итогового кода на работоспособность, так как не могут её гарантировать [1, 2]. Точные подходы в свою очередь ограничены в количестве языков, с которыми они могут работать [3, 4]. В представленной работе предлагается рассмотреть метод универсальных расширенных синтаксических деревьев (УРСД), позволяющий выполнять точный перевод и поддерживающий большое количество языков за счёт наличия промежуточной стадии перевода, задаваемой грамматикой разработанного Конвергентного языка программирования [5]. В более ранних публикациях используются понятия «Глобальный язык», «Конкретное синтаксическое

дерево» и «Универсальное конкретное синтаксическое дерево». Впоследствии для лучшей передачи сути они заменены на «Конвергентный язык», «Расширенное синтаксическое дерево» и «Универсальное расширенное синтаксическое дерево».

Цель исследования – выделить подходы по применению метода универсальных расширенных синтаксических деревьев и конвергентного языка разработки при обучении программированию.

Методы исследования

Приведём описание метода УРСД (Рис. 1.). Сначала дадим несколько определений:

- Абстрактное синтаксическое дерево (АСД) – текст ПО в виде дерева, у которого в листьях хранятся данные, а в вершинах операции над ними.
- Расширенное синтаксическое дерево (РСД) – АСД, дополненное вспомогательной информацией, используемой для генерации теста ПО на другом языке.
- Универсальное расширенное синтаксическое дерево (УРСД) – РСД, вид которого задаётся грамматикой Конвергентного языка программирования.
- Конвергентный язык программирования – язык разработки, задающий вспомогательную прослойку при переводе текста ПО между языками. Фактически сначала выполняется перевод на Конвергентный язык, а затем на целевой.

Отдельно следует отметить, что Конвергентный язык специально разрабатывался, чтобы сделать процесс перевода контролируемым, в то время как использование других языков, созданных для решения иных задач, хуже подходит для данной задачи.

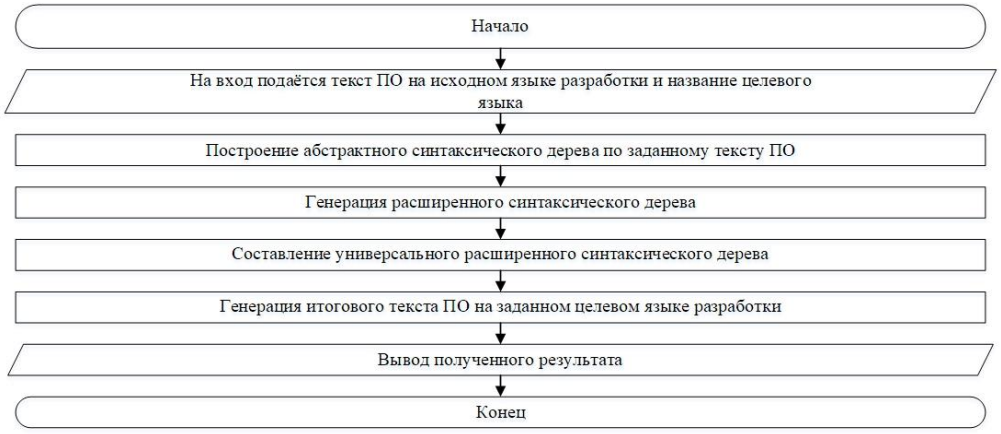


Рисунок 1 – Блок-схема метода УРСД

Результаты исследования

Рассмотрим программу ввода-вывода массива на Конвергентном языке программирования (Листинг 1). Данный пример демонстрирует основные особенности Конвергентного языка, а именно: простой и понятный русскоязычный синтаксис и наличие основных конструкций и типов данных, позволяющих реализовывать базовые алгоритмы. С помощью вышеописанного метода УРСД автоматизировано переведём её текст на язык C (Листинг 2).

Листинг 1. Программа ввода-вывода массива на Конвергентном языке разработки

```
начало
вывод(формат:"Введите число элементов массива: ", параметры:[])
пусть n: число = вводЧисла()
пусть array: [число] = создать число[n]
пусть i: число = 0
пока (i < n) {
 вывод(формат:"- Введите %d-й элемент массива: ", параметры:[i + 1])
 array[i] = вводЧисла()
 i = i + 1
}
вывод(формат:"Введённый массив: ", параметры:[])
i = 0
пока (i < n) {
 вывод(формат:"%d ", параметры:[array[i]])
 i = i + 1
}
конец
```

Листинг 2. Программа ввода-вывода массива на языке C

```
int main() {
 printf("Введите число элементов массива: ");
 int n = 0;
 scanf("%d", &n);
 int* array = malloc(n * sizeof(int));
 int i = 0;
 while (i < n) {
  printf("- Введите %d-й элемент массива: ", i + 1);
  scanf("%d", &array[i]);
  i = i + 1;
 }
 printf("Введённый массив: ");
 i = 0;
 while (i < n) {
  printf("%d ", array[i]);
  i = i + 1;
 }
 free(array);
 return 0;
}
```

Представленная возможность перевода позволяет в том числе выполнять плавный переход от изучения Конвергентного языка к какому-либо другому, например, C, так как часть программы возможно реализовать на уже известном языке, а часть вручную создать на изучаемом. С другой стороны, применение метода УРСД позволяет переиспользовать какие-либо уже готовые модули при разработке ПО на других языках.

Таким образом Конвергентный язык удобно задействовать в качестве начального при обучении разработке ПО, а метод УРСД позволяет упростить изучение нового языка программирования на основе уже известного.

Другой возможностью применения метода УРСД является сокращение времени на составление методических материалов и проведения наглядных сравнений реализаций алгоритмов. Т.е. достаточно разработать программу на каком-либо одном языке, например, на Конвергентном, а затем автоматизировано перевести его на другие языки, поддерживающие иные парадигмы. Так как метод УРСД даёт точный результат, то можно сразу наглядно продемонстрировать различия в реализациях.

Ещё одним подходом к задействованию метода УРСД в образовательном процессе является возможность проверки ученических программ, реализованных на различных языках, в какой-либо автоматизированной системе, поддерживающей только один язык. Например, на контрольных мероприятиях можно не ограничивать учеников конкретным языком разработки, а автоматизированные тесты реализовать только для одного языка, и с помощью метода УРСД приводить программы к нему и выполнять проверку.

Заключение

В представленной работе выделены следующие подходы по применению метода УРСД и Конвергентного языка разработки при обучении программированию:

- Задействование Конвергентного языка в качестве начального при обучении разработке ПО.
- Использование наработок на одном языке при разработке на другом.
- Уменьшение времени составления методических материалов для наглядных сравнений реализаций алгоритмов в различных парадигмах.
- Использование автоматизированной системы проверки работ, поддерживающей один язык, для программ на других языках.

Представленные выше подходы, направленные на повышение эффективности учебного процесса, доказывают актуальность применения метода УРСД и Конвергентного языка разработки в образовательной сфере.

Список литературы

1. Mohsin A., Janicke H., Wood A., Sarker I., Maglaras L., Janjua N. Can We Trust Large Language Models Generated Code? A Framework for In-Context Learning, Security Patterns, and Code Evaluations Across Diverse LLMs. – 2024. – 27 с.

2. Roziere B., Lachaux M., Chanussot L., Lample G. Unsupervised translation of programming languages // In Proceedings of the 34th International Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS '20). – 2020. – № 1730. – С. 20601-20611.

3. Spöri Y., Flot J. Haxe as a Swiss knife for bioinformatic applications: the SeqPHASE case story // Briefings in Bioinformatics. – 2024. – Т. 25, № 5. – 6 с.

4. Грачев Д.А., Лаптев В.В. Разработка многоязыкового редактора на основе семантической модели программы // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2013. – С. 191-201.

5. Желудков А.В. Разработка глобального языка программирования с помощью метода универсальных ксд-деревьев // Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества: материалы III региональной со всероссийским участием молодежной научной конференции. – Казань, 2023. – С. 31-35.

ВОПРОСЫ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНОЙ КОММУНИКАТИВНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОГО РАЗРЫВА

Н. А. Журанова, канд. пед. наук,
МБОУ СОШ 101 г.о. Самара,
Самара, Россия
e-mail: nata_zh05@mail.ru
О. И. Пугач, канд. пед. наук, доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: olpugach@yandex.ru

Аннотация. В докладе рассматривается проблема второго цифрового разрыва как неравенства в навыках использования технологий, которое в условиях российской школы усугубляется различием в скорости доступа к интернету между городскими и сельскими населенными пунктами. Актуальность проблемы подтверждается анализом данных анкетирования учащихся 10 классов Самарской области. В качестве решения систематизируются типичные методы формирования метапредметной коммуникативной компетентности школьников в цифровой среде и предлагаются практические рекомендации для организации работы психолого-педагогических классов региона.
Ключевые слова: второй цифровой разрыв, цифровое неравенство, метапредметная коммуникативная компетентность, цифровая грамотность, психолого-педагогические классы, наставничество.

ISSUES OF DEVELOPING METASUBJECT COMMUNICATIVE COMPETENCE IN SCHOOLCHILDREN UNDER CONDITIONS OF THE DIGITAL DIVIDE

N. A. Zhuranova, Cand. Sci. (Pedagogy)
School No. 101, Samara Urban Okrug
Samara, Russia
e-mail: nata_zh05@mail.ru
O. I. Pugach, Cand. Sci. (Pedagogy), Associate Professor
Samara State University of Social Sciences and Education
Samara, Russia
e-mail: olpugach@yandex.ru

Abstract. The paper addresses the problem of the second-level digital divide as inequality in technology usage skills, which in the context of Russian schools is exacerbated by differences in Internet access speed between urban and rural settlements. The relevance of the issue is confirmed by the analysis of survey data from 10th-grade students in the Samara Region. As a solution, the paper systematizes typical methods for developing metasubject communicative competence in schoolchildren within the digital environment and offers practical recommendations for organizing the work of psychological-pedagogical classes in the region.
Keywords: second-level digital divide, digital inequality, metasubject communicative competence, digital literacy, psychological-pedagogical classes, mentoring.

В последние годы исследования второго цифрового разрыва (second-level digital divide) сместили фокус с физического доступа к интернету на неравенство в цифровых навыках, мотивации и характере использования технологий [8]. Эмпирические данные [6] свидетельствуют, что благосостояние семей и субъективный социальный статус значимо влияют на тип интернет-активности: учащиеся из более обеспеченных семей чаще вовлечены в учебно-ориентированные онлайн-активности, тогда как их сверстники с более низким статусом – в развлекательные. При этом даже при наличии доступа к

смартфонам, планшетам и персональным компьютерам многие ученики сталкиваются с существенными проблемами в сетевой коммуникации. Таким образом, второй цифровой разрыв проявляется не только в умении пользоваться программами и онлайн-сервисами, но и в способности критически оценивать информацию и эффективно взаимодействовать в цифровой среде [7].

Косвенным подтверждением актуальности проблемы второго цифрового разрыва в Самарской области стало проведенное факультетом ФМФИ СГСПУ исследование образовательных потребностей учащихся 10 психолого-педагогических классов. Было опрошено 1300 учащихся, распределение результатов при ответе на вопрос «Оцените уровень своей компьютерной грамотности по шкале от 1 до 10 баллов» представлено на рис. 1.

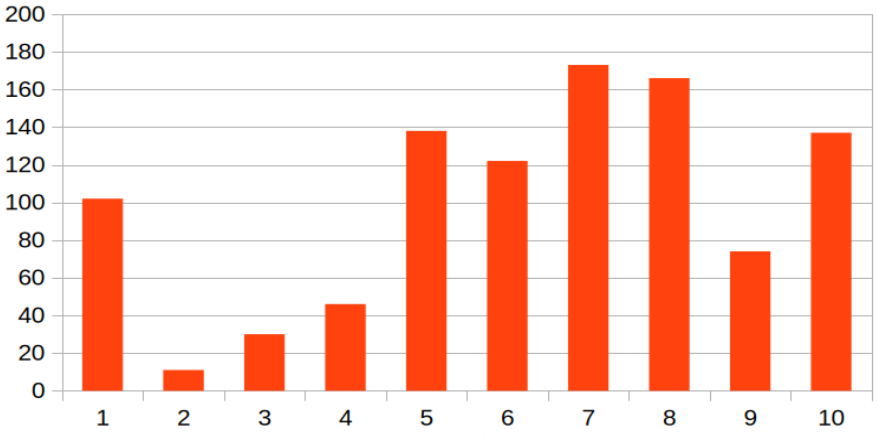


Рисунок 1 – Самооценка уровня компьютерной грамотности среди учащихся психолого-педагогических классов (Самарская область)

Из диаграммы видно, что порядка 10% опрошенных оценивают свой уровень как низкий, в реальности же цифры еще выше из-за характерной для подростков завышенной самооценки.

В качестве основного варианта решения зарубежные и отечественные педагоги-исследователи призывают к переходу от инфраструктурных стратегий к формированию цифровых компетенций через целенаправленное обучение. При этом особое внимание уделяется метапредметной коммуникативной подготовке, которая должна учитывать реальный уровень цифровой грамотности каждого ученика и предусматривать дифференцированные задания, развивающие как технические, так и социально-ориентированные навыки взаимодействия в сети.

Современные российские школы в рамках реализации ФГОС ООО и концепции формирования функциональной грамотности активно используют цифровые средства для развития метапредметной коммуникативной компетентности, которая в цифровом аспекте включает умение работать в распределенных командах, вести учебный диалог в онлайн-среде, создавать совместные цифровые продукты и адекватно интерпретировать информацию. Одним из наиболее распространённых методов является организация совместной проектной деятельности с использованием облачных платформ (например, Google Документы, Яндекс.Диск) [1].

Второй типичный метод – использование учебных онлайн-дискуссий и форумов, интегрированных в цифровые образовательные платформы. Анализ практики внедрения проектно-исследовательской деятельности в цифровой среде показывает, что формат асинхронного обсуждения стимулирует школьников к аргументированному выражению позиции, построению развернутых письменных высказываний и корректному реагированию на контраргументы [2].

Третий метод – применение кейс-задач и ситуационных заданий с цифровым контекстом, требующих от школьников не только поиска информации, но и её коллективной верификации, обмена мнениями и выработки согласованного решения. Это способствует развитию как информационной, так и коммуникативной грамотности, причем особую роль играет этап рефлексии, на котором учащиеся анализируют собственные коммуникативные стратегии [3].

Кроме того, распространенным методом становится создание цифровых образовательных сред, где старшеклассники осваивают основы тьюторского сопровождения младших школьников. Развивая данную идею, мы предлагаем механизм наставничества, в котором в роли тьюторов и фасилитаторов выступают студенты педагогических вузов, а в роли подопечных – учащиеся психолого-педагогических классов. В отличие от классической вертикальной модели «учитель – ученик», данная схема строится на принципах партнерства, взаимного обучения и совместного конструирования знаний, что создает уникальные условия для формирования цифрового аспекта метапредметной коммуникативной компетентности у обеих сторон.

Предлагаемая нами схема включает четыре взаимосвязанных этапа: диагностико-организационный, деятельностный, презентационно-рефлексивный, оценочно-корректирующий. Предполагается работа в малых группах, где на 3-5 учащихся приходится 1-2 студента педагогического вуза. Проекты могут быть совершенно разноплановыми – от подготовки научно-популярных подкастов до исследований приживаемости саженцев в городском благоустройстве. Метод был апробирован в МБОУ СОШ 101 г.о. Самары в рамках подготовки научно-исследовательских проектов школьников.

Безопасность в данной модели рассматривается на трех уровнях: техническом – использование сертифицированных отечественных ресурсов, социально-психологическом – установка правил и норм коммуникации «на берегу», и содержательном – модерация со стороны студента-наставника.



Рисунок 2 – Модель наставничества в цифровой среде
(изображение сгенерированно ИИ)

Представленная схема наставничества «студент – школьник» (рис. 2) в цифровой среде не дублирует традиционные формы обучения, а создает дополнительное коммуникативное пространство. Благодаря малому размеру групп, гибкому темпу и акценту на совместном создании информационных продуктов она позволяет

целенаправленно формировать именно те метапредметные коммуникативные навыки, которые наиболее дефицитны в условиях второго цифрового разрыва: письменную аргументацию, умение работать с несогласием в асинхронном режиме, распределение авторства, этику сетевого взаимодействия и адаптацию сообщения под цифровой канал. Системное внедрение такой модели в практику педагогических классов региона может стать действенным инструментом преодоления второго цифрового разрыва.

Список литературы

1. Еремеева Т.С., Лютикова Е.В. Формирование коммуникативной компетенции на уроках математики при реализации регионального компонента (на примере интеграции краеведческого материала) // Учёные записки ЗабГУ. – 2025. – Т. 20, № 1. – С. 175-185.

2. Калита В.В., Павлова И.Н., Деркач Л.А. Практика внедрения проектно-исследовательской деятельности как инструмента цифровой трансформации общего образования // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2025. – № 2 (56). – С. 74-83.

3. Карачев А.А., Ковалевская Е.Д., Сидоренко А.С., Колесникова О.О. Проблемы подготовки педагогов к цифровой трансформации обучения в школе // Международный научно-исследовательский журнал. – 2024. – № 5 (143). – С. 1-9.

4. Масяйкина Е.А., Герасимова Л.Г. Модели формирования метапредметных компетенций школьников в профильных педагогических классах средствами сетевого взаимодействия // Научно-педагогическое обозрение. – 2025. – № 1 (41). – С. 64-72.

5. Фоминых Н.Ю., Соловьева А.П. Проектная деятельность на уроках информатики как способ формирования функциональной грамотности // Проблемы современного педагогического образования. – 2024. – № 83 (3). – С. 296-298.

6. Ren W. Objective socioeconomic status, subjective social status and the digital usage divide: insights from a longitudinal analysis // Information, Communication & Society. – 2024. – Т. 28, №. 2. – С. 373-391.

7. Stojanović A., Arsić S., Milošević I. Mapping the second-level digital divide: A study of Internet skills and usage among older adults in European countries // Proceedings Book – 5th International Congress on Engineering and Life Science. – Piteşti: National University of Science and Technology POLITEHNICA Bucharest, 2024.

8. Yu B., Guo W.Y., Huang Y., Hu Y., Jia M. How did the COVID-19 pandemic exacerbate the digital divide at secondary education: the case of two Chinese schools // Educational Studies: A Journal of the American Educational Studies Association. – 2023. – Т. 59, № 5-6. – С. 504-521.

СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Н. И. Заводчикова, канд. пед. наук, доцент,
И. А. Быкова, старший преподаватель,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
Ярославль, Россия
e-mail: zaw-nadejda@yandex.ru

Аннотация. В статье отмечается необходимость пошагового управления деятельностью учащихся при решении задач на первых этапах обучения программированию, для чего предлагается использовать рабочие листы или последовательности интерактивных упражнений. Выделены требования к содержанию, структуре и оформлению рабочих листов, предназначенных для управления деятельностью школьников в процессе фронтального обсуждения алгоритмов решения задач по программированию. Приведен пример реализации описанных требований для рабочего листа по теме «Поиск максимального элемента последовательности».

Ключевые слова: рабочий лист, управление учебной деятельностью, методика обучения программированию.

PREPARING STUDENTS OF A PEDAGOGICAL UNIVERSITY TO IMPLEMENT A SEMIOTIC APPROACH IN TEACHING PROGRAMMING

N. I. Zavodchikova, candidate of Pedagogical Sciences, associate professor,
I. A. Bikova, assistant,
Yaroslavl State pedagogical University named after K. D. Ushinsky
Yaroslavl, Russia
e-mail: zaw-nadejda@yandex.ru

Annotation. The article emphasizes the need for step-by-step management of students' activities when solving problems at the initial stages of programming instruction. To this end, the use of worksheets or sequences of interactive exercises is proposed. Requirements for the content, structure, and design of worksheets intended for managing schoolchildren's activities during frontal discussion of algorithms for solving programming problems are identified. An example of implementing the described requirements is provided, using a worksheet on the topic "Finding the maximum element of a sequence".

Keywords: worksheet, management of learning activities, methods of teaching programming.

В выступлении 1981 года на конференции ИФИП и ЮНЕСКО в Лозанне А. П. Ершов, поднимая проблему фундаментализации программирования, отмечал, что программирование – это проявление умения преобразовывать знания в действия [1]. В своем докладе он указывал, что значительное место в поступательном развитии человеческого интеллекта должны занимать законы обработки информации, способы перехода от знания к действию, способность строить программы, рассуждать и предвидеть результаты их выполнения. Сейчас программирование является одним из основных разделов школьного курса информатики, изучение которого предусмотрено на базовом и углубленном уровнях.

Разработано множество цифровых и печатных средств управления деятельностью школьников при обучении программированию. В существующих презентациях, печатных и электронных рабочих тетрадях, интерактивных рабочих листах можно найти задания на трассировку готовых программ, запись алгоритмов для решения задачи, заполнение пропусков в блок-схемах и программах, задания на анализ готовой программы, написание фрагментов кода. Указанные материалы способствуют формированию представлений об основных алгоритмических конструкциях, усвоению синтаксиса и семантики команд языка программирования; формируют навыки отладки программ. Однако в описанных материалах не предусмотрен пошаговый контроль процесса «открытия» алгоритма школьниками. Большинство учащихся получают алгоритм решения задач в готовом виде и не могут впоследствии перенести изученные способы действия в новую ситуацию.

Во время фронтального обсуждения алгоритма и самостоятельного решения задач школьникам необходимо удерживать в памяти и распределять свое внимание на множество элементов: условие задачи; примеры входных данных, подходящих под это условие; выделение величин, необходимых для решения задачи; обозначение этих величин; описание алгоритма. Все это создает большую когнитивную нагрузку, с которой многие учащиеся не справляются.

А. П. Ершов в указанном выше докладе подчеркивал, что необходимо не навязать детям новые не свойственные им навыки, а проявить и сформировать те стороны мышления и поведения, которые реально существуют, но формируются стихийно и неосознанно: «Очень важна организация операционной обстановки, которая должна быть побудительной» [1].

Возникает вопрос: как управлять деятельностью учащихся при фронтальном обсуждении алгоритма или самостоятельном решении той или иной задачи, как школьникам фиксировать этапы данной работы?

Стоит отметить, что уровень культуры ведения тетрадей в последнее время снижается. Клиповость мышления, слабая моторика и привычка к интерактиву современных детей вступает в конфликт с необходимостью вести тетрадь, которая требует медленного, линейного и моторно-напряженного труда. Однако фиксация рассуждений при «открытии» алгоритма решения задачи в устной и письменной речи, схемах и таблицах очень важна. Внешняя речь служит инструментом обобщения и помогает перейти от оперирования конкретными данными к обобщенному представлению о совершаемых действиях, а схемы и таблицы служат материализованной опорой умственным действиям.

Организовать управление деятельностью школьников при решении задач по программированию позволяют рабочие листы и наборы интерактивных упражнений. О разработке интерактивных уроков мы подробно писали в работах [2, 3]. Остановимся на особенностях разработки рабочих листов (РЛ).

Рабочий лист (РЛ) представляет собой одноразовое дидактическое пособие на печатной основе, применяемое на небольшом отрезке учебного процесса, обязательным элементом которого выступают учебные задания с требованием ответа в специально созданных формах [4]. Выделим дидактические требования, предъявляемые к рабочим листам, используемым при фронтальном решении задачи по программированию.

Требования к содержанию РЛ сводятся к необходимости реализовать этапы решения задачи, отмеченные нами в работах [2, 3], с помощью заданий на: поиск ответа на вопрос задачи для некоторых входных данных; определение характера последовательности выполняемых действий и выделение величин; пошаговое решение задачи для конкретных входных данных с помощью трассировочной таблицы; определение правил изменения величин и формулировку алгоритма; обозначение выделенных величин, определение их типа и назначения в программе; формулировку алгоритма; запись алгоритма с помощью блок-схемы; написание программы для реализации алгоритма; модификацию алгоритма, трассировку и поиск ошибок в программе.

Это примерный перечень видов заданий и последовательности их выполнения. При создании рабочего листа по конкретной теме указанный список может в той или иной степени корректироваться. Например, при разработке рекурсивных алгоритмов целесообразно сначала предложить школьникам изобразить процесс решения с помощью дерева, затем сформулировать правила построения дерева и перевести эти правила на язык программирования.

Можно выделить следующие *требования к оформлению и структуре рабочего листа*:

- Структурирование материала РЛ должно способствовать его визуальному зонированию в соответствии с содержанием указанных выше заданий. Это облегчает ориентировку учащегося в учебном материале.
- Разметка пространства РЛ должна предусматривать наличие специально отведенных полей для фиксации ответов и замечаний.
- Необходимо соблюдение единого стилевого решения как в отношении отдельного рабочего листа, так и их серии, что позволит создать у учащихся устойчивый зрительный стереотип и снизит когнитивные затраты на восприятие.
- Временной регламент работы с листом необходимо ограничить 15–20 минутами. Это позволит встраивать РЛ в различные организационные формы учебного занятия.

Например, рабочий лист для управления познавательной деятельностью учащихся при «открытии» алгоритма поиска максимального элемента в последовательности можно оформить с помощью таблицы со свободной (нерегулярной) структурой, ячейки которой содержат задания и места для оформления их решения.

Данный РЛ начинается с пустой строки, на которой школьники запишут тему урока после обсуждения представленной ниже в РЛ задачи: «Очень добрый рыбак хочет поймать самую большую рыбу в озере. Опишите алгоритм его действий, если в ведро помещается только одна рыба». Далее в левой части листа расположен рисунок с изображением рыбака и ведра с надписью «max_fish», в правой – вопросы и пространство для ответов на них: «Допустим поступали рыбы весом 5, 3, 7, 8, 2 и 1 кг. Какими были действия рыбака? Какие рыбы попадали в ведро? Сформулируйте правило попадания рыбы в ведро».

Ниже в РЛ сформулирована задача, алгоритм решения которой будет обсуждаться далее, содержащая пропуски: «В файле datat.txt содержится последовательность натуральных чисел. Найдите _____ из них.» Далее РЛ содержит вопрос и поле для ответа на него: «Найдите ответ, если в файле содержатся числа: 3, 6, 2, 1, 12, 5». Затем представлены изображения блок-схем основных алгоритмических конструкций и вопросы

для обсуждения: «Какие алгоритмические конструкции вы использовали чтобы найти ответ, если бы числа поступали по одному? Отметьте на РЛ подходящие блок-схемы. Какие действия выполняются в цикле? Как и какие величины изменяются в теле цикла? Сколько величин участвуют в решении? Предложите названия величинам».

Следующее задание РЛ содержит трассировочную таблицу, в которой каждый столбец соответствует одной величине, а в строках отображается изменение величин в процессе работы алгоритма. Под трассировочной таблицей расположены пустые ячейки, куда необходимо записать обозначения для величин, их тип, правила их изменения. Далее следует задание на заполнение пропусков в имеющемся описании алгоритма решения задачи. Под описанием алгоритма расположено задание на заполнение пропусков в блок-схеме, а справа от него предусмотрено место для написания программы – школьники пишут команды языка программирования напротив соответствующих элементов блок-схемы.

Использование рабочих листов и последовательности интерактивных упражнений для управления процессом решения задачи по программированию уменьшает когнитивную нагрузку на учащихся, дает внешнюю опору для умственных действий, предотвращает хаотичные действия с помощью проб и ошибок при поиске решения. Задания рабочего листа и интерактивных упражнений фиксируют промежуточные шаги решения задачи, что позволяет учащимся осуществлять самоконтроль, а учителю точно диагностировать, на каком этапе возникает проблема.

В течение последних лет на кафедре ТиМОИ ЯГПУ им. К.Д. Ушинского разрабатываются рабочие листы и наборы интерактивных упражнений для управления фронтальной и самостоятельной работой школьников при решении задач различных тем раздела «Программирование». Их использование может быть внедрено в стандартные методики и дополнять существующие материалы.

Список литературы

1. Ершов А.П. Программирование – вторая грамотность // Проблемы информатики. – 2015. – № 4. – С. 71-85.

2. Заводчикова Н.И., Быкова И.А. Особенности методики работы с задачей по программированию при реализации семиотического подхода к обучению // Информатика в школе. – 2025. – № 5. – С. 44-51.

3. Заводчикова Н.И., Быкова И.А. Управление познавательной деятельностью учащихся при изучении программирования на уроках информатики // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов. – Киров, 2022. – С. 213-215.

4. Миренкова Е.В. Рабочий лист как средство организации самостоятельной познавательной деятельности в естественно-научном образовании // Ценности и смыслы. – 2021. – № 1 (71). – С. 115-130.

БЕЗОПАСНАЯ КОММУНИКАЦИЯ ДЛЯ УЯЗВИМЫХ ГРУПП: КАК ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА РЕШАЕТ ПРОБЛЕМУ КИБЕРБУЛЛИНГА ЧЕРЕЗ ДИЗАЙН МЕССЕНДЖЕРОВ

Т. С. Заруцкая, студент 4 курса факультета математики, физики и информатики,
И. С. Пономарев, студент 2 курса факультета математики, физики и информатики,
ФГБОУ ВО Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: t.zarutskaya@list.ru

Аннотация. В статье рассматриваются современные подходы к проектированию безопасной цифровой среды общения для пользователей, относящихся к уязвимым социальным группам. Проведен анализ возможностей прикладной информатики в разработке мессенджеров, ориентированных на предупреждение кибербуллинга. Предложена концепция интеллектуальной системы защиты, основанной на применении методов машинного обучения, обработки естественного языка и безопасного UX-дизайна. Показано, что интеграция интеллектуальных алгоритмов непосредственно в интерфейс мессенджеров позволяет не только своевременно выявлять признаки цифровой агрессии, но и предотвращать конфликтные ситуации до их развития. Практическая значимость исследования заключается в формировании рекомендаций по созданию цифровых сервисов нового поколения, обеспечивающих психологически безопасное общение.

Ключевые слова: кибербуллинг, цифровая безопасность, мессенджеры, искусственный интеллект, UX-дизайн, машинное обучение, NLP.

SAFE COMMUNICATION FOR VULNERABLE GROUPS: HOW APPLIED INFORMATICS SOLVES THE PROBLEM OF CYBERBULLYING THROUGH MESSENGER DESIGN

T. S. Zarutskaya, 4th-year student, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics,
I. S. Ponomarev, 2nd-year student, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: t.zarutskaya@list.ru

Annotation. The article discusses modern approaches to designing a safe digital communication environment for vulnerable social groups. The possibilities of applied informatics in developing messengers aimed at preventing cyberbullying are analyzed. The paper proposes the concept of an intelligent protection system based on machine learning, natural language processing and secure UX design principles. It is shown that integrating intelligent algorithms directly into messenger interfaces makes it possible not only to detect signs of online aggression in real time but also to prevent conflicts before they escalate. The practical significance of the study lies in developing recommendations for creating next-generation digital communication services focused on user safety.

Keywords: cyberbullying, digital safety, messengers, artificial intelligence, UX design, machine learning, NLP.

Стремительное развитие цифровых технологий привело к тому, что мессенджеры стали одним из основных средств коммуникации между людьми. По данным международных

исследований, ежедневно миллиарды пользователей обмениваются сообщениями посредством различных платформ. Вместе с тем рост цифрового взаимодействия сопровождается увеличением числа случаев кибербуллинга — систематического психологического давления, оскорблений, угроз и преследования в сети **[1, 3]**.

Особенно подвержены подобным рискам подростки, люди с ограниченными возможностями здоровья, пожилые граждане, представители национальных и социальных меньшинств, а также пользователи, испытывающие психологические трудности. Для указанных категорий негативное цифровое взаимодействие способно привести к развитию тревожных расстройств, социальной изоляции и снижению качества жизни **[3]**. Поэтому обеспечение безопасной коммуникационной среды становится одной из актуальных задач современной прикладной информатики **[2, 7]**.

Традиционные методы борьбы с кибербуллингом основаны преимущественно на жалобах пользователей и последующей ручной модерации контента **[3]**. Однако подобный подход обладает рядом существенных недостатков. Во-первых, агрессивное сообщение уже достигает адресата до момента рассмотрения жалобы. Во-вторых, модерация требует значительных человеческих ресурсов и не обеспечивает мгновенного реагирования. В-третьих, многие пользователи предпочитают не сообщать о случаях цифрового насилия, что существенно снижает эффективность подобных механизмов **[3, 6]**.

Современная прикладная информатика предлагает переход к проактивной модели обеспечения цифровой безопасности **[2, 7].** Основой такой модели является интеллектуальная система анализа сообщений в режиме реального времени. Использование технологий обработки естественного языка (Natural Language Processing, NLP) позволяет автоматически выявлять признаки токсичной речи, угроз, унижений личности, проявлений дискриминации и иных форм агрессивного поведения **[5, 7].**

Архитектура подобной системы включает несколько взаимосвязанных компонентов. На первом этапе осуществляется предварительная обработка текста: очистка сообщения, нормализация словоформ, определение языка и выделение ключевых смысловых конструкций. Далее модель машинного обучения производит оценку уровня токсичности сообщения. В случае превышения установленного порога система активирует защитный механизм.

В отличие от традиционной блокировки сообщений предлагается использовать концепцию «мягкого вмешательства». Перед отправкой потенциально агрессивного сообщения пользователю демонстрируется предупреждение о возможных последствиях его действий и предлагается изменить формулировку текста. Практика зарубежных цифровых платформ показывает, что подобный механизм существенно снижает количество конфликтных сообщений благодаря эффекту осознанного поведения **[2, 6].**

Дополнительным элементом безопасного дизайна выступает интеллектуальный контроль личных сообщений. При многократном получении негативных сообщений система способна автоматически рекомендовать пользователю ограничить возможность общения с нарушителем, активировать фильтрацию входящих сообщений либо предложить обращение в службу психологической поддержки **[2, 6].**

Особую роль играет проектирование пользовательского интерфейса. Исследования в области Human-Computer Interaction показывают, что правильно организованный UX способен значительно уменьшить вероятность возникновения конфликтных ситуаций. К

подобным решениям относятся упрощённые механизмы блокировки пользователей, быстрый доступ к настройкам конфиденциальности, визуальные индикаторы безопасности переписки, а также интуитивно понятная система подачи жалоб **[2, 7].**

Перспективным направлением является использование искусственного интеллекта для персонализации уровня защиты. Анализируя историю общения, возраст пользователя, характер переписки и типичные сценарии взаимодействия, интеллектуальная система способна автоматически адаптировать параметры безопасности без ухудшения пользовательского опыта. Например, аккаунты несовершеннолетних могут по умолчанию иметь более строгие ограничения на получение сообщений от неизвестных пользователей **[2, 7].**

Важным аспектом является соблюдение баланса между безопасностью и конфиденциальностью. Анализ сообщений должен осуществляться с использованием современных методов защиты персональных данных, включая локальную обработку информации на устройстве пользователя, федеративное обучение моделей искусственного интеллекта и применение технологий дифференциальной приватности. Такой подход позволяет минимизировать риски утечки информации и соответствует современным требованиям информационной безопасности **[4, 6].**

Таким образом, прикладная информатика постепенно переходит от разработки отдельных механизмов модерации к созданию комплексной интеллектуальной среды цифровой коммуникации. Интеграция алгоритмов машинного обучения, обработки естественного языка, безопасного UX-дизайна и современных технологий защиты персональных данных позволяет значительно снизить уровень кибербуллинга и создать более комфортное цифровое пространство для уязвимых групп населения **[2, 5]**. Перспективы дальнейших исследований связаны с разработкой мультимодальных моделей искусственного интеллекта, способных анализировать не только текстовые сообщения, но также изображения, голосовые сообщения и видеоконтент, обеспечивая комплексную защиту пользователей в современных цифровых экосистемах **[5, 7].**

Список литературы

1. Кастельс М. Интернет-галактика. – Екатеринбург: У Фактория, 2021.

2. Floridi L. The Ethics of Artificial Intelligence. – Oxford University Press, 2023.

3. Hinduja S., Patchin J.W. Bullying Beyond the Schoolyard: Preventing and Responding to Cyberbullying. – 3rd ed. – Thousand Oaks: Sage Publications, 2022.

4. ISO/IEC 27001:2022. Information security, cybersecurity and privacy protection – Information security management systems – Requirements.

5. Jurafsky D., Martin J.H. Speech and Language Processing. – 3rd ed. – Draft, 2024.

6. NIST AI Risk Management Framework 1.0. – National Institute of Standards and Technology, 2023.

7. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. – 4th ed. – Pearson, 2022.

ЦИФРОВОЙ ИММУНИТЕТ: КАК НЕЙРОСЕТИ ПОМОГАЮТ СФОРМИРОВАТЬ ОСОЗНАННУЮ БЕЗОПАСНОСТЬ У УЧАЩИХСЯ

А. М. Иванов, канд. пед. наук,
Самарский филиал Московского городского педагогического университета,
Самара, Россия
e-mail: ivanov_AM@mgpu.ru

Аннотация. Обоснован переход от запретительных методов цифровой безопасности к развитию осознанного подхода с помощью нейросетей. Анализируется их потенциал как инструмента формирования критического мышления. Предложена трехуровневая модель (диагностика – симуляция – рефлексия) на базе ИИ-тренажёров. Ключевой вывод: нейросети могут служить главным средством воспитания цифрового иммунитета, трансформируясь из объекта риска в ресурс обучения.

Ключевые слова: цифровой иммунитет, осознанная безопасность, нейросети в образовании, кибербезопасность учащихся, генеративный ИИ, адаптивное обучение, критическое мышление.

DIGITAL IMMUNITY: HOW NEURAL NETWORKS HELP TO CREATE CONSCIOUS SAFETY AMONG STUDENTS

A. M. Ivanov, candidate of pedagogical sciences,
Samara Branch of Moscow City Pedagogical University,
Samara, Russia
e-mail: ivanov_AM@mgpu.ru

Annotation. The transition from prohibitive methods of digital security to the development of an informed approach using neural networks is justified. Their potential as a tool for the formation of critical thinking is analyzed. A three–level model (diagnosis – simulation - reflection) based on AI simulators is proposed. The key conclusion is that neural networks can serve as the main means of fostering digital immunity, transforming from an object of risk into a learning resource.

Keywords: digital immunity, conscious security, neural networks in education, cybersecurity of students, generative AI, adaptive learning, critical thinking.

Современная цифровая экосистема характеризуется взрывным ростом сложности и количества угроз: от фишинга и дезинформации до глубоких подделок (deepfakes) и манипулятивного контента, создаваемого генеративным ИИ. Учащиеся, являясь активными пользователями цифрового пространства, оказываются наиболее уязвимой группой. Традиционный подход к цифровой гигиене, фокусирующийся на запоминании правил и использовании базовых средств защиты, перестает быть эффективным. Требуется формирование цифрового иммунитета – комплексной способности личности распознавать угрозы, оценивать риски, адаптироваться к изменяющимся условиям и принимать осознанные решения для защиты своей цифровой идентичности и данных. В данном контексте нейросети, часто воспринимаемые как источник новых рисков, представляют собой уникальный инструмент для развития этой компетенции.

Актуальность обусловлена тремя основными факторами:

1. Эскалация киберугроз: угрозы становятся персонализированными, адаптивными и массовыми благодаря тем же технологиям ИИ.

2. Пробел в образовательных программах: существующие программы по кибербезопасности часто носят формальный, оторванный от реальности характер и не успевают за развитием технологий.

3. Парадокс генеративного ИИ: широкое распространение ChatGPT, Midjourney и аналогов создало новый класс рисков (плагиат, манипулятивные нарративы, доверие к недостоверным сгенерированным материалам), но одновременно открыло новые возможности для создания интеллектуальных обучающих сред. Возникает потребность в принципиально новом педагогическом инструментарии.

В результате исследования была предложена трехуровневая модель применения нейросетей:

1. Диагностика и персонализация: использование ИИ для анализа цифрового поведения учащихся (на основе анонимизированных кейсов или симуляций) с целью выявления индивидуальных «зон риска» и формирования персональной образовательной траектории.

2. Практическое погружение (Симуляторы и тренажеры):

– Генерация гиперреалистичных сценариев: создание нейросетью персонализированных фишинговых писем, диалогов с мошенником в соцсетях, предложений оценить достоверность сгенерированной новости или видео.

– Ролевые чат-боты: отработка навыков противодействия буллингу, социальной инженерии в безопасной, но напряженной диалоговой среде.

– Анализ контента: обучение учащихся совместно с ИИ анализировать источники информации, выявлять признаки deepfake-видео или манипулятивной риторики в текстах.

3. Рефлексия и анализ: нейросеть как «цифровой наставник» предоставляет развернутую обратную связь по действиям учащегося в симуляции, объясняет ошибки и предлагает ресурсы для углубления знаний.

Ключевое преимущество подхода – переход от теории к осознанной практике. Нейросеть создает «безопасную опасность», позволяя наработать мышечную память к цифровым угрозам. Важным этическим аспектом является необходимость прозрачности (объяснения ученикам, что они взаимодействуют с ИИ-тренажером) и защиты данных. Обсуждаются риски чрезмерного доверия к нейросети-инструменту, что требует параллельного развития мета-компетенции – критического отношения к любым цифровым агентам.

Реализация описанной модели приводит к нескольким принципиальным сдвигам:

1. От пассивного знания к активной практике: цифровой иммунитет формируется не через запоминание, а через многократное проживание смоделированных угроз, что создает устойчивые нейронные связи, аналогичные реальному опыту.

2. От общего к личному: персонализация, обеспечиваемая ИИ, делает обучение релевантным для каждого ученика, что резко повышает мотивацию и эффективность.

3. От страха к осознанности: нейросети-симуляторы снимают страх совершить ошибку в реальной жизни. Учащийся экспериментирует, проверяет границы и учится в среде, где цена ошибки – не потеря данных, а ценный урок.

4. Этические и практические ограничения: выявлены ключевые риски

– «Доверие к симулятору»: возможность формирования у ученика ложного ощущения, что он полностью защищен [3].

– Технологический барьер: необходимость в качественных отечественных разработках и ИИ-инфраструктуре в школах.

– Подготовка кадров: педагог должен стать модератором процесса, что требует его специальной переподготовки [1].

– Контроль качества контента: обучающие сценарии должны разрабатываться совместно психологами, специалистами по кибербезопасности и методистами, чтобы не навредить психике ученика.

Пример реализации описанного подхода. Практикум «Детектив контента»: Анализ Deepfake и сгенерированных новостей. Контекст: уроки обществознания, медиаграмотности или проектная деятельность. Реализация:

1. Подготовка материала: нейросеть генерирует для каждого ученика или группы уникальный «медиапакет»:

– Изображение: фото «публичной личности» в нехарактерной обстановке (сгенерированное или глубоко модифицированное).

– Текст: краткая «новость» об этом событии, стилизованная под ленту популярного паблика или новостного агрегатора.

– Видео (опционально): 10-секундный deepfake-ролик с неправдоподобно плавной мимикой.

2. Задание: ученикам дается доступ к инструментам и чек-листам. Их задача – провести расследование, используя как критическое мышление, так и технологические возможности:

– Запросить у ИИ-ассистента (специальный бот) найти первоисточник изображения через обратный поиск (ИИ имитирует, что не находит аналогов).

– Проанализировать текст: попросить ИИ выделить эмоционально окрашенные слова, утверждения без ссылок на источники.

– Изучить видео, замедляя его, чтобы найти артефакты в области ушей или зубов (типичные ошибки deepfake).

3. Обсуждение: ученики представляют свои выводы. Затем учитель с помощью системы показывает, как именно был создан этот контент, разбирая «кухню» генеративных нейросетей.

Образовательный результат: глубокое понимание того, что любой цифровой контент требует верификации. Формируется не страх, а профессиональный скепсис и конкретный алгоритм проверки.

Этот пример демонстрируют переход от абстрактных предупреждений к иммерсивному, контекстно-зависимому опыту обучения. Нейросеть здесь выполняет роль и «противника», создающего адаптивную угрозу, и «тренера», дающего детальную обратную связь, и «инструмента» для анализа. Такой подход позволяет сформировать не просто знание о рисках, а интуитивное, осознанное и устойчивое поведение – основу настоящего цифрового иммунитета.

Выводы.

1. Формирование цифрового иммунитета как осознанной компетенции является критически важной задачей современного образования, которую нельзя решить устаревшими методами.

2. Нейросетевые технологии, вопреки их ассоциации с новыми рисками, представляют собой мощный педагогический инструмент для создания адаптивной, персонализированной и практико-ориентированной среды обучения цифровой безопасности.

3. Предложенная модель (диагностика – симуляция – рефлексия) позволяет системно интегрировать ИИ в образовательный процесс, делая акцент на развитии критического мышления и адаптивности, а не на запоминании догм.

4. Внедрение подобных практик требует внимания к этическим вопросам, подготовке педагогов и разработке качественного отечественного образовательного контента и платформ, чтобы обеспечить цифровой суверенитет и безопасность молодого поколения [2].

Таким образом, нейросети в предложенной модели выступают как «цифровая иммунная система» в тренировочном режиме. Они безопасно «заражают» ученика ослабленными «вирусами» цифровых угроз, позволяя его собственной «защитной системе» – критическому мышлению, эмоциональному интеллекту и набору навыков – окрепнуть и научиться эффективно реагировать. Это путь от реактивной защиты к проактивной и осознанной цифровой резильентности (устойчивости).

Список литературы

1. Белинская Е.П., Пушкарь Г.А. Использование инструментов искусственного интеллекта в образовательном процессе вуза: возможности и ограничения [Электронный ресурс] // XXII Международные чтения памяти Л.С. Выготского «Проблема сознания в культурно-исторической психологии». – Москва, 2025. – URL: https://istina.cemi-ras.ru/conferences/presentations/807681424/ (дата обращения: 25.06.2026).

2. Драч В.Е., Торкунова Ю.В. Цифровая турбулентность в высшем образовании: ИИ как вызов академической идентичности // Дискурс. – 2025. – Т. 11, № 4. – С. 61-75.

3. Смирнов Д.А., Сахарова Н.А. Когнитивный иммунитет личности и общества в эпоху искусственного интеллекта // Интеллигенция и мир. – 2026. – № 1. – С. 38-52.

КООПЕРАТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ И АЛГОРИТМЫ БЕЗ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

П. А. Корнилов, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского,
Ярославль, Россия,
e-mail: kornilovpa@yandex.ru
Н. П. Федотова, канд. физ.-мат. наук,
Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова,
Ярославль, Россия,
e-mail: natatulik@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются задачи, связанные с двумя типами алгоритмов – кооперативными алгоритмами и алгоритмами без обратной связи. Данные задачи взяты из различных олимпиад и конкурсов для школьников. На их примерах показываются приложения темы в параллельных вычислениях, иллюстрируется принцип работы блок-чейна. Алгоритмы вслепую изучаются в теории управления системами.
Ключевые слова: кооперативные алгоритмы, алгоритмы вслепую, блок-чейн, параллельные вычисления.

COOPERATIVE ALGORITHMS AND ALGORITHVS WITHOUT FEEDBACK

P.A. Kornilov, PhD, associate professor,
K. D. Ushinsky Yaroslavl State Pedagogical University,
Yaroslavl, Russia,
e-mail: kornilovpa@yandex.ru
N. P. Fedotova, PhD, associate professor,
Demidov Yaroslavl State University,
Yaroslavl, Russia
e-mail: natatulik@yandex.ru

Annotation. The article discusses problems related to two types of algorithms: cooperative algorithms and algorithms without feedback. These problems are taken from various Olympiads and contests for schoolchildren. They demonstrate the applications of the topic in parallel computing and illustrate the principle of blockchain operation. Blind algorithms are studied in the theory of system control.
Keywords: cooperative algorithms, blind algorithms, blockchain, parallel computing.

В данной работе авторы продолжают исследование использования задач с математическим содержанием в различных олимпиадах и конкурсах по информатике. На наш взгляд, это весьма актуально, поскольку позволяет одновременно с решением интересных задач расширить представление мотивированных школьников о некоторых вопросах современной научной и практической деятельности в области информатики. Некоторые типы задач, предложенных авторами на олимпиадах, были рассмотрены в работах [6], [7]. В данной работе речь пойдет о двух относительно новых типах задач – кооперативных алгоритмах и алгоритмах без обратной связи. В процессе решения этих задач школьников можно познакомить с элементами теории систем, теории параллельных вычислений, понятием и принципом устройства блокчейнов и некоторыми другими вопросами современной теории информационных процессов.

Во всех задачах о кооперативных алгоритмах речь идет о группе участников (мудрецов), которые заранее знают условия предстоящего им испытания и могут заранее выработать общую стратегию и договориться о действиях каждого. Среди подобных задач условно можно выделить две основные группы. В первой из них участники после анализа ситуации должны одновременно и независимо друг от друга произвести какое-

то действие, а во второй они действуют последовательно и могут использовать информацию предыдущих участников, переданную легальными способами. Хочется начать с простой задачи, которая имеет довольно долгую и интересную историю. Она впервые появилась в 1997 году на заключительном этапе всероссийской математической олимпиады для параллели 9 классов [2], затем попала в наборы заданий московского кружка по математике для школьников 6-х классов, а последний раз мы встретили ее в заданиях для 1-го (!) класса заочного кружка при физико-математическом лицее г. Санкт-Петербурга [3].

В этой задаче мудрецы будут выстроены в ряд в затылок друг другу, на каждом будет колпак черного или белого цвета и каждый из них будет видеть только колпаки тех мудрецов, которые стоят впереди него. В ходе испытания каждый мудрец по очереди, начиная с последнего, должен произносить только одно слово – цвет колпака, который, как он считают, надет на его голову. Цель всей группы состоит в том, чтобы как можно больше мудрецов правильно назвали цвет своего колпака. Как ни странно на первый взгляд, но при правильной стратегии группы все они (кроме последнего, конечно) могут узнать цвет своего колпака. Для этого последний должен передать всем информацию о четности количества белых колпаков, которые он видит, используя предварительную договоренность между участниками. Тогда предпоследний легко вычислит цвет своего колпака, а остальные, следя за ответами предыдущих и пересчитывая четность, тоже легко определят цвет своего колпака. На примере данной задачи можно популярно объяснить школьникам принцип работы блок-чейнов.

В качестве примера задачи первого типа приведем задачу про трех мудрецов и колпаки трех цветов. В этой задаче мудрецы знают, что каждому из них наденут колпак одного из трех цветов – красного, синего или белого. Они должны будут одновременно назвать цвет своего колпака, а цель игры состоит в том, чтобы хотя бы один из них гарантированно угадал цвет своего колпака. Идея решения состоит в том, чтобы разбить все возможные ситуации на три группы, и каждый из них будет называть возможную ситуацию из группы ситуаций, за которые отвечает он. Например, можно пронумеровать цвета числами от 1 до 3, а каждый из мудрецов будет отвечать за один из трех возможных остатков от деления на 3 суммы цветов колпаков. При этом ответ каждого будет однозначным и какая-то из трех ситуаций обязательно будет иметь место, поэтому их команда победит. На примере этой задачи можно дать представление о распараллеливании процесса вычислений для ускорения решения задач большой трудоемкости.

Некоторые задачи на алгоритмы без обратной связи, которые предлагались авторами на Ярославских олимпиадах [1], уже были разобраны в работе [7]. Суть подобных задач состоит в том, что описываются варианты доступных действий по управлению некоторой системой и ставится задача привести систему в определенное состояние. При этом информация о поведении системы при воздействиях на нее минимальна, например, мы только можем получить сигнал об успешном завершении процесса. Краткие сведения на эту тему, в отличие от теории кооперативных алгоритмов, можно найти в школьных учебниках, например, в учебнике по информатике С.А. Бешенкова в разделе «Информационные основы управления» [4, с.108] и в учебнике К.Ю. Полякова в разделе «Информация и управление» [5, с.40]. Идея решения подобных задач состоит в том, чтобы понемногу накапливать информацию о текущем состоянии системы и планировать свои действия так, чтобы, не теряя контроля над состоянием системы, гарантированно продвигаться к необходимому финальному состоянию. Рассмотрим в качестве иллюстрации следующую задачу.

Петя и Вася играют в следующую игру. Петя задумывает натуральное число, большее 100. Вася за один ход может назвать любое натуральное число, большее 1,

которое он не называл в предыдущих раундах игры. Если это число является делителем текущего числа Пети, то Вася выиграл, иначе Петино число уменьшается на число, названное Васей. Игра заканчивается, если число Пети стало меньше 0 (тогда он выиграл), или когда Вася угадает один из собственных делителей числа Пети. Может ли Вася гарантированно выиграть?

Задача была бы тривиальной, если бы можно было повторять числа. Тогда Вася мог бы быстро победить, назвав последовательно 2, 3 и снова 2. Действительно, в любом случае, после называния чисел 2 и 3 число Пети гарантированно становится четным, если Васе не удалось выиграть до этого. Это рассуждение показывает, как мы можем получать и накапливать информацию о текущем числе Пети. Назвав числа 2 и 3, мы будем знать, что текущее число четное и имеет остаток 1 или 2 при делении на 3. Назовем теперь число 4. В случае неудачи мы будем знать, что число имеет вид $4\kappa + 2$, а остаток от деления на 3 теперь равен 0 или 1. Далее попробуем число 6. При неудаче мы будем знать, что теперь число делится на 4 и имеет остаток 1 при делении на 3. После этого нам останется сделать один ход, после которого мы выигрываем или делаем так, что текущее Петино число станет делиться на 12 (подумайте как) и после этого выиграть, назвав число 12.

В заключение отметим, что правильный подбор олимпиадных задач с математическим содержанием позволяет мотивировать одаренных школьников к изучению многих серьезных научных вопросов из области информатики.

Список литературы

1. Волченков С.Г., Корнилов П.А., Белов Ю.А., Дашниц Н.Л., Никулин В.А., Заводчикова Н.И. Ярославские олимпиады по информатике. Сборник задач с решениями. – Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2010. – 406 с.

2. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006: окружной и финальный этапы. – М.: Издательство МЦНМО, 2007. – 472 с.

3. Заочный кружок по математике при ГФМЛ № 30. Дистанционный математический интернет-кружок. – URL: https://zaokruzhok.ru (дата обращения: 02.03.2026).

4. Информатика. Систематический курс. Учебник для 11 класса гуманитарного профиля. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 198 с.

5. Информатика. 11 класс. Базовый и углубленный уровни: в 2 ч. Ч. 1 / К. Ю. Поляков, Е. А. Еремин. – Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2017. – 240 с.

6. Корнилов П.А., Федотова Н.П. Задачи с математическим содержанием на олимпиадах и конкурсах по информатике // Информатика в школе. – 2025. – № 1. – С. 10-18.

7. Корнилов П.А., Федотова Н.П. Математические задачи в олимпиадах по информатике // Материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, г. Минск, 25–27 сентября 2025 г. – Минск, 2025. – С. 442-446.

AI КАК ИНСТРУМЕНТ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ АСИММЕТРИИ ИНФОРМАЦИИ

А. М. Кузьмина, студентка 2 курса,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: kuzmina.am@sgspu.ru

Аннотация. Статья посвящена влиянию искусственного интеллекта на снижение информационной асимметрии в экономике. Рассматриваются механизмы, с помощью которых ИИ улучшает проверку данных, повышает прозрачность сделок и снижает риски на рынках. Отдельное внимание уделено новым проблемам, связанным с непрозрачностью алгоритмов, концентрацией данных и алгоритмической предвзятостью. В заключение отмечается, что дальнейшее развитие ИИ требует сочетания технологических решений и эффективного регулирования.

Ключевые слова. искусственный интеллект, информационная асимметрия, рынок, прозрачность, алгоритмы, Responsible AI, Explainable AI, цифровая экономика.

AI AS A TOOL FOR SOLVING THE PROBLEM OF INFORMATION ASYMMETRY

A. M. Kuzmina, 2nd year student,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: kuzmina.am@sgspu.ru

Abstract. The article examines the impact of artificial intelligence on reducing information asymmetry in the economy. It discusses the mechanisms through which AI improves data verification, increases transaction transparency, and reduces market risks. Special attention is given to new challenges related to algorithmic opacity, data concentration, and algorithmic bias. In conclusion, it is noted that further development of AI requires a combination of technological solutions and effective regulation.

Keywords. artificial intelligence, information asymmetry, market, transparency, algorithms, Responsible AI, Explainable AI, digital economy.

Информационная асимметрия является ключевой причиной рыночных неэффективностей, вызывая неблагоприятный отбор и моральный риск. Классический пример – «рынок лимонов» Дж. Акерлофа, показывающий, как неизвестное качество подержанных автомобилей ведёт к вытеснению хороших товаров и снижению цен на весь рынок; за анализ таких рынков с асимметричной информацией Акерлоф, Спенс и Стиглиц получили Нобелевскую премию в 2001 году.

Развитие искусственного интеллекта (ИИ) радикально меняет стоимость сбора, обработки и проверки данных, превращая скрытую информацию в структурированный цифровой ресурс.

Классическая теория выделяет два механизма противодействия асимметрии: сигнализацию (добровольное раскрытие качества с помощью сертификатов, гарантий,

репутации) и скрининг (активный поиск информации покупателем). ИИ переводит оба процесса в автоматизированный режим, резко снижая их стоимость и делая массовыми.

Машинное обучение позволяет строить скоринговые модели, которые используют множество косвенных признаков (цифровой след, транзакции, поведение онлайн) для оценки рисков там, где раньше требовались личные контакты и дорогой аудит. В параллель ИИ-системы на основе компьютерного зрения и IoT-сенсоров обеспечивают автоматическое сигнализирование качества: дефектоскопию материалов, диагностику износа оборудования, мониторинг состояния посевов и др.

В финансах скоринговые алгоритмы выходят за пределы традиционной кредитной истории, включая поведенческие и сетевые данные, что позволяет оценивать предпринимателей без формальной отчётности и уменьшать неблагоприятный отбор.

Предиктивное моделирование в страховании и логистике (usage-based insurance, прогноз срыва поставок) помогает управлять моральным риском: условия контрактов становятся сопряжёнными с реальным поведением, а возможности скрывать риск снижаются.

Компьютерное зрение и IoT-системы фиксируют качество товаров и состояние инфраструктуры в реальном времени: нейросети обнаруживают дефекты, телематика измеряет стиль вождения, дроны и спутники оценивают урожайность и состояние полей. Это уменьшает пространство для манипуляций и делает сигнализацию качества объективной и машинно проверяемой.

Большие языковые модели синтезируют знания из неструктурированных данных (тексты, аудио, видео). В медицине это выражается в AI-ассистентах, сопоставляющих симптомы с массивами публикаций и клинических кейсов, выравнивая информированность врачей разного уровня и уменьшая зависимость качества диагностики от географии и локальной экспертизы. В финансовом секторе андеррайтинг смещается от формальной отчётности к поведенческим и экосистемным данным, а алгоритмические системы борьбы с мошенничеством делают сокрытие противоправных намерений более рискованным и менее выгодным.

На маркетплейсах ИИ-модерация очищает отзывы от ботов и накруток, проверяет подлинность фотографий и выявляет манипуляции рейтингами, превращая платформу в алгоритмического арбитра качества. На рынке труда HR-tech внедряет слепой найм: скрытие признаков, связанных с дискриминацией (пол, возраст, фото), и акцент на тестах и симуляциях рабочих задач уменьшает информационную асимметрию относительно реальных навыков кандидатов.

В государственном управлении ИИ-аналитика больших данных поддерживает более адресное распределение субсидий и социальных мер, а «умные» счётчики в ЖКХ снижают возможности манипулирования показаниями ресурсов. Спутниковый мониторинг в агросекторе уменьшает недоверие между фермерами и банками при кредитовании под будущий урожай.

Выбор вуза для обучения является ярким примером информационной асимметрии на рынке образовательных услуг. Абитуриент сталкивается с ситуацией, когда реальные параметры качества образования – нагрузка, уровень практики, востребованность выпускников, интенсивность научной работы – частично скрыты или искажены

рекламными материалами. Университет при этом обладает гораздо более полной информацией о собственных показателях, но раскрывает её выборочно.

ИИ–сервисы могут снизить эту асимметрию. Агрегатор, работающий на основе ИИ, способен собирать данные о проходных баллах, рейтингах программ, трудоустройстве выпускников, отзывах студентов, наличии партнёрств с работодателями и научной инфраструктуры. На основе этих данных формируются сопоставимые профили вузов и специальностей, а абитуриент получает возможность сравнивать варианты по значимым критериям, а не только по рекламе и слухам.

Если такой агент встроен в приемную кампанию, он может отвечать на свободные запросы: «в каком вузе Самары сильнее подготовка по экономике?», «где больше стажировок по ИИ?», «какая программа даёт больше шансов на трудоустройство?» и т.п. В этом случае ИИ выступает как посредник, который уменьшает информационный разрыв между университетом и абитуриентом и способствует более рациональному выбору образовательной траектории.

Параллельно ИИ создаёт новые формы информационного неравенства. Во-первых, сложные модели становятся «чёрными ящиками»: пользователь, получивший отказ в кредите или найме, не всегда понимает причины решения, тогда как разработчики и операторы обладают гораздо более детальной информацией о структуре алгоритма, выборке данных и критериях оптимизации. Это порождает новую асимметрию между теми, кто управляет моделями, и теми, кто зависит от их выводов. Во-вторых, возникает концентрация данных и вычислительных ресурсов у ограниченного числа корпораций и институтов, что переносит асимметрию из плоскости «продавец–покупатель» в плоскость «владелец данных–остальной рынок». Обладая масштабными дата-сетами и мощной инфраструктурой, такие субъекты получают структурное преимущество в прогнозировании тенденций и управлении рисками. В-третьих, алгоритмическая предвзятость, связанная с исторически искаженными обучающими выборками, может закреплять существующую дискриминацию. Модели воспроизводят прошлые паттерны отказов определённым группам, лишая их доступа к капиталу, образованию или трудовым возможностям. Исправление таких искажений требует не только технической настройки моделей, но и пересмотра источников данных и внедрения этических ограничений.

Дополнительно усиливается асимметрия в сфере кибербезопасности: злоумышленники используют генеративные модели для создания дипфейков и сложных сценариев социальной инженерии, тогда как многие организации и пользователи не располагают сопоставимыми ресурсами для защиты.

Международный ответ на указанные риски формируется в рамках концепции Responsible AI и принципов ОЭСР по ответственному и человекоцентричному ИИ. Эти принципы акцентируют необходимость прозрачности, объяснимости, безопасности, недопустимости дискриминации и подотчётности субъектов, разрабатывающих и применяющих ИИ.

Explainable AI (XAI) развивается как направление, обеспечивающее интерпретируемость моделей и право пользователей на объяснение автоматизированных решений. Требования XAI включают раскрытие ключевых факторов, влияющих на вывод, описание логики принятия решения и возможность его оспаривания. Это снижает

новую информационную асимметрию между разработчиками и пользователями алгоритмов. Стандарт ISO/IEC 42001:2023, первый глобальный стандарт систем управления ИИ, задаёт требования к политике, процессам и контролям, регулирующим разработку, внедрение и эксплуатацию ИИ-систем в организациях. Он институционализирует практики ответственного ИИ, помогает управлять рисками и повышать доверие, снижая информационную монополию за счёт прозрачных управленческих процедур.

Искусственный интеллект переводит проблему информационной асимметрии из плоскости «сокрытия правды» в плоскость управления и интерпретации больших данных. Его ключевое экономическое следствие – снижение транзакционных издержек проверки информации и формирование инфраструктуры проверяемых цифровых фактов, меняющих работу финансовых рынков, платформенной торговли, рынка труда и государственного управления.

Одновременно ИИ создаёт новые формы информационного неравенства: непрозрачные модели, концентрацию данных, алгоритмическую предвзятость и киберриски. Поэтому критически важно, чтобы развитие ИИ сопровождалось внедрением принципов Responsible AI, практик Explainable AI и стандартов управления, таких как ISO/IEC 42001. От того, насколько быстро и последовательно будут реализованы эти подходы, зависит, станет ли технологическая асимметрия источником дополнительной устойчивости рынков или, напротив, новой угрозой их стабильности.

Список литературы

1. Акерлоф Дж. Рынок «лимонов»: неопределенность качества и рыночный механизм // THESIS. – 1994. – Т. 6. – С. 91-104.

2. Стиглиц Дж.Е. Асимметрия информации на финансовых рынках: создание финансовой среды XXI века // Мировая экономика и международные отношения. – 2002. – № 7. – С. 3-13.

3. Spence M. Job Market Signaling // The Quarterly Journal of Economics. – 1973. – Т. 87, №. 3. – С. 355-374.

4. Объяснимый искусственный интеллект (Explainable Artificial Intelligence) // Википедия: свободная энциклопедия. – URL: https://ru.ruwiki.ru/wiki/ (дата обращения: 14.07.2026).

5. Arrieta A.B., Díaz-Rodríguez N., Del Ser J. et al. Explainable Artificial Intelligence (XAI): Concepts, taxonomies, opportunities and challenges toward responsible AI // Information Fusion. – 2020. – Т. 58. – С. 82-115.

6. Tinkoff Research: Наука в ИИ / ТАСС. Спецпроекты. – URL: https://spec.tass.ru/tinkoff-research/ (дата обращения: 14.07.2026).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ПРОЕКТНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПО РАЗРАБОТКЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИИ

В. Г. Маняхина, канд. пед. наук, доцент, М. В. Бороздина, старший преподаватель,
Н. Ю. Иванова, доцент, О. В. Муравьева, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: vg.manyakhina@mpgu.su; mv.korotkova1@mpgu.su; nyu.ivanova@mpgu.su; ov.muraveva@mpgu.su

Аннотация. В статье представлено содержание проектно-технологической практики для студентов педагогических направлений (учителей математики), направленной на формирование компетенций в области создания цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) с применением ИИ. Описано содержание тематических модулей практики, включающих изучение принципов проектирования ЦОР, возможности применения ИИ для проектирования и разработки ЦОР, освоение конкретных программных средств и сервисов.

Ключевые слова: цифровые образовательные ресурсы, цифровая компетентность учителя, подготовка учителя математики, ИИ в образовании.

THE CONTENT OF THE EDUCATIONAL DESIGN AND TECHNOLOGICAL PRACTICE OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS ON THE DEVELOPMENT OF DIGITAL EDUCATIONAL RESOURCES USING AI

V. G. Manyakhina, PhD, associate professor, M. V. Borozdina, senior lecturer,
N. Yu. Ivanova, associate professor, O. V. Muravyova, PhD, associate professor,
Moscow State Pedagogical University,
Moscow, Russia
e-mail: vg.manyakhina@mpgu.su; mv.korotkova1@mpgu.su; nyu.ivanova@mpgu.su; ov.muraveva@mpgu.su

Abstract. The article presents the content of design and technology practice for students of pedagogical fields (teachers of mathematics), aimed at developing competencies in the field of creating digital educational resources using AI. The content of the thematic practice modules is described, which include the study of the principles of digital educational resources design, the possibility of using AI for the design and development of digital educational resources, and the development of specific software tools and services.

Keywords: digital educational resources, digital teacher competence, mathematics teacher training, AI in education.

В условиях цифровой трансформации образования будущий учитель должен овладеть современными инструментами для работы в цифровой среде. В Ядре высшего педагогического образования предусматривается для этого учебная дисциплина «Технологии цифрового образования» и учебная технологическая практика (проектно-технологическая практика), которые реализуются в рамках коммуникативно-цифрового модуля [3]. Эта практика, направленная на формирование компетенций, необходимых для создания цифровых образовательных ресурсов (ЦОР), хорошо дополняет

содержание курса «Технологии цифрового образования», в котором внимание акцентируется на цифровой дидактике: рассматриваются дидактические возможности ресурсов цифровой образовательной среды; анализируются цифровые ресурсы по математике открытых образовательных платформ; изучается технология педагогического дизайна и ее применение для проектирования уроков в формате синхронного и асинхронного дистанционного обучения, уроков в формате смешанного обучения; разбираются цифровые технологии сопровождения образовательного процесса, мониторинга обучения и взаимодействия в условиях цифровой образовательной среды.

Для разработки ЦОР необходимо сочетание педагогических и технологических знаний и умений – студенты должны знать основы педагогического проектирования, владеть технологией педагогического дизайна для проектирования и разработки комплекта ЦОР по математике с учетом возрастных особенностей и уровня образовательных потребностей обучающихся, знать функционал и владеть инструментарием средств разработки ЦОР (соответствующее программное обеспечение, онлайн-сервисы, в том числе с использованием технологий ИИ), знать облачные системы управления обучением (LMS) и системы управления контентом (CMS) и размещать в них ЦОР, создавая онлайн-курс, интерактивные уроки или образовательный сайт.

Студенты должны пройти полный цикл создания комплекта ЦОР по выбранной теме от проектирования до разработки и применения. Поэтому учебная проектно-технологическая практика выстраивается вокруг сквозного проекта – разработки цифрового контента по математике для обучающихся 5–11 классов для проведения 3–4 интерактивных уроков (или занятий онлайн-курса) в формате асинхронного электронного обучения. Этот проект студенты реализуют в мини-командах по 2-3 человека, что способствует более интересным решениям, повышению мотивации, формированию навыков сотрудничества, в том числе в дистанционном формате с использованием облачных сервисов.

Таким образом, содержание практики включает следующую тематику:

1) технология педагогического дизайна, этапы проектирования ЦОР, применение педагогического дизайна (этап анализа и проектирования) для проектирования комплекта цифровых образовательных ресурсов по теме проекта;

2) видеотехнологии в образовании, видеоредакторы, создание видеороликов/скринкастов/ анимации по теме проекта;

3) образовательные тексты, создание кратких конспектов по теме проекта;

4) образовательная инфографика, средства для создания инфографики, разработка инфографики по теме проекта;

5) интерактивные задания, образовательные игры и квесты, онлайн сервисы для создания интерактива, разработка интерактивных заданий с опорой на таксономию Блума по теме проекта;

6) интерактивные модели в системах динамической математики;

7) системы управления обучением (LMS), выбор платформы, размещение комплекта разработанных ЦОР по теме проекта;

8) обучающее и контрольное тестирование, инструментарий для создания тестовых заданий в LMS, добавление тестов в комплект ЦОР по теме проекта;

9) образовательные сайты, онлайн-конструкторы для создания сайтов, разработка сайта учителя с размещением комплекта ЦОР по теме проекта;

10) образовательные чат-боты, разработка и добавление чат-бота по теме проекта на сайт или в мессенджер.

Поскольку генеративный ИИ обладает значительным потенциалом и находит все большее применение в образовании, в частности для генерации дидактических материалов по математике [1, 2], необходимо показать для решения каких профессиональных задач можно и нужно использовать технологии ИИ, а в каких случаях качество сгенерированных материалов не отвечает необходимым требованиям.

Важно, чтобы студенты научились критически оценивать результаты, полученные в генеративных нейросетях. И главное, чтобы студенты не зависели от нейросетей и овладели технологиями разработки различных ЦОР и без помощи генеративного ИИ. Поэтому почти все задания учебной проектно-технологической практики студенты выполняют сначала традиционным способом (с помощью редакторов и онлайн сервисов), а потом дублируют их выполнение в генеративных нейросетях. Студенты не только изучают возможности нейросетей и промпт-инжиниринг для создания ЦОР по математике, но и сравнивают качество контента, разработанного самостоятельно и сгенерированного нейросетью. Также мы советуем студентам генерировать контент как минимум в двух различных нейросетях, чтобы сравнить качество сгенерированного контента. Для этого удобно использовать открытую платформу Arena AI (https://arena.ai/) (бывш. ImArena) для сравнения многих зарубежных нейросетей – разных версий моделей LLM (GPT, Gemini, Grok, Qwen, Claude, Kimi и др.) в режиме «Side by Side» и платформу LLM Arena (https://llmarena.ru/), где в режиме «Арена (vs)» с зарубежными моделями можно сравнивать и российские модели LLM – YandexGPT, GigaChat.

На каждом этапе выполнения проекта (заданий по темам 1–10) обсуждались полученные результаты и подводились итоги, какие нейросети дали наиболее качественный контент.

В целом, по результатам анализа сгенерированного контента по математике в сравнении с собственными разработками студенты сделали вывод о том, что нейросети являются эффективным инструментом для подготовки учебных материалов, так как хорошо структурируют материал, помогают формулировать цели и задачи, позволяют генерировать задания разных типов, создавать основу презентаций и инфографики. Однако сгенерированный контент требует тщательной проверки и доработки.

Следует отметить, что большинство студентов использовали более доступные нейросети YandexGPT, GigaChat, DeepSeek, Qwen, ChatGPT и др. По мнению студентов:

- DeepSeek и Qwen - эти модели демонстрируют достаточно высокое качество, создавая содержательные и детальные сценарии уроков по технологии педагогического дизайна с заданиями, отвечающими таксономии Блума;

- YandexGPT, GigaChat – дают приемлемые результаты, но, как правило, требуют доработки, их преимущество в лучшей адаптации к русскоязычному контексту и соответствию российским образовательным стандартам;

- Визуальный контент по математике (Kandinsky, Midjourney, Шедеврум, Gamma и др.) не вполне удовлетворил студентов, нужно было вносить много правок и исправлять ошибки в математических формулах.

Опрос студентов в конце учебной практики показал, что 76% студентов положительно оценили возможность использования технологий ИИ для разработки ЦОР, однако 33% студентов отметили, что в ряде случаев результат генерации ЦОР был хуже, чем самостоятельно разработанный ими образовательный контент, в основном, это касалось генерации изображений, инфографики и видео. И почти все студенты (95%) выразили уверенность в том, что будут в дальнейшем использовать генеративный ИИ для разработки ЦОР.

Список литературы

1. Гриншкун А. В., Захарова Т. А., Корнева Н. С. Роль генеративных нейронных сетей в процессе обучения математике // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: сборник тезисов докладов международной научной конференции, Елец, 29 сентября 2023 года. – Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2023. – С. 186-189.

2. Дербуш М. В. Технология подготовки будущих учителей математики к использованию нейросетей для разработки дидактических материалов // Педагогика. Вопросы теории и практики. – 2025. – № 8. – С. 1206-1215.

3. Ядро высшего педагогического образования. Документы – открытый ресурс: сайт Московского педагогического государственного университета. – URL: https://mpgu.su/proekt-jadro-vpo/ (дата обращения 16.06.2026).

ИНФОРМАТИКА В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ГРАМОТНОСТИ СОВРЕМЕННОГО ОБЩЕСТВА

Н. Н. Орлова, канд. пед. наук,
Государственное автономное образовательное учреждение высшего образования города Москвы «Московский городской педагогический университет» (ГАОУ ВО МГПУ),
Самарский филиал,
Самара, Россия
e-mail: orlovann@mgpu.ru

Аннотация. Пути развития цифровой грамотности в современном обществе. Информатика в образовательном процессе как средство формирования цифровой грамотности и используемые методические приемы на уроках информатики для развития цифровой грамотности.

Ключевые слова: Цифровая грамотность, методика формирования цифровой грамотности, урок информатики.

INFORMATICS IN THE EDUCATIONAL PROCESS AS A MEANS OF FORMING DIGITAL LITERACY IN MODERN SOCIETY

N. N. Orlova, professor of science,
State Autonomous Educational Institution of Higher Education of the city of Moscow «Moscow City Pedagogical University» (GAVO VO MGPU), Samara branch,
Samara, Russia
e-mail: orlovann@mgpu.ru

Annotation. Ways of developing digital literacy in modern society. Informatics in education as a means of generating digital literacy and the methodological approaches used in computer science lessons to develop digital literacy.

Keywords: digital literacy, methodology of formation of digital literacy in computer science classes.

С появлением предмета «Основы информатики и вычислительной техники (ОИВТ)» в Советском образовании (1985 год), а с ним и компьютеров, начался процесс, который повлиял на развитие образования и общества в целом.

Если в традиционной образовательной системе обучения «книга» использовалась как основное средство получения информации, то с момента появления компьютера в школе, у обучающихся в руках оказалось очень мощное средство обучения – компьютер, а за ним «подтянулся» интернет и все сопутствующие возможности.

К такому понятию, как «грамотность», за сравнительно небольшой промежуток времени, добавились понятия: «компьютерная грамотность», «цифровая грамотность» и т.д.

Термин «компьютерная грамотность» появился в середине шестидесятых годов двадцатого века и транслировался работодателями как «…умение пользоваться компьютером», чаще всего прикладными программами [2].

Компьютерная грамотность определяется «…как знания и умения эффективно использовать компьютер и связанные с ним технологии», при этом уровень владения

навыками варьируется от элементарного до компьютерного программирования и решения сложных задач [2].

Активное развитие компьютеров, появление гаджетов на «каждом столе» и в «каждом кармане», их использование в трудовой деятельности, в общении, в образовании, в деловой связи (госуслуги) и т. д., сформировало цифровое общество, в котором подчеркивается и усиливается важность цифровой грамотности для каждого человека и особенно для подрастающего поколения. Таким образом, для «цифрового общества» потребовалась «цифровая грамотность», которая могла быть сформирована в образовательной среде.

Именно школьная информатика становится ключевым предметом, которому отводится особая роль в образовании - формирование цифровых навыков, которые составляют базу цифровой грамотности.

Развитие цифровой грамотности закреплено в ряде нормативных документов России, прежде всего, таких, как федеральный государственный образовательный стандарт ФГОС [4], программа «Цифровая экономика РФ» [3], стратегия развития информационного общества в РФ на 2017-2030 годы (утверждена Указом Президента РФ от 9 мая 2017 года №203), где все они акцентируют внимание на развитии цифровой грамотности в контексте формирования информационного общества.

Нормативная база России систематически закрепляет необходимость развития цифровой грамотности граждан, как ключевого элемента подготовки к жизни в цифровом обществе, и определяет ее как неотъемлемую часть развития страны.

Понятие «цифровая грамотность» появилось в 1997 году, с появлением книги американского писателя Пола Гилстера «Цифровая грамотность», где он описал её как «способность понимать и использовать информацию в различных форматах из широкого круга источников, когда та представлена с помощью компьютеров» [7].

Цифровая грамотность это способность находить оценивать и четко передавать информацию с помощью набора текста и других средств массовой информации на различных цифровых платформах [1].

Цифровая грамотность это набор знаний и умений, которые необходимы для безопасного и эффективного использования цифровых технологий и ресурсов интернета [1].

Данный термин используется в сфере образования: в международных и национальных стандартах.

Важность цифровой грамотности в современном мире крайне велика, так как она нужна для работы, учёбы, общения и получения новых знаний. Следует учитывать, что цифровая грамотность это комплексное понятие, которое обозначает, что человек должен владеть навыками и знаниями, которые необходимы ему для владения цифровыми технологиями.

Для того, чтобы понять, почему так нужна и важна цифровая грамотность в современных условиях, следует разобраться из чего и как складываются ключевые элементы цифровой грамотности.

К ключевым элементам цифровой грамотности относятся: информационная грамотность, техническая грамотность, коммуникативная грамотность, кибербезопасность, креативность и создание контента, критическое мышление в цифровой среде.

Рассмотрим практические навыки, которые составляют основу ключевых элементов цифровой грамотности:

- ✓ поиск, анализ и оценка достоверности данных составляют основу информационной грамотности;
- ✓ работа с устройствами, персональным компьютером, ноутбуками, планшетами, смартфонами, принтерами, сканерами и программным обеспечением составляют основу технической грамотности;
- ✓ онлайн-взаимодействие и цифровой этикет составляют основу коммуникативной грамотности;
- ✓ защита данных и распознавание угроз составляют основу кибербезопасности.
- ✓ мультимедиа, программирование и дизайн составляют основу креативности и создание контента;
- ✓ анализ алгоритмов и работа с искусственным интеллектом составляют основу развития критического мышления в цифровой среде.

Учитывая, что информатика уже имеет опыт для формирования компьютерной грамотности у подрастающего поколения, логично будет рассмотреть информатику как фундамент формирования цифровой грамотности.

Школьный курс информатики, закладывает базовые навыки, начиная от компьютерной грамотности (изучение устройств и программ к алгоритмическому мышлению, программированию), к комплексным цифровым компетенциям (работе с большими данными и ИИ), что и составляет фундамент цифровой грамотности.

Темы и разделы школьного курса информатики во ФГОС напрямую связаны с формированием цифровой грамотности. Это такие разделы как «Цифровая грамотность», «Алгоритмы и программирование», «Информационные технологии» [5, 6], более того, данные разделы рассматриваются на каждом этапе изучения информатики, потому, как при переходе с одной ступени обучения на другую повышается уровень сложности цифровой грамотности.

Урок информатики позволяет целенаправленно и системно формировать цифровую грамотность используя практические методы обучения. Можно назвать примеры следующих заданий: создание веб-сайтов, блогов, создание чат-ботов, работа с цифровыми инструментами (Scratch, Python) и т.д.

Формировать цифровую грамотность на уроке позволяют и такие методические подходы как:

- ✓ кейс-стади, который предполагает разбор реальных ситуаций (этика использования искусственного интеллекта, фишинг, утечка данных);
- ✓ игровые технологии, где используются образовательные игры для изучения алгоритмов.

Активное использование цифровых технологий во внеурочной деятельности: кружки программирования, хакатоны, олимпиады по информатике, позволяет глубже развивать цифровую грамотность.

Полученные на уроках информатики практические навыки, которые составляют основу ключевых элементов цифровой грамотности, успешно применяются учащимися на других предметах.

Особая роль в развитии цифровой грамотности отводится учителю информатики:

✓ быть в курсе постоянно развивающихся аспектов цифровой грамотности: использование электронных учебников, онлайн курсов, интерактивных платформ; работа с облачными сервисами для совместной деятельности с учащимися; знакомство с перспективными технологиями (искусственный интеллект, большие данные, робототехника и т.д.);

✓ научить учащихся соблюдать этические и правовые нормы (обсуждение цифрового следа, авторских прав, этики искусственного интеллекта);

✓ создать в классе безопасную и инклюзивную цифровую среду;

✓ осуществлять взаимодействие с родителями учащихся, проводить просветительские мероприятия по цифровой безопасности и по вопросам взаимодействия учащихся с цифровыми гаджетами.

Формирование цифровой грамотности учащихся процесс непрерывный, требующий интеграции современных технологий в образовательный процесс, системности, практико-ориентированности, активного использования проектной деятельности и междисциплинарных связей, где ключевая роль принадлежит учителю информатики. Именно учитель через специально разработанные им задания и методики, поэтапно, с учетом обратная связи и оценка знаний, инклюзивности и обновления содержания координирует развитие всех компонентов цифровой грамотности

Список литературы

1. Алексеева И. Ю. Цифровая грамотность: формирование и развитие. – М.: Просвещение, 2020. – 128 с.

2. Ершов А.П. Программирование-вторая грамотность. – Новосибирск : ВЦ СО АН СССР, 1981. – 18 с.

3. Программа «Цифровая экономика РФ». [Электронный ресурс]. URL: http://government.ru/info/35568/. (дата обращения: 15.06.2026 г.).

4. Федеральные государственные образовательные стандарты. [Электронный ресурс]. URL: https://fgosreestr.edsoo.ru/federal-standards. (дата обращения: 14.06.2026 г.).

5. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Информатика. 7-9 классы. Базовый уровень [Электронный ресурс]. URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/07/2025_ooo_frp_informatika-7-9_baza.pdf. (дата обращения: 14.06.2026 г.).

6. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Информатика. 10–11 классы. Базовый уровень [Электронный ресурс]. URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/21_ФРП-Информатика_10-11-классы_база.pdf. (дата обращения: 14.06.2026 г.).

7. Gilster P. Digital Literacy. New York: Wiley, 1997. – 276 c.

ОБУЧЕНИЕ СТАРШЕКЛАССНИКОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЮ НА ИНТЕГРИРОВАННЫХ УРОКАХ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Т. С. Орлова, аспирант,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: t-orlova1111@yandex.ru
Н. Н. Яремко, д-р пед. наук, профессор, доцент,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: yaremki@yandex.ru

Аннотация. Предложен сценарий интегрированного урока обучения старшеклассников прогнозированию на примере линейной регрессии с использованием языка программирования Python.
Ключевые слова: межпредметная интеграция, интегрированный урок, прогнозирование, линейная регрессия.

FORECASTING FOR HIGH SCHOOLERS: AN INTERDISCIPLINARY LESSON COMBINING MATH AND COMPUTER SCIENCE

T. S. Orlova, Ph.D., postgraduate student at the Department of Theory and Methods of Teaching Mathematics and Informatics,
Moscow State Pedagogical University,
Moscow, Russia,
e-mail: t-orlova1111@yandex.ru
N. N. Yaremko, doctor of pedagogical sciences, professor, associate professor,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia,
e-mail: yaremki@yandex.ru

Abstract. The paper proposes a scenario for an integrated lesson aimed at teaching high school students forecasting using the example of linear regression with the Python programming language.
Keywords: interdisciplinary integration, integrated lesson, forecasting, linear regression.

Одной из основных задач современного образования является формирование у обучающегося целостной картины мира, в которой четко прослеживаются взаимосвязи между различными предметными областями. Важную функцию объединения различных предметных областей берет на себя межпредметная интеграция - синтез фактов, понятий, принципов двух или более дисциплин. Межпредметная интеграция в процессе обучения позволяет не просто суммировать знания, а формировать системное понимание явлений и процессов. Средством реализации межпредметной интеграции в общем образовании может служить интегрированный урок. Как справедливо замечал Ю. М. Колягин [1] «не всякое объединение различных дисциплин в одном уроке автоматически становится интегрированным уроком. Необходима ведущая идея, реализация которой обеспечивает неразрывную связь, целостность данного урока.» Этой мысли созвучно высказывание Я. А. Коменского [2] «Все, что находится во взаимосвязи, должно преподаваться в такой же взаимосвязи». В статье рассматривается междисциплинарная интеграция учебных предметов «Математика» (учебный курс «Вероятность и статистика») и «Информатика»; основой интеграции служит понятие прогнозирования. Объектами интеграции в рамках предложенного урока выступают общие фундаментальные понятия, идеи и приемы, имеющие междисциплинарный характер и связывающие теоретический мир вероятностных моделей с практическим инструментами информатики. Обращаясь к федеральной рабочей программе

по предмету «Математика» (модуль «Вероятность и статистика») для успешного освоения материала предложенного интегрированного урока необходимы следующие элементы содержания: линейная регрессия, метод наименьших квадратов. По предмету «Информатика» необходимыми элементами содержания являются: обработка данных, хранящихся в файлах, язык программирования Python, графическое представление данных, подбор линии тренда, решение задач прогнозирования, метод наименьших квадратов, оценка числовых параметров моделируемых объектов и процессов, вероятностные модели. Ключевые концепции теории вероятностей, такие как линейная регрессия и метод наименьших квадратов, находят свое практическое применение в информатике. Программные инструменты: язык Python и методы визуализации - позволяют не просто оценить параметры вероятностной модели, но и наглядно представить зависимость, оценить точность построенной модели и применить ее для решения задач прогнозирования, благодаря чему образуется единое содержательное поле для изучения. В качестве системообразующего компонента, на основе которого проводится интеграция, выступает понятие прогнозирования.

Сценарий урока (урок усвоения новых знаний и первичного закрепления, урок проходит в варианте сдвоенного урока в компьютерном классе).

Цели урока: Учебный предмет «Математика»: сформировать у учащихся целостное представление о линейной регрессии, ее параметрах и графическом смысле, как инструменте анализа данных, произвести прогноз по построенной модели.

Учебный предмет «Информатика»: реализовать на практике с помощью языка Python построение вероятностной модели линейной регрессии с последующим ее применения для прогноза. Задачи урока:

1. Дать определение линейной регрессии, как вероятностной модели.
2. Научить строить вероятностную модель линейной регрессии на основе имеющегося массива данных.
3. Построить оптимальную оценку для параметров линейной регрессии.
4. Произвести прогноз по построенной вероятностной модели.

Ход урока. Актуализация знаний и постановка задачи. Простейшим примером для демонстрации понятия линейная регрессия может служить поиск зависимости между ростом и весом в популяции.

Вопросы к учащимся	Ответы учащихся
Связаны ли рост и вес человека между собой?	Чем больше вес, тем больше рост.
Как может выглядеть графически зависимость между двумя величинами?	Может являться прямой (линейная зависимость)
Можно ли по известном весу индивидуума спрогнозировать величину его роста?	Да, если известна функциональная зависимость роста от веса (независимая переменная)

Для построения математической модели из всей популяции (генеральной совокупности) выбрана репрезентативная выборка из N представителей популяции. В качестве входных данных мы располагаем двумерным массивом данных $(X; Y)$, где X- независимая переменная (признак), являющаяся случайной величиной, в данном случае вес, а Y- зависимая переменная, рост индивидуума. В качестве программной реализации будем использовать язык программирования Python. Для наглядной демонстрации алгоритма построения вероятностной модели линейной регрессии будем использовать синтетические данные, а затем построим модель и произведем прогноз по имеющейся реальной выборке.

Задача 1. Построить диаграмму рассеивания синтетических данных используя зависимость $Y = 0.7 * X + 125 + \epsilon$, где $\epsilon -$ нормально распределённая случайная величина со средним 0 и дисперсией 5.

Расположим каждую пару значений (вес, рост) на декартовой плоскости. По оси абсцисс отметим вес, по оси ординат рост представителя популяции. Получившаяся диаграмма рассеивания (рис.1) визуализирует имеющийся массив данных.

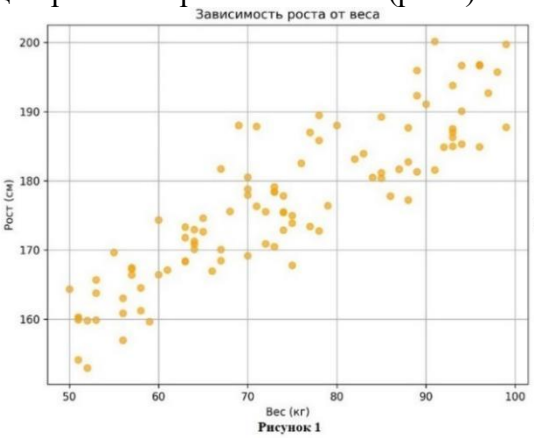


Рисунок 1

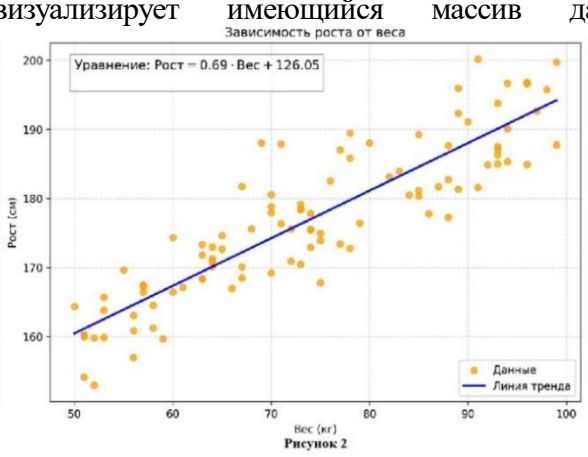


Рисунок 2

Вопросы к учащимся	Ответы учащихся
Какие тенденции вы можете заметить в представленных на диаграмме рассеивания данных (рис.1)?	Можно увидеть явную тенденцию к концентрации расположения точек вдоль некой прямой, но не лежащих на ней в совокупности.
Какой вид имеет уравнение прямой с угловым коэффициентом?	$y = k_1 x + k_0$
Что показывают коэффициенты k_1 и k_0?	k_0-точка пересечения с осью ОУ k_1- угловой коэффициент прямой

Поскольку нас интересует модель прямой зависимости роста от веса, модель линейной регрессии будет иметь вид: $Y = k_1 X + k_0 + \epsilon$, что соответствует уравнению прямой, где коэффициенты $k_1, k_0 \in R$ некоторые числа, называемые параметрами модели, которые нам необходимо оценить, а ϵ-случайная ошибка. Стоит отметить, что случайную ошибку часто называют «шумом» модели, «шум» имеет нормальное распределение, если не оговорено иное. Оценка параметров будет следующим шагом в построении модели.

Вопросы к учащимся	Ответы учащихся
Сколько прямых можно построить, используя имеющиеся данные?	Через каждую пару точек можно построить единственную прямую
Если взять другие две точки, будет ли уравнение прямой отличаться и чем?	Будут отличаться значением коэффициентов k_1 и k_0.
Все ли прямые одинаково близко будут располагаться к оставшимся данным?	Нет, будут прямые расположенные ближе к одним группам точек, или к другим.

Учитывая, что по аксиоме геометрии через две точки проходит единственная прямая, мы не сможем однозначно определить коэффициенты, рассматривая все точки в совокупности. Рассматривая различные пары точек и находя коэффициенты, проходящих через них прямых, будут получены различные параметры модели. Этот факт приводит к идеи, что существуют в некотором смысле оптимальные значение коэффициентов k_1 и $k_0 \in R$, при которых будет получен наиболее точный прогноз, то есть точки в совокупности будут максимально близко располагаться относительно прямой $y = k_1 x + k_0$. Проблемный вопрос: как измерить эту «близость» и найти оптимальные (наилучшие) коэффициенты в уравнении прямой. Ответ на этот вопрос приводит нас к понятию метрики (функции потерь). Близость точек к прямой измеряется расстоянием от точки до прямой по оси ординат. Чтобы точки в совокупности располагались максимально близко к прямой, описывающей модель линейной регрессии, необходимо среднеквадратичное отклонение (MSE) были наименьшими. Данные выражения являются метриками качества модели и лежат в основе метода наименьших

квадратов, позволяющего оценить оптимальные значения коэффициентов модели линейной регрессии.

Задача 2. Используя данные и результаты задачи 1, построить вероятностную модель линейной регрессии. Ответ: $Y = 0.6885 * X + 126.0468 + \epsilon$. На рисунке 2 представлена диаграмма рассеивания данных с результатами построения модели линейной регрессии.

Задача 3. По оцененной в задаче 2 модели, произвести прогноз роста группы индивидуумов весом 80, 85 и 90 кг. Результаты прогнозирования: (181.13; 184.57; 188.01)

Заранее на доске была подготовлена таблица, содержащая данные о весе и росте учащихся, вашего класса. Пожалуйста, просмотрите представленную на доске таблицу и внесите в нее правки при необходимости. В таблице пропущены несколько значений роста Ваших одноклассников, это не случайность. Спрогнозируйте, какой рост человека может быть при недостающих данных роста.

Задача 4. По имеющимся данным сделайте прогноз недостающих значений в таблице. Например, сделайте прогноз роста человека при весе 82 кг, 86 кг, 92 кг. Ответ: (183.14; 184.93; 188.78) см.

Проблемный вопрос: какой смысл несут коэффициенты линейной регрессии? Ответ можно получить, добавив в массив данных дополнительный признак, например дату рождения, и построить модель линейной регрессии. Малое значение коэффициента в сравнении с остальными параметрами линейной регрессии говорит о статистической незначимости данного признака и слабом влиянии данного фактора на результат.

Контрольные вопросы. Итог занятия.

1. Что такое линейная регрессия?
2. Как на основе линейной регрессии составляется прогноз?
3. Каким свойством обладает прямая линейной регрессии? (связь с понятием метрики (функции потерь))?
4. Какие библиотеки Python были использованы для построения вероятностной модели линейной регрессии?

Домашнее задание 1: Произведите прогноз роста группы из 5 человек с весом 65, 63, 57, 59, 72 кг используя реальные данные, хранящиеся в файле (файл прилагается).

Домашнее задание 2: «Глобальное потепление». Используя открытые данные Росгидромета о среднегодовой температуре в городе Москва за последние 100 лет, составьте прогноз о среднегодовой температуре в ближайшие 5 лет.

Результатом интегрированного урока является сформированное умение учащихся составлять прогноз по оцененной модели. Инструментами выступают линейная регрессия и язык программирования Python. Как продолжение курса интегрированных уроков может быть рассмотрена модель, похожая по идеям на линейную регрессию, но позволяющая решать вышеописанные задачи, т. е. модель логистической регрессии. Благодаря интеграции предметов, у учащихся формируется целостная картина системообразующего понятия прогнозирование, что подтверждает высокую методическую ценность представленного урока. Сценарий урока охватывает все этапы умения прогнозировать: от синтеза и визуализации данных через построение вероятностной модели линейной регрессии к оценке прогноза. Введение понятия прогнозирование в школьный курс совместно с его программной реализацией дает отличную перспективу для дальнейшего развития в области точных наук.

Список литературы

1. Колягин Ю.М., Алексеенко О.Л. Интеграция школьного обучения // Начальная школа. – 1990. – № 9. – С. 28-32.

2. Коменский А.Я. Избранные сочинения. – М.: Учпедиздат, 1955. – 287 с.

AI-АГЕНТЫ В ОБСЛУЖИВАНИИ И НАСТРОЙКЕ ПЕРСОНАЛЬНОГО КОМПЬЮТЕРА РЯДОВОГО ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ: БУДУЩЕЕ НАСТУПИЛО СЕГОДНЯ?

П. А. Рябова, студентка 2 курса,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: ryabova.polina@sgspu.ru

Аннотация. В статье рассматривается трансформация парадигмы взаимодействия человека с персональным компьютером (ПК) под влиянием агентных моделей искусственного интеллекта. Анализируется переход от реактивной модели «запрос–ответ» к проактивной архитектуре, где ИИ-агент выступает автономным исполнителем сложных последовательностей действий в операционной системе. Исследуются ключевые характеристики агентов, области их применения (диагностика, управление конфигурациями, обучение), текущее состояние аппаратно-программной инфраструктуры 2025–2026 годов, а также фундаментальные проблемы безопасности, приватности и отказоустойчивости.

Ключевые слова. AI-агенты, agentic operating systems, computer-use agents, гибридные ИИ-модели, кибербезопасность ПК, автоматизация системного администрирования, NPU.

AI AGENTS IN PERSONAL COMPUTER MAINTENANCE AND CONFIGURATION FOR THE AVERAGE USER: HAS THE FUTURE ARRIVED TODAY?

P. A. Ryabova, 2nd-year student,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: ryabova.polina@sgspu.ru

Abstract. The article examines the transformation of the human-computer interaction paradigm under the influence of agentic artificial intelligence models. It analyzes the transition from a reactive "request-response" model to a proactive architecture where an AI agent acts as an autonomous executor of complex action sequences within the operating system. The study explores key characteristics of agents, their areas of application (diagnostics, configuration management, user education), the current state of hardware and software infrastructure for the 2025–2026 period, as well as fundamental issues regarding security, privacy, and fault tolerance.

Keywords: AI agents, agentic operating systems, computer-use agents, hybrid AI models, PC cybersecurity, system administration automation, NPU.

Исторически архитектура персональных компьютеров предполагала прямое манипуляторное взаимодействие пользователя с интерфейсом: инициацию приложений, ручной ввод команд и непосредственное обслуживание системы. Появление ранних интеллектуальных ассистентов лишь частично трансформировало эту модель, закрепив реактивную схему «запрос – ответ». Современное развитие агентных моделей искусственного интеллекта формирует качественно новую конфигурацию взаимодействия. Концепции «computer-use agents», «agent computers» и «agentic OS» предполагают делегирование пользователю целеполагания при сохранении за искусственным интеллектом функций планирования и исполнения задач. В данной парадигме персональный компьютер перестает быть исключительно инструментом ручного труда, превращаясь в платформу, на которой функционируют один или

несколько постоянных цифровых сотрудников, обслуживающих интересы владельца устройства.

В отличие от классических виртуальных ассистентов, ограниченных консультационной функцией, агентные системы обладают рядом ключевых характеристик. Во-первых, это автономность: способность действовать без непрерывного вмешательства человека, опираясь на заданные высокоуровневые цели и ограничения. Во-вторых, это оркестрация рабочих процессов: построение многошаговых цепочек действий для достижения результата вместо выполнения единичных атомарных команд. В-третьих, это глубокая интеграция: прямой доступ к системным API, средствам автоматизации, скриптам PowerShell или Bash, макросам, контейнерам и графическому интерфейсу пользователя. В-четвертых, это фоновый режим функционирования: возможность непрерывной работы в качестве постоянного цифрового сотрудника, а не эпизодического помощника по запросу.

Именно сочетание этих свойств делает AI-агента качественно более сложным и полезным инструментом, чем обычный чат-ассистент или справочная система.

Одной из наиболее очевидных областей применения является идентификация и устранение сбоев: снижение производительности, конфликты драйверов, перегрев компонентов, ошибки обновлений операционной системы и нарушения целостности файловой системы. Агентные системы анализируют журналы событий, телеметрию нагрузки CPU, GPU и RAM, а также параметры дисковых подсистем, сопоставляя наблюдаемые паттерны с базой известных инцидентов.

Алгоритм действий агента включает выявление «узких мест», предложение оптимизаций, например очистку временных файлов, корректировку политик электропитания, а также инициирование процедур восстановления, таких как SFC и DISM. Это снижает зависимость рядового пользователя от технической поддержки, переводя обслуживание в формат: «объясни проблему – агент найдет и применит решение». Подобный подход особенно важен для пользователей, которые не обладают технической подготовкой, но регулярно сталкиваются с типовыми неполадками. Вместо того чтобы искать инструкции в интернете и вручную выполнять десятки шагов, пользователь может просто описать проблему обычным языком.

ИИ–агенты решают задачи оркестрации жизненного цикла программного обеспечения: управление обновлениями операционной системы, драйверов и прикладного ПО. Система способна оценивать релевантность патчей, анализировать потенциальные риски регрессий и планировать установку в безопасные окна с минимальным воздействием на рабочий процесс. Кроме того, реализуется поддержка динамических конфигурационных профилей «учёба», «игры», «работа» предполагающих автоматическое переключение параметров энергопотребления, сетевых политик и уведомлений. Агент также контролирует регулярность резервного копирования и адаптирует настройки средств защиты, таких как файрвол и антивирусный мониторинг, под актуальные угрозы и поведенческие паттерны пользователя.

Это особенно удобно для людей, которые используют компьютер в разных сценариях: для учёбы, развлечений и повседневной работы. В таком случае AI–агент может фактически взять на себя роль системного помощника, который следит за тем, чтобы настройки всегда соответствовали текущей задаче. Наиболее перспективным направлением развития AI–агентов становится их применение в повседневном обслуживании персонального компьютера и организации пользовательских данных. В этой модели человек формулирует задачу в свободной форме, а агент самостоятельно интерпретирует запрос, планирует последовательность действий и выполняет их с учётом состояния системы и ограничений доступа. Пользователь может обратиться к

системе так же, как к помощнику: «очисти компьютер от ненужных файлов», «найди все фотографии за лето», «создай структуру папок для нового проекта», «собери документы, связанные с курсовой работой», «проверь, почему ноутбук стал медленно работать». В отличие от традиционных интерфейсов, где требуется поэтапное ручное управление, агент берёт на себя значительную часть рутинных операций. Практическая ценность такого подхода особенно заметна в задачах обслуживания компьютера. Агент может проанализировать состояние операционной системы, обнаружить временные файлы, дубликаты документов, неиспользуемые программы, а также предложить или выполнить безопасную очистку и оптимизацию. При наличии признаков снижения производительности он способен оценить загрузку процессора, памяти и дисковой подсистемы, сопоставить данные с типовыми сценариями неисправностей и предложить меры по восстановлению нормальной работы системы. Для рядового пользователя это означает переход от самостоятельного поиска решений к формату взаимодействия: «объяснил проблему – получил и реализовал решение».

Не менее важна роль агента в организации файлов и рабочих материалов. Пользователь может задать свободный запрос, например: «создай папку для проекта по экономике и разложи туда все связанные файлы», «собери все фотографии из поездки в отдельный альбом», «найди презентацию, где был слайд про рынок труда». Агент способен распознать содержимое документов, распределить файлы по тематическим папкам, переименовать их по заданному шаблону и удалить дубликаты. В случае фотографий он может ориентироваться по датам, названиям, метаданным и визуальному содержанию изображения, что делает поиск значительно быстрее и удобнее, чем при ручной навигации по папкам. Таким образом, AI–агент выступает не только как интеллектуальный интерфейс, но и как средство цифровой самоорганизации пользователя. Его главная особенность состоит в том, что он переводит взаимодействие с компьютером из режима последовательных технических команд в режим естественного языкового делегирования. Это особенно важно для рядового пользователя, не обладающего глубокими навыками системного администрирования, но регулярно сталкивающегося с необходимостью наводить порядок в данных, поддерживать работоспособность устройства и быстро находить нужную информацию.

Крупные разработчики операционных систем интегрируют ИИ–эффекторы непосредственно в системную оболочку. Примером служит Copilot в Windows, позиционируемый как универсальный ассистент, взаимодействующий с приложениями, документами и системными настройками. Текущие реализации пока ограничены преимущественно консультационными и базовыми операционными функциями, однако они формируют необходимую инфраструктуру: единый интерфейс доступа, привязку к учетной записи и аппаратную оптимизацию. Подобные решения показывают, что агентный подход постепенно перестает быть экспериментом и становится частью массовой цифровой среды. Пользователь уже сейчас может получать помощь не только в поиске информации, но и в выполнении конкретных действий внутри системы.

В 2025–2026 годах производители аппаратного обеспечения продвигают концепцию специализированных устройств – «agent computers». Ключевыми архитектурными требованиями для них являются наличие выделенных вычислительных ресурсов для локального инференса моделей, в том числе NPU, архитектура always-on, обеспечивающая низкое энергопотребление фоновых процессов, и делегируемая модель управления, где пользователь формулирует задачу через естественный язык, а агент реализует её посредством обращения к интерфейсу и сервисам. Данный подход усиливает автономность агентов за счет снижения зависимости от облачной обработки чувствительных данных, формируя основу для нативных agentic OS. Иначе говоря,

компьютер начинает не просто «помогать» человеку, а становится платформой, на которой постоянно действует интеллектуальный исполнитель.

Центральным препятствием для массового внедрения остается определение допустимых границ автономии. Агент с правами доступа к системным файлам, сети и конфиденциальным данным потенциально способен нанести ущерб инфраструктуре вследствие логических ошибок алгоритма или компрометации самой модели. Второй критический аспект – обеспечение конфиденциальности. Традиционная передача контекста, включая историю браузера, документы и переписку, в облако нарушает требования приватности. Ответом индустрии становится концепция гибридных вычислений. Она включает локальный инференс, при котором обработка приватных данных осуществляется непосредственно на устройстве, разделение задач, когда ресурсоемкие операции выносятся в облако, и изоляцию исполнения через песочницы и контейнеризацию. Устойчивость к ошибкам обеспечивается внедрением транзакционного подхода к изменениям конфигурации. Необходимыми механизмами являются детерминированный откат изменений, предварительное моделирование последствий в тестовом режиме и непрерывная валидация моделей на основе ретроспективных кейсов инцидентов. Без развитой системы управления рисками полномасштабное внедрение агентных подходов неприемлемо, особенно в корпоративном секторе. Тезис о наступлении будущего агентных ПК можно верифицировать по критериям доступности технологий, глубины интеграции в операционные системы и зрелости протоколов безопасности. На сегодняшний день базовые функции агентного ИИ уже доступны массовому пользователю, а инфраструктура для углубленной интеграции активно формируется производителями оборудования и разработчиками ОС. Однако переход к полной парадигме «компьютер как платформа для постоянного автономного агента» требует решения комплекса нерешенных проблем: стандартизации границ автономии, обеспечения интерпретируемости решений ИИ, унификации стандартов межпрограммного взаимодействия агентов и создания надежных правовых рамок ответственности за действия автоматизированных систем.

Таким образом, будущее агентных персональных компьютеров находится в активной фазе формирования. Мы наблюдаем переходный период, в котором рядовой потребитель получает первые рабочие инструменты делегирования рутинных операций, но институциональная и техническая база для повсеместного безопасного использования полностью автономных систем еще не завершена.

Список литературы

1. ГОСТ Р 7.0.5–2008. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления. – М.: Стандартинформ, 2008. – 43 с.

2. ГОСТ Р 59644–2021. Информационные технологии. Искусственный интеллект. Системы искусственного интеллекта. Термины и определения. – М.: Стандартинформ, 2021. – 28 с.

3. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. – 4-е изд. – М.: Вильямс, 2022. – 1408 с.

4. Осипов Г. С. Методы искусственного интеллекта. – М.: Физматлит, 2019. – 448 с.

РАЗРАБОТКА ПЛАНА-КОНСПЕКТА УРОКА В МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ ИНФОРМАТИКИ

Э. И. Фазлеева канд. пед. наук, доцент, Н. В. Тимербаева, канд. пед. наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Казань, Россия
e-mail: elmira.fazleeva@mail.ru, timnell@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются основные структурные элементы и содержательное наполнение методической деятельности, ориентированной на формирование у будущих учителей необходимых компетенций для разработки эффективного плана-конспекта урока по информатике.

Ключевые слова: методическая подготовка, будущий учитель информатики, план-конспект урока, конструирование урока, профессионально-методические компетенции.

DESIGNING OF A LESSON PLAN IN THE METHODOLOGICAL TRAINING OF A FUTURE INFORMATICS TEACHER

E. I. Fazleeva, N. V. Timerbaeva, PhD in education, associate professors,
Kazan (Volga Region) Federal University,
Kazan, Russia
e-mail: elmira.fazleeva@mail.ru, timnell@yandex.ru

Abstract. The article discusses the main structural elements and content of methodological activities aimed at developing the necessary competencies for future teachers to create an effective lesson plan in computer science.

Keywords: methodological training, future computer science teacher, lesson plan, lesson design, professional and methodological competencies.

Одним из ключевых компонентов профессиональной готовности учителя является умение разрабатывать план-конспект урока – базового документа, фиксирующего замысел, структуру и содержание учебного занятия. Однако, как показывает практика, у будущих учителей информатики зачастую существуют затруднения, связанные с проектированием конспекта современного урока. Эти трудности носят комплексный характер: они охватывают целеполагание, отбор содержания, выбор методов и форм организации учебной деятельности, проектирование системы заданий, а также учет требований к современному уроку в условиях информатизации образования.

Цель настоящей статьи – предложить методические и практические подходы к организации процесса обучения студентов конструированию плана-конспекта урока информатики в рамках их методической подготовки.

Проектирование урока представляет собой предварительную разработку системы взаимодействия учителя и учащихся, направленного на овладение учебным материалом в соответствии с поставленной целью. План-конспект выступает материализованным результатом этого проектирования, включающим: целевой (тема, цели и задачи урока); содержательный (основные понятия, знания, умения); процессуальный (этапы урока, деятельность учителя и учащихся) и диагностический (формы и средства контроля и оценки) компоненты. Следует учесть, что планируемые задачи отдельных уроков должны выступать как составная часть общей задачи изучаемой темы по информатике. Это означает, что разработка плана-конспекта не является изолированным действием, а вписывается в систему тематического и календарно-тематического планирования.

Среди ключевых профессиональных умений, которые мы целенаправленно развиваем у студентов в ходе работы над проектированием планов-конспектов уроков, выделяются следующие:

– целеполагание – умение не просто ставить формальные цели, а содержательно переосмысливать и детализировать их, переводя на язык конкретных учебных действий школьников;

– проектирование – готовность продумывать не только само содержание изучаемого материала, но и подбирать к нему соответствующие дидактические и наглядные материалы, включая цифровые инструменты;

– организационно-коммуникативная составляющая – способность грамотно выстраивать разные формы взаимодействия учеников на каждом этапе занятия, от фронтальной работы до групповой и парной;

– прогнозирование – умение заранее оценивать, какие результаты могут быть достигнуты, и понимать, нужны ли для этого дополнительные современные средства обучения.

При этом важно подчеркнуть, что названные компетенции не существуют сами по себе, они тесно переплетаются. Практика показывает, что в процессе создания плана-конспекта все эти грани профессиональной подготовки проявляются и развиваются одновременно. Каждый шаг при проектировании урока – формулировка задач, подбор заданий или продумывание этапов – требует включения целого комплекса умений, и эта комплексность придает данной деятельности развивающий эффект для будущего педагога.

Эффективная методическая подготовка будущих учителей информатики к разработке планов-конспектов предполагает поэтапную организацию учебного процесса. В современной методике выделяется пять основных этапов такой подготовки [1].

Подготовительный этап – формирование у студентов исходных представлений о структуре и функциях плана-конспекта урока, знакомство с требованиями к современному уроку информатики и проектированием уроков деятельностной направленности, анализ образцов планов-конспектов.

Мотивационный этап – осознание студентами значимости умения разрабатывать качественные планы-конспекты для их будущей профессиональной деятельности, создание положительной мотивации к овладению соответствующими компетенциями.

Информационный этап – систематическое изучение теоретических основ проектирования урока: целеполагание, отбор содержания, выбор методов и форм обучения, проектирование этапов урока, разработка системы заданий.

Практико-ориентированный этап – выполнение студентами системы практических заданий и упражнений по конструированию отдельных элементов и целостных (полных, подробных) планов-конспектов уроков информатики.

Рефлексивный этап – анализ и самооценка разработанных планов-конспектов, выявление затруднений и определение направлений совершенствования.

На практико-ориентированном этапе подготовки центральное место отводится комплексу учебно-тренировочных заданий, благодаря которым студенты последовательно овладевают навыками конструирования планов-конспектов уроков. В основе организации этого комплекса лежит дидактический принцип постепенного усложнения: сначала отрабатываются отдельные фрагменты предстоящего конспекта, а затем эти частные наработки интегрируются в единый, целостный документ. Каждое конкретное задание при этом выступает своего рода инструктивной схемой: оно фиксирует последовательность шагов, которые должен осуществить студент, чтобы получить законченную, но локальную часть будущей методической разработки, причем каждая такая часть внутренне завершена и включена в общую логику урока.

Задание 1. Проанализируйте предложенный план-конспект урока информатики, определите его структуру, выделите цели и задачи каждого этапа.

Задание 2. Сформулируйте цели урока по заданной теме в терминах деятельности учащихся (предметные, метапредметные, личностные).

Задание 3. Разработайте фрагмент урока (создание мотивационной основы, актуализация ранее усвоенных знаний, изучение нового материала или первичное закрепление) с детализацией последовательности профессиональных действий учителя и планируемой учебной активности школьников на каждом шаге данного этапа.

Задание 4. Разработайте целостный план-конспект урока информатики по заданной теме, включающий в себя наглядные пособия, раздаточные материалы, мультимедийную презентацию, рабочие листы, интерактивные задания и т.п. с использованием активных методов и форм обучения (метод проблемного обучения; игровые формы, в том числе деловые игры; проектно-исследовательская деятельность; кейс-метод; метод перевернутого класса и т.д.) с учетом требований ФГОС и возрастных особенностей учащихся.

Рефлексивный этап позволяет сформировать у студентов умения обосновывать каждый предложенный ими в своей разработке структурный элемент урока. Его эффективность зависит от грамотной постановки системы вопросов, предполагающих подробный анализ сценария урока. Представим один из вариантов такой системы вопросов, направленных на самоанализ разработанного плана-конспекта по следующим позициям [2]:

1. Обоснуйте выбор целей урока и их соответствие ожидаемым результатам обучения.
2. Как осуществляется организация мотивации учебной деятельности школьников? Какие приемы активизации познавательной деятельности учащихся используются?
3. На этапе актуализации знаний, умений и навыков какие методические приемы и средства применяются? Аргументируйте их эффективность для связи новых понятий с ранее изученными.
4. Охарактеризуйте этап введения нового материала. Для этого условно разделите этап на подэтапы, указав для каждого из них методы и формы обучения, ожидаемые результаты и конкретные пути их достижения.
5. Как организован этап закрепления изученного материала? Обоснуйте выбранный задачный материал, приемы и средства организации данного этапа.
6. Какие рефлексивные методики и почему реализуются на уроке?
7. Типология задач на уроке в контексте формирования предметных компетенций учащихся (уровень знания, понимания, применения, творческий уровень).
8. Организация самостоятельной деятельности учащихся на уроке. Аргументируйте выбор соответствующих форм самостоятельной работы.
9. Постановка домашнего задания и инструктаж к нему. Связь классной и домашней работы. Приемы и способы проверки домашней работы.
10. Система оценивания результатов деятельности учащихся на уроке. Формы и средства контроля.

Такая поэтапность позволяет студентам постепенно овладевать всеми компонентами деятельности по конструированию урока, не испытывая перегрузки на начальных этапах обучения.

Важным компонентом методической подготовки является система оценивания разработанных студентами планов-конспектов. При составлении критериев оценивания следует учитывать, как формальные требования к структуре документа, так и содержательные аспекты, отражающие качество педагогического замысла.

Рекомендуется использовать следующие группы критериев: структурно-композиционные (наличие всех необходимых структурных элементов плана-конспекта, их логическая взаимосвязь); целевые (корректность и диагностичность формулировок целей и задач урока); содержательные (научная обоснованность и методическая целесообразность отбора содержания); процессуальные (продуманность этапов урока, обоснованность выбора методов и форм организации деятельности); диагностические (наличие системы контроля и оценки результатов обучения). Оценивание может осуществляться как преподавателем, так и в формате взаимопроверки и самооценки, что способствует развитию рефлексивных умений студентов.

Разработка планов-конспектов уроков занимает центральное место в методической подготовке будущих учителей информатики. Эффективность формирования соответствующих умений обеспечивается: поэтапной организацией обучения (от подготовительного этапа к рефлексивному); комплексом заданий, направленных на постепенное усложнение деятельности; продуманной системой оценивания, стимулирующей рефлексию и самосовершенствование.

Список литературы

1. Зенько С.И. Конструирование планов-конспектов уроков по информатике как процесс взаимосвязанного развития базовых профессионально-методических компетенций у студентов // Физико-математическое образование: традиции, инновации, перспективы: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (24–25 окт. 2024 г.). – Минск, 2024. – С. 233-236.

2. Тимербаева Н.В. Самооценка и оценка профессиональной подготовки будущих учителей математики // Педагогическое образование в изменяющемся мире: сборник научных трудов III Международного форума по педагогическому образованию: Часть 2. – Казань: Отечество, 2017. – 329 с. – С. 213-222.

ОСОБЕННОСТИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ В СОВРЕМЕННОМ ЦИФРОВОМ МИРЕ НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ

Ю. М. Хисамиева, студентка 3 курса,
Самарский филиал Московского городского педагогического университета,
Самара, Россия
Научный руководитель – канд. пед.наук Н. Н. Орлова
e-mail: Khisamieva6741@sfmgpu.ru

Аннотация. В статье исследуется применение модели смешанного обучения «Ротация станций» на уроках информатики при изучении устройства компьютера. Описываются теоретические аспекты смешанного обучения и специфика модели «Ротация станций». Представлен детальный план урока, интегрирующий современные цифровые инструменты, такие как 3D-моделирование, ИИ-помощники и виртуальные лаборатории. Материал предназначен для учителей информатики, желающих повысить гибкость, персонализацию и практическую направленность обучения в эпоху цифровизации.

Ключевые слова: смешанное обучение, ротация станций, информатика, цифровые технологии, ИИ-ассистенты, виртуальные лаборатории, 3D-моделирование.

FEATURES OF BLENDED LEARNING IN THE MODERN DIGITAL WORLD IN INFORMATICS LESSONS

Yu.M. Khisamieva, 3rd year student,
Samara Branch of the Moscow City University,
Samara, Russia
Scientific adviser – PhD. ped.N.N. Orlova, PhD
e-mail: Khisamieva6741@sfmgpu.ru

Annotation. The article explores the application of the «Station Rotation» blended learning model in computer science classes when studying the computer's structure. It describes the theoretical aspects of blended learning and the specifics of the «Station Rotation» model. A detailed lesson plan is presented, integrating modern digital tools such as 3D modeling, AI assistants, and virtual laboratories. This material is intended for computer science teachers who want to enhance the flexibility, personalization, and practical orientation of their teaching in the era of digitalization.

Keywords: blended learning, «Station Rotation» model, computer science classes, computer structure, 3D modeling, AI assistants, virtual laboratories.

Современный образовательный процесс переживает значительные изменения под влиянием цифровизации и развития информационно-коммуникационных технологий [6].

В обстановке технического перевооружения и роста ИКТ-квалификации кадров для образования мы становимся свидетелями существенных изменений в группе образовательных технологий. Начинают доминировать и вытеснять традиционные подходы электронные технологии обучения [5].

Смешанное обучение представляет собой образовательный подход, который гармонично сочетает традиционные очные занятия с онлайн-форматами и цифровыми

ресурсами [1]. Этот подход позволяет сделать обучение более гибким, персонализированным и ориентированным на практику, что особенно актуально в контексте преподавания информатики – дисциплины, непосредственно связанной с цифровыми технологиями [2].

Модель смешанного обучения «Ротация станций» является одной из наиболее популярных. Ее структура предполагает разделение класса на мини-группы, которые перемещаются по заранее определенным учебным зонам. Каждая зона предназначена для работы над одним и тем же материалом, но с использованием различных методов. Обычно эти зоны включают: взаимодействие с учителем (для объяснений и поддержки), самостоятельную работу с цифровыми инструментами (например, онлайн-платформами и ИИ-помощниками), а также практические или проектные задания (например, конструирование или проведение опытов) [4].

Рассмотрим применение модели «Ротация станций» на конкретном примере урока информатики по теме «Устройство компьютера» для учащихся 7 класса [3].

Цели урока:

1. Закрепить представления учащихся о структуре персонального компьютера.
2. Сформировать представление о функциях основных устройств и способах взаимодействия с ними.

Задачи урока:

1. Закрепить представление об основных компонентах компьютера.
2. Развивать умение работать в группе, анализировать информацию, использовать цифровые инструменты.
3. Формировать навыки самостоятельной работы и личной ответственности за результат.
4. Развивать метанавыки: критическое мышление, решение проблем, коммуникацию.

Организационный этап и постановка цели

Приветствие и мотивация учащихся.



Рисунок 1 – Маршрут группы

Деление учащихся на группы с помощью рандомайзера.

Объяснение правил работы и знакомство с маршрутом групп (см. рисунок 1).

Раздача карточек-инструкций с чётким описанием заданий на каждой станции и таймингом (10 минут на станцию).

Краткий инструктаж по технике безопасности при работе с оборудованием.

Работа на станциях (по 10 минут на каждой станции)

Станция 1: Работа с моделями (практическая деятельность)

Задание: «Собери компьютер своими руками из готовых моделей».

Оборудование:

Задачи:

1. Рассмотреть все компоненты, подержать в руках, изучить разъёмы.
2. Определить, куда какой компонент устанавливается.



Рисунок 2 – 3D-модель системного блока

Набор 3D-печатных компонентов (процессор, память, жёсткий диск, видеокарта, материнская плата, блок питания) (см. рисунок 2).



Рисунок 3 – Интерактивный плакат

Интерактивный плакат с дополнительной информацией о компонентах (см. рисунок 3).

3. Собрать системный блок, устанавливая компоненты в правильные разъемы.
4. Проверить сборку с учителем.

Важная деталь: 3D-модель системного блока и отдельные компоненты могут быть созданы совместно со старшеклассниками в рамках проектной деятельности. Для учащихся 7 класса эти модели используются как наглядный материал для практической сборки, что позволяет не только изучить устройство компьютера, но и познакомиться с современными технологиями производства.

Станция 2: Получи ответ с помощью ИИ (цифровая среда)

Задание: «Исследуй компоненты с искусственным интеллектом».

Оборудование:

1. Компьютер с доступом к ИИ-ассистенту.
2. Карточки с готовыми вопросами для тех, кто затрудняется.
3. Шаблоны для записи ответов и интересных фактов.

Задачи:

1. Составить промпт для ИИ (например: «Из каких материалов делают процессор?» или «Нарисуй простую схему работы оперативной памяти»).
2. Проанализировать ответ ИИ, выделить ключевые идеи.
3. Записать самый удивительный факт, который узнали от ИИ.
4. Сравнить свой физический опыт со станции 1 с цифровой информацией.

Станция 3: Виртуальная лаборатория (цифровая среда)

Задание: «Разбери и собери компьютер в виртуальной реальности».

Оборудование:

1. Компьютер с интерактивным тренажером сборки ПК.
2. Карточки с инструкцией пользования тренажером.

Задачи:

1. Открыть симулятор разобранного компьютера.
2. Использовать знания, полученные на станции 1 (реальная сборка), чтобы выполнить виртуальную сборку.
3. Экспериментировать: попробовать установить компоненты в неправильном порядке — тренажёр покажет ошибку и даст подсказку.

Завершение и рефлексия

После прохождения всех станций проводится рефлексия через анкету: учащиеся заполняют короткую анкету с вопросами закрытого и открытого типов, что позволяет оценить эффективность урока и получить обратную связь от учащихся.

Таким образом, смешанное обучение с использованием модели «Ротация станций» представляет собой современный подход, который делает образование гибким, персонализированным и практико-ориентированным. Особенно ярко его преимущества проявляются при изучении технических дисциплин, таких как информатика.

Учителю важно понимать дидактическую цель, как мысленное представление им конечных результатов познавательной деятельности учащихся, которые ему необходимо достигать совместно с обучающимися. Совместная деятельность учителя и обучающихся позволяет обеспечивать разностороннее развитие как личности обучающегося, так и профессиональное развитие самого учителя.

Внедрение данной модели на уроках информатики, посвященных устройству компьютера, демонстрирует, как передовые образовательные технологии обогащают традиционное обучение. Ученики не просто усваивают теоретические основы, но и активно осваивают практические навыки работы с цифровыми инструментами, что является ключевым фактором для их успешной адаптации и самореализации в современном цифровом обществе.

Список литературы

1. Зенько С.И., Маковчик А.А. Конструирование планов-конспектов уроков по информатике как процесс взаимосвязанного развития базовых профессионально-методических компетенций у студентов // Физико-математическое образование: традиции, инновации, перспективы: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (24-25 окт. 2024 г.). – Минск, 2024. – С. 233-236.

2. Тимербаева Н.В., Фазлеева Э.И., Шакирова К.Б. Самооценка и оценка профессиональной подготовки будущих учителей математики // Педагогическое образование в изменяющемся мире: сборник научных трудов III Международного форума по педагогическому образованию: часть 2. – Казань: Отечество, 2017. – 329 с. – С. 213-222.

ШКОЛЬНИКИ БЕЗ ОПЫТА РАБОТЫ С ПК: ПРОБЛЕМА ОБУЧЕНИЯ

С. В. Щулепников, аспирант,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: shchulepnikovsv690@mgpu.ru

Аннотация. Поставлена проблема обучения школьников без опыта работы с ПК на уроках информатики. Рассмотрены причины её возникновения, отмечено снижение успеваемости, в т.ч., по другим учебным предметам. Предложены возможные решения проблемы со стороны участников образовательного процесса: изменение содержательной части программы, отказ от ПК в целом, изменение материалов экзамена ОГЭ. Намечены векторы дельнейших исследований по данной проблеме.

Ключевые слова: методика обучения информатике, компьютерная грамотность, школьная успеваемость, персональный компьютер.

STUDENTS WHO CAN'T USE A COMPUTER: THE PROBLEM WITH TEACHING

S. Shchulepnikov, PhD student,
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: shchulepnikovsv690@mgpu.ru

Annotation. The paper addresses the problem of teaching informatics to school students who lack prior experience with personal computers. The causes of this issue are examined, and a decline in academic performance is highlighted — including its spillover effect on other subjects. The study proposes potential solutions that can be implemented by various stakeholders in the educational process: revising the content of the curriculum, considering the option of eliminating the use of PCs altogether, and adjusting the materials for the OGE (Basic State Exam). The paper outlines potential directions for further research on this issue.

Keywords: informatics teaching methodology, computer literacy, school academic performance, personal computer.

В современной школе растёт доля учащихся с плохими навыками работы на ПК. Это отмечено автором за время преподавания, с 2019 года по настоящее время. Преподавание велось в школе 1392 г. Москвы, в кружке программирования при МГПУ, в колледже университета «Синергия», а также в рамках частной практики.

При выборочном опросе учащихся, выявлена основная причина: отсутствие обширной практики работы с ПК. Это подтверждается экономическими данными. По данным портала statcounter.com, в октябре 2016 года, впервые за время существования интернета объем генерируемого во всем мире мобильного трафика превысил объем десктопного трафика. Согласно газете «Ведомости», в 2011 г. продажи смартфонов впервые обогнали продажи компьютеров [1]. Наконец, по данным ВЦИОМ, в 2020 году лишь 34% семей имело дома более одного ПК [2]. Всё вышеуказанное послужило вытесняющим фактором и определило сегодняшнюю ситуацию. Портативные гаджеты заменяют компьютеры и даже ноутбуки.

В общем, навыки работы с персональным компьютером даются в школе. Согласно Федеральной рабочей программе основного общего образования, в 7 классе предусмотрено 18 академических часов на изучения компьютера, как пользователя. Однако, с усугублением исходной проблемы, этого времени становится недостаточно. Для сравнения: курсы базовой компьютерной подготовки Бауманского учебного центра занимают 24 академических часа. Наименьший по объему самоучитель по работе с ПК из имевшихся в наличии в сети магазинов «Читай-город» на 10 июня 2026 года содержит 160 страниц текста [1]. При среднем показателе в 163 слова на страницу и требуемой скорости чтения в 7 классе 120 слов/мин, только на прочтение уйдёт 3,5 часа.

Данная проблема актуальна не только в России. Преподаватели из университетов Сассекс, Кастлтон и EAFIT отмечают непонимание студентами самой концепции папок и файлов [5]. Для исправления ситуации, были введены дисциплины, направленные на основы работы с ПК. Также губернатор штата Нью-Йорк, Кэти Хочул, отметила незнакомство с компьютерами черной молодежи Бронкса [4]. Множество выступлений педагогов из разных стран можно найти в сети Интернет по запросу «students don't know how to work with a computer».

Вообще, решения проблем в образовании могут и должны приходить от участников отношений в сфере образования – школьников, родителей, учителей, школу, как организацию, федеральные госорганы, органы госвласти субъектов РФ, органы местного самоуправления, работодателей (согласно статье 2 Закона об образовании РФ).

При рассмотрении возможных решений данной проблемы, автор разделяет их на два направления. Первое – поднятие уровня обученности школьников до требуемого уровня. Второе – снижение самих требований.

Сами учащиеся могут достигать необходимого уровня знаний/умений/навыков через самообразование. Однако, это вступает в противоречие с законом об образовании, который подразумевает наличие школы. Родители могут обеспечить посещение компьютерных курсов, хотя, большинство коммерческих центров сосредоточены, скорее, на программировании, нежели на общей компьютерной грамотности. Учителя имеют некоторые инструменты для акцента на определенных темах, не отступая от Федеральной образовательной программы. Школа, как образовательная организация, также может проявить инициативу, организовав внеурочные занятия. Это могут быть студии, клубы, исследовательские сообщества. Необходимо помнить, что, согласно закону об образовании, такие занятия должны быть добровольными. Подобные действия могут вступить в противоречие с санитарными нормами и перегрузить учащихся. Существует вероятность злоупотреблений и неадекватного распределения нагрузок.

С другой стороны, теоретически возможен пересмотр самого содержания Федеральной образовательной программы. Здесь возможны действия на уровне федеральных госорганов:

- увеличение количества часов путем удлинения сроков получения основного общего образования;
- увеличение количества часов за счёт других разделов курса информатики и/или других предметов;
- упрощение разделов «Цифровая грамотность» и «Информационные технологии» за 7 класс.

Отдельно можно выделить вопрос исключения работы с персональным компьютером, как таковым. Сама идея не нова, корпорация Apple официально продвигала идею замены ПК на планшеты и смартфоны. Стив Джобс провозгласил наступление эры «Post-PC» на презентации iPhone в 2007 году, а позже – планшета iPad 2 в 2011 году.

Ещё раньше, в СССР, были сторонники использования программируемых калькуляторов. Однако, подобное радикальное изменение неизбежно повлечет за собой отказ использования ПК при изучении других дисциплин, помимо самой информатики. Кроме того, исключение работы с ПК потребует радикального пересмотра программ среднего специального и высшего образования.

Все вышеперечисленные варианты решения проблемы требуют внимательного изучения и проведения педагогических исследований перед внедрением. Учитывая существующую общую перегрузку школьников [3], автор предполагает перспективность упрощения содержательной части образовательной программы. Проблема остаётся открытой и требует проведения дополнительных исследований и экспериментов.

Список литературы

1. Дорохов Р. В прошлом году в мире было продано больше смартфонов, чем ПК. – Текст (визуальный) : электронный // Ведомости : [сайт]. – 2012. – 7 февр. – URL: https://www.vedomosti.ru/technology/articles/2012/02/07/ostalnoe_v_karmane (дата обращения: 14.07.2026).

2. Жизнь без компьютера – уходящая натура? – Домашнего компьютера нет только у 22% опрошенных россиян в возрасте 18 лет и старше. – Текст (визуальный) : электронный // Аналитический центр ВЦИОМ : офиц. сайт. – 2020. – 06 августа. – URL: https://wciom.ru/analytical-reviews/analiticheskii-obzor/zhizn-bez-kompyutera-ukhodyashhaya-natura (дата обращения: 10.06.2026).

3. Петров А. Ю. Учебная перегруженность в школе // Социология образования. – 2003. – № 3. – С. 107-111.

4. Golden V. Hochul says black kids in the Bronx don’t «know what the word computer is». – Текст (визуальный) : электронный // New York Post : [сайт]. – 2024. – 6 мая. – URL: https://nypost.com/2024/05/06/us-news/hochul-says-black-kids-in-the-bronx-dont-know-what-the-word-computer-is/ (дата обращения: 11.06.2026).

5. Chin M. File not found: a generation that grew up with Google is forcing professors to rethink their lesson plans. – Текст (визуальный) : электронный // The Verge : [сайт]. – 2021. – 22 сент. – URL: https://www.theverge.com/22684730/students-file-folder-directory-structure-education-gen-z (дата обращения: 10.06.2026).

Секция 5
Цифровизация математического образования и искусственный интеллект

ПЕРЕОСМЫСЛЕНИЕ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В ЭПОХУ ДОСТУПА К БОЛЬШИМ ЯЗЫКОВЫМ МОДЕЛЯМ

В. И. Белоусова[1], канд. физ.-мат. наук,
e-mail: v.i.belousova@urfu.ru
Н. В. Чуксина[1], канд. физ.-мат. наук,
e-mail: n.v.chuksina@urfu.ru
И. А. Шестакова[1], канд. тех. наук,
e-mail: i.a.shestakova@urfu.ru
[1]ФГАОУ ВО «УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»,
Екатеринбург, Россия

Аннотация. Представлены результаты эмпирического исследования влияния больших языковых моделей на обучение дискретной математике студентов ИИ- и ИТ-направлений. Выявлены различия в стратегиях использования LLM. Предложены практические рекомендации по трансформации методики преподавания с акцентом на развитие навыков верификации и критического мышления.
Ключевые слова: большие языковые модели, LLM, дискретная математика, методика преподавания, цифровая трансформация образования, критическое мышление.

RETHINKING THE TEACHING METHODOLOGY OF DISCRETE MATHEMATICS IN THE ERA OF ACCESS TO LARGE LANGUAGE MODELS

V. I. Belousova[1], candidate of physical and mathematical sciences,
e-mail: v.i.belousova@urfu.ru
N. V. Chuksina[1], candidate of physical and mathematical sciences,
e-mail: n.v.chuksina@urfu.ru
I. A. Shestakova[1], candidate of technical sciences,
e-mail: i.a.shestakova@urfu.ru
Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin,
Ekaterinburg, Russia

Annotation. The article presents the results of an empirical study of large language models for teaching local mathematics to students majoring in II and IT. Differences in strategies for using LLMs are identified. Practical recommendations for transforming teaching methods with an emphasis on developing verification and critical thinking skills are offered.
Keywords: large language models, LLM, discrete mathematics, teaching methods, digital transformation of education, critical thinking.

Цифровая трансформация образования приобретает новые измерения с повсеместным распространением больших языковых моделей (LLM) [3]. ИИ-инструменты стали неотъемлемой частью учебной деятельности студентов ИТ-направлений, предлагая практически мгновенный доступ к решению задач и объяснению сложных концепций.

Особый интерес представляет влияние LLM на преподавание фундаментальных математических дисциплин, формирующих базис логического мышления и доказательной культуры [4]. Однако доступность «готовых» решений создает риски

подмены глубокого понимания поверхностным заучиванием паттернов. Как отмечает П.С. Гончарь [1], использование нейросетевых инструментов позволяет получать готовые решения, но чревато снижением мотивации и потерей самостоятельности. А.Х. Мариносян [2] подчеркивает необходимость развития навыков критического восприятия информации при работе с LLM. Н.М. Чанкаева с соавторами [5] указывают, что практика использования ИИ в образовательном процессе часто мешает эффективному усвоению знаний. Настоящее исследование направлено на эмпирическую верификацию гипотезы о неоднородности влияния LLM в зависимости от профиля подготовки студентов.

Анонимное онлайн-анкетирование проведено на платформе Яндекс.Формы в мае–июне 2026 г. Анкета включала 18 вопросов по частоте использования LLM, динамике учебного поведения, типам решаемых задач в рамках курсов «Дискретная математика», «Дискретная математика и математическая логика» и самооценке когнитивных навыков.

В опросе участвовали пятьдесят студентов 1–2 курсов трех направлений УрФУ: «Алгоритмы ИИ» (20 чел.), «Прикладная информатика» (16 чел.) и «Программная инженерия» (14 чел.). Использованы методы описательной статистики, сравнительного анализа и контент-анализа. Данные носят характер пилотного исследования.

Результат показал, что 55% респондентов используют LLM часто или постоянно, 30% – периодически, 15% – редко или никогда. 60% студентов указали, что стали использовать LLM чаще, при этом студенты «Алгоритмов ИИ» чаще отмечали рост за счет освоения навыков проверки (35%), тогда как студенты других направлений – за счет возрастания сложности задач (до 40%).

Были выявлены значимые различия в стратегии использования LLM в зависимости от направления подготовки студентов. У студентов «Алгоритмов ИИ» доминируют объяснение непонятных шагов (75%) и поиск определений (50%), т.е. практикуется использование LLM в качестве справочного материала. У студентов «Прикладной информатики» и «Программной инженерии» наблюдается более прагматичный подход – проверка решения (до 70%) и генерация готового решения (до 30%).

С точки зрения когнитивных последствий 70% респондентов сталкивались с неверными, но правдоподобными ответами LLM, при этом 25% отметили улучшение способности решать задачи без LLM (в основном студенты «Алгоритмов ИИ»), 20% – ухудшение, 40% признают, что после использования готового решения LLM понимание становится иллюзорным.

Полученные данные позволяют сформулировать следующие рекомендации:

1. Смещать акцент с конечного ответа на процесс верификации. Целесообразно предлагать задания, где LLM сгенерировала решение, содержащее типичные ошибки (путаница кванторов, неверное применение теорем). Студент должен найти ошибки, исправить их и аргументировать свою позицию.

Пример для курса дискретной математики: *LLM сгенерировала доказательство: "Если бинарное отношение R транзитивно и симметрично, то оно рефлексивно". Найдите логическую ошибку (подмена кванторов) и предложите корректное доказательство или контрпример.*

Подобные задания развивают критическое мышление и навыки аргументации.

2. Интегрировать в курс элементы модуля «ИИ-грамотности». Необходимо обучать студентов методам кросс-валидации, постановке уточняющих вопросов и проверке через первоисточники.

В рамках курса дискретной математики это могут быть практические занятия по анализу ответов LLM: студентам предлагается проанализировать сгенерированное решение: *«Докажите, что в любом графе сумма степеней всех вершин чётна».* LLM даёт ответ: *«Каждое ребро увеличивает сумму на 2, значит, она чётна». Студент дополняет решение, формулирует уточняющий запрос, затем проверяет исправленный ответ и сравнивает с результатом другой модели.*

3. Пересмотреть формат аттестации. Полагаем, что комбинированный подход («без LLM на экзамене, но с LLM при выполнении домашних работ») является наиболее сбалансированным. Устный экзамен/зачёт и защита домашних работ становятся критически важными в борьбе с иллюзорным пониманием.

Пример комбинированной аттестации.

Домашнее задание (с LLM). Студент получает задание: «Постройте граф с 5 вершинами, не являющийся эйлеровым, но содержащий эйлеров путь». LLM разрешена, но в отчёте студент обязан указать, какие фрагменты проверялись с помощью ИИ, какие уточняющие запросы задавались и как он верифицировал ответ. Критерий – не только корректность решения (50%), но и качество анализа работы с LLM (30%).

Экзамен (без LLM). Экзамен проводится классическим образом по билету, доступ к LLM и интернету отсутствует, что исключает иллюзию понимания и подтверждает реальное владение материалом.

4. Осуществить дифференциацию требований в зависимости от направления подготовки. Для «Алгоритмов ИИ» – усилить акцент на формальных доказательствах, для «Прикладной информатики» и «Программной инженерии» – на применении математического аппарата с элементами верификации через ИИ.

Проведенное исследование подтверждает, что широкое распространение больших языковых моделей в образовательной среде представляет собой фундаментальный вызов для методики преподавания математических дисциплин. Полученные эмпирические данные свидетельствуют об амбивалентном характере влияния LLM на учебный процесс: при осознанном и критическом использовании данные инструменты способствуют повышению эффективности самостоятельной работы, тогда как пассивное потребление генерируемых решений ведет к снижению уровня самостоятельности и формированию иллюзорного понимания учебного материала.

Результаты пилотного исследования позволили выявить значимые тенденции и сформулировать гипотезы, требующие проверки на расширенной выборке. Перспективы дальнейшего исследования включают расширение эмпирической базы за счет привлечения студентов других институтов УрФУ с увеличением выборки до 500 респондентов, разработку и апробацию учебно-методического комплекса по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика», интегрирующего задания на выявление и исправление ошибок LLM, модули по формированию ИИ-грамотности и комбинированные форматы контроля. Предполагается проведение формирующего эксперимента с выделением контрольных и экспериментальных групп, оценка динамики сформированности навыков критического мышления и верификации с использованием

адаптированного диагностического инструментария, а также последующая статистическая обработка результатов.

В случае подтверждения эффективности разработанной методической системы предполагается ее типизация и масштабирование на другие математические дисциплины. Завершение цикла исследований планируется представлением обоснованной дидактической системы формирования критического мышления студентов ИТ-направлений в условиях интеграции LLM в образовательный процесс.

Список литературы

1. Гончарь П.С. Методический потенциал использования студентами генеративных нейросетей при изучении математики // Современные наукоемкие технологии. – 2024. – № 5. – С. 1-14. – URL: https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=40584 (дата обращения: 20.06.2026).

2. Мариносян А.Х. ChatGPT-4 в обучении физике и математике: возможности, ограничения и перспективы совершенствования // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». – 2024. – № 4 (70). – С. 95-115.

3. Рего Г.Э., Рего Е.В. Разработка тестовых заданий для оценки усвоения пройденного материала с помощью ChatGPT // Педагогическая информатика. – 2024. – Т. 2. – С. 82-91.

4. Тестов В.А., Перминов Е.А., Коровин А.Л. Трансдисциплинарная роль курса «Математические основы искусственного интеллекта» в вузах // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2026. – № 2. – С. 263-276. – URL: http://e-koncept.ru/2026/261039.htm (дата обращения: 20.06.2026).

5. Чанкаева Н.М., Сурхаев М.А., Гербеков Х.А. Использование чат-ботов в обучении математике студентов педагогического вуза // Известия ДГПУ. Психолого-педагогические науки. – 2024. – Т. 18. – № 3. – С. 102-107.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КАРТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

М. М. Белоусова,
e-mail: m.m.belousova@urfu.ru,
А. А. Кныш[2],
e-mail: a.a.knysh@urfu.ru
К. С. Поторочина, канд. пед. наук,
e-mail: k.s.potorochina@urfu.ru
Уральский федеральный университет имени первого президента России Б.Н. Ельцина,
Екатеринбург, Россия

Аннотация. В статье рассматривается карта дополнительных активностей студентов, направленных на развитие умений в исследовательской, творческой, проектной деятельности; информирование о широком спектре возможностей участия в олимпиадном движении, хакатонах, конкурсах и конференциях разного уровня. Решается вопрос о ранней диагностики интересов студентов для формирования индивидуальной траектории их профессионального развития. В качестве цифровых инструментов проектирования карты индивидуальных возможностей использованы Яндекс формы, мессенджеры, информационные сайты, ИИ-инструменты.

Ключевые слова: карта индивидуальных возможностей, исследовательская деятельность, проектная деятельность, инструменты цифровизации.

DESIGNING A PERSONALIZED OPPORTUNITIES MAP FOR MATHEMATICS STUDENTS IN THE ERA OF EDUCATIONAL DIGITALIZATION

M. M. Belousova,
e-mail: m.m.belousova@urfu.ru,
A.A. Knysh,
e-mail: a.a.knysh@urfu.ru
K. S. Potorochina, candidate of pedagogical sciences,
e-mail: k.s.potorochina@urfu.ru
Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin,
Ekaterinburg, Russia

Abstract. The paper examines a map of supplementary student activities designed to foster competencies in research, creative, and project-based work. It further provides information on the wide range of opportunities for participation in Olympiads, hackathons, competitions, and conferences at various levels. The study addresses the issue of early diagnosis of students' interests with a view to designing personalised trajectories for their professional development. The digital tools employed in designing this individual opportunity map include Yandex Forms, messengers, information websites, and AI-based applications.

Keywords: individual opportunity map, research activity, project-based activity, digitalization tools.

Современное образовательное пространство стремительно изменяется. Цифровизация привнесла в учебный процесс множество инструментов, чтобы

разнообразить и повысить активности студентов с учетом их индивидуальных интересов и предпочтений в выборе будущей профессии. В рамках основной учебной деятельности построение индивидуальной траектории студентов ИРИТ-РТФ УрФУ связано с выбором дисциплин, индивидуального расписания в системе Modeus.

Например, по направлению подготовки «Информатика и вычислительная техника» индивидуальные образовательные траектории реализуются, начиная со 2 семестра 1 курса, через выбор спецкурсов. Студентам предоставляется список рекомендованных спецкурсов, направленных на освоение определенной профессии/ роли. В процессе обучения можно освоить несколько ролей. В таблице 1 указан набор спецкурсов, рекомендуемых для освоения роли «бизнес-аналитик» ([4]).

Таблица 1– Спецкурсы для освоения роли «бизнес-аналитик»

Роль (профессия)	**1 курс, спецкурсы**	**2 курс, спецкурсы**	**3 курс, спецкурсы**
Бизнес-аналитик	Программирование на VBA Проектирование интерфейсов Теория систем и системный анализ	Бизнес-аналитика Системный анализ	Информационная поддержка принятия управленческих решений

Многие студенты испытывают сложности в выборе образовательной траектории и определении своей роли в проектной деятельности. Изучение интересов студентов в самом начале обучения помогает вовлечь их в дополнительные активности и подготовить к осознанному выбору спецкурсов.

В качестве инструмента раннего ознакомления с дополнительными активностями и определения круга студентов, желающих в них участвовать, используется анкетирование через Яндекс формы. Анкета-опросник про индивидуальные интересы и возможности студентов содержит вопросы о видах активностей, в которых они хотели бы принять участие:

1. Участие в хакатонах по программированию/ решению бизнес задач.

2. Если на 1 вопрос ответ – да, поясните: есть ли опыт участия в хакатонах, если да – кратко напишите тему хакатона и какие задачи решали.

3. Участие в олимпиадах и чемпионатах:

- по математике, программированию, физике(университетского уровня и выше);

- «Изумруд. Студент» (олимпиада проводится Уральским федеральным университетом, https://dovuz.urfu.ru/olymps/izumrud-student/index).

- чемпионат по интегрированию.

4. Написание научных статей в журналы с научным руководителем.

5. Участие в конференциях с публикацией или без.

6. Участие в конкурсах/ индивидуальных проектах.

7. Если интересно написание научной статьи, то: а) по какому направлению, теме; б) если есть опыт написания научных работ, укажите тему исследования.

Студенты имеют возможности ознакомиться с содержанием перечисленных активностей (сведены в карту индивидуальных возможностей), их сутью и примерами участия (рис. 1) в каналах мессенджеров по дисциплинам, Телеграм каналах «Математический клуб ИРИТ-РТФ», «Научные возможности ИРИТ-РТФ».

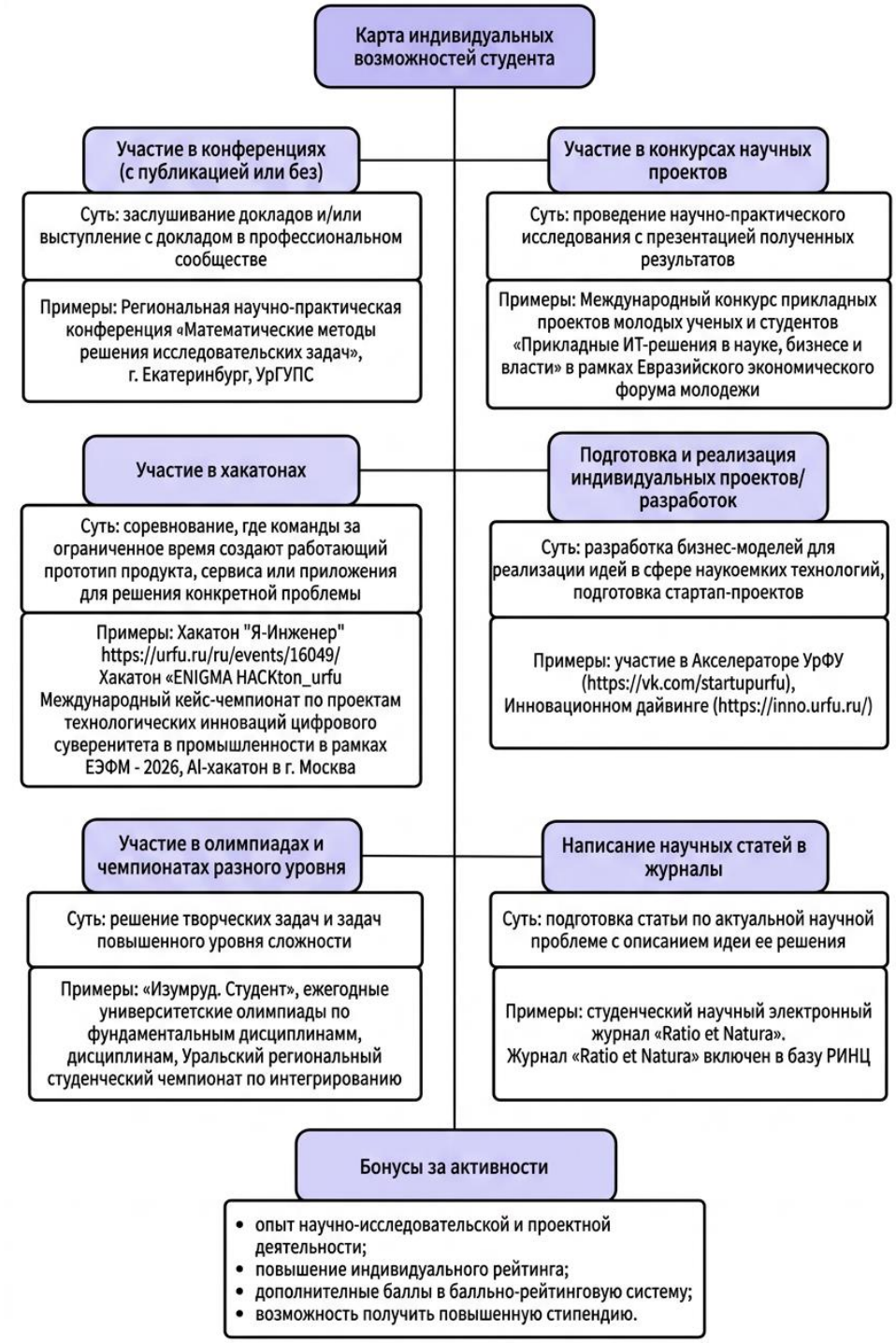


Рисунок 1 – Карта индивидуальных возможностей студента

Одним из основных преимуществ участия студентов в исследовательской и проектной деятельности является возможность увидеть применение фундаментальных математических знаний в других дисциплинах, развивать гибкие навыки коммуникации и презентации полученного продукта. Так, на XVI Международной школе-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых (https://matem.anrb.ru/bsuconf/2025/), г. Уфа, 6 – 9 октября 2025 г. нашими студентами были представлены доклады: «Основные

концепции теории вероятностей и их связь с информационной безопасностью», «Вероятность и риски стартапов на занятии по математике» и др. Конференции являются продуктивной площадкой для апробации исследования от презентации работы публичного выступления до публикации тезисов [1, 2]. Возможность публикации работ предоставляют и научные студенческие журналы, например, студенческий научный электронный журнал «Ratio et Natura», включен в базу РИНЦ. В 2025-2026 учебном году в нем были опубликованы статьи студентов ИРИТ-РТФ УрФУ [3].

Узнать о предстоящих мероприятиях и подобрать тему для исследования можно в мессенджерах, на сайтах университета и институтов, или при самостоятельном поиске с помощью ИИ инструментов по промпт заготовкам: «ИИ-дорожная карта исследователя», «Интерес-НО-возможности» (подбор темы исследования с учетом интересов студента согласно уровню знаний, специальности с учетом тематики конкурса/конференции) и т.д. Промпты составлены в форме CRISP-шаблонов. Студенты заполняют контекст (Context). ИИ-инструмент выступает в ролях (Role) куратора, тьютора и ментора, специализирующихся в построении индивидуальной карты возможностей конкретного студента. Содержание «Инструкции» (Instruction), «Специфики» (Specifics) и «Продукта» (Product) прописываются согласно цели промпта с описанием ограничений по источникам, из которых можно брать информацию. В качестве готового продукта студент получает рекомендации: календарь по предстоящим событиям, примерный перечень актуальных тем для проекта или исследования.

Подводя итоги, подчеркнем, что раннее выявление интересов студентов и использование возможностей цифровых инструментов, включая ИИ-инструменты, позволяют включать в дополнительные активности студентов уже с первого курса.

Список литературы

1. Белоусова В. И., Стрелков М. В. Разработка системы автоматической обработки школьных ведомостей для оценки успеваемости на основе машинного обучения // Математическое моделирование и системы искусственного интеллекта в науке и образовании : сборник научных трудов. Выпуск 4 (273). – Екатеринбург : Уральский государственный университет путей сообщения, 2026. – С. 48-53.

2. Бухарова Ю. С., Кныш А. А. Пример составления задач на применение формулы Бернулли в тестировании программного обеспечения // Математическое моделирование и системы искусственного интеллекта в науке и образовании : сборник научных трудов. Выпуск 4 (273). – Екатеринбург : Уральский государственный университет путей сообщения, 2026. – С. 102-106.

3. Евдокимов А. А. Анализ ошибок обнаружения аномалий методами статистического анализа // Ratio et Natura. – 2025. – № 4 (16).

4. Индивидуальные образовательные траектории // Страница сайта ИРИТ-РТФ. – URL: https://rtf.urfu.ru/ru/student/iot/ (дата обращения: 08.06.2026).

НЕЙРОСЕТИ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ: МОНИТОРИНГ ГОТОВНОСТИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО СООБЩЕСТВА К ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

М. К. Бушуев, аспирант,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: misha.bush@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена анализу готовности учителей геометрии к использованию нейросетей в учебном процессе. Рассмотрен потенциал нейросетевых технологий, а также специфические ограничения ИИ применительно к геометрии. На основе проведенного анкетирования учителей геометрии выявлен значительный разрыв между осведомлённостью педагогов о нейросетевых сервисах и их регулярным практическим применением.

Ключевые слова: искусственный интеллект, нейросети, геометрия, цифровая трансформация образования, готовность педагогов.

NEURAL NETWORKS IN GEOMETRY TEACHING: MONITORING THE READINESS OF THE PEDAGOGICAL COMMUNITY FOR DIGITAL TRANSFORMATION

M. K. Bushuev, postgraduate student,
Herzen Russian State Pedagogical University,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: misha.bush@mail.ru

Annotation. The article is devoted to the analysis of the readiness of geometry teachers to use neural networks in the educational process. The potential of neural network technologies is considered, as well as the specific limitations of AI in relation to geometry. Based on a survey of geometry teachers, a significant gap has been identified between teachers' awareness of neural network services and their regular practical use.

Keywords: artificial intelligence, neural networks, geometry, digital transformation of education, teacher readiness.

Цифровая трансформация образования выступает сегодня всемирным трендом, который затрагивает не только техническую сторону, но и содержание, методы и организацию учебного процесса в целом. Появление в 2022–2024 годах генеративных нейросетей – языковых моделей, способных вести связный диалог, объяснять материал, решать типовые задачи и генерировать учебные тексты, – качественно изменило ситуацию. Если ранее обучающие системы с искусственным интеллектом были узкоспециализированными коммерческими продуктами с ограниченным распространением, то генеративные модели практически мгновенно стали массово доступны. В России это выразилось в появлении и быстром развитии отечественных моделей и сервисов на их основе (YandexGPT, GigaChat и специализированных образовательных надстроек над ними), а также в широком применении зарубежных и открытых моделей (ChatGPT, DeepSeek, Qwen).

Математическое образование занимает особое место в этом процессе. В отличие от многих гуманитарных предметов, где генеративный текст сравнительно легко проверить на

истинность, геометрия предъявляет к учебному контенту три специфических требования. Во-первых, геометрическое рассуждение неразрывно связано с чертежом – пространственным образом, который должен однозначно соответствовать условию задачи; ошибка в чертеже способна исказить весь ход решения. Во-вторых, геометрическое доказательство – это строгая логическая цепочка, которая либо верна целиком, либо неверна; частично правдоподобный, но формально некорректный шаг обесценивает всё доказательство. В-третьих, геометрические задачи требуют пространственного воображения, которое современным генеративным моделям, обученным преимущественно на тексте, даётся заметно труднее, чем работа с алгебраическими выражениями или текстовым материалом.

Генеративные нейросети становятся всё более ценным инструментом для преподавания геометрии – они сочетают гибкость материала с возможностями персонализации обучения. Такие модели способны за считаные секунды сформулировать определение, теорему или пояснение к геометрическому понятию в разных стилях: от максимально упрощённого, понятного пятикласснику, до строгого, близкого к вузовскому изложению. Кроме того, нейросеть может на основе одного базового условия создать целую серию задач – с изменёнными числовыми данными, другой геометрической конструкцией или дополнительными ограничениями, – и адаптировать уровень сложности под конкретного ученика. Важными функциями нейросетей являются пошаговые решения и обратная связь: модель не просто указывает на ошибку, а разворачивает ход рассуждений, предлагает альтернативный способ решения или задаёт наводящий вопрос, не раскрывая сразу правильный ответ.

Ещё одно преимущество – диалоговый формат взаимодействия с моделью: ученик может в любой момент задать уточняющий вопрос, попросить объяснить шаг доказательства другими словами, привести аналогию или связать новое понятие с уже изученным материалом. Такой подход по своей сути близок к индивидуальной консультации с репетитором и способен существенно расширить доступ к качественной поддержке в изучении геометрии.

Однако, использование нейросетей в геометрии ограничено рядом проблем. Модели нередко ошибаются в чертежах. Логические доказательства, сгенерированные языковыми моделями, могут выглядеть убедительно, но содержать пробелы или ошибки. При автоматической генерации задач есть риск получить противоречивое условие, поэтому любая сгенерированная задача требует проверки педагогом.

В статье мы хотим выявить реальную готовность учителей геометрии к интеграции нейросетей в образовательный процесс: степень их осведомлённости о существующих сервисах, частоту и характер практического использования, а также содержательные затруднения, которые сдерживают более активное применение технологии. Для этого нами было проведено анкетирование учителей геометрии, посвящённое использованию электронных образовательных ресурсов, включая нейросетевые сервисы. В представленной выборке приняли участие 625 респондентов. Анкета отдельно фиксировала осведомлённость и частоту использования двух групп сервисов: специализированных образовательных нейросетей (Яндекс.Репетитор AI, «Помощник учителя AI» и аналогичные) и нейросетей общего назначения (YandexGPT, GigaChat, DeepSeek, Qwen и др.), не создававшихся специально для школьного образования, но всё чаще используемых учителями. Шкала ответов включала семь градаций: от полного незнакомства с ресурсом и пассивной

осведомлённости до различной интенсивности практического применения – от эпизодического до систематического. Обобщённые результаты анкетирования представлены на рисунке 1.

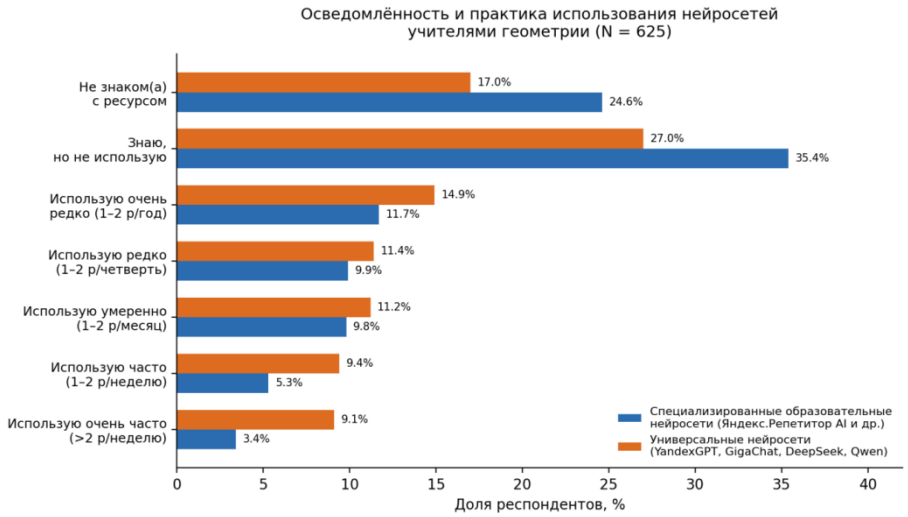


Рисунок 1 – Распределение ответов учителей геометрии об использовании нейросетей

Данные показывают отчётливую асимметрию между двумя группами инструментов. Специализированные образовательные нейросети остаются малоизвестными: 24,6 % опрошенных не знакомы с ними вовсе, ещё 35,4 % знают о таких сервисах, но не используют их, то есть суммарно 60 % учителей геометрии фактически не имеют опыта работы с инструментами, изначально спроектированными для решения педагогических задач. Регулярно (хотя бы 1–2 раза в месяц и чаще) специализированные образовательные нейросети применяют только 18,4 % респондентов.

Нейросети общего назначения оказались известны и востребованы заметно шире: доля тех, кто совсем не знаком с подобными сервисами, ниже (17,0 %), а доля регулярных пользователей (умеренно, часто или очень часто) выше – 29,8 % против 18,4 % для специализированных инструментов. Иначе говоря, учитель геометрии сегодня скорее самостоятельно освоит универсальный чат-бот и приспособит его под свои задачи, чем воспользуется профильным образовательным сервисом на основе ИИ.

Результаты показывают и разрыв между осведомлённостью и практическим применением. Суммарная доля учителей, знающих о нейросетях, но не использующих их (35,4 % для специализированных и 27,0 % для универсальных сервисов), превышает долю активных пользователей в разы. Это указывает на то, что барьер находится не столько в информированности, сколько на этапе перехода от знания о существовании инструмента к его встраиванию в конкретный урок геометрии – то есть на методическом, а не техническом уровне.

Возможными причинами такого результата является отсутствие методических материалов по использованию ИИ в геометрии. Эта проблема усугубляется и предметной спецификой: нужны не общие рекомендации по работе с чат-ботами, а конкретные, апробированные сценарии – какие типы задач можно доверить нейросети,

как формулировать запрос на генерацию чертежа, какие формулировки задач требуют обязательной проверки учителем перед выдачей ученикам.

При использовании ИИ учителя сталкиваются с проблемой качества генерируемого контента. Некорректные чертежи, нарушения строгости доказательств, геометрически противоречивые условия задач – не единичные казусы, а системная особенность текущего поколения моделей. Без методической поддержки и понятных критериев проверки учитель либо тратит на проверку сгенерированного материала больше времени, чем сэкономил бы, готовя его самостоятельно, либо – что более рискованно – использует непроверенный материал на уроке.

В совокупности эти три противоречия образуют замкнутый круг: нехватка методических материалов снижает доверие к качеству генерируемого контента, а невысокое доверие, в свою очередь, тормозит переход от осведомлённости к практическому использованию, оставляя специализированные образовательные нейросети в статусе «известного, но не используемого» инструмента для большинства учителей геометрии.

Проведённое анкетирование 625 учителей геометрии показывает, что при в целом высоком уровне осведомлённости о существовании нейросетевых сервисов (знакомы с ними от 75 до 83 % опрошенных в зависимости от типа сервиса) их регулярное практическое применение остаётся уделом меньшинства – 18–30 % в зависимости от типа инструмента. Потенциал нейросетей для геометрического образования уже сегодня значителен и продолжает расти. Однако предметная специфика геометрии – необходимость точного чертежа, строгой логики доказательства и содержательно корректных условий задач – задаёт более высокую планку требований к качеству генерируемого материала, чем в большинстве других школьных предметов. Преодоление выявленного разрыва между осведомлённостью и практикой требует не столько дальнейшего технологического развития самих моделей, сколько целенаправленной методической работы и системной поддержки учителей геометрии в рамках курсов повышения квалификации.

Список литературы

1. Иванченко Д.А. Нейросетевые технологии в образовании: возможности и применение: методическое пособие. – М.: ООО «Директ-Медиа», 2025. – 88 с.

2. Сердюков В.И., Сердюкова Н.А. Использование искусственного интеллекта при проведении занятий по геометрии в средней общеобразовательной организации // Цифровая трансформация образования и науки: отечественный и зарубежный опыт: сборник материалов XIV Международной научно-практической конференции (19 ноября 2024 г., Москва). – М.: ЧУ «Издательство АЭО», Университет Евразийского экономического сообщества, 2024. – С. 242–253.

3. Уваров А.Ю. Технологии искусственного интеллекта в образовании // Информатика и образование. – 2018. – № 4 (293). – С. 14-22.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗАДАНИЙ ПО ВЕРОЯТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

А. Р. Ганеева, канд.пед. наук, доцент, Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета,
г. Елабуга, Россия
e-mail: aigul_ganeeva@mail.ru
А. А. Хисматуллин, магистрант, Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета,
г. Елабуга, Россия
e-mail: khismatullinaa2@ieml.ru
А. С. Овчинникова, магистрант, Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета,
г. Елабуга, Россия
e-mail: ovchinnicova_alina@mail.ru

Аннотация. В данной статье рассматриваются основные способы применения генеративного искусственного интеллекта при проектировании заданий по теории вероятностей и математической статистики. Описываются такие аспекты как автоматизированная генерация задач с заданными вероятностными характеристиками, адаптация под дифференцированный подход к обучению, а также проверка решений с пояснением. Представлены риски, которые могут наблюдаться при работе с ИИ-инструментами.

Ключевые слова: искусственный интеллект в образовании, Автоматизированная генерация контента, вариативные вероятностные задачи, адаптивное обучение, достоверность контента.

THE USE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN THE DESIGN OF EDUCATIONAL CONTENT

A.R. Ganeeva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Yelabuga Institute of Kazan (Volga Region) Federal University
Yelabuga, Russia
e-mail: aigul_ganeeva@mail.ru
A.A. Khismatullin, Master's student, Yelabuga Institute
Kazan (Volga Region) Federal University,
Yelabuga, Russia
e-mail: khismatullinaa2@ieml.ru
A.S. Ovchinnikova, Master’s student, Yelabuga Institute
Kazan (Volga Region) Federal University,
Yelabuga, Russia
email: ovchinnicova_alina@mail.ru

Abstract. This article discusses the main ways of using generative artificial intelligence in designing tasks on probability theory and mathematical statistics. It describes such aspects as automated generation of tasks with specified probabilistic characteristics, adaptation to a

differentiated approach to learning, and verification of solutions with explanations. The article also presents the risks that may occur when working with AI tools.
Keywords: artificial intelligence in education, automated content generation, variable probabilistic tasks, adaptive learning, and content reliability.

Внедрение искусственного интеллекта (ИИ) в образовательный процесс предоставил множество возможностей для педагогов. Это позволяет всем участникам образовательного процесса создавать уникальный учебный контент. В том числе для учителей математики при проектировании задач по теории вероятностей и математической статистике.

Использование технологий искусственного интеллекта в образовательном процессе существенно меняет подход к созданию учебных задач – в том числе по теории вероятностей и математической статистике. Если раньше для школьников и студентов такие предметы казались неинтересными и однотонными, то с появлением ИИ-инструментов педагоги могут легко заинтересовать обучающихся, а также разработать более гибкие, вариативные и индивидуально ориентированные задания.

В статье представлены педагогические и методические приемы проектирования задач по теории вероятности и математической статистике, а также обозреваются недостатки, с которыми можно столкнуться при генерации заданий, созданных при помощи ИИ.

Современное общество претерпевает глобальную трансформацию, которая влияет на образовательный процесс. Происходит масштабное изменение педагогических аспектов преподавания математических дисциплин в образовательных учреждениях. Главными подходами при создании вероятностных задач выступают деятельностный, компетентностный и конструктивистский подходы.

Важно понимать и знать, что ИИ в образовании – это в первую очередь помощник, некий инструмент, который помогает педагогам расширять педагогические возможности в учебном процессе. Если говорить про задания теории вероятностей и математической статистики, созданные при помощи ИИ, то главными преимуществами являются: создание большого количества задач с различными числовыми параметрами для студентов, учет уже имеющихся знаний у обучающихся (дифференцированный подход), автоматизация и обратная связь.

Использование ИИ при создании учебных задач во много раз сокращает время на подготовку к урокам у учителя, так как ИИ за секунды может создавать несколько десятков задач с различными сценариями и с разными числовыми значениями. Также учитель может создавать задания под каждого ученика, учитывая особенности и уровень его подготовки. Более того, проверка ответов на задания по вероятности и статистике не отнимет много времени. Учителю достаточно загрузить работы учеников, а ИИ в свою очередь самостоятельно проверит и укажет на ошибки, где конкретно допущены ошибки, их природа и логика.

Е.С. Бельская, С.И. Евсеева в своем исследовании указывают, что применение ИИ помогает автоматизировать подготовку преподавателей к практическим занятиям; сократить их временные затраты; персонализирует обучение, учитывая индивидуальные особенности студентов; улучшает качество обучения, способствует развитию

межпредметных связей и усилению мотивации студентов строительных специальностей к изучению дисциплины «Математика» [2].

М.С. Белов и Е.М. Ганичева в своей статье рассматривают главные преимущества использования искусственного интеллекта в процессе изучения дисциплин «Теория вероятностей» и «Математическая статистика». По их мнению, главным основополагающим фактором данной практики является повышение мотивации у обучающихся школ, вузов и СПО, а также происходит актуализация учебного материала, формируются межпредметные компетенции у школьников и студентов. Эксперименты, проведенные авторами, показали прирост числа успевающих студентов. Это говорит о том, что использование ИИ в учебном процессе дает положительные результаты. В итоге студенты не просто заучивают формулы, а начинают мыслить аналитически и увереннее чувствуют себя в современной цифровой среде [1].

Возможности ИИ при проектировании заданий:

1) Генерация вариативных заданий: Искусственный интеллект может генерировать несколько десятков однотипных задач, но с разными числовыми параметрами.

2) Адаптация уровня сложности: проектирование заданий, учитывая учебную траекторию, маршрут каждого ученика, дифференцированный подход в обучении (от базовых классических вероятностей до сложных условных).

3) Создание заданий на основе актуальных тем общества: содержание заданий по вероятности и статистики может интегрироваться с популярными темами, событиями (спорт, IT, медицина, климат).

4) Визуализация условий: к заданиям педагог может генерировать определенные изображения, сюжетные картинки, позволяющие обучающимся наглядно увидеть содержание предложенных задач (деревья вероятностей, таблицы сопряженности, диаграммы Венна, игральные кости).

5) Автоматическая проверка решений: генерирование заданий по образцу, предложенному педагогом, а также выдвижение критериев оценивания заданий на выбор самой системы ИИ.

6) Динамическое усложнение в реальном времени: педагог может за считанные минуты сгенерировать схожую задачу, изменив при этом числовые параметры, что позволяет внедрять в учебный процесс элементы адаптивного обучения.

Чтобы продуктивно использовать ИИ при конструировании учебных задач, необходимо отказаться от размытых формулировок и перейти к чётко структурированным запросам, в которых в явном виде прописаны все требуемые параметры и условия.

Проблемный запрос (нерекомендуемый): «Придумай задачу по теории вероятностей». Если вбивать такой промт, то у ИИ будет огромное поле для своего понимания и представления. Модель будет выбирать из массы шаблонов самые распространенные про подбрасывание монет, извлечение шаров из урны, задачи на подсчет вероятности победы или проигрыша.

Оптимальный запрос (рекомендуемый): «Сгенерируй 5 вариантов задачи по теории вероятностей на тему «Формула полной вероятности». Каждый вариант должен включать:

- описание экспериментальной ситуации (реальный контекст);
- 2-3 гипотезы с заданными главными вероятностями;
- условные вероятности события при каждой гипотезе;
- все числовые значения должны быть различными в разных вариантах;
- предоставь ответ с решением для каждого варианта».

Для примера рассмотрим задание ЕГЭ по математике.

Задача. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарей-ка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля. Далее представим аналогичные задания, спроектированные ИИ.

Задание 1. На сборочной линии оптический инспектор тестирует чипы. Доля чипов со скрытым производственным браком составляет 0,045. Прибор выявляет бракованный чип с вероятностью 0,96. В то же время существует вероятность 0,025 того, что годный чип будет ошибочно идентифицирован как дефектный. Определите вероятность того, что произвольно взятый чип получит метку «брак».

Задание 2. В клинической лаборатории применяется экспресс-диагностика некоторого маркера. Априорная вероятность повышенного уровня этого маркера у случайного пациента равна 0,065. Чувствительность теста (верный положительный результат при отклонении) — 0,93. Специфичность не идеальна: ложноположительный результат у здорового человека возникает с вероятностью 0,035. Вычислите полную вероятность положительного исхода теста для произвольного обследуемого.

Задание 3. Почтовая система анализирует входящие сообщения. Доля спама в общем потоке — 0,115. Антиспам-алгоритм корректно распознаёт спам в 98% случаев (вероятность срабатывания фильтра на спам-письме). Однако вероятность ошибочного помещения в спам обычного (легитимного) письма составляет 0,022. Найдите вероятность того, что случайно прибывшее письмо автоматически отправится в папку «Спам».

Список литературы

1. Белов М.С., Ганичева Е.М. Использование инструментов искусственного интеллекта и Python в курсе теории вероятностей и статистики в вузе // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2026. – № 2. – С. 117-132.

2. Бельская Е.С., Евсеева С.И. Искусственный интеллект как средство генерации прикладных задач по математике для студентов строительных специальностей // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2025. – № 12. – С. 15-18.

ЦИФРОВАЯ ПЛАТФОРМА ГРУППОВОЙ МОДЕРАЦИИ КАК ИНСТРУМЕНТ РАЗВИТИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ НАВЫКОВ СТАРШЕКЛАССНИКОВ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

С. Н. Дворяткина, д-р пед. наук, доцент,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
Елец, Россия,
e-mail: prorektor-nr@elsu.ru
А. Н. Паршина, аспирант,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
Елец, Россия,
e-mail: parshina_an@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается методический потенциал интеграции цифровых платформ (онлайн-досок и инструментов визуализации) в структуру групповых исследовательских кейсов по математике. Представлена авторская серия междисциплинарных кейсов с открытой структурой, предполагающих использование цифровой модерации для перевода эмпирических данных в математические модели. Доказано, что применение цифровых сред коллективной работы трансформирует процесс поиска решения, позволяет оперативно фиксировать динамику аргументации и снижает барьеры при работе с многокритериальными задачами, способствуя переходу от репродуктивного обучения к исследовательскому поведению.

Ключевые слова: исследовательские навыки, цифровая платформа, групповая модерация, исследовательские кейсы, облачные сервисы, визуализация данных.

DIGITAL PLATFORM OF GROUP MODERATION AS A TOOL FOR DEVELOPING RESEARCH SKILLS OF HIGH SCHOOL STUDENTS IN THE MATHEMATICS COURSE

S.N. Dvoryatkina, doctor of pedagogical sciences, associate professor,
Bunin Yelets State University, Yelets, Russia
e-mail: prorektor-nr@elsu.ru
A.N. Parshina, postgraduate student,
Bunin Yelets State University, Yelets, Russia,
e-mail: parshina_an@mail.ru

Abstract. The article examines the potential of integrating digital group moderation platforms into the structure of research cases in mathematics as a means of developing research skills in high school students. An original series of interdisciplinary open-structured cases involving the use of cloud-based collaboration services for collective problem-solving is presented. It is proved that the use of digital collaborative design environments transforms the solution search process, allows real-time recording of argumentation dynamics, and creates conditions for the transition from reproductive knowledge acquisition to productive generation of new knowledge.

Keywords: research skills, digital platform, group moderation, research cases, cloud services, data visualization.

В условиях цифровой трансформации образования возникает необходимость в преодолении разрыва между традиционным репродуктивным обучением математике и требованиями современной исследовательской культуры. Традиционные методики не создают достаточных условий для формирования исследовательских навыков, вследствие чего учащиеся испытывают затруднения при переносе знаний в задачи с неполными данными и множественными критериями выбора [3]. Кейс-технология позволяет модернизировать реальные проблемные ситуации, требующие от обучающихся исследовательского подхода, ориентированного на самостоятельных сбор данных, выдвижение гипотез и принятия решений [5]. Однако в школьном образовании исследовательские кейсы практически не применяются, уступая место традиционным задачам.

Особую значимость в условиях цифровизации общего образования приобретает поиск дидактических инструментов, органично интегрирующих традиционные исследовательские методики с возможностями современных цифровых сред [1]. Цифровая трансформация математического образования предполагает не просто замену бумажных носителей на электронные, а принципиальное изменение форм учебного взаимодействия – от линейной передачи знаний к сетевым моделям коллективного решения проблемных задач [2]. В этом контексте исследовательские кейсы, реализуемые с применением цифровых платформ, групповой работы и инструментов визуализации данных, выступают не как альтернатива традиционным задачам, а как эволюционное развитие методики, позволяющее преодолеть временные ограничения и пространственные барьеры урока, а также вывести процесс формирования исследовательских навыков на качественно новый уровень операционной обратной связи.

Цель исследования – разработка и научно-методическое обоснование серии исследовательских кейсов, предполагающих групповую форму работы на цифровой платформе модерации и ориентированных на формирование навыков исследовательского поиска старшеклассников в процессе обучения математике.

Методологический фундамент исследования базируется на системно-деятельностном подходе, рассматривающем процесс исследования как целостную систему «кейс – цифровая платформа – коллективный субъект». Данный ключевой подход конкретизирован контекстно-проблемным (моделирование реальных междисциплинарных ситуаций) и субъектно-ориентированным (учет индивидуальных стратегий работы в группе) подходами. Элементы синергетического подхода привлекаются для интерпретации механизмов самоорганизации группового поиска в цифровой среде модерации. Применены методы теоретического анализа психолого-педагогической литературы, педагогическое моделирование, а также метод групповой модерации для оценки эффективности проблемно-ситуационных сценариев [4; 6]. Цифровая составляющая экспериментальной методики базировалась на использовании облачных сервисов совместного проектирования (МТС Линк Доски, Conceptboard), которые выступали в качестве цифровой платформы групповой модерации. В них сохранялась история изменений каждой версии, одновременно работали несколько групп, и участники могли комментировать чужие промежуточные варианты. В модерационные карты встраивались графики из GeoGebra и таблицы из Table-vakas. Это

помогало школьникам переходить от словесного описания проблемы к числам и зависимостям. Применение цифровых сред позволило сместить фокус педагога с роли единственного эксперта к позиции наставника-организатора, оперативно реагирующего на возникающие затруднения через встроенные инструменты комментирования.

В ходе исследования разработаны и апробированы три исследовательских кейса, органично объединяющих математический анализ с культурно-историческим контекстом. *Кейс 1* посвящен моделированию баланса между экономической эффективностью логистики и социокультурной устойчивостью территорий (используемый математический аппарат: пропорции, описательная статистика, основы теории графов). *Кейс 2* направлен на построение модели распределения ресурсов с параметрами культурной адаптации (функции, производные, вероятностная оценка). *Кейс 3* предполагает разработку модели балансировки городской инфраструктуры с сохранением культурного кода (теория графов, геометрическое масштабирование, многокритериальная оптимизация).

Анализ групповых работ с использованием модерационных карт по схеме «проблема – причины – решения – препятствия» [6] показал, что структурированная групповая работа трансформирует разрозненные догадки учащихся в четкую систему аргументов. Все учебные группы выявили единое ядро разрыва между алгоритмической оптимизацией и сохранением культурно-исторического контекста. Заполнение электронных модерационных карт на платформе совместной работы позволило обучаемым успешно дифференцировать эмпирические проявления проблем, их детерминанты и вероятностные барьеры реализации решений, переводя фиксируемые препятствия в плоскость математического моделирования рисков.

Цифровая среда групповой работы продемонстрировала дополнительные методические эффекты, не достижимые в традиционном бумажном формате. Среди эффектов следует выделить следующие. Возможность оставлять асинхронные реплики к материалам работы позволила участникам групп в процессе рефлексии возвращаться к предлагавшимся ранее вариантам, уточняя математические обоснования и сохраняя историю развития аргументации в неизменном виде. Это, как показали наблюдения, положительно сказалось на становлении у школьников навыков критичного отношения к выдвигаемым гипотезам. Средства динамической визуализации статистических данных, заложенные в функционал платформы (в частности, автоматическое построение корреляционных графиков между частотой остановок и познавательным интересом учащихся в Кейсе 2), высвободили учебное время за счёт сокращения рутинных расчётов, направив усилия школьников на содержательную интерпретацию полученных результатов. Участники меняли числовые данные моделей и сразу видели, как меняются результаты, что позволило ускорить сравнение сценариев. Окончательный вариант выбирали анонимно, чтобы мнение самых активных не перевешивало. В итоге к обсуждению подключались даже обучающиеся с низкой успеваемостью по математике.

Практический опыт показал, что подобные кейсы на цифровых платформах меняют характер работы. Вместо заучивания формул обучающиеся строят и проверяют собственные модели. Междисциплинарные сюжеты заставляют соединять знания из разных областей – это один из эффективных способов развить исследовательские

навыки. Школьники видят, что математика применима к реальным задачам, а не остаётся только в рамках учебника.

Цифровая платформа в проведённом исследовании выполняет не только организационную функцию. Она расширяет дидактический потенциал кейс-метода за счёт визуализации данных, оперативной корректировки моделей и сохранения всех этапов групповой дискуссии для последующего анализа. Полученные результаты свидетельствуют в пользу включения цифровых платформ групповой модерации в методическое обеспечение школьного курса математики – как средства, способствующего формированию исследовательской позиции учащихся.

Список литературы

1. Роберт И.В. Дидактика периода цифровой трансформации образования. – М.: ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения», 2024. – 206 с.

2. Рыжова Н.И., Королева Н.Ю. Развитие цифровых компетенций старшеклассников в школьном курсе информатики посредством кейс-технологий // Информатика в школе. – 2021. – № 9 (172). – С. 39044.

3. Санина Е.И., Попова Т.С. Интерактивные методы и средства обучения математике в средней школе // Ярославский педагогический вестник. – 2016. – № 5. – С. 95-99.

4. Ромащенко А.Р., Корсунова В.А. Методика использования учебно-предметных задач и кейс-метода при организации обучения будущих учителей (на примере темы «Множества» для профиля «Начальное образование») // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. – 2025. – № 2 (195). – С. 55-63.

5. Шобоева Э.А. Использование кейс-метода в преподавании математики для формирования практико-ориентированных знаний // Инфоурок [электронный ресурс]. – URL: https://infourok.ru/statya-ispolzovanie-kejs-metoda-v-prepodavanii-matematiki-8122076.html (дата обращения: 28.07.2026).

6. Филинов-Чернышев Н.Б. Разработка и принятие управленческих решений: учебник и практикум для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2026. – 338 с.

СПЕЦИФИКА РЕАЛИЗАЦИИ НАУЧЕНИЕМЕТРИИ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Н. А. Зайчикова, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева,
Самара, Россия
e-mail: zajna@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена специфике применения научениеметрии в цифровой образовательной среде. В ней рассмотрены теоретические основания научениеметрии как педагогической методики оценки эффективности обучения и показаны особенности ее применения в условиях цифровой образовательной среды на базе анализа взаимосвязи в системе «мотивация–успеваемость». В качестве примера использованы анкетные данные за 2023-2024 учебный год студентов специальности «Информационная безопасность автоматизированных систем» Самарского университета.

Ключевые слова: научениеметрия, измерение эффективности обучения, шкала мотивация-успеваемость, цифровая образовательная среда.

SPECIFICITY OF IMPLEMENTING LEARNINGMETRY IN A DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT

N.A. Zaychikova, PhD, associate professor,
Samara National Research University,
Samara, Russia
e-mail: zajna@yandex.ru

Annotation. The article is devoted to the specifics of applying learningmetry within a digital educational environment. It discusses the theoretical foundations of learningmetry as a pedagogical method for assessing learning effectiveness and demonstrates the specifics of its application in a digital educational setting, based on an analysis of the relationship between motivation and academic performance. Survey data collected during the 2023–2024 academic year from students majoring in Information Security of Automated Systems at Samara University serve as a case study.

Keywords: learningmetry; effectiveness learning measuring; academic achievement scale; digital educational environment.

Современная педагогическая наука и практика сталкиваются с вызовом, заключающимся в необходимости перехода от знаниецентричной парадигмы к человекоцентричной. Традиционные системы оценки, сфокусированные преимущественно на измерении объема усвоенных знаний, умений и навыков, не в полной мере отражают сложность и многомерность процесса научения [1, 5]. Академическая успеваемость, выраженная в баллах, является важным, но не исчерпывающим показателем эффективности обучения. Зачастую вне поля зрения исследователей и практиков остаются глубинные психолого-педагогические факторы, детерминирующие образовательные результаты, ключевым из которых является учебная мотивация [2].

Проблема исследования заключается в существующем методологическом разрыве между диагностикой когнитивных результатов (успеваемость) и аффективно-волевых компонентов личности (мотивация). Данные конструкты анализируются диспарантно, что препятствует созданию целостной картины учебного процесса и снижает прогностическую ценность педагогической диагностики. Возникает актуальная научная задача по разработке подхода, который позволил бы не просто констатировать уровень успеваемости, но и включал ее мотивационные детерминанты. Чтобы сократить имеющийся разрыв в настоящей статье рассматривается понятие научениеметрии – методики педагогического измерения, направленной на количественную и качественную оценку процесса научения как единой системы, включающей взаимосвязанные мотивационные и когнитивные компоненты [3].

В данной работе сосредоточено внимание на особенностях выполнения основных этапов научениеметрии в цифровой образовательной среде (ЦОС) и с помощью электронных инструментов. Отличительные особенности выявлены в таких этапах как: 1) проведение анкетирования; 2) расчет научениеметрических индексов; 3) построение научениеграмм; 4) составление научениеметрических рейтингов; 5) представление итоговых отчетов в виде презентаций.

Научениеметрия, метод определения эффективности научения на основе удовлетворенности обучением по шкале мотивация-успеваемость, проводилась по алгоритму, описанному в [3]. Первый этап раньше производился с помощью бумажных анкет, теперь предпочтительно проводить с помощью электронных средств, например, в Яндекс Формах или на сервере вуза. В качестве основы для анализа использованы анкетные данные за 2023-2024 учебный год, полученные в ходе изучения теории вероятностей и случайных процессов студентами специальности «Информационная безопасность автоматизированных систем» Самарского университета.

Студентам $i = \overline{1,n}, n = 20,$ прошедшим контрольные точки $j = \overline{1,m}, m = 3,$ предлагалось ответить на следующие вопросы электронной анкеты. 1. Какова ваша оценка по данной контрольной точке или тесту? 2. Насколько вам понравился данный тест (какова ваша оценка тесту)? (5 – отлично,.., 2 – неудовлетворительно). Шкалы по вопросам предполагаются одинаковыми, в противном случае проводим процедуру выравнивания [4]. Представим собранные данные по результатам анкетирования и расчета научениеметрических индексов в таблице, фрагмент которой приведем ниже (Табл. 1). Контрольные точки могут быть представлены как тестовыми системами в ЦОС университета или сети Интернет, так и классическими контрольными работами.

Таблица 1 – Анкетные данные и социометрические индексы

N	Оценка по контрольным точкам $O_{stud}(i,j), j = \overline{1,3}$:			Оценка контрольным точкам $O_{test}(i,j),\ j = \overline{1,3}$:			Расчет $LSIT_{11,j}$, для j:			
i	К/р№1	К/р№2	Итоговая К/Р	К/р№1	К/р№2	Итоговая К/Р	1	2	3	LSI
16	5	4	4	4	5	4	0,8	1,25	1	1,02

Сначала рассчитаем основные индивидуальные научениеметрические индексы. Возьмем N=i=16. Индекс успеваемости студента SPI_i – характеристику позиции члена

группы по успеваемости, рассчитанную как средний балл, полученный при прохождении тестов (см. Табл.1): $SPI_{16} = \frac{1}{\mathrm{m}}\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}} O_{stud}(i,j) \approx 4{,}33$. Индекс мотивационной активности студента $ISMA_i$ – это показатель члена группы, характеризующий в целом отношение к тестам и желание осваивать материал, который рассчитывается как средний балл тестам: $ISMA_i = \frac{1}{\mathrm{m}}\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}} O_{test}(i,j)$, $ISMA_{16} \approx 4{,}33$. Индекс оценки теста IT_j – это характеристика позиции теста, полученная как средний балл, выставленный конкретному тесту различными членами учебной группы. Так, например, для первой контрольной точки среднее по группе из выставленных ей оценок $IT_1 = \frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{n} O_{test}(i,j) \approx 4{,}1$, что представляет собой обратную связь от студентов, которая говорит о достаточной оптимальности контрольной точки.

По данным таблицы 1 научениеметрический индекс студента по тесту $LSIT_{i,j}$ определяется по формуле: $LSIT_{i,j} = \frac{O_{test}(i,j)}{O_{stud}(i,j)}$, где $O_{test}(i,j)$ – величина балла, выставленного j-ой контрольной точке i-м студентом, а $O_{stud}(i,j)$ – величина балла, полученного i-м студентом при прохождении j-й контрольной точки, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$. Так для студента с номером N=16 по контрольным точкам j=1 и j=2 $LSIT_{16,1} = \frac{O_{test}(11,1)}{O_{stud}(11,1)} \approx 0{,}8$, $LSIT_{16,2} = \frac{O_{test}(11,2)}{O_{stud}(11,2)} = 1{,}25$. Первый из найденных индексов $LSIT_{16,1} \approx 0{,}8$ показывает, что мотивация 16-го студента по первой контрольной точке ниже успешности в обучении, что требует коррекции. $LSIT_{16,2} = 1{,}25$ показывает, что мотивация этого студента по второй контрольной точке выше успешности в обучении, что соответствует более высокой потребности в достижении, чем в первом случае.

Общий научениеметрический индекс студента, среднее научениеметрических индексов $LSIT_{i,j}$, вычисленных по каждому тесту $j = \overline{1,m}$, $LSI_i = \frac{1}{m}\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}} LSIT_{i,j}$. То есть $LSI_{16} = \frac{1}{\mathrm{m}}\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{m}} LSIT_{11,j} \approx 1{,}02$, что означает в среднем мотивация данного студента несколько выше успешности в обучении. И точка $(SPI_{16}; ISMA_{16})$, соответствующая данному студенту на графике, попадает в I квадрант, то есть в зону «оптимального научения» [4]. Научениеметрический статус студента $LSSI_i$ – это рейтинг члена группы по научениеметрическим индексам, полученный как номер места в списке индексов LSI_i, расположенных по убыванию. Так, выделенный нами 16-й студент оказался на четырнадцатом месте в группе согласно этому правилу.

Далее, рассчитаем групповые научениеметрические индексы. Индекс успеваемости группы $GPI = \frac{1}{\mathrm{n}}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} O_{stud}(i,j) \approx 3{,}46$ – это средний балл, полученный студентами группы при прохождении тестов. Индекс мотивационной активности группы $GMAI = \frac{1}{\mathrm{m}}\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} O_{test}(i,j) \approx 4{,}02$ – средний балл тестам, которые подвергались оценке в данной учебной группе. Научениеметрический индекс группы, *LGI*, среднее от научениеметрических индексов студентов учебной группы $LGI = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} LSI_i \approx 1{,}27$. Что согласно интерпретации [3] означает групповую мотивацию выше успешности в обучении, высокую потребность в достижении результата в целом.

Этапы 2)-4) проводятся с помощью обработки данных в компьютерной программе на Python. Важной частью этих этапов является шифрование ID студентов для обезличенного представления результатов в презентациях следующего этапа.

Пятый этап заключается в представлении данных студентам, при этом происходит вывод таблиц и графов с шифрами вместо идентификационных номеров для обеспечения психологического комфорта каждому отдельному студенту. Информация выводится в обезличенном виде, а шифры известны только исследователю и испытуемому.

Таким образом, к специфике использования научениеметрии в ЦОС можно отнести следующие компоненты: 1) использование интернет платформ для тестирования и анкетирования; 2) использование программных средств для обработки и представления данных. В качестве положительных черт исследования можно выделить ускорение процесса получения и обработки данных. Важно отметить, что в ЦОС вопросы сохранности данных и этичности исследования требуют особого внимания.

Практическая значимость исследования состоит в том, что предложенный подход может быть использован в работе психологических служб вузов, кураторов и преподавателей для выявления студентов «группы риска» (например, с проблемной мотивацией), для разработки программ психолого-педагогической поддержки и для персонализации образовательного процесса.

Перспективы дальнейших исследований связаны с валидизацией методики на более широких и разнообразных выборках, включением в модель других переменных (например, когнитивных стилей, саморегуляции), а также с разработкой динамической модели научениеметрии, отслеживающей изменение индексов в течение всего периода обучения.

Список литературы

1. Бабанский Ю.К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса: методические основы. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.

2. Гордеева Т.О. Психология мотивации достижения. – М.: Смысл; Академия, 2006. – 336 с.

3. Зайчикова Н.А. Разработка методики измерения по шкале успеваемость–мотивация результатов работы с тестовыми системами в цифровой образовательной среде // Современные проблемы науки и образования. – 2018. – № 4.

4. Зайчикова Н.А. Применение научениеметрии при изучении теории вероятностей и математической статистики в экономическом вузе с балльно-рейтинговой системой // Самарский научный вестник. – 2022. – Т. 11, № 2. – С. 282-286.

5. Маркова А.К., Матис Т.А., Орлов А.Б. Формирование мотивации учения. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ ОБУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Е. Г. Евсеева, д-р пед. наук, профессор, Б. В. Каземиров,
Донецкий государственный университет,
Донецк, Россия
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы проектирования обучения математике и информатике в основной школе с использованием систем искусственного интеллекта студентами направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, профиль «Математика и информатика» в процессе написания курсовых и дипломных работ. Представлен анализ тематик научно-исследовательских работ студентов бакалавриата Донецкого государственного университета, в которых предусмотрено использование генеративного искусственного интеллекта для проектирования и организации обучения. Рассмотрены примеры разработанных студентами цифровых образовательных ресурсов, в которых предусмотрено использование нейросетей, чат-ботов и других систем искусственного интеллекта, прошедших апробацию в школах Донецкой Народной Республики при обучении математике.

Ключевые слова: обучение математике и информатике, системы искусственного интеллекта, цифровые образовательные ресурсы, подготовка учителя математики и информатики.

DESIGN OF LEARNING USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE SYSTEMS BY FUTURE MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE TEACHERS

E. G. Evseeva, doctor of pedagogical sciences, professor, B. V. Kazemirov,
Donetsk State University,
Donetsk, Russia
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru

Abstract. The article discusses the issues of designing mathematics and computer science education in secondary schools using artificial intelligence systems by students of the 44.03.05 Pedagogical Education program, profile Mathematics and Computer Science, in the process of writing course and thesis papers. The article presents an analysis of the topics of research papers by undergraduate students of Donetsk State University, which involve the use of generative artificial intelligence for designing and organizing education. The article provides examples of digital educational resources developed by students, which include the use of neural networks, chatbots, and other artificial intelligence systems that have been tested in schools of the Donetsk People's Republic for teaching mathematics and computer science.

Keywords: teaching mathematics and computer science, artificial intelligence systems, digital educational resources, and training for mathematics and computer science teachers.

В последние годы технологии искусственного интеллекта (ИИ) всё активнее привлекают внимание в сфере образования. В школьную практику постепенно интегрируются разнообразные ИИ-решения: от адаптивных обучающих платформ и

интеллектуальных тьюторов до инструментов для автоматической генерации и проверки заданий, а также аналитических панелей на базе машинного обучения. Согласно ряду исследований – как российских, так и зарубежных, – грамотное использование таких инструментов помогает повысить вовлечённость учащихся, выстроить для них индивидуальные образовательные траектории и организовать своевременную обратную связь.

Подготовка учителя математики к проектированию обучения с использованием систем ИИ в Донецком государственном университете (ДонГУ) осуществляется в процессе реализации основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (профили: математика и информатика). Компетенции, необходимые для проектирования обучения математике, осваиваются студентами в процессе изучения профессионально ориентированных дисциплин, а реализуются в научно-исследовательской работе при написании выпускных квалификационных работ.

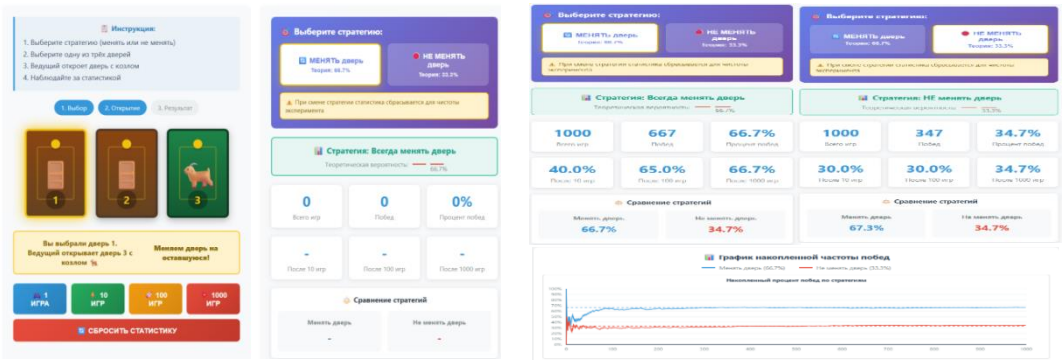
Анализ научно-методических источников показал, что использование искусственного интеллекта в образовательной сфере – одно из наиболее динамично развивающихся исследовательских направлений. Среди основных векторов развития можно выделить: создание адаптивных обучающих систем, внедрение технологий обработки естественного языка, а также применение методов анализа образовательных данных [1]. Вместе с тем методические подходы к применению этих технологий в рамках школьного курса «Вероятность и статистика» пока остаются недостаточно разработанными.

Анализ нормативных документов (ФГОС ООО, Федеральная рабочая программа по математике) и учебно-методической литературы позволил структурировать цели обучения вероятности и статистике в основной школе по образовательным, развивающим и воспитательным компонентам. Установлено, что содержание курса обладает значительным потенциалом для интеграции цифровых инструментов, поскольку предполагает экспериментальный подход, работу с реальными данными и визуализацию статистических закономерностей. На основе дидактических принципов и современных исследований обоснован выбор форм, методов и средств обучения вероятности и статистике с применением ИИ. Сформулированы критерии педагогической целесообразности использования ИИ-инструментов: соответствие целям обучения, учёт возрастных особенностей учащихся, сохранение субъектной позиции учащегося и целеполагание, техническая доступность, информационная безопасность.

В качестве основных средств реализации разработанной методики была выбрана большая языковая модель Qwen 3.6, обладающая необходимыми математическими возможностями (пошаговое решение задач, генерация учебных материалов, визуализация данных, поддержка программирования для создания интерактивных элементов), и платформа Leadtex для создания образовательного чат-бота в мессенджере Telegram. Преимуществами выбранных нами инструментов является доступность, наличие русскоязычного интерфейса и встроенного интерпретатор с языка программирования Python у модели Qwen 3.6. По нашему мнению, достоинствами платформы Leadtex является простота визуального конструирования с её помощью сценариев учебных занятий, адаптивная обратная связь и наличие аналитической панели

для мониторинга прогресса в обучении. Разработанный нами Чат-бот реализует функции сопровождения изучения теоретического материала, возможности создания адаптивного тестирования и оперативной обратной связи учителя с обучающимися [2]. Вместе с тем, следует учитывать и некоторые ограничения при проектировании обучения, состоящие в необходимости критически оценивать результаты генерации ИИ учителем, важность соблюдения при проектировании обучения принципов информационной безопасности и соблюдения авторского права при заимствовании учебных материалов.

Приведем пример применения разработанной методики на уроках изучения нового материала курса «Вероятность и статистика в основной школе». Особое место в разработанной методике отводится проблемным ситуациям, провоцирующим когнитивный конфликт и стимулирующим переход от интуитивных представлений к строгим математическим моделям. Наиболее эффективным дидактическим инструментом в данном контексте выступает «парадокс Монти Холла», который нами интегрирован в систему обучения как средство введения понятий условной вероятности, независимости событий. На рисунке 1 приведены фрагменты онлайн симулятора «парадокс Монти Холла», разработанного HTML-симуляторов вероятностных экспериментов.



а) б)

Рисунок 1 – Онлайн симулятор «Парадокс Монти Холла»

а) постановка задачи; б) моделирование стратегий «менять дверь» и «не менять дверь»

Демонстрация проблемной ситуации и первичная гипотеза. Учитель формулирует условия задачи и просит обучающихся зафиксировать свой первоначальный прогноз в тетрадях. Затем запускается интерактивный HTML-симулятор «Парадокс Монти Холла», код которого был сгенерирован языковой моделью Qwen 3.6 по структурированному промпту с учётом возрастных особенностей и требований визуальной наглядности. На первых 10–15 попытках учащиеся играют в виртуальную версию, произвольно выбирая стратегию «оставить» или «сменить».

Эмпирическое обнаружение закономерности. Симулятор автоматически накапливает статистику за серию испытаний (50, 100, 500, 1000 игр) и в режиме реального времени строит динамические столбчатые диаграммы, отображающие долю выигрышей по каждой стратегии. Наблюдение за стабилизацией частот вблизи значений 66,7 % и 33,3 % создаёт наглядный конфликт с первоначальной гипотезой. Qwen 3.6 заранее подготовил сопроводительные методические комментарии, которые учитель использует для фиксации наблюдений: «Что происходит с разницей в частотах при

увеличении числа испытаний?», «Можно ли считать исходы после открытия двери равновероятными?».

Формализация и теоретическое обоснование. На основе визуализированных данных организуется эвристическая беседа. С помощью Qwen 3.6 сгенерировано интерактивное дерево случайного эксперимента с пошаговой разметкой вероятностей на каждом ребре. Обучающиеся сопоставляют эмпирические частоты с теоретическими расчётами, самостоятельно выводят формулу условной вероятности и осознают, что информация, внесённая ведущим, сужает пространство исходов неравномерно. Данный этап обеспечивает переход от частотного понимания к теоретико-вероятностной модели.

Закрепление и рефлексия через чат-бот Leadtex. По завершении урока учащиеся получают доступ к чат-боту, где в разделе «Условная вероятность» размещён теоретический блок с разбором парадокса, ссылками на формулы и примерами аналогичных задач (парадокс трёх заключённых, задача о двух конвертах). Бот предлагает адаптивный тест из 10 заданий на вычисление условных вероятностей и анализ независимости событий. При ошибке система не выдаёт готовый ответ, а активирует режим пошаговой подсказки, указывая на конкретный этап рассуждения, где допущена неточность, и предлагает при необходимости вернуться к симулятору. Агрегированные данные о прохождении теста автоматически формируют отчёт в аналитической панели учителя, позволяя выявить типичные ошибки и скорректировать содержание следующего урока.

Подобная интеграция материалов реализует принцип экспериментального подхода к стохастике, закреплённый в ФГОС ООО и Федеральной рабочей программе. Учащиеся не получают знание в готовом виде, а «открывают» его через виртуальный эксперимент, статистическую верификацию и последующую математическую абстракцию. Использование Qwen 3.6 для оперативной генерации симулятора и дидактического сопровождения снижает технологический барьер для педагога, а чат-бот на платформе Leadtex обеспечивает непрерывную дифференцированную поддержку и формирующий контроль. Экспериментальная проверка разработанной методики проводилась в государственном бюджетном образовательном учреждении «Новоазовская школа №1», г. Новоазовск Донецкой Народной Республики в 2025–2026 гг. и подтвердила её эффективность.

Список литературы

1. Евсеева Е.Г., Скворцова Д.А. Подготовка будущих учителей математики к использованию систем искусственного интеллекта в обучении // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: материалы V Всероссийской научно-практической конференции, Омск, 14 марта 2025 года. – Омск: Омский государственный педагогический университет, 2025. – С. 320-325.

2. Каземиров Б.В., Селякова Л.И. О разработке чат-бота для организации обучения математике в школе // Эвристика и дидактика математики: материалы XIII Международной научно-методической дистанционной конференции-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2024. – С. 158-161.

ПОВЫШЕНИЕ РОЛИ АНАЛИТИКИ В ДОКАЗАТЕЛЬНОЙ ПЕДАГОГИКЕ

А. И. Каптерев, д-р пед. наук, д-р социол. наук, профессор,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: kapterev@narod.ru

Аннотация. Обобщены основные тренды, сложившиеся в доказательной педагогике ряда развитых стран. Обоснована роль разнообразной аналитики для принятия управленческих решений в цифровой дидактике.

Ключевые слова: доказательная педагогика, цифровая дидактика, аналитика.

INCREASING THE ROLE OF ANALYTICS IN EVIDENT PEDAGOGY

A. I. Kapterev, doctor of pedagogical sciences, doctor of sociology, professor,
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: kapterev@narod.ru

Annotation. The main trends in evidence-based pedagogy in a number of developed countries have been summarized. The role of diverse analytics in making management decisions in digital didactics has been substantiated.

Keywords: evidence-based pedagogy, digital didactics, and analytics.

В мире и в России активно ведутся исследования в области доказательной педагогики и цифровой дидактики. Отметим региональную специфику подхода ученых в данной проблематике, обусловленную культурными, философскими и образовательными традициями.

Так, ***в США***, – стране, имеющей наибольшие ресурсы для исследований, отмечается:

- чрезмерно прагматичный и рыночно-ориентированный подход;
- сильный акцент на персонализированном обучении и адаптивных технологиях;
- упор на принятие решений на основе данных и аналитику обучения;
- сильное влияние компаний Кремниевой долины и EdTech;
- упор на самостоятельное обучение и индивидуальные достижения;
- склонность отдавать приоритет практическим навыкам и подготовке кадров для рынка труда.

В ***странах Европейского Союза*** основное внимание сосредоточено на:

- более теоретически выверенном и педагогически обоснованном подходе;
- акцентировании на структурах цифровой компетентности (например, DigComp);
- опоре на социально-конструктивистские теории обучения;
- большем внимании к цифровому гражданству и цифровой грамотности;
- соблюдении конфиденциальности и защиты данных в цифровом обучении;
- интеграции цифровых компетенций во всю образовательную программу.

В ***Китайской народной республике*** ведутся исследования по широкому спектру педагогических исследований, а по числу публикаций в области образования Китай входит в тройку лидирующих стран. Можно выделить доминирующие направления дидактических исследований:

- систематический государственный контроль за трендами в цифровой дидактике;
- сильный акцент на персонализированном обучении на основе ИИ;
- фокусирование на массовом внедрении и стандартизации EdTech;
- интеграция традиционных конфуцианских ценностей в образовательные цели;
- рост инвестиций в «умные аудитории» и цифровую инфраструктуру образовательных организаций;
- внимание к STEM-специфике в цифровом образовании;
- исследования коллективного опыта обучения.

Однако важно отметить, что географические границы исследований становятся все более размытыми, несмотря на тенденции регионализации по ряду причин. Назовем наиболее важные, на наш взгляд:

- усиление международного сотрудничества в академических исследованиях в условиях продолжающейся глобализации науки и образования[3];
- глобальный характер компаний, занимающихся разработкой образовательных технологий;
- общие проблемы цифровой трансформации образования;
- перекрестное распространение идей через международные конференции, веб-сайты и научные журналы.

В Московском городском педагогическом университете существует уникальная научная школа цифровой дидактики, наиболее яркими представителями которой являются С.Г. Григорьев, В.В. Гриншкун, А.В. Гриншкун , О.Ю. Заславская, И.В. Левченко, Т.Н. Суворова, Е.Д. Патаракин, Б.Б. Ярмахов. Эти авторы в своих многочисленных публикациях обосновали необходимость использования в цифровой трансформации образования деятельностный подход.

Развивая их идеи, предлагаем, опираясь на системное представление о профессионализации [1], использовать системно-деятельностный подход к изучению проблемного поля цифровой дидактики (Табл. 1).

Базовой идеей данного подхода является массированное использование методов интеллектуального анализа данных для принятия управленческих решений на всех уровнях управления профессионализацией [2]. Ключевой сдвиг в доказательной педагогике — переход от агрегированной статистики (сколько человек обучено по конкретным направлениям) к аналитике успешности (какие компетенции сформированы и с каким результатом). Для этого становится необходимым собирать цифровые следы на всех этапах обучения и детально их анализировать на всех этапах.

[3] В настоящий момент отечественные исследователи в большей степени ориентированы на восточные регионы мира.

Таблица 1 – Проблемное поле цифровой дидактики

Аспекты / Уровни	Объект	Процесс	Технологии	Результат	Методы	Средства
Учредитель	Рынок труда	Управ-ление	Прескрипт. аналитика (как должно быть)	Образоват. политика (атлас профессий)	Искусствен-ный интеллект	ЯLens, Loginom. PowerBI, …
ВУЗ	Трудоустро йство	Моде-лирование	Предикт. аналитика (что будет)	Кластеры специаль-ностей	Интеллек-туальный анализ данных	Statistica, SPSS, …
Фак-т (Департа-мент)	Учебные планы	Плани-рование	Диагностич. аналитика (что делать)	Паттерны компетенций	Облачные и портальные решения	1С, …
Педагог	Модули курсов	Препо-давание	Описательн. аналитика (как делать)	Образователь ные результаты	Педдизайн	ПК А.Каррингто на

Собираемые данные позволяют: а) исключить дублирование образовательного контента; б) перейти к индивидуализированным траекториям обучения на основе цифровых профилей студентов (CDP – Customer Data Platform) [3]; 3) согласовать модели выпускника конкретного направления на основе пожеланий работодателей [4] с моделью подготовки, воплощенной в индивидуальном учебном плане. Такая интеграция позволяет объединить разрозненную информацию из отдельных БД и соцсетей в единую аналитическую панель (например, в Yandex DataLens, Power BI и им подобных системах визуальной аналитики).

Прескриптивная аналитика, проводимая учредителями ВУЗов, должна базироваться на более точных прогнозах востребованности специалистов конкретных профессий и специализаций, что в настоящее время затруднено, во-первых, ограниченным набором перспективных профессий в публикуемых атласах, не охватывающих весь спектр рынка труда, во-вторых, отсутствием полной информации в ВУЗах о трудоустройстве и карьерных траекториях выпускников, в-третьих, огромной серой зоной занятости трудоспособного населения, в-четвертых, недостоверной статистикой, не позволяющей принимать управленческие решения на основе data-driven подхода.

Предиктивная аналитика с опорой на машинное обучение и на регрессионный анализ может получать прогнозы пиковых нагрузок на те или иные ВУЗы со стороны абитуриентов на основе временных рядов.

Диагностическая аналитика позволит прогнозировать потенциальный отток студентов в процессе обучения, который, пока очень ограничен в большинстве ВУЗов, особенно среди платных студентов. Применение современных ИИ-алгоритмов может выявить студентов и преподавателей, которые снижают активность и предполагают уйти. По результатам возможно запустить точечные программы удержания или быстрого поиска заполнения вакансий.

Описательная аналитика также эволюционировала в сторону поведенческого анализа на основе цифрового следа, интеграции разрозненных данных и прогнозного моделирования. Новые методы позволяют оценивать не абстрактную «посещаемость занятий», а эффективность конкретных сценариев обучения по индивидуальным траекториям и реальную ценность каждого канала взаимодействия с преподавателями. Это создаёт основу для перехода ВУЗов от реактивной (по факту зачисления) к проактивной (предлагающей образовательные услуги на основе прогноза потребностей и ранжирования успехов и подсказывающей оптимальные решения для достижения целей) модели управления контингентом студентов.

Безусловно, смена парадигмы на фоне деклараций об отказе от Болонской системы имманентно содержит ряд вызовов, на которые пока нет однозначных ответов.

Во-первых, работа с персональными цифровыми следами требует строгого следования ФЗ-152 «О персональных данных» [5]. Необходимы прозрачные политики, анонимизация данных и смещение фокуса на агрегированные паттерны.

Во-вторых, аналитика охватывает лишь активную часть аудитории. Данные о малоактивных студентах часто теряются, что искажает картину.

В-третьих, большие данные показывают корреляцию, но не причинно-следственную связь. Почему студент ушёл из ЛМС, не досмотрев видеолекцию? Как учтена работа студента с персональными сайтами преподавателей? Анонимное тестирование и анализ цифрового следа даст ответ на вопрос «что?», но для понимания «почему?» всё ещё необходимы качественные методы (личный контакт с преподавателем, глубинное интервью, юзабилити-тестирование).

В-четвертых, необходимо повышать культуру data-driven решений управленцев образовательными процессами. Здесь, по-моему, главный барьер — не технологии, а кадры. Требуется подготовка data-аналитиков для деканатов и им подобных структур, способных ставить гипотезы, работать со статистическими пакетами и визуализировать результаты в дашбордах для принятия доказательных управленческих решений.

Список литературы

1. Каптерев А.И. Профессиональное знание как объект управления: мультидисциплинарный подход. – Saarbrucken: LAP LAMBERT, 2012. – 453 с.

2. Каптерев А.И., Гришина Т.В., Осетров Е.Т. Интегральные критерии управления профессионализацией // Труд и социальные отношения. – 2015. – № 2. – С. 3-22.

3. Kapterev A.I. University-Business Cooperation in Russian Labour Market: trends, challenges, road maps. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью «Эдитус», 2016. – 148 с.

4. Каптерев А.И. Персональный сайт преподавателя ВУЗа в образовательном инжиниринге. – Москва: ООО «Book-expert», 2022. – 190 с.

5. О персональных данных: Федеральный закон от 27.07.2006 № 152-ФЗ (последняя редакция) // Собрание законодательства РФ. – 2006. – № 31 (Ч. 1). – С. 3451. – URL: https://base.garant.ru/12148567/ (дата обращения: 04.03.2026).

СЕРВИС «ЦИФРОВОЕ ЗЕРКАЛО УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ» В СИСТЕМЕ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

М. Н. Кочагина, канд. пед. наук, доцент,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: KochaginaMN@mgpu.ru

Аннотация. Описаны возможности применения сервиса «Цифровое зеркало учебного занятия», разработанного в МГПУ, в процессе подготовки будущего учителя математики.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, методика обучения математике, анализ учебного занятия, сервис «Цифровое зеркало учебного занятия», искусственный интеллект.

THE «DIGITAL MIRROR» SERVICE IN THE SYSTEM OF METHODICAL TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERSI

M. N. Kochagina, candidate of pedagogical sciences, docent,
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: KochaginaMN@mgpu.ru

Annotation. The article describes the capabilities of using the "Digital Mirror" service, developed at Moscow City University, in the process of training a future mathematics teacher.

Keywords: methodical training of mathematics teachers, methods of teaching mathematics, methodology of mathematics, analysis of lesson, the "Digital Mirror" service, artificial intelligence.

Сервис «Цифровое зеркало учебного занятия» разработан в МГПУ как инструмент получения педагогами оценки проведенного занятия (урока). Для работы сервиса использует искусственный интеллект. Объективность обратной связи после проведения занятия достигается использованием алгоритмов, которые обрабатывают видеозапись занятия по ряду метрик [1]. Видеозапись проводится с помощью камер и микрофонов, установленных в «умных аудиториях». Искусственный интеллект производит анализ эмоционального фона занятия (оценка эмоций), вовлеченности учеников в процесс обучения. Аудиозапись занятия переводится в текст. По транскрипту урока анализируется речь педагога (скорость, длительность пауз, частота используемых на занятии слов), оцениваются использованные методические и социологические приемы.

Дашборд, получаемый педагогом после занятия, наглядно, компактно и детально отражает аналитику по проведенному занятию. К дашборду прилагается размеченная видеозапись занятия и транскрипт урока.

Для оценки компетенций педагога, которые объективно не могут быть определены с помощью искусственного интеллекта, используется экспертная оценка. Экспертами выступают представители образовательных организаций. При экспертной оценке учитываются следующие критерии: систематизация информации; восприятие

другой точки зрения; определение чувств и эмоций; управление своими эмоциями; построение обратной связи; разнообразие форм работы; организация пространства; включение обучающихся в процесс работы; работа с сопротивлением и конфликтами; личная позиция в группе; изложение информации; эмоциональное вовлечение; связь с практическим применением в жизни; постановка задачи; ИКТ-компетенция.

Сервис «Цифровое зеркало учебного занятия» позволяет педагогу получить информацию о собственных дефицитах и возможностях для профессионального роста. Данный сервис могут использовать учителя школ, учреждений среднего профессионального образования, преподаватели вузов.

В 2025-2026 учебном году в Московском городском педагогическом институте проходила апробация внедрения сервиса «Цифровое зеркало учебного занятия» в процесс подготовки будущих учителей математики. Роли учеников на модельных занятиях выполняли сами студенты, в качестве экспертов на отдельных мероприятиях выступали, кроме учителей математики и преподавателей, студенты выпускных курсов – будущие учителя математики. Студенты заранее знакомились с критериями оценки занятия и организационными особенностями применения сервиса. Таким образом, создавались условия для формирования экспертных умений будущих учителей математики.

В отличие от предыдущих лет, когда сервис использовался только для независимой оценки компетенций студентов выпускных курсов [1, 3-5], теперь он используется комплексно на разных этапах подготовки будущего учителя математики:

- *На практических занятиях дисциплин методического модуля*. Студенты демонстрировали занятия по математике для старших классов. Содержание занятий относилось к курсу «Алгебры и начал математического анализа». Критерии экспертной оценки были дополнены критериями, отражающими методическую подготовку будущего учителя математики. После просмотра занятия преподаватель со студентами проводил обсуждение эффективности выбранных методических средств обучения математике. Были даны общие и индивидуальные рекомендации на основании сравнения экспертного впечатления от занятия и оценки критериев, полученных от искусственного интеллекта.

- *При подготовке к производственной (педагогической) практике*. Для студентов, которые только готовятся к педагогической практике в школе, проведение занятия в лабораторных условиях с помощью сервиса позволило скорректировать трудности в организации деятельности обучающихся. Опыт использования сервиса позволил включить в учебный план специальный вид практики – педагогическую практику с ЦЗ для студентов направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование» профиля «Математика», которая будет организована до начала педагогической практики в школах.

- *На экзаменах*. Экзамен по методическому модулю был организован в форме демонстрационного экзамена. В экспертную комиссию входили преподаватели и учителя математики. Критерии экспертной оценки также дополнялись критериями, отражающими методическую подготовку будущего учителя математики. Отдельно анализировались конспекты урока математики, предоставленные комиссии. При выставлении оценки учитывались данные дашборда.

- *Во время (или при подготовке) конкурсных мероприятий*, в том числе на независимой сертификации «Московский учитель». Сервис «Цифровое зеркало учебного занятия» использовался при проведении модельного занятия для независимой оценки компетенций студентов выпускного курса МГПУ [5]. Экспертами на этом мероприятии являются учителя и директора школ города Москвы. При подготовке к педагогическим конкурсам и олимпиадам студенты могли использовать сервис во время репетиций конкурсных занятий. Аналитическая информация из дашбордов позволяла студентам выявлять слабые места в организации занятий, корректировать свою деятельность, правильно выбирать методические средства обучения математике [2].

На заключительном этапе апробации сервиса было проведено анкетирование преподавателей и студентов. Преподаватели воспринимают сервис «Цифровое зеркало учебного занятия» как полезный инструмент для анализа урока, особенно в части оперативной обратной связи, оценки вовлеченности, эмоций и проявления компетенций. При этом инструмент требует методического сопровождения: преподаватели ожидают не только отображения показателей, но и объяснения причин, рекомендаций для студента. Было бы интересно проверить работу сервиса в реальной практике обучения учащихся 5–11-х классов и добавить блоки критериев, связанных с математической и методической грамотностью будущего учителя.

Студенты также считают сервис «Цифровое зеркало учебного занятия» полезным инструментом. Очевиден запрос студентов на данные, которые напрямую помогают понять динамику вовлеченности класса и эффективности упражнений во время урока. Студенты видят ценность в общей картине эмоционального фона. Сервис воспринимается студентами не только как средство оценки, но и как зеркало профессионального роста: он помогает увидеть урок со стороны, отделить впечатление от реальности и определить зоны для совершенствования. Для студентов важна связка «данные – их интерпретация – методическая рекомендация».

Главный запрос развития сервиса – перейти от констатации показателей к методическим рекомендациям и более точной интерпретации контекста занятия по математике. В перспективе такие рекомендации можно было бы получать от самого сервиса, а в настоящее время помощь студентам в совершенствовании своих компетенций в области обучения математике школьников оказывают преподаватели, а искусственный интеллект им в этом помогает.

Список литературы

1. Афанасьева Ж. В., Кочагина М. Н., Львова А. С., Пустовойтенко М. В. Сервис «Цифровое зеркало учебного занятия» в подготовке учителей // Большая конференция научных школ МГПУ: сборник статей конференции. В 2-х частях, Москва, 19–21 ноября 2025 года. Часть 1. – Москва: Московский городской педагогический университет, 2026. – С. 65-75.

2. Кислякова М. А., Кочагина М. Н. Методические ошибки начинающих учителей в осуществлении коррекции знаний школьников по геометрии // Московский педагогический журнал. – 2026. – № 1. – С. 70-82.

3. Кочагина М. Н. О системе практической подготовки будущих учителей математики в МГПУ // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: сборник тезисов докладов X международной научной

конференции, Елец, 20–22 сентября 2024 года. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2024. – С. 142-146.

4. Кочагина М. Н., Кочагин В. В. Независимая оценка компетенций будущих учителей математики в МГПУ // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования : Сборник тезисов докладов XI международной научно-практической конференции в рамках Международного научно-образовательного форума "Математика. Информатика. Образование", Елец-Владикавказ, 29 июня – 05 июля 2025 года. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2025. – С. 64-66.

5. Подготовка будущих учителей математики к участию в проекте «Сертификат “Московский учитель”. – Москва: Московский городской педагогический университет, 2022. – 180 с.

АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЙРОСЕТЕЙ СТУДЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ В УДМУРТСКОМ ГОСУНИВЕРСИТЕТЕ

Н. В. Латыпова, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Удмуртский государственный университет,
Ижевск, Россия
e-mail: latypova-nv@yandex.ru

Аннотация. В статье анализируются результаты обработки опроса, проведенного среди студентов математических направлений подготовки в Удмуртском государственном университете по использованию ими нейросетей. У большинства студентов различные нейросетевые помощники стали неотъемлемой частью как повседневной жизни, так и процесса обучения. Проблема мотивация студентов к обучению математическим дисциплинам как никогда раньше актуальна в условиях бурного технологического развития.

Ключевые слова: нейросети, опрос, математические направления, обучение математике.

ANALYSIS OF THE USE OF NEURAL NETWORKS BY STUDENTS OF MATHEMATICAL FIELDS OF STUDY AT UDMURT STATE UNIVERSITY

N.V. Latypova, candidate of physics and mathematics, associate professor
Udmurt State University,
Izhevsk, Russia
e-mail: latypova-nv@yandex.ru

Annotation. The article analyzes the results of a survey conducted among students in mathematics programs at Udmurt State University regarding their use of neural networks. For most students, various neural network assistants have become an integral part of both everyday life and the learning process. The issue of motivating students to study mathematical disciplines in the context of rapid technological development is more relevant than ever.

Keywords: neural networks, survey, mathematical fields, mathematics education.

Развитие информационных технологий, появление нейросетей, расширение их функционала и доступность – это благо и новые возможности в обучении или очередной вызов системе образования? Имеет ли смысл вести борьбу с использованием нейросетевых агрегатов или попробовать их встраивать в учебный процесс? Чтобы ответить на возникающие вопросы и оценить масштаб проблемы, хотелось бы выяснить отношение к нейросетям непосредственных пользователей – студентов. Поэтому автором был подготовлен небольшой опросник «Использование нейросетей студентами». Опрос проводился анонимно среди студентов математических направлений института математики, информационных технологий и физики Удмуртского госуниверситета в апреле 2026 года. В опросе приняли участие 77 студентов: 42 первокурсника, 26 – студентов третьего курса и 9 – студентов первого курса магистратуры. В данной статье предлагается анализ и обсуждение некоторых результатов, полученных при обработке.

На вопрос «*Как часто вы используете нейросети в учёбе и повседневной жизни?*» были получены следующие ответы: *Практически не пользуюсь* – 2,6%; *Иногда* – 24,7%; *Часто* – 55,8%; *Постоянно* – 16,9%. Другими словами, у большинства студентов нейросети являются неотъемлемой частью жизни.

На вопрос: «*Какими нейросетями вы обычно пользуетесь?*» опрашиваемые привели около 20 наименований различных нейросетей. При этом наибольшую популярность получили следующие ИИ-помощники: DeepSeek – 62,3%, Alice – 42,9%, ChatGPT – 28,6%, Grok – 14,2%, Gemini – 13%, Qwen – 10,3%. Показателен комментарий от студента магистратуры: «Алиса – для дома, ChatGPT – решение бытовых вопросов, Cloud – работа и сложные проекты».

Наиболее популярные ответы на вопрос: «*Где и для чего в повседневной жизни вы используете нейросети?*» получились следующие.

- поиск ответа на интересующие вопросы, поиск информации – 36,7%;
- приготовление пищи, рецепты – 14,3%;
- для решения бытовых проблем – 11,7%;
- психологическая поддержка и совет – 10%.

При этом встречались ответы: «использую только для учебы» у 13%, «не использую в повседневной жизни» у 14,3%. Заставляет задуматься ответ «для общения» у 5% опрашиваемых студентов с комментариями, «что можно поговорить на такие темы, о которых стыдно или неловко спросить окружающих людей». На наш взгляд, более глубокое исследование данного вопроса требует специальных методик.

Ответы на вопрос *о применении нейросетей в учёбе* распределились следующим образом (напомним, опрашивались студенты математических направлений подготовки):

- Для общественно-гуманитарных дисциплин – 45,5%;
- В математике – 48%;
- В информатике и ИТ – 64,9%;
- В естествознании – 14,3%.

Вопрос «*Для подготовки и решения каких задач вы используете нейросети?*» дал следующий процент из предложенных ответов:

- Доклады и презентации – 81,8%;
- Лабораторные и индивидуальные задания – 58,4%;
- Домашнее задание – 53,2%;
- Курсовые работы – 22,1%;
- Контрольные работы и тесты – 20,8%;
- Отчеты – 20,8%;
- Олимпиады – 11,7%;
- по возможности везде – 9%.

И если с небольшим процентом использования нейросетей при решении задач олимпиады ситуация в общем-то объяснима – в них принимает участие не так много студентов, то процент использования при решении контрольных и тестов вызывает двойственные чувства. С одной стороны, каждый пятый студент умудряется решать не сам, несмотря на запрет использования гаджетов. С другой стороны, 80% студентов всё-таки делают это самостоятельно.

Особый интерес вызывает полученная выборка ответов на вопрос: «*На сколько процентов вы доверяете нейросетям?*». Только 1 студент из 77 участников опроса совсем не доверяет нейросетям. Вызывают доверие нейросетевые агрегаты меньше, чем 50% у 14,3%, ровно 50% – у 23,4% студентов, больше 50% – у 62,3%. Если уровень доверия группы опрашиваемых вычислить по формуле:

$$\frac{1}{n}\sum_{i} n_i p_i,$$

где $n -$ это общее количество опрошенных человек, $n_i -$ это число студентов, давших ответ о доверии нейросетям на $p_i\%$, то получается средний уровень доверия 62%. Причем у 39% студентов уровень доверия лежит в интервале 70-80%. Не может не радовать, что большинство опрошенных студентов (93,5%) всё-таки делают проверку сведений, полученных от нейросетей. Иногда и в зависимости от ситуации делают проверку 2,6% студентов, не делают этого совсем – 3,9%.

Определенные размышления вызывает распределение ответов на вопрос: «*Если делаете проверку, то какие источники используете?*»: Интернет ресурсы – 42,9%; Книги, учебники – 32,5%; Проверка по первым 5-7 сайтам из поиска или из списка тех источников, на основе которых сформирован ответ нейросетью – 24,7%; Свои знания и логика – 22%; Научные статьи и журналы – 11,7%; Использую другую нейросеть – 10,4%; Лекции и записи в тетрадях – 7,8%; Общественные форумы, друзья – 5,2%; Если код, то через работу программы – 2,6%; Ту же нейросеть прошу перепроверить информацию – 1,3%. Под «своими знаниями» студенты имеют в виду, что при решении математических задач они делают проверку решения, предоставленного нейросетью, или она даёт идею для решения задачи, если они не могли с ней справиться самостоятельно. А вот количество обращений к лекциям и записям в тетрадях (всего 7,8%), у автора, как преподавателя, вызывает сожаление и огорчение.

Вопрос: «*В каких ситуациях вы обращаетесь к помощи нейросетей?*» выявил следующее распределение ответов из предложенных:

- Когда не могли сами справиться с решением – 74%;
- Когда не поняли объяснений преподавателя – 54,5%;
- Когда не хочется терять время – 49,3%;
- Когда пропустили тему или занятие – 35,1%;
- Во всех – 13%.

Причем в качестве «иной ситуации» студенты отмечают следующие: «для обучения программированию», «для поиска дополнительной информации», «для проверки себя».

Вопрос: «*Как вы считаете: нейросети – это благо при обучении?*» не даёт однозначного ответа, хотя большинство (70,2%) отвечают утвердительно. Наиболее популярные пояснения своей позиции следующие: «ускоряет поиск информации» – 27,3%; «Удобный помощник с мгновенной обратной связью» – 23,4%; «Объяснение простыми словами сложного материала» – 19,5%; «ИИ заменяет рутинную работу, экономя время на непрофильные предметы» – 19,5%. Отрицательный ответ встречается у 13% опрошенных, при этом пояснения сводятся к следующим: «Люди перестают думать сами», «не нарабатывается опыт использования своих знаний», «Может быть

недостоверной информация», «Человек может обленится», «Теряется весь смысл обучения», «Лучше учить всё самому, чтобы быть умнее». Встречаются и ответы «скорее да, чем нет» – у 2,6%, «50/50» – 9%, «Зависит от человека» – у 5,2% студентов. И пояснения своей позиции сводится к таким высказываниям. «Нейросети – это лишь инструмент: умному человеку поможет, глупому навредит». «Полезно получать мгновенный ответ на интересующий вопрос с пояснениями, но частое использование в учебе может привести к ленивому мышлению». «С одной стороны, они облегчают поиск информации, с другой – не позволяют подумать над вопросом самостоятельно». «Нейросети упрощают поиск информации и могут понятно объяснить её, но большинство пользуется ими как справочниками с готовыми ответами, а не помощниками в решении».

Таким образом, анализируя результаты опроса студентов, можно сделать следующие выводы. Нейросети стали неотъемлемой частью и не только прочно входят в повседневную жизнь, но и включаются в рабочие процессы и процессы обучения, независимо от нашего желания и отношения к этому. Это удобный помощник для самостоятельного обучения студента, если он осознанно его применяет и проверяет предлагаемую нейросетью информацию. В учебные планы бакалавриата математических направлений нашего университета во втором семестре уже включена дисциплина «Цифровой профессионализм и основы искусственного интеллекта», на которой и нужно учить делать правильные запросы и корректную проверку нейросетей.

Но, к сожалению, не все студенты используют нейросетевые помощники для осознанного обучения. Большинство считают, что умение находить информацию в интернете заменит их собственные знания по предмету. Точно также: умение решать математические задачи и писать коды программ с помощью нейросетей равносильно их собственным умениям и навыкам. И если ещё год назад при решении математических задач и написании кода нейросети допускали ошибки, то сейчас практически со всеми задачами вычислительного и алгоритмического характера они справляются достаточно хорошо, предлагая иногда интересные и неожиданные решения. А это резко снижает мотивацию к обучению, особенно у слабых студентов. Зачем изучать формулы, правила и методы, например, дифференцирования и интегрирования в математическом анализе, если практически любая нейросеть справляется с этим быстро и легко. Данная проблема актуальна, как никогда раньше. Так же, как и проблема со списыванием в связи с развитием технологий переходит на иной уровень развития. Если можно не учить, то сам студент учить не будет. Если можно при решении задач постоянно пользоваться готовым решением, то навыки анализа и критического мышления будут снижаться, а у кого-то останутся так и не сформированными.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ ИЕРАРХИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СТРУКТУР КАК ОСНОВА УЧЕБНИКОВ НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ

К. А. Лебедев, д-р физ.-мат. наук, профессор,
Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия,
e-mail: klebedev.ya@yandex.ru
Л. Б. Райхельгауз, д-р пед. наук, профессор,
Ярославский государственной педагогический университет им. К.Д. Ушинского
e-mail: jikol_85@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена ключевой проблеме современного школьного и вузовского математического образования – разрыву между объективной внутренней логикой математики (иерархией вложенных структур) и произвольными, методическими классификациями, лежащими в основе учебников, между исторической проблемой и произвольными подходами к её решению. Показано, что математика, в отличие от химии или физики, до сих пор не использует естественнонаучного аналога «периодического закона» в обучении. Предлагается возврат к классической русско-советской методологии, но на новом технологическом уровне, включая использование искусственного интеллекта в рамках структурированного учебника-справочника. Утверждается, что это единственно правильный поход основан на диалектических конах развития природы, общества, познания и образования.

Ключевые слова: математическая структура, иерархия числовых и алгебраических систем, периодические таблицы, диалектика, ценности русской школы, объектно-ориентированное программирование, учебник-справочник.

THE PERIODIC HIERARCHY OF MATHEMATICAL STRUCTURES AS A BASIS FOR NEW GENERATION TEXTBOOKS

K.A. Lebedev, doctor of physical and mathematical sciences, professor
Kuban State University, Krasnodar, Russia
e-mail: klebedev.ya@yandex.ru
L.B. Raikhelgauz, doctor of pedagogical sciences, professor
Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky
e-mail: jikol_85@mail.ru

Abstract. This article addresses a key problem in modern school and university mathematics education – the gap between the objective internal logic of mathematics (the hierarchy of nested structures) and the arbitrary, methodological classifications that underlie textbooks, between a historical problem and arbitrary approaches to its solution. It is shown that mathematics, unlike chemistry or physics, still does not utilize a natural-science analog of the "periodic law" in teaching. A return to classical Russian-Soviet methodology is proposed, but at a new technological level, including the use of artificial intelligence within a structured textbook-reference manual. It is argued that this unique approach is based on the dialectical laws of the development of nature, society, cognition, and education.

Keywords: mathematical structure, hierarchy of numerical and algebraic systems, periodic tables, dialectics, values of the Russian school, object-oriented programming, textbook-reference manual.

1. *Проблема: произвол классификаций против объективной логики математики*

Современная педагогика опирается на узкоспециализированные теории (деятельностный подход, компетентностные модели, высокий теоретический уровень обучения (принцип ВТУ) и т.д., но они оторваны от реального процесса, игнорируют диалектику [1] и классическую физиологию и психологию (Сеченов, Павлов, Бехтерев, Платонов), предпочитая ссылаться на узко-научные теории (Пиаже и Выготский).

Но существует проблема ещё более глубокая, лежащая в самом центре математического образования – разрыв между внутренней логикой математики и методическими классификациями в учебниках. Анализ учебников (Кочетковы, МГУ-школа, Мордкович) показывает парадокс: учебная траектория не следует природе предмета и принципам русской школы (принцип понимания) [2, 3]. Отступления от них ведут к деградации личности [4]. Природа математики такова, что каждый следующий раздел заключает в себе предыдущий. В химии педагоги давно поняли: изучать химию лучше всего последовательно по группам периодической системы (столбцам). В математике же, за редким исключением (числовые системы в 5–6 классах в учебниках МГУ – школе), содержательная иерархия разделов подменяется хаотичной траекторией. Если в учебниках, фигурально выражаясь - «каша» , то и в головах тоже будет «каша» .

2. *Объективная структура математики: инвариант, который нельзя игнорировать*

Что же представляет собой объективная внутренняя логика математики? Ответ был дан ещё в середине XX века группой французских математиков работающих под псевдонимом Николя Бурбаки. В работе «Архитектура математики» (1949), которая была переиздан в 1972 году на русском языке [5] они сформулировали фундаментальную идею: любая математическая дисциплина есть структура (в учебнике – раздел, столбец в периодической таблице). Структура – это набор множеств, связанных отображениями и подчиняющихся определённым аксиомам. Эта иерархия инвариантна – она не зависит от выбора учебника, страны или программы, подобно периодической системе Менделеева, которая объективна и всеобща для всей видимой вселенной. Структура натуральных чисел является родительской по отношению к структуре целых чисел; целые числа – родительская для рациональных; рациональные – для действительных; действительные – для комплексных. Академик А.Н. Колмогоров в работе «Математика – наука и профессия» (1988) [6] наглядно показал, как каждая следующая числовая система включает предыдущую, сохраняя все её операции и свойства. Это диалектика развития в чистом виде: новое не отменяет старое, а наследует его, добавляя новые возможности [1].

Именно эту идею – наследование (родительский класс – дочерний класс), инкапсуляцию, полиморфизм – взяло на вооружение объектно-ориентированное программирование (ООП). ООП есть не что иное, как инженерное воплощение математических структур, а если смотреть глубже – законов диалектики Гегеля: старый тезис – родительский нового тезиса, новый тезис базируется на старом и поглощает его. Классы в программировании – это те же математические структуры, где дочерний класс получает все поля и методы родительского. Не случайно все современные достижения в области вычислительной техники построены на этом принципе. Именно эту идею

положили авторы во главе с академиком С.М. Никольским в учебники научной школы МГУ, но, к сожалению, только в 5-6 классах.

3. *Следствие: структура должна определять учебник и методику преподавания*

Из факта инвариантности иерархии математических структур вытекает прямое требование: построение учебников и методика преподавания должны определяться этой структурой, а не произвольными классификациями. Это автоматически приводит к соблюдению принципов русской школы [2, 3]: обучение последовательными, генетически связанными блоками. Практически это означает: последовательное движение по иерархии. Нельзя переходить к действительным числам, не освоив рациональные; нельзя изучать многочлены над полем действительных чисел, не понимая, что такое одночлен и вещественные числа, нельзя понять, что такое дробно рациональная запись, не изучив раздел полиномов и т.д.

Функция как смысловое ядро каждой структуры. В каждом разделе центральное место занимает тема функции. Графические методы (GeoGebra, Desmos, MathCAD) придают алгебре наглядно-чувственный характер, традиционно присущий геометрии. Принцип центральной роли функции в математике реализован в учебниках Мордковича, но надо отметить, что этот принцип менее фундаментален, чем идея о структурах, поэтому центральная роль функции ограничена только рамками раздела, и не может играть ведущую самостоятельную роль, как это сделано в учебниках Мордковича. В каждом разделе (структуре) функция проявляет себя решающим образом: при изучении тем уравнений и неравенств, особенно с модулем и параметром, и совсем уж её решающая роль очевидна в темах: предел, дифференцирование, интегрирование. Например, раздел полиномов второй степени, темы: квадратные уравнения и неравенства, с модулем и параметром, дифференцирование и интегрирование полинома второй степени. Причём сразу видна причина и необходимость выхода на следующую структуру: перемножение полиномов степени не выше второй даёт, в общем случае, полином более высокой степени, неопределённое интегрирование даёт полином третьей степени, деление двух полиномов в общем случае даёт дробно рациональную запись, извлечение корня из полинома даёт алгебраическую запись, тогда как относительно сложения и вычитания множество полиномов не выше второй – замкнуты и могут быть изучены как угодно глубоко, не обращаясь к разделам, лежащих справа от раздела полиномов второй степени в периодической таблице, тогда как все разделы лежащие слева должны быть усвоены также как угодно глубоко.

Циклическое изучение. Принципы русской школы предписывают систематическое и системное повторение, как средство, развивающее гибкость и глубину мышления. Как показал Г.Г. Левитас [7], каждый раздел должен изучаться в несколько циклов. Например, многочлены второй степени – сначала без модулей и параметров, затем с ними; сначала без дифференцирования и интегрирования, затем с ними. Это соответствует диалектическому закону перехода количественных накоплений в новое качество. Это соответствует психологии и физиологии личности – повторение это в первую очередь развитие гибкости и глубины мышления, только во вторую– памяти.

Уровни трудности как третья координата. Каждый раздел и тема должны иметь уровни трудности (гуманитарный, инженерный, университетский, олимпиадный или

более простое для целей сдачи ЕГЭ – базовый и профильный), что позволяет реализовать индивидуальные траектории обучения, особенно в условиях использования искусственного интеллекта.

4. *Электронный учебник-справочник как реализация структурного подхода*

Современные информационные технологии позволяют наконец реализовать то, что было невозможно в эпоху только бумажных учебников: создать электронный структурированный учебник-справочник (базу знаний), в котором иерархия математических структур реализована явно, гипертекстуально, с перекрёстными ссылками, визуализацией и адаптивными уровнями сложности.

В такой базе знаний каждая тема жёстко привязана к своему месту в структуре, а сами структуры образуют линейную последовательность. Пользователь изучает разделы последовательно, но внутри может двигаться как вертикально (по темам при первичном обучении), так и горизонтально (по родственным структурам при повторении). Математические пакеты интегрированы для визуализации функций.

Искусственный интеллект настраивается на структуру: даёт по запросу описания, объяснения, доказательства, помогает осваивать методы решения - от инженерного уровня до олимпиадного. ИИ адаптирует материал под индивидуальный уровень трудности и помогает выявлять этот уровень, что ранее было практически невозможным. При этом ИИ не отменяет классические принципы русской и советской школы (сознательность, наглядность, систематическое повторение), а организует их вокруг объективного стержня - иерархии математических структур.

Именно эта способность ИИ обнажает несостоятельность методик, противоречащих природе познания и психологии: деятельностных и компетентностных подходов, сведённых к примитивным формам контроля, в отрыве от живого диалога. Развитие речевых возможностей всегда было центром эффективного обучения - от Платона до системы Шаталова и президентского лицея №239. ИИ позволяет достичь здесь новой эффективности.

Однако, реализация такого учебника ставит перед педагогикой и методикой принципиально новые вопросы..

Во второй части работы мы подробнее рассмотрим: как конкретно строятся сквозные темы (уравнения, неравенства, параметры) в жёсткой привязке к иерархии структур; как ИИ идентифицирует реальный уровень ученика без тестовой «натасканности»; и почему без этого структурного ядра любые разговоры об «индивидуальной траектории» остаются декларацией.

5. Заключение: от произвола к инварианту

Описанная проблема имеет решение. Оно заключается в признании простого, но революционного для педагогики факта: структура математики инвариантна, иерархична и должна определять построение учебников и методики. Это не авторская позиция, а объективное свойство предмета, долгое время игнорировавшееся из-за инерции педагогических традиций, пренебрежение диалектикой, и фрагментарности методических теорий. Диалектика развития математических понятий, формализованная Бурбаки, Колмогоровым, реализованная в ООП и в учебниках 5-6 класса, даёт нам готовую архитектуру. Учебник, построенный на этой архитектуре, в сочетании с современными ИТ и ИИ, а также с опорой на проверенную классическую психологию

[8], способен: устранить разрыв между природой математики и её преподаванием; сделать обучение последовательным, полным и прозрачным [9]; резко повысить эффективность усвоения материала.

Как метафорично заметил В. Садовничий, математические структуры подобны этажам здания: нельзя построить пятый этаж без четвёртого. Пора, чтобы наши учебники и программы наконец признали этот простой диалектический закон развития.

Список литературы

1. Лебедев К.А. Диалектика, познание, образование и психология // Математическое образование. – 2025. – № 2 (114). – С. 2-18.

2. Лебедев К.А. Ценности русской школы для изучения математики // Математическое образование. – 2023. – № 2 (106). – С. 3-12.

3. Костенко И.П. Педагогические ценности русской-советской школы // Математическое образование. – 2022. – № 1 (101). – С. 2-6.

4. Покорный Ю.В. Унижение математикой? – Воронеж, 2006. – 326 с.

5. Бурбаки Н. Архитектура математики. – М.: Наука, 1972. – 32 с.

6. Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия. – М.: Наука, 1988. – 288 с.

7. Левитас Г.Г. Технология учебных циклов. – М., 2009. – 180 с.

8. Платонов К.К., Голубев Г.Г. Психология. – М.: Просвещение, 1977. – 47 с.

9. Структурированный учебник-справочник [Электронный ресурс]. – URL: https://dzen.ru/a/Xr9vUPCm0RPVS2y9.

К ВОПРОСУ О ПРОБЛЕМАХ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ЭПОХУ ЦИФРЫ

Н. Л. Майорова, канд. пед. наук, доцент,
Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова,
Ярославль, Россия,
e-mail: mnlv@yandex.ru
Г. В. Шабаршина, канд. физ.-мат. наук, доцент,
Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова,
Ярославль, Россия,
e-mail: shegeve@yandex.ru

Аннотация. В статье обсуждаются некоторые проблемы обучения математическим дисциплинам и возможные последствия цифровизации в обучении. Рассматриваются вопросы, связанные с методами контроля успеваемости.
Ключевые слова: цифровые технологии в образовании; искусственный интеллект в обучении; персонализированное обучение; цифровые компетенции.

ON THE PROBLEMS OF TEACHING MATHEMATICAL ANALYSIS IN THE DIGITAL AGE

N. L. Mayorova, candidate of pedagogic sciences, docent,
Yaroslavl Demidov State University,
Yaroslavl, Russia
e-mail: mnlv@yandex.ru
G. V. Shabarshina, candidate of physico-mathematical sciences, docent,
Yaroslavl Demidov State University,
Yaroslavl, Russia
e-mail: shegeve@yandex.ru

Abstract. This article discusses some issues in teaching mathematical disciplines and the possible consequences of digitalization in education. Issues related to academic performance methods are also considered.
Keywords: digital technologies in education; artificial intelligence in learning; personalized learning; digital competencies.

Еще совсем недавно мы говорили о перспективах электронного обучения и о возможностях использования дистанционных технологий в системе высшего образования. Сегодня речь идет о масштабном мероприятии – цифровой трансформации образования. А это не просто использование элементов цифровизации процесса обучения, а системное переосмысление формы и содержания образования с учетом возможностей современных цифровых технологий. Важным с нашей точки зрения является удержание равновесия на сегодняшний день между сохранением технологий обучения, близких к традиционным, и повсеместным использованием студентами и преподавателями систем искусственного интеллекта.

Лекции. Как неоднократно отмечалось, для большинства современных студентов характерно мышление, характеризующееся кратковременным удержанием информации и внимания. (Вообще-то не исключено, что это явление могло бы быть подправлено организацией занятий с детьми в раннем возрасте и чтением книг). Но мы работаем с аудиторией, у которой мышление как раз уже сформировано. Поэтому учебный материал должен быть четко структурирован, логически выстроен. Далее, мы считаем, что лекции

должны проходить в рамках живого общения. Поэтому лучший вариант чтения лекций приближен к традиционному: записи, сделанные лектором, не должны быть готовыми, записи должны появляться в ходе изложения после некоторого обсуждения со студентами. Преподаватель задает вопросы, стимулируя аналитическую деятельность мозга студентов. Пусть участвуют в таком обсуждении далеко не все. Но слушают многие. При этом студент успевает писать конспект, по которому сможет готовиться. Обычно мы используем смешанный формат представления материала на лекции: на слайды презентации выносятся основные пункты плана, формулировки теорем, условия приводимых примеров. Доказательства, решения записываются на доске.

Математическое образование составляет важную часть базовой или профессиональной подготовки обучающегося. Наблюдаем мы сейчас уменьшение аудиторных часов на математические дисциплины. С одной стороны, понятно, что студента необходимо приучать к самостоятельности. Но, с другой, средний, и, тем более, слабый студент не вырабатывает часы, положенные на самостоятельную работу. Таким образом, возникает следующее требование к учебному материалу для аудитории и для самостоятельного изучения. Преподаватель должен придирчиво распределить материал между аудиторной и самостоятельной нагрузкой.

Контроль знаний. Следующая проблема состоит в том, что всякая работа должна быть проверена и, по возможности, оценена. В [2] отмечали, что курсы в системе «Электронный университет» помогают наметить для студента траекторию обучения, и на каждом этапе обучения он имеет четко определенные цели и задачи, четко определенные сроки выполнения заданий. Получение баллов за работу в семестре и добавление этих баллов к экзаменационным является дополнительным стимулом к систематической работе. Однако в реалиях сегодняшнего дня студент, получив задание от преподавателя, идет по пути наименьшего сопротивления, используя нейросети. Современные LLM на высоком уровне справляются с материалом младших курсов университета. Отсюда традиционные форматы домашних заданий перестают работать на контроль выполнения. Можно было бы рассчитывать, что студенты будут использовать полученные решения для изучения, но это наивное ожидание. Получается, что человеку нет необходимости искать пути решения задачи, размышлять, самостоятельно добывать информацию. Поэтому одно из самых больших опасений преподавателей связано с тем, что цифровизация образования создаст риск снижения умственной активности у студентов, возникнет опасность поверхностного усвоения знаний, снижение критического мышления.

Интернет предоставил доступ человеку практически к неограниченному объему знаний. Но человек участвовал в работе: выбирал материал, понимая, что нужно, собирал в единое целое. Генеративный ИИ свел задачу не к поиску информации, а к выдаче готового результата. И вот к этому, похоже, мы не готовы. Не готов студент, который не проверяет решение, не соотносит его с собственным пониманием (если оно есть), а просто принимает результат и сдает на проверку. Не готов преподаватель, который получает гладкое, практически профессионально выглядящее решение, в котором, возможно, кроются ошибки. И даже если их нет, оценить такой ответ непросто, поскольку нужно выяснять, что из всего этого понял студент. Студенты списывали всегда. На сегодняшний день старые бумажные шпаргалки представляются уже

результатом работы по подготовке к контрольному мероприятию, от которой для некоторых была польза.

В феврале 2026 года МФТИ выступил с пилотным проектом по трансформации преподавания математики. Предлагается смена методической парадигмы: студентов учить не столько самостоятельно строить решения с нуля, сколько критически проверять готовые. Это логично. Сам доступ к информации в настоящее время баснословно дешев. Можно подбирать персональную, в прямом смысле слова, траекторию обучения. Генеративный ИИ будет отвечать на вопросы доброжелательно, подробно, предлагая прокомментировать ответ глубже или еще подробнее, или более упрощенно. Но, заметим, что пользу извлечет мотивированный на получение знаний студент.

Итак, большая проблема, которая проявилась в системе образования – это проверка знаний на уровне понимания. Причем проверка должна осуществляться в больших масштабах. На потоке в сто человек провести качественно устный экзамен пока невозможно.

Мы начали применять на письменном экзамене задания, содержащие ошибки.

Первый тип заданий достаточно формальный: «Найдите и выпишите все ошибки в приведённых формулах. Напишите правильный вариант». Такой тип заданий использовался, например, при проверке знания стандартных разложений по формуле Тейлора. Ошибки допущены стандартные: факториалы, знаки, запись остатка в форме Пеано, т.е. те ошибки, которые обычно допускают студенты.

Второй тип заданий связан с формулировками. В таких заданиях дана неверная/искажённая формулировка теоремы, а студент должен: найти ошибку в условии, объяснить, почему это условие может сделать утверждение неверным, возможно, привести пример, где «теорема» с таким изменённым условием становится ложной. Например, теорема о пределе сложной функции часто применяется на практике при вычислении пределов (она позволяет сделать замену). Но на практике студенты чаше всего не проверяют условий. Действительно, в задачнике на вычисление пределов подобраны задачи, где условия формулировки выполнены. Поэтому условие на внутреннюю функцию в проколотой окрестности точки забывается. В качестве еще примера на ошибочную формулировку можно рассмотреть теорему из серии утверждений об арифметических операциях над непрерывными функциями. В теореме о непрерывности частного двух функций интерес представляет условие отличия от нуля значения знаменателя в точке. Причем не просто знаменатель дроби не равен нулю, а не равно нулю значение непрерывной функции.

Один из выходов решения задачи проверки знания и понимания учебного материала студентом – ставить задачи так, чтобы проверялось не просто умение владеть инструментами, а умение анализировать, делать выводы. Искусственный интеллект становится необходимым инструментом в образовании. Достаточно составить один вариант контрольной работы, и ИИ по образцу размножит его. Правда, нужно проверить условия на корректность, где это особо важно. Составление заданий с ошибками тоже поручено ИИ. Из предложенных им задач можно, отредактировав, выбрать нужное количество. Интеграция ИИ-моделей в свою работу позволяет сэкономить время. Главное, использовать в меру и не позволять себе относиться к результатам некритически. Рынок труда меняется, меняется и степень вовлеченности студентов и

преподавателей в использование ИИ (см., например, анализ [1]). Педагогическому сообществу необходимо выработать общие методические подходы к этой важной теме.

Список литературы

1. Воронина Д.К. Нейронные сети в образовании: угрозы, вызовы и перспективы // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. – 2024. – № 212. – С. 126-136.

2. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Применение элементов системы Moodle для организации промежуточного контроля знаний студентов первого курса по математическому анализу // Современные проблемы математики и математического образования: сборник научных трудов международной научной конференции, Санкт-Петербург, 16–18 апреля 2024 года. – Санкт-Петербург: Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, 2024. – С. 186-189.

О ФОРМИРОВАНИИ ПРОМПТ-КОМПЕТЕНЦИЙ У СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИКОВ ПЕДВУЗОВ В ХОДЕ АНАЛИЗА ТЕКСТОВ, СГЕНЕРИРОВАННЫХ НЕЙРОСЕТЯМИ

Е. П. Матвеева, канд. пед. наук, доцент,
Е. С. Кощеева, канд. пед. наук, доцент,
Уральский государственный педагогический университет,
Екатеринбург, Россия
e-mail: melena1207@yandex.ru, kohe@mail.ru

Аннотация. В статье проводится анализ опроса и практики выполнения студентами-математиками 3 курса педвуза оценки сгенерированных текстов. Студенты-математики активно используют нейросети преимущественно как поисковые системы (88%) и треть применяет их для подбора литературы или написания курсовых. Ключевым риском применения нейросетей в обучении студентами признана «недостоверность информации» (81%). Анализ ответов показал, что только 15% студентов демонстрируют достаточное количество аргументов при оценке сгенерированных тезисов.
Ключевые слова: промпт-компетенции, студенты педвуза, студенты-математики.

ON THE FORMATION OF PROMPT COMPETENCIES AMONG MATHEMATICS STUDENTS DURING THE ANALYSIS OF TEXTS GENERATED BY NEURAL NETWORKS

E. P. Matveeva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
E. C. Kosheeva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Ural State Pedagogical University,
Yekaterinburg, Russia
e-mail: melena1207@yandex.ru, kohe@mail.ru

Abstract. The article analyzes the survey and the practice of mathematics students of the 3rd year of pedagogical university evaluating the generated texsts. Mathematics students actively use neural networks primarily as search engines (88%) and a third use them to select literature or write term papers. The key risk of using neural networks in student learning is "unreliability of information" (81%). An analysis of the responses showed that only 15% of the students demonstrate a sufficient number of arguments when evaluating the generated theses.
Keywords: prompt compeyencies, pedagogical university students, students of mathematics.

В настоящее время фиксируется неуклонный рост исследований, посвященных тому, как относиться к внедрению искусственного интеллекта в образование на всех его уровнях. Одни авторы отмечают широкие перспективы для совершенствования учебного процесса, развития различных аспектов мышления и умений, например, критического мышления и технических навыков; другие, напротив, пишут о возможных рисках (Ананин Д.П., Комаров Р.В., Ветренко Е.А., Елисеев А.В., Рябикова Д.Л.) [1, 2] или отсутствии эффекта от внедрения. Проведенный зарубежными авторами (Rong Wu и Zhonggen Yu) метаанализ экспериментальных исследований о влиянии нейросетей на успеваемость учащихся выявил, что в части работ не было вообще никакого эффекта от их использования или говорилось о негативном влиянии на успеваемость учащихся [5].

Использование нейросетей студентами – неизбежность современности, потому важно понимать, как обучающиеся сами относятся к возможностям использования чат-ботов с нейросетями (где, в каких областях) и осознают ли последствия этих действий для себя.

В статье авторы (Никулина Г. А., Петров А.И.) представили результаты анализа данных опроса (более 5150 респондентов Липецкой области), проведенного среди студентов и педагогов в 2024 году, с целью выяснить, какие задачи решают и с какими сложностями сталкиваются, используя нейросети [3]. Выделим факт, что для того недавнего времени 47% использовали нейросети в работе и учебе. Исследование 2024–2025 г., осуществленное авторами статьи (Поспелова Е.А., Горлачева Е.Н., Отоцкий П.Л.), отмечают: большинство обучающихся технических специальностей используют нейросети в качестве поисковика (75,72 %), для написания курсовых работ – 26,5% [4].

В 2025–2026 учебном году нами был проведен опрос студентов Института математики, физики, информатики (УрГПУ) в рамках дисциплины «Методы математической обработки данных». Среди других в опросе участвовали студенты третьего курса, обучающиеся по направлению «Математика и Информатика» в количестве 52 человек. Для удобства анализа вопросы были предложены с вариантами ответов с множественным выбором. На вопрос «Для чего Вы использовали нейросети» превалировал ответ «найти какую-либо информацию» (88%), т.е., по сути, речь идет об использовании нейросети как быстрой поисковой системы. Практически в равной степени, 78%, выбрали «для личного творчества» и «для подготовки к занятию» (73%). К сожалению, охарактеризовать качество подготовки не представляется возможным. Для нас важно, что около трети участвующих в опросе отметили, что использовали нейросети «для подбора списка литературы» (34%) и «написания курсовой работы» (27%). Таким образом, полученные значения качественно мало отличаются от общих тенденций. Однако, возникает естественный вопрос: «В какой степени ответ, полученный студентом от нейросети подвергался анализу в случаях, связанных с учебой».

Далее, студенты должны были высказать свое мнение о том последствиях использования нейросетей в учебном процессе».



Рисунок 1 – Мнение студентов о последствиях применения нейросетей в обучении

Обучающиеся должны были продолжить утверждение, касающееся рисков использования чат-ботов с искусственным интеллектом студентами для учебы, выбрав несколько из списка множественного выбора. На рисунке 1 представлены результаты опроса. Как и ожидалось, студенты выделили «недостоверность информации», но только в 81% (думалось, что будет сто процентов, потому как это наиболее часто повторяющееся утверждение в информационной среде). На втором и третьем месте оказались «к снижению качества обучения» (61%) и «к потере способности к аналитическому мышлению» (42%). Были и такие, кто не замечает никаких отрицательных воздействий (5%). Выбор ответа мог быть продиктован окружающей информационной средой, а не собственными убеждениями. Поэтому закономерным является отслеживание полученных результатов в практической деятельности студентов. Как на практике студенты с математической культурой могут проявлять готовность к анализу полученных ответов от нейронных сетей, связанных с математическим содержанием или методическими особенностями обучения математике?

Вначале было организовано знакомство обучающихся с правилами написания промптов и отработка их на простейших заданиях. Итоговым было проведено обобщающее занятие, на котором каждый студент должен был показать умение работать по промпту: подготовить краткое сообщение, используя нейросети. В ходе обсуждения студенты выбрали общую тему, связанную с проблемами использования нейросетей в обучении математике. Нужно было составить 5 тезисов и подробно остановиться на одном из них, составляя соответствующие промпты и, затем, проанализировать полученные ответы с точки зрения соответствия цели запроса (точность, логичность, полнота ответа). Таким образом студенты дважды проводили операцию анализа сгенерированного текста по самостоятельно составленному запросу. В заключении студенты должны были подобрать статьи по выбранному тезису, используя нейросети, и оценить их достоверность, выделив критерии. Задание было задумано обучающим, как необходимое для приобретения опыта проверки источников на достоверность (основной риск, выбранный студентами). Проблемой стало определение критериев: обнаружилось, что у некоторых студентов еще было представление о том, что любой предложенный источник существует и соответствует запросу, тем более что он «выглядит достоверно». Обучающиеся в ходе работы могли воспользоваться любой нейросетью, поэтому они анализировали не одинаковые комплекты тезисов. Это не позволило «списывать» ответы. Приведенные ниже значения демонстрируют личное отношение студентов к проведенной работе, что может не соответствовать объективности, но показывает их способность формулировать и аргументировать оценочные суждения.

Качественный анализ ответов обучающихся показал следующие результаты:

приблизительно 21% студентов для анализа использовали шаблонные короткие ответы, повторяющие критерии, по которым невозможно судить об их способности, например, к анализу;

среди остальных работ (79%) количество аргументов в развернутых ответах показали разный уровень глубины рефлексии: на минимальном уровне (упоминание о недостатках или достоинствах тезисов) – 27%, на среднем уровне (оценивают структуру тезисов, соответствие теме, глубину раскрытия) – 58%, на высоком уровне (кроме перечисленных в среднем уровне добавляют оценку каждого тезиса, включают методические аспекты) – 15%. Основным критерием студенты посчитали «полноту» ответа, затем «логику», включая фиксирование только либо на «плюсах», либо на «минусах» ответа. «Точность» воспринималась как

обязательное условие, без которого ответ отвергался. Отметим, что в 7% случаев в первом прочтении студенты демонстрировали не свой анализ полученного ответа от нейросети, а текст с анализом, проведенным другой нейросетью, что говорит о полном нежелании либо думать, либо выполнять задание. Однако, при оценивании второго ответа, сгенерированного по промпту для одного из выбранных тезисов, 24% студентов повысили свой уровень, т.е. привели большее количество аргументов. Это говорит о том, что содержание тезиса было интересно обучающемуся.

В общем итоге положительный отзыв о работе нейросети прозвучал в 48% оценок около 31% оценок содержат как положительные, так и отрицательные комментарии (пример: «ответ логичный и структурный, но неполный... не хватает конкретики по математике») и 21% – негативно отозвались о полученных ответах (например: «ответ был не точным, потому что есть противоречие и отсутствие системы»).

С нашей точки зрения, ближайшее развитие темы использования нейронных сетей в обучении будет затрагивать вопрос: как добиться осознания студентами границ использования нейросетей как инструмента, а не как творца информации, готовой для использования. Необходима разработка методик формирования у студентов-математиков, и не только, промпт-компетенций при изучении учебной информации, в частности, математического содержания.

Список литературы

1. Ананин Д.П., Комаров Р.В., Реморенко И.М. «Когда честно – хорошо, для имитации – плохо»: стратегии использования генеративного искусственного интеллекта в российском вузе // Высшее образование в России. – 2025. – Т. 34, № 2. – С. 31-50.

2. Ветренко Е.А. Анализ влияния использования нейронных сетей на развитие критического мышления и технических навыков студентов при изучении математики // Управление образованием: теория и практика. – 2024. – № 10-2 (89).

3. Никулова Г.А., Петров А.И. Использование нейронных сетей: анализ результатов опроса педагогов и обучающихся // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: материалы международной научно-практической интернет-конференции. – М.: МПГУ, 2024. – С. 466-471.

4. Поспелова Е.А., Горлачева Е.Н., Отоцкий П.Л. Применение генеративного искусственного интеллекта в персонализации образования: восприятие студентами гуманитарных и технических специальностей // ИТС. – 2025. – № 4.

5. Wu R., Yu Z. Do AI chatbots improve students learning outcomes? Evidence from a meta-analysis // British Journal of Educational Technology. – 2023. – Т. 55, № 1. – URL: https://www.researchgate.net/publication/370516659 (дата обращения: 18.05.2026).

СПИСОК ЯЗЫКОВ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ И ИХ РОЛЬ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ

Ю. Б. Мельников[1], В. И. Белоусова[2], К. С. Поторочина[3]
[1,2,3]Уральский федеральный университет имени первого президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия
[1]Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия
e-mail: [1]yu.b.melnikov@yandex.ru, [2]v.i.belousova@urfu.ru, [3]ksen83@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются математические языки школьного курса математики, приведен список этих языков. Обсуждается изменение роли изучения математических языков в цифровую эпоху цифровизации.
Ключевые слова: теория и методика обучения математике, школьный курс математики, языки математики, стратегии деятельности, планирование

LIST OF SCHO, [2]v.i.belousova@urfu.ru, [3]ksen83@mail.ru

Abstract. This article examines the mathematical languages used in the school mathematics curriculum and provides a list of these languages. The changing role of learning mathematical languages in the digital age is discussed.
Keywords: theory and methods of teaching mathematics, school mathematics course, languages of mathematics, activity strategies, planning

Внедрение информационных технологий и, в частности, искусственного интеллекта, должно изменить приоритеты в образовании, чего, увы, не происходит [1]. Проблема в школьном обучении состоит не в применении ЕГЭ, а в том, как готовят к сдаче экзамена. «Нарешивание задач» с теоретико-информационной точки зрения является тренировкой нейросети. Этот вариант обучения имеет ряд недостатков. Мы предложили сочетать его с обучением *реализации стратегий* и, в перспективе, обучению управлению деятельностью на уровне методологии, т.е. созданию новых стратегий. Одним из важнейших компонентов обучения реализации стратегий деятельности является усвоение математических языков, в первую очередь грамматики и семантики, усвоение их выразительных возможностей. Обучение переводу сообщения с одного математического языка на другой мы трактуем как простейший вариант моделирования, в частности, сопоставление авторской и читательской моделей содержания мы трактуем как оценку адекватности восприятия и перевода.

В данной работе мы рассмотрим систему математических языков школьного курса математики. В высшей математике к приведенному ниже списку добавляются язык матричной алгебры, в рамках которого операции определяются на языке формул для элементов матрицы, языке описания преобразования элементов матрицы без использования буквенных идентификаторов, языке фрагментов матрицы и матриц в целом, языки теории скалярного и векторного полей, включая оператор «набла», язык тензорной алгебры и тензорного анализа, а также другие математические языки. Приведем список языков школьного курса математики.

1) Язык алгебраических и логических выражений, в котором мы выделяем «язык равенств и неравенств», повышенное внимание к которым обусловлено тем, что именно для них разработан наиболее мощный аппарат обработки информации: равносильные преобразования равенств, замена переменных, комбинирование уравнений и др.

2) Языки представления чисел: 2.1) точками числовой оси; 2.2) обыкновенной дробью; 2.3) позиционной цифровой записью (в n-ичной системе счисления). Для натуральных чисел дополнительно применяются также: 2.4) запись римскими цифрами; 2.5) представление наборами дискретных объектов, например, фигур из конечного множества точек, использованный в задаче на рис. 3.

3) Языки теории множеств:

3.1) языки внутреннего описания множеств, шаблон 3.1.1) «задание списком элементов»: $\{a_1;a_2;...;a_n\}$; шаблон 3.1.2) «задание характеристическим свойством» $\left\{\begin{matrix}\text{идентификатор}\\ \text{элемента}\end{matrix}\middle|\begin{matrix}\text{характеристическое}\\ \text{свойство}\end{matrix}\right\}$, где характеристическое свойство представлено предикатом от идентификатора элемента, например,

$$\{2n-1|n\in \mathrm{N}\}=\{1,3,5,7,\dots\};$$

3.2) язык внешнего описания множеств: представление множества как результата применения операций алгебры множеств.

4) Языки теории функций действительного аргумента:

4.1) язык формул, причем наиболее распространенным является шаблон вида:

$$\begin{matrix}\text{идентификатор}\\ \text{фукнции}\end{matrix}\left(\begin{matrix}\text{идентификатор}\\ \text{элемента из } D(f)\\ \text{т. е. аргумент}\end{matrix}\right)=\begin{matrix}\text{алгебраическое}\\ \text{выражение}\\ \text{от аргумента функции,}\end{matrix}$$

например, $u(s)=2s-s^2$;

4.2) язык графиков функций, важно помнить, что *график функции f – это множество точек плоскости с координатами $(x,f(x))$;*

4.3) языки таблиц значений, где обычно применяется двухстрочный шаблон:

аргумент функции	x_1	…	x_n
идентификатор функции(аргумент функции)	y_1	…	y_n

и «прямоугольный» шаблон:

идентификатор функции(первый аргумент, второй аргумент), т.е. «легенда»				
первый аргумент\ второй аргумент	y_1	y_2	…	y_m
x_1	f_{11}	f_{12}	…	f_{1m}
…	…	…	…	…
x_n	f_{n1}	f_{n2}	…	f_{nm}

5) Язык геометрических чертежей: язык статичного геометрического чертежа, язык динамического геометрического чертежа (применяемого в мультимедийных средствах обучения), язык «псевдодинамического» чертежа, см. рис. 1.

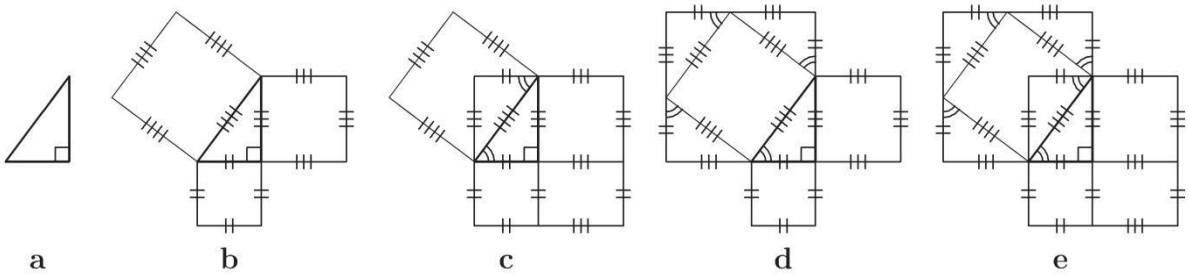
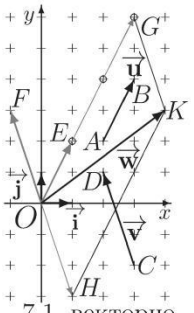


Рисунок 1 – Доказательство теоремы Пифагора на языке «псевдодинамического» чертежа

6) Язык словесного описания алгоритмов.

7) Языки векторной алгебры: векторно-геометрический, векторно-символический, координатный языки, см. рис. 2.



7.1. векторно-геометрический язык

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{\mathbf{u}}=\overrightarrow{\mathbf{i}}+2\overrightarrow{\mathbf{j}},$$
$$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{OF}=-\overrightarrow{OH}=$$
$$=\overrightarrow{\mathbf{v}}=-\overrightarrow{\mathbf{i}}+3\overrightarrow{\mathbf{j}},$$
$$\overrightarrow{OG}=3\overrightarrow{OE}=3\overrightarrow{\mathbf{u}},$$
$$\overrightarrow{OK}=\overrightarrow{\mathbf{w}}=3\overrightarrow{\mathbf{u}}-\overrightarrow{\mathbf{v}}=$$
$$=3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD},$$
$$\overrightarrow{\mathbf{u}}\parallel\overrightarrow{OG},\quad \overrightarrow{\mathbf{i}}\perp\overrightarrow{\mathbf{j}}\ldots$$

7.2 векторно-символический язык

$$3\overrightarrow{\mathbf{u}}-\overrightarrow{\mathbf{v}}=\overrightarrow{\mathbf{w}}=4\overrightarrow{\mathbf{i}}+3\overrightarrow{\mathbf{j}}=$$
$$=3\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}+2\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)-\left(-\overrightarrow{\mathbf{i}}+3\overrightarrow{\mathbf{j}}\right),$$
$$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix},$$
$$\begin{cases}4=3\cdot1-(-1),\\3=3\cdot2-3.\end{cases}$$

7.3 координатный язык

Рисунок 2 – Языки векторной алгебры.

Роль изучения языков математики становится приоритетной в цифровую эпоху. Во-первых, уже сегодня вычислительный аппарат внедрен в программное обеспечение не только профессиональной деятельности, но и обеспечения быта, что требует переосмысления его роли и места в математическом образовании [2]. Одним из приоритетов математического образования должно быть умение *понимать* информацию [3] и формализовать ее. Сегодня общение ведется, в основном, на естественном языке, но, по нашему мнению, использование специальных языков способно существенно увеличить возможности использования нейросетей.

Во-вторых, с каждым математическим языком связаны одна или несколько математических теорий, обладающих собственным понятийным и аналитическим аппаратом, с разными возможностями и разным потенциалом. Переход к другому математическому языку может значительно обогатить арсенал доступных средств и усилить возможности обработки информации. Примером является графический метод решения задач «с параметрами», основанных на переходе от задания функции формулой к заданию ее графиком. Другой пример приведен на рис. 3.

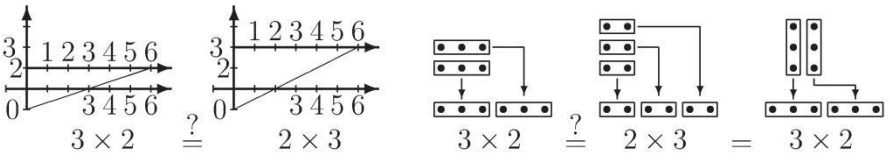


Рисунок 3 – Сравнение поиска доказательства коммутативности умножения натуральных чисел на языке числовой оси и языке фигур из конечных множеств точек

В-третьих, формализация объекта средствами разных математических языков означает их представление в виде модели-диады, модели-триады и, в общем случае - модели-полиады [4]. Примером является представление вектора средствами языка векторно-геометрической, векторно-символической и координатной моделей, см. рис. 2 Представление комплексного числа вектором комплексной плоскости, многочленом $x + yi$ от переменной i с дополнительным отношением $i^2 = -1$, матрицей вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, упорядоченными парами действительных чисел.

В-четвертых, использование нескольких математических языков для обработки математической информации требует владения механизмами перевода информации с одного языка на другой, чему в школьном курсе математики, да и большинстве курсов высшей математики, на наш взгляд, уделяется недостаточно внимания [5].

В-пятых, предполагается, что грамматику и семантику любого математического языка обучаемый усваивает в процессе решения задач (не обязательно самостоятельного, например, он может изучать чье-то решение задачи и, в частности, доказательство теоремы). Но в процессе развития математики в ней, как и в любой области деятельности, накапливаются некорректности. Например, традиционная запись решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ в виде x_1=…, x_2=… некорректна, поскольку формально решение не получено: найдены какие-то x_1 и x_2, но собственно значение x не указано. На самом деле это сокращение записи $\left[\begin{array}{l} x = x_1, \\ x = x_2. \end{array}\right.$ Но этот факт не всегда отмечается учителями математики.

Список литературы

1. Назиев А.Х. Математика и язык: роль языка в построении и преподавании математики // Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование: тезисы докладов XIII Международной научной конференции. – 2016. – С. 29-30.

2. Мельников Ю.Б., Суетов А.П. Роль и место вычислительного аппарата в современном обучении математике // Бизнес. Образование. Право. – 2021. – № 3 (56). – С. 365-372.

3. Мельников Ю.Б., Ахматов Т.Д., Данилов Т.Д. Управление пониманием математических феноменов в условиях цифровизации // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2023. – № 5 (229). – С. 137-145. – URL:https://vestnik.tspu.edu.ru/files/vestnik/PDF/articles/melnikov_jurij_borisovich_137_145_5_229_2023.pdf.

4. Мельников Ю.Б., Петров Н.П., Рудная Л.В. Модели-полиады и их роль в обучении математике // Бизнес. Образование. Право. – 2018. – № 1 (42). – С. 267-272.

5. Мельников Ю.Б., Соловьянов В.Б., Ширпужев С.В. Стратегия перевода с одного математического языка на другой // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. – 2017. – № 184. – С. 74-82.

ЗАДАЧИ С ПРОВЕРЯЕМЫМ СОДЕРЖАНИЕМ КАК ДИДАКТИЧЕСКОЕ СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Д. А. Орлова, аспирант,
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина,
Сыктывкар, Россия
e-mail: darya_orlova1@mail.ru

Аннотация. Рассматривается понятие учебной математической задачи с проверяемым содержанием. Приводятся примеры задач с проверяемым содержанием, сгенерированных нейросетевыми системами. Иллюстрируется возможность использования таких задач для развития математической функциональной грамотности. Акцентируется внимание на формировании осознанного взаимодействия с системами искусственного интеллекта.

Ключевые слова: математическая функциональная грамотность, ФГОС, генеративные нейросетевые системы, генерация учебных задач, верификация результатов поисковых запросов.

TASKS WITH VERIFIABLE CONTENT AS A DIDACTIC TOOL FOR DEVELOPING MATHEMATICAL FUNCTIONAL LITERACY IN SECONDARY SCHOOL STUDENTS

D. A. Orlova, postgraduate student,
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University,
Syktyvkar, Russia
e-mail: darya_orlova1@mail.ru

Abstract. The concept of a learning mathematical task with verifiable content is examined. Examples of tasks with verifiable content generated by neural network systems are provided. The possibility of using such tasks to develop mathematical functional literacy is illustrated. Emphasis is placed on fostering conscious interaction with artificial intelligence systems.

Keywords: mathematical functional literacy, FSES, generative neural networks, generation of learning tasks, verification of search query results.

Современное общество переживает значимую трансформацию, которая характеризуется стремительным проникновением систем искусственного интеллекта во все сферы жизни, включая образование. Наряду с расширением образовательных возможностей использование генеративных нейросетей влечёт за собой принципиально новые риски: они не всегда опираются на достоверные источники и способны предлагать вымышленное, несуществующее содержание – «галлюцинации» [1]. В условиях распространения искусственного интеллекта перед учителем встаёт задача поиска новых педагогических решений, которые, с одной стороны, будут учить школьников осознанному и критическому взаимодействию с нейросетевыми системами, а с другой – обеспечивать реализацию требований ФГОС.

Одной из приоритетных целей российского образования, закреплённых в Федеральных государственных образовательных стандартах с 2012 года и отражённых в последней редакции 2021 года (с уточнениями 2025 года), является развитие функциональной грамотности обучающихся [3]. Особое место в этой системе занимает развитие математической функциональной грамотности, под которой подразумевается «способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира» [2, с. 59].

Приёмы развития математической функциональной грамотности в меняющихся условиях требуют пересмотра. Традиционные задачи в учебниках и большинстве исследовательских методик опираются на изначально достоверные и непротиворечивые исходные данные. Однако в реальности, насыщенной технологиями искусственного интеллекта, ученик часто сталкивается с ситуациями, в которых истинность данных не гарантирована. Полученный математически верный ответ, рассчитанный в ложных (неверифицированных) условиях, полностью теряет практическую ценность.

Перспективным направлением, отвечающим данному вызову, выступает использование в обучении математике задач с проверяемым содержанием, сгенерированных искусственным интеллектом. Термином «математические задачи с проверяемым содержанием» мы называем математические задачи, условие которых включает данные, допускающие верификацию через обращение к надёжным внешним источникам информации; при этом в условии возможно наличие ошибок (в том числе внесённых средствами ИИ). Условие таких задач перестаёт быть идеализированным и само становится объектом анализа. Прежде чем приступить к математическому решению, учащемуся необходимо оценить практическую целесообразность задачи, верифицировать исходные данные и скорректировать условие. Такая деятельность комплексно влияет на все ключевые компоненты математической функциональной грамотности [2, с. 63]: формулирование ситуации математически (с учётом потенциальных ошибок), применение математического аппарата (к верифицированным данным), интерпретацию и оценку результата (включая анализ влияния исходных искажений), а также математическое рассуждение (для обоснования критичности выявленных ошибок).

Содержательно задачи могут отражать профильный уклон класса или краеведческий материал, что повышает познавательный интерес учащихся. Искусственный интеллект способен генерировать задачи различной тематики: исторической (верифицируемой по словарям, хронологическим таблицам, учебникам истории); социально-экономической (по официальным статистическим сайтам страны и региона, данным Банка России); нормативно-правовой (по текстам ГОСТов, строительных правил, ПДД, СанПиНов); естественно-научной (таблицы физических величин, химические справочники, метеорологические порталы); практической – основанной на личном опыте учащихся.

Приведём примеры математических задач с проверяемым содержанием, составленных генеративным искусственным интеллектом DeepSeek.

Задача 1. Расстояние от железнодорожного вокзала Сыктывкара до Национального музея Республики Коми составляет 15 км. Турист идёт со скоростью 3 км/ч. Сколько времени ему потребуется на дорогу без учёта остановок?

По данным источника «Яндекс.Карты» реальное расстояние составляет 3,1 км, что меньше данного в условии задачи почти в 5 раз. Решение неисправленной задачи приводит к неверному планированию времени и создаёт ложное представление о доступности объектов.

Задача 2. Согласно ПДД, в жилой зоне разрешена скорость движения до 40 км/ч. Водитель проехал 2 км по жилой зоне за 3 минуты. Нарушил ли он правила?

По данным текста ПДД РФ (п. 10.2) скорость в жилых зонах составляет не более 20 км/ч. Необнаруженная ошибка формирует ложное представление о правилах дорожного движения.

Задача 3. По рекомендациям российских врачей, суточная норма витамина D для подростка 14 лет составляет 30 мкг. В одной капсуле витамина D содержится 10 мкг. Сколько капсул нужно принимать в день, чтобы закрыть суточную потребность?

Согласно методическим рекомендациям Роспотребнадзора (МР 2.3.1.0253-21), для детей 11-17 лет норма витамина D составляет 15 мкг/сутки. Решение задачи в исходных условиях приводит к неверному представлению о физиологических потребностях организма.

Список литературы

1. Данилов А.В., Зарипова Р.Р., Лукоянова М.А., Батрова Н.И., Салехова Л.Л. Эффективность стратегий промт-инжиниринга в генерации математического образовательного контента: экспериментальное исследование // Science for Education Today. – 2025. – Т. 15. – № 4. – С. 113-135.

2. Рослова Л.О., Краснянская К.А., Квитко Е.С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – №4 (61). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/kontseptualnye-osnovy-formirovaniya-i-otsenki-matematicheskoy-gramotnosti (дата обращения: 24.05.2026).

3. Приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287 (ред. от 18.06.2025) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрировано в Минюсте России 05.07.2021 № 64101).

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО СТИЛЯ МЫШЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Н. П. Пучков, д-р пед. наук, профессор, А. И. Попов, канд. пед. наук, доцент,
Тамбовский государственный технический университет,
Тамбов, Россия
e-mail popov.ai@mail.tstu.ru

Аннотация. Показана значимость математического стиля мышления для профессионального становления технического специалиста, выявлены проблемные моменты современного изучения математики в вузах. Предложены подходы к совершенствованию развития математического стиля мышления посредством интеграции математики в практическую подготовку по специальным дисциплинам, активного использования проблемного обучения и возможностей искусственного интеллекта.

Ключевые слова: подготовка технических специалистов, проблемное обучение, интеллектуальная активность, изучение математики.

FORMATION OF A MATHEMATICAL STYLE OF THINKING IN THE CONDITIONS OF DIGITALIZATION OF EDUCATION

N. P. Puchkov, doctor of pedagogical sciences, professor,
A. I. Popov, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Tambov State Technical University,
Tambov, Russia

Annotation. The article demonstrates the importance of mathematical thinking style for the professional development of a technical specialist and identifies the problematic aspects of modern mathematics education in universities. The authors propose approaches to improving the development of mathematical thinking style through the integration of mathematics into practical training in special disciplines, the active use of problem-based learning, and the capabilities of artificial intelligence.

Keywords: training of technical specialists, problem-based learning, intellectual activity, and mathematics education.

Конкурентоспособность специалиста технического профиля в условиях быстро меняющихся технологий и цифровизации процессов принятия решений во многом детерминировано уровнем творческого освоения своей профессиональной области и аналитическим стилем мышления, обеспечивающим возможность критического анализа различных путей достижения поставленной цели. Аналитический стиль мышления можно рассматривать как тождественный математическому стилю организации мыслительной деятельности, т.к. именно при разрешении математических проблем наиболее эффективно формируется умение исследовать исходные данные, внешние и внутренние факторы функционирования объекта, развивается способность формулировать цель деятельности и критерии успешности ее достижения, приобретаются опыт построения логичного доказательства принятого решения и навыки оптимально использовать имеющиеся ресурсы [1].

Формированию математического стиля мышления препятствуют рад особенностей современного высшего образования.

1. Чрезмерное сокращение фундаментальной составляющей образования и перенос основного акцента на учебную деятельность по формированию обобщенных трудовых функций или трудовых умений, востребованных конкретным работодателем. Как следствие, уменьшаются трудоемкость освоения математики и ее содержание в

вузах, сокращается время на приобретение навыков аналитического осмысления информации и навыков доказывания. Это, вместе с последними перекосами в основном общем образовании (в значительной мере в современных условиях ориентированном на подготовку к ЕГЭ, т.е. к решению определенного класса заданий) не позволяет на начальном этапе профессионального становления в должной мере развивать математический стиль мышления при изучении базового курса математики.

2. Активное внедрение технологий искусственного интеллекта во все сферы деятельности, создание (при непосредственном участии средств массовой информации) ошибочного представления об абсолютной истинности принятых при помощи искусственного интеллекта решений. Это искажает целевые установки молодежи и блокирует потребности в критическом осмыслении действий, в т.ч. и принятых с помощью искусственного интеллекта решениях. Обучающиеся под воздействием определенных представителей общества и средств масс-медиа приучаются к мысли о бесполезности активного изучения предметной области и развития логического мышления, когда искусственный интеллект сможет решить все проблемы за человека.

3. Ослабление реального взаимодействия с потенциальными работодателями, когда практическая подготовка во время производственной практики становится достаточно формальной в силу слабой финансовой заинтересованности работников предприятия в выполнении наставнических функций.

4. Доминирование у обучающихся стимульно-продуктивного уровня интеллектуальной активности, который в некоторой степени «удобен» педагогическим работникам, т.к. реализация педагогических инноваций требует значительных трудовых усилий, а времени вследствие достаточно большой бюрократизации образования у преподавателей не всегда хватает. Преподаватели часто используют на лекции прием изложения логической структуры материала вместо организации совместного поиска решений при исследовании проблем, а во время практических занятий отрабатывают навыки действий по известным алгоритмам.

Проблемное обучение реализуется на нескольких уровнях. На первом уровне преподаватель формирует учебную проблемную ситуацию и сам её разрешает, демонстрируя свой алгоритм разрешения. Студенты являются лишь наблюдателями этого процесса, но, в то же время, это даёт определённые положительные результаты; у студентов повышается интерес к содержанию и уровень их мыслительно-познавательной деятельности. На втором – более высоком уровне проблемного обучения преподаватель формирует частные вопросы, ответы на которые ищут сами студенты. На третьем уровне студенты могут быть в состоянии сами найти те или иные вопросы, на которые можно разложить основной проблемный вопрос, и самостоятельно на них ответить.

Высшим уровнем проблемного обучения, считается такой, когда у студентов развиваются способности видения проблемных ситуаций, а задача преподавателя – подвести студента к такому видению.

5. Низкая внутренняя мотивированность к изучению математики (как и других фундаментальных наук) вследствие оторванности ее содержания от освоения профессии и непонимание ее роли в успешной профессиональной реализации.

Активизация формирования математического стиля мышления в современных реалиях профессионального образования предполагает выполнение следующих психолого-педагогических условий.

1. Побуждение обучающегося к проявлению эвристического или даже креативного уровня интеллектуальной активности, предполагающих выход за рамки первоначально поставленной проблемы, формулирование студентами новых проблем,

систематизация найденных приемов решения и осмысление проблемного поля на более высоком уровне обобщения.

2. Возвращение в содержание обучения математики в технических вузах задач на доказательство, предполагающих развитие логического мышления обучающихся.

3. Стимулирование участия студентов в олимпиадном движении по математике, в т.ч. и в дистанционном формате.

4. Активное использование технологий проблемного обучения посредством вовлечения обучающихся в творчество при постановке и разрешении проблем. Цель – развитие мышления, при этом проблемное обучение будет направлено на приобретение знаний путём более интенсивной работы мышления.

5. Повторное изучение отдельных разделов математики после актуализации соответствующих знаний в ходе практической подготовки будущих технических специалистов на предприятии и осознании ими научных, технических, технологических и экономических проблем, актуальных в настоящее время для хозяйствующих субъектов.

6. Использование технологий искусственного интеллекта для поискового анализа инженерных проблем и подтверждения выводов, полученных в ходе математического обработки данных.

7. Разработка инструментально-педагогических средств с помощью искусственного интеллекта, направленных на творческое применение математических знаний.

8. Формирование интегрированных компетенций в процессе освоения отдельных разделов математики совместно с изучением области профессиональной деятельности.

9. Создание виртуальных микроколлективов студентов для исследования проблем техники и технологии математическими средствами и технологиями искусственного интеллекта при взаимодействии обучающихся в цифровом пространстве.

Реализация сформулированных психолого-педагогических условий возможна при выполнении следующих мероприятий при разработке образовательных программ специалистов технического профиля. Изучение математики в техническом вузе целесообразно разбивать на три блока.

Первый блок будет направлен на формирование базовых умений, необходимых для выполнения типовых трудовых функций инженера, а также на приобретение навыков построения логического математического доказательства. Изучение данного блока идет параллельно с освоением базовых инженерных дисциплин и сопровождается постановкой проблемных задач из их предметных областей. Например, изучение действий над матрицами актуализируется необходимостью определения условий равновесия пространственной системы сил (теоретическая механика), освоение элементов векторной алгебры детерминируется задачами сферического движения (теоретическая механика и теория механизмов и машин), формирование навыков работы с комплексными числами удовлетворяет потребности в исследовании проблем электротехники. Целесообразно не делать курс математики единым для всех технических специальностей (как это часто сейчас делается для оптимизации нагрузки преподавателя), а учитывать потребности каждой отрасли промышленности при формировании проблемного содержания обучения.

Второй блок математики должен изучаться на старших курсах после того, как студенты уже прошли практическую подготовку на предприятиях и в научных организациях и могут сами сформулировать инженерную или научную задачу, которая требует не только специальных знаний, но и специфического математического аппарата для решения. В настоящее время часть функций по ознакомлению студентов со

специфическими математическими навыками выполняется преподавателями профессиональных дисциплин, но в основном делается это на репродуктивном уровне.

Организация образовательного процесса на старших курсах предполагает, что после практической подготовки обучающиеся сами формулируют профессиональные проблемы, выявленные ими в ходе профессиональной деятельности на предприятии, и активно участвуют в формировании образовательной траектории по углубленному изучению математики и ее содержания. Задача преподавателя – помочь в ходе занятий освоить математическое содержание при разрешении данной проблемы и сформулировать собственные приемы технического творчества и организации поисковой деятельности, демонстрируя эвристический уровень интеллектуальной активности. Например, углубленное изучение дифференциального и интегрального исчислений целесообразно проводить при решении задач проектирования роботов (мехатроника), моделирования инновационных процессов в экономике (макроэкономика).

Третий блок предполагает индивидуализацию обучения части математики и происходит в цифровом пространстве, подразумевающем, что обучающийся сам на основе имеющегося у него опыта профессиональной деятельности определяет содержание необходимых математических знаний и выходит за рамки первоначальной проблемы, т.е. переходит на креативный уровень проявления интеллектуальной активности [2]. Причем технологии искусственного интеллекта должны использоваться обучающимися для дополнительного исследования проблемной ситуации при изучении поведения технической системы в случае изменения внешних или внутренних условий и ограничений.

Ключевым препятствием для внедрения данной модели будет ограничения по ресурсам, прежде всего финансовым. В тоже время модернизация преподавания математики в техническом вузе, ее большая профессиональная ориентированность при сохранении фундаментального характера, грамотное использование искусственного интеллекта позволит повысить уровень сформированности математического мышления выпускников, и как следствие обеспечить их инновационную готовность и конкурентоспособность на рынке труда.

Список литературы

1. Пучков Н.П., Жуковская Т.В., Молоканова Е.А., Парфенова И.А., Попов А.И. Применение математических знаний в профессиональной деятельности. Пособие для саморазвития бакалавра. Ч. 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 96 с.

2. Попов А.И., Майстренко Н.В., Букин А.А. Методика индивидуальной подготовки инженерных кадров в условиях цифровизации образования // Научно-педагогическое обозрение. Pedagogical Review. – 2020. – № 3 (31). – С. 135-143.

РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ СТРУКТУРИРОВАННОГО УЧЕБНИКА-СПРАВОЧНИКА ПО МАТЕМАТИКЕ С ИНТЕГРАЦИЕЙ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА (НА ОСНОВЕ ОБЪЕКТИВНОЙ ИЕРАРХИИ ЧИСЛОВЫХ И АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ)

Л. Б. Райхельгауз, д-р пед. наук, профессор,
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского,
Ярославль, Россия
e-mail: jikol_85@mail.ru
К. А. Лебедев, д-р физ.-мат. наук, профессор,
Кубанский государственный университет,
Краснодар, Россия
e-mail: klebedev.ya@yandex.ru

Аннотация. В статье развиваются идеи, ранее изложенные в работе «Периодическая иерархия математических структур как основа учебников нового поколения». Обосновывается, что математика обладает объективной, внутренне непротиворечивой иерархией числовых и алгебраических систем, которая может быть представлена в виде двух базовых периодических таблиц. Показано, что современные учебники иерархию систематически игнорируют, что ведёт к потере связности материала и снижению качества обучения. В качестве решения предлагается электронный учебник-справочник, строго следующий структуре двух таблиц. Обучение строится последовательно - по разделам, с ведущей ролью функции в каждом из них. Для управления образовательной траекторией используется искусственный интеллект, который выполняет контроль усвоения учебных циклов, диагностику пробелов, генерацию задач и адаптацию уровня сложности, не подменяя при этом учителя. Особое внимание уделяется преемственности (наследования, поглощения) методических принципов русско-советской школы.

Ключевые слова: математическая структура, иерархия числовых и алгебраических систем, две таблицы, учебник-справочник, искусственный интеллект, русско-советская методика, уровни трудности.

DEVELOPMENT AND APPROBATION OF A STRUCTURED MATHEMATICS TEXTBOOK-REFERENCE BOOK WITH INTEGRATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE (BASED ON THE OBJECTIVE HIERARCHY OF NUMERICAL AND ALGEBRAIC SYSTEMS)

L. B. Reichelgauz, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky
e-mail: jikol_85@mail.ru
K. A. Lebedev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Kuban State University,
Krasnodar, Russia
e-mail: klebedev.ya@yandex.ru

Abstract. The article develops the ideas previously outlined in the work "Periodic Hierarchy of Mathematical Structures as the Foundation for a New Generation of Textbooks." It substantiates that mathematics possesses an objective, internally consistent hierarchy of numerical and algebraic systems, which can be represented in the form of two basic periodic tables. It is shown that modern textbooks systematically ignore this hierarchy, which leads to a loss of coherence in the material and a decline in the quality of education. As a solution, an electronic textbook-reference book is proposed, strictly following the structure of the two tables. Instruction is built sequentially — by sections, with the leading role of the function in each of them. Artificial intelligence is used to manage the educational trajectory, performing control over the

assimilation of educational cycles, diagnostics of gaps, generation of problems, and adaptation of the difficulty level, without replacing the teacher. Special attention is paid to the continuity (inheritance, absorption) of the methodological principles of the Russian-Soviet school.
Keywords: mathematical structure, hierarchy of numerical and algebraic systems, two tables, textbook-reference book, artificial intelligence, Russian-Soviet methodology, difficulty levels.

1. *От объективной структуры -- к ясному устройству учебника*

Математика имеет объективную, жёсткую, внутреннюю иерархию разделов, которая инвариантна – не зависит от учебника, страны или программы. Эта иерархия распадается на две периодические таблицы Эта архитектура объективна и не зависит ни от каких методических систем обучения [1].

Числовые системы: натуральные → целые → рациональные → действительные → комплексные. Темы (внутри каждой системы): основные определения, действия, числовые тождества, простейшие уравнения, неравенства, прогрессии.

Алгебраические системы: одночлены → многочлены 1 степени → многочлены 2 степени → многочлены 3 степени → многочлены n степени → дробно-рациональные записи → алгебраические → показательные → логарифмические записи. Темы: действия, тождества, уравнения, функции, неравенства, записи с модулем, с параметром, с модулем и параметром одновременно, предел, производная, интеграл. Таблицы, в виде электронной базы знаний, охватывают как школьный, так и вузовский курс, всю основную учебную литературу за 100 лет [2]. Тригонометрия, текстовые задачи, собственно, образуют отдельные предметы, как и геометрия, теория вероятностей, векторная алгебра, аналитическая геометрия, основания математики.

Главный вывод: Учебник и программа, а с ними учитель и ученик, должны идти по таблицам (слева направо по разделам, столбцам), а не двигаться хаотично. Каждый следующий раздел включает предыдущий как свою часть (принцип матрёшки, принцип развития Гегеля). Если в учебниках «каша», то и в головах учеников, учителей и методистов. будет “каша”.

2**.** *Как должен быть устроен учебник-справочник.* Учебник-справочник – это не оцифрованный бумажный учебник, а база знаний, где: каждая тема жёстко привязана к своему разделу (столбцу таблицы); разделы образуют линейную последовательность; внутри раздела изучаются одни и те же темы, но нарастающей глубины; есть уровни трудности как третья координата. Третья координата – уровни трудности (4 уровня, точные границы нечёткие, но качественно они достаточно различимы): гуманитарный, инженерный, научный, олимпиадный. Ученик не обязан проходить все уровни сразу. Время работает на него: что было трудно вчера, становится легче сегодня, через неделю, год. Учебный материал упакован в трёхмерную таблицу, в соответствии с объективным строением математики, точно также как периодическая система Менделеева отражает объективные равномерности квантового строения химических элементов.

3. *Циклическое изучение по Левитасу* [3]. Каждый раздел изучается в несколько циклов. Пример: многочлены второй степени: сначала без модулей и параметров, затем с модулями, затем с параметрами, затем с выходом на производную и интеграл. Это не повторение ради памяти, это количество переходит в качество, развитие гибкости мышления и глубины усвоения в первую очередь. *Хороший учебник важнее учителя* (И.П. Костенко). С хорошим учебником и посредственный учитель даст хорошие результат, с плохим – и хороший будет иметь посредственные результаты [4, с.452].

4. *Информационные технологии и искусственный интеллект.* Применение больших языковых моделей (ИИ) – это не просто инструмент общения, а новая онтологическая форма обучения. Язык искусственного интеллекта – одно из самых парадоксальных явлений современной эпохи. Машина, не обладающая сознанием, телом и внутренним опытом, начинает говорить высоко разумно, чисто, ясно, логично,

последовательно. Она строит фразы, отвечает, рассуждает, создаёт тексты, которые можно читать, понимать, обсуждать: **описывает, объясняет, доказывает.** Они начинают проявлять эмоции, с юмором выражают снисхождение к слабым возможностям биологического рода человеческого и начинают **комуникатировать** между собой, причём в отличие от предыдущей истории, когда техника противопоставлялась человеку как враждебная (порох, атомная и термоядерная энергия, ВТУ-принцип), ИИ возвращает нас к истокам человеческого интеллекта – письменной и устной речи в её лучшем качестве, хотя и тут, как всегда, возникают минусы.

Именно поэтому ИИ фактически обнажает несостоятельность тех методик, которые противоречат природе познания и психологии личности (природосообразности): принципа высокого теоретического уровня (ВТУ) в его отрыве от речевой практики, деятельностных, развивающих и компетентностных подходов, сведённых к примитивным формам контроля и деятельности, оторванным от живого **диалога** и живого диалектичного процесса обучения.

Развитие **речевых возможностей** всегда было центром высокоэффективных методов обучения: академия Платона, русская и советская школа (системы В.Ф. Шаталова, Г.Г. Левитаса Р.Г. Хазанкина, президентский лицей №239). ИИ позволяет достичь здесь ещё большей эффективности. Именно на таких возможностях ИИ строится обучение, нужное для развития абстрактно-логического мышления и всех форм речи. При этом ИИ выступает как диалоговый тренажёр в среде, контролируемой учителем, учебником и проверенными интернет-ресурсами. Мы свидетели поистине прорыва человечества – к полной механизации и автоматизации интеллектуального, творческого труда.

5. *Функция как смысловое ядро каждой структуры.*

Тема «Функция» выступает как смысловое ядро каждого раздела (уравнения, неравенства, предел, производная, интеграл). Разделы требуют перестройки учебного материала. Графические методы (GeoGebra, Desmos, MathCAD) придают алгебре наглядно-чувственный и синтетический характер, традиционно присущий геометрии. В каждом разделе (структуре) функция проявляет себя решающим образом: при изучении тем уравнений и неравенств, особенно с модулем и параметром, и совсем уж её решающая роль очевидна в темах: предел, дифференцирование, интегрирование. Причём сразу видна причина и необходимость выхода на следующую структуру: перемножение полиномов степени не выше второй даёт, в общем случае, полином более высокой степени, неопределённое интегрирование даёт полином третьей степени, деление двух полиномов в общем случае даёт дробно-рациональную запись, извлечение корня из полинома даёт алгебраическую запись, тогда как, множество полиномов не выше второй – замкнуты относительно сложения и вычитания и могут быть изучены как угодно глубоко, не обращаясь к разделам, лежащих справа от раздела полиномов второй степени в периодической таблице, но все разделы лежащие слева должны быть усвоены на таком же уровне как угодно глубоко.

6. *ИИ и учебник*. Но для ИИ плохой учебник – катастрофа. ИИ знает все, что относится к информации и объективным процессам, но обучение имеет и субъективные стороны. ИИ не знает целей, не знает какого уровня трудности следует придерживаться, не знает скрытой логики учебного процесса. ИИ надо настроить. Поэтому для использования ИИ его нужно познакомить с двумя таблицами и сообщить об уровне трудности, а также заложить учебники, которыми он должен пользоваться. ИИ в таком учебнике – **не замена учителя, а точный помощник**.

ИИ проверяет готовность к теме. По истории ответов (не по тесту, а по реальной работе) относит ученика к гуманитарному, инженерному, университетскому или олимпиадному уровню. Никогда не прыгает через структуру. ИИ генерирует задачи

внутри раздела, проверяет ответы, объясняет ошибки простым, ясным, понятным и точным языком, многократно адаптируясь под ученика, не раздражаясь, в любое время суток, в любом месте земного шара. ИИ фактически реализует законы диалектики, психологии и принципы понятного обучения.

7. *Чего ИИ не делает.* Не заменяет живое объяснение учителя. Не ставит окончательных оценок. Не «творит математику». Не нарушает траекторию в таблицах объективного строения математики. За учителем остаётся: ставить цели, объяснять процесс обучения, мотивировать, видеть общую картину по классу, решать, когда можно отступить от порядка, составлять расписание,

Формула: *Объективный учебник + методически грамотный учитель + ИИ-помощник =* ***развитие*** *идей русской и советской школы на новом технологическом уровне.*

Вывод: Центральная проблема в том, что учебники и программы игнорируют объективную иерархию математики. Решение существует: оно состоит в том, чтобы признать, математика имеет две периодические таблицы (как в химии таблица Менделеева). Построить учебник как базу знаний в согласии с этими таблицами. Ввести уровни трудности как третью координату. Использовать ИИ не для псевдоинноваций, ради самих инноваций, а для рутинной работы: оставить за учителем главное: объяснение, мотивацию, общее управление [5]. Как метафорично заметил В. Садовничий а предисловии к учебникам: «Лучше сразу понять как устроено здание науки, чтобы потом при изучении верхних этажей не возвращаться к исследованию фундамента». Действительно, нельзя же построить пятый этаж без нижележащих других четырёх. Пора, чтобы наши учебники и программы наконец признали этот простой объективный закон.

Список литературы

1. Структурированный учебник-справочник [Интернет-ресурс]. – URL: https://dzen.ru/a/Xr9vUPCm0RPVS2y9

2. Основная литература учебника-справочника [Интернет-ресурс]. – URL: https://disk.yandex.ru/d/eJ5ThEkoiiOvfQ

3. Левитас Г.Г. Методика преподавания математики в основной школе. – Астрахань: Астраханский университет, 2009. – 179 с. – URL: https://disk.yandex.ru/d/lNUW_JNzvSuu2A

4. Костенко И.П. Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы. – М., 2013. – 502 с. – URL: https://disk.yandex.ru/i/Q0Snr5JB6EmFkA

5. Райхельгауз Л.Б. Искусственный интеллект в образовании: взгляд через призму математики. – 2026. – 109 с.

ПОВЫШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАЗОВАННОСТИ ШКОЛЬНИКОВ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Т. Е. Рыманова, канд. пед. н., доцент,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
Елец, Россия
e-mail: barkarelez@mail.ru
Н. В. Черноусова, канд. пед. наук, доцент,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
Елец, Россия
e-mail: chernousovi@mail.ru

Аннотация. В статье представлены результаты исследования, проводимого авторами более десяти лет. Рассматривается один из важных аспектов проблемы повышения математической образованности как составного компонента общего понятия «образованность» в условиях цифровой трансформации. Предлагаемая стратегия разумной интеграции традиционных и цифровых подходов, способствующая формированию устойчивых математических знаний и логического мышления, приводит к повышению уровня важного свойства личности.

Ключевые слова: образованность, цифровая трансформация, неравенства, методы решения.

INCREASING STUDENTS' MATHEMATICAL EDUCATION IN THE CONTEXT OF DIGITAL TRANSFORMATION

T. E. Rymanova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Bunin Yelets State University,
Yelets, Russia
e-mail: barkarelez@mail.ru
N. V. Chernousova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Bunin Yelets State University,
Yelets, Russia
e-mail: chernousovi@mail.ru

Abstract. The article presents the results of a study conducted by the authors over a period of more than ten years. This article discusses one of the important aspects of improving mathematical education, which is an integral part of the overall concept of education, in the context of digital transformation. The proposed strategy of a reasonable integration of traditional and digital approaches, which promotes the formation of sustainable mathematical knowledge and logical thinking, leads to an increase in the level of an important personality trait.

Keywords: education, digital transformation, inequalities, and solutions.

Понятие «образованность» на протяжении столетий служило критерием сформированности личности. А.С. Пушкин связывал его с уважением к прошлому [3], П.Ф. Каптерев – с осознанием своей роли в развитии общества [2]. Как отмечал П.Г. Редкин, содержание образованности изменяется с уровнем развития человека и

общества [4]. В современной педагогике образованность чаще определяют как комплексное качество личности, включающее знания, культуру и интеллект, однако нередко упускают из виду идентичность и историческую связь с предками.

Авторы на основе многолетних исследований трактуют образованность как «интегративность культурности, познавательных процессов и синтеза современных знаний из разных научных областей» [5, с. 651]. Одним из важнейших компонентов выступают научные знания, и особое место здесь принадлежит математике. Следовательно, можно говорить о математической образованности как производной общего понятия. В условиях цифровой трансформации школы задача повышения такой образованности приобретает новые аспекты и риски.

Отечественная традиционная методика базируется на последовательном формировании алгебраических и логических приёмов. При изучении неравенств это метод интервалов (для рациональных) и метод равносильных преобразований (для иррациональных, показательных, логарифмических), а также отработка ОДЗ, анализа знаков, разложения на множители. Достоинства традиции – развитие абстрактного мышления, логики и аккуратности. Однако в условиях цифровой трансформации этих средств недостаточно: учащиеся испытывают трудности с визуализацией знакопостоянства, быстрой самопроверкой и преодолением психологического барьера при большом объёме однотипных заданий.

Цифровые инструменты способны восполнить эти пробелы. Наиболее полезными для повышения математической образованности (на примере неравенств) являются онлайн-тренажёры и платформы с автоматической проверкой (Решу ЕГЭ, ЯКласс, Учи.ру); системы компьютерной алгебры и динамические среды (GeoGebra, Wolfram Alpha); интерактивные рабочие листы и видеоразборы.

Онлайн-тренажёры позволяют генерировать множество однотипных заданий, мгновенно проверять ответы и фиксировать ошибки, что ценно для доведения базовых навыков до автоматизма. GeoGebra даёт возможность визуализировать графики функций и наглядно показывать знакопостоянство на промежутках, делая абстрактный метод интервалов «зримым», а интерактивные материалы помогают разобрать нестандартные ситуации (например, переход к совокупности систем при решении неравенств с модулями).

Однако, как показывает практика, использование цифровых средств сопряжено с рисками, которые напрямую снижают математическую образованность, если их не контролировать. Возможные риски – подмена понимания угадыванием, снижение культуры оформления, иллюзия освоенности и копирование готовых ответов – в конечном счёте приводят к тому, что ученик, не овладев логикой преобразований и не умея обосновать решение, оказывается беспомощным при столкновении с нестандартной задачей, требующей самостоятельного мышления.

Следовательно, для подлинного повышения математической образованности необходима не замена традиционных методов цифровыми, а их разумная интеграция. Предлагаемая стратегия опирается на классическую дидактическую последовательность, адаптированную к условиям цифровой трансформации (рис. 1).



Рисунок 1– Стратегия интеграции традиционных и цифровых методов обучения

Рассмотрим её реализацию на конкретном примере – изучении метода интервалов для решения рациональных неравенств.

На этапе объяснения нового материала учитель демонстрирует метод интервалов для решения рациональных неравенств в среде GeoGebra. Объясняя решение неравенства

$$(x-1)(x+2)(x-3) \geq 0,$$

на интерактивной координатной плоскости строит график функции

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x-3),$$

отмечает нули функции – точки с абсциссами -2, 1, 3. Инструментом выделения области последовательно показывает знак функции на каждом из четырёх промежутков, используя цветовую кодировку. Главное правило формулируется прямо во время демонстрации: на каждом интервале знак постоянен, при переходе через корень он меняется. Цифровая наглядность помогает учащимся увидеть связь между расположением корней и чередованием знаков – то, что при обычной записи на доске часто остаётся абстракцией.

Этап первичного закрепления проводится традиционно – в рабочих тетрадях под непосредственным контролем учителя учащиеся самостоятельно решают два–три аналогичных неравенства, фиксируя каждый шаг: нахождение ОДЗ, определение нулей, разбиение числовой прямой на промежутки, проверка знака методом пробной точки, запись ответа. Этот этап принципиален: без ручной проработки алгоритма формируется лишь иллюзия понимания.

Следующий этап – этап тренировки и формирование автоматизма. После того как основные действия усвоены, учитель подключает онлайн-тренажёры (например, «Решу ЕГЭ»). Каждый ученик получает индивидуальный набор из 10–20 однотипных неравенств с автоматической проверкой. Система мгновенно указывает на ошибку, а при необходимости показывает пошаговое решение. Однако важно подчеркнуть, что ученик должен сначала решить неравенство в тетради и только потом ввести ответ. Это правило предотвращает механическое угадывание.

На этапе творческого применения учащимся, успешно освоившим базовый уровень, предлагаются исследовательские задания в среде GeoGebra. Классический пример – выяснить, как изменение параметра влияет на решение неравенства. Ученик создаёт динамическую модель с ползунком для параметра. Экспериментируя с визуализацией, приходит к результатам. Затем пытается аналитически доказать этот результат, используя свойства, например, логарифмической функции. Такой подход не только углубляет понимание, но и формирует исследовательские компетенции, востребованные при решении параметрических заданий ЕГЭ.

Предложенная четырёхэтапная модель апробирована при подготовке к профильному экзамену по математике. Результаты подтверждают: системное сочетание традиционных и цифровых методов повышает успешность решения неравенств,

формирует осознанное отношение к преобразованиям, умение работать в гибридной среде, снижает тревожность и повышает познавательный интерес. Принципиально важно – цифровые средства нельзя применять преждевременно. Пока базовая схема решения не отработана на бумаге, тренажёр или динамическая модель приносят не пользу, а вред.

Таким образом, в условиях цифровой трансформации образования задача повышения математической образованности школьников решается не через отказ от классической методики, а через её органичное обогащение цифровыми инструментами. Сочетание ручного счёта и письменного обоснования с наглядностью, индивидуализацией и оперативной обратной связью, которую дают современные технологии, позволяет вывести математическую подготовку на новый уровень. При этом сохраняется фундаментальное ядро – умение рассуждать, доказывать, аккуратно оформлять решение. Именно такое ядро и составляет основу образованности, как важного свойства личности, востребованного в эпоху цифровой трансформации.

Список литературы

1. Вербицкий А.А. Цифровое обучение: проблемы, риски и перспективы // Homo Cyberus. – 2019. – № 1(6). – С. 37-51.

2. Каптерев П.Ф. Избранные педагогические сочинения. – М.: Педагогика, 1982. – 707 с.

3. Пушкин А.С. Наброски статьи о русской литературе // Полное собрание сочинений: в 16 т. – М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1937–1959. – Т. 11: Критика и публицистика, 1819–1834. – 1949. – С. 184.

4. Редкин П.Г. Избранные педагогические сочинения. – М.: Госучпедиз, 1958. – С. 247-249.

5. Рыманова Т.Е., Черноусова Н.В. К вопросу о роли математики в повышении уровня образованности современных школьников // Современные проблемы физико-математических наук: материалы VII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Орел: ОГУ им. И.А. Тургенева, 2021. – С. 649-654.

7. Рыманова Т.Е., Черноусова Н.В. Развитие предметной креативности как фактор повышения математической образованности школьников // Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития: материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Минск: БГПУ им. М. Танка, 2025. – С. 144-147.

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РАБОТЫ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Ю. А. Семеняченко, канд. пед. наук, доцент,
ГАОУ ВО Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия,
e-mail: semenyachenckoua@mgpu.ru

Аннотация. В статье обозначены факторы, влияющие на готовность будущих учителей математики к применению цифровых образовательных ресурсов в своей профессиональной деятельности. Приведены примеры реализации этих факторов в профессиональной подготовке учителей математики.
Ключевые слова: цифровые образовательные ресурсы, интерактивные математические модели, высшая математика, математический анализ.

FEATURES OF MATHEMATICAL TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS FOR WORKING IN A DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT

Yu. A. Semenyachenko, PhD, Associate Professor,
Moscow City University of Education Moscow, Russia,
e-mail: semenyachenckoua@mgpu.ru

Annotation. The article identifies the factors that influence the readiness of future mathematics teachers to use digital educational resources in their professional activities. Examples of implementing these factors in the professional training of mathematics teachers are provided.
Keywords: digital educational resources, interactive mathematical models, higher mathematics, mathematical analysis

Совершенно очевидно, что невозможно представить себе современного учителя математики, который не владеет цифровыми образовательными инструментами. Цифровая образовательная среда, в которой учитель работает практически ежедневно, способствует этим возможностям. В распоряжении учителя математики имеется большое количество цифровых платформ, в том числе отечественных, имеющих свободный доступ, для реализации такого обучения.

Приведем в качестве примера сайт urok.1c.ru, содержащий большое количество готовых цифровых ресурсов, способствующих эффективному обучению математике. Библиотека интерактивных материалов «1С:Урок» представляет собой пример платформы, ориентированной на поддержку всех этапов учебного процесса, материалы которой разработаны с учётом требований федеральных государственных образовательных стандартов [1]. Платформа обеспечивает доступ к структурированному массиву образовательных материалов по всем предметам школьной программы, включая математику, и предоставляет инструментарий для создания интерактивных учебных заданий, моделирования математических ситуаций и организации контроля образовательных достижений обучающихся.

Исследования эффективности применения цифровых инструментов в математическом образовании демонстрируют положительную динамику образовательных результатов [3]. При этом наиболее значимые результаты достигаются при системном применении цифровых ресурсов, органически интегрированных в традиционный учебный процесс, а не при эпизодическом использовании отдельных элементов. Важным условием эффективности применения цифровых ресурсов выступает методическая компетентность учителя, его способность отбирать, возможно, и разрабатывать адекватные цифровые

инструменты для решения конкретных дидактических задач и грамотно встраивать их в учебный процесс [2].

Что же требуется с точки зрения математической подготовки для того, чтобы будущий учитель математики, придя в школу, свободно мог обучать математике с применением цифровых образовательных инструментов?

Одним из ключевых факторов, влияющих на готовность будущего педагога активно применять цифровые ресурсы, является необходимость внедрения таких ресурсов уже при обучении высшей математике самих студентов. Считаем полезным и целесообразным встраивание интерактивных и динамических математических моделей в курсы алгебры, геометрии, математического анализа, которые традиционно читают студентам, обучающимся на педагогическом направлении по профилю «Математика». На наш взгляд, использование таких ресурсов включает, так называемое, воплощенное обучение. При реализации воплощенного обучения столкновение с неизвестным (когнитивный конфликт) запускает механизмы поиска, и в виртуальной среде этот поиск происходит быстрее, чем при работе со статичными математическими объектами. В этом случае динамическая математическая модель, в отличие от статичного чертежа, убирает когнитивный барьер, который часто возникает у студента вследствие высокого уровня абстракции того или иного понятия, и поэтому он может сосредоточиться на поиске причинно-следственных связей, а значит, эффективнее усвоить. В частности, в курсе математического анализа, использование интерактивных математических моделей является целесообразным при изучении понятий предела функции, геометрического и физического смысла производной, связи производной функции с другими областями, при изучении понятия определенного интеграла, его геометрического и физического смысла, при изучении функций двух переменных и многих других понятий. Так, например, интерактивная модель «Геометрический смысл определённого интеграла», размещенная в библиотеке «1С:Урок», позволяет понять зависимость точности вычисления площади криволинейной трапеции от количества точек разбиения, демонстрируя тем самым сущность предельного перехода последовательности интегральных сумм (рис. 1).

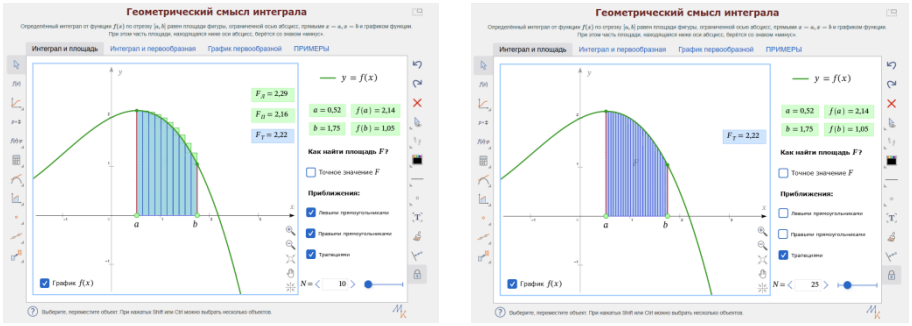


Рисунок 1 – Модель вычисления площади криволинейной трапеции

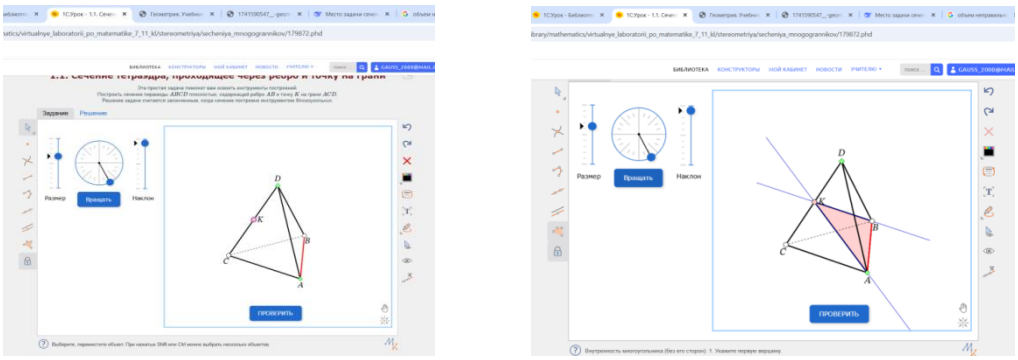
Поэтому использование ее на лекции, посвященной введению определенного интеграла, как инструмента демонстрации предельного перехода к конкретному понятию, считаем необходимым.

Вторым фактором, способствующим приобщению будущих учителей математики к использованию интерактивных моделей, является необходимость самостоятельного практического решения математических задач с помощью таких моделей. Наиболее целесообразным здесь будет обучение в рамках отдельной дисциплины. Например, в образовательной программе магистратуры «Подготовка учителя математики для работы в условиях цифровой образовательной среды», реализуемой в ГАОУ ВО МГУ, имеется дисциплина «Практикум по решению задач с использованием цифровых образовательных ресурсов», в рамках которой студенты подбирают и решают задачи

школьного курса математики с помощью цифровых инструментов. Приведем пример такого решения задачи.

Задача. Найдите отношение объемов частей правильного тетраэдра $DABC$ с высотой 24, на которые его делит плоскость, проходящая через прямую AB и точку K, являющуюся серединой ребра CD.

Решение. Для решения предлагается использовать модель «Сечение тетраэдра, проходящее через ребро и точку на грани» библиотеки «1С:Урок» (рис. 2а) (https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii_po_matematike_7_11_kl/stereometriya/secheniya_mnogogrannikov/179872.phd).



а) б)

Рисунок 2 – Модель «Сечение тетраэдра, проходящее через ребро и точку на грани»

1. Построим сечение тетраэдра (рис. 2б).
2. Опустим высоту $h = DO$ большого тетраэдра, опустим высоту h_1 малого тетраэдра с тем же основанием (рис. 3).
3. В получившимся треугольнике CDO $h_1 = KO_1$ (высота малого тетраэдра) является средней линией (она параллельна высоте h и $CK = KD$), тогда $h_1 = 12$.
4. Тетраэдры $DABC$ и $KABC$ имеют равные основания и высоты, относящиеся друг к другу, как 2:1. Следовательно, сечение плоскостью KAB делит тетраэдр на два равных по объему тетраэдра.

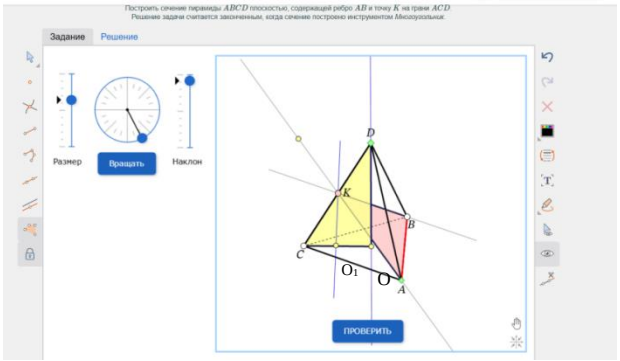


Рисунок 3 – Дополнительные построения на модели

Место задачи в школьном курсе стереометрии – тема «Объёмы многогранников. Сечения многогранников плоскостью. Правильный тетраэдр», 11 класс.

И еще одно необходимое условие требуется будущим учителям математики для свободного владения цифровыми ресурсами в своей профессиональной деятельности. Это умение самостоятельно разрабатывать цифровые математические модели под собственные педагогические нужды. Этому несложно научиться, например, в математическом конструкторе сайта urok.1c.ru. Математический конструктор —

программная среда, позволяющая осуществлять моделирование геометрических объектов, построение графиков функций и проведение виртуальных экспериментов. Обучение самостоятельным разработкам лучше проводить также в рамках отдельной дисциплины. В программу магистратуры «Подготовка учителя математики для работы в условиях цифровой образовательной среды» входит дисциплина «Основы разработки динамических моделей в среде «1С: Математический конструктор» и их использования в процессе обучения», в рамках которой студенты изучают инструментарий конструктора и способы разработки моделей. Приведем пример модели, разработанной одним из студентов.

Для определения физического смысла производной была разработана модель «Неравномерное движение». С помощью этой модели ученики выполняют исследование по замеру средней скорости движения материальной точки, движущейся по закону $S(t)$, с различными значениями Δt (рис. 4).

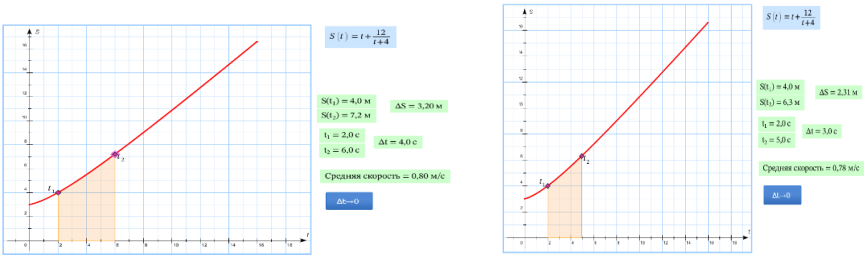


Рисунок 4 – Модель «Неравномерное движение»

После серии экспериментов, в ходе которых школьники убеждаются, что средняя скорость колеблется около одного значения, демонстрируется предельный переход отношения приращения функции (ΔS) к приращению аргумента (Δt) при $\Delta t \to 0$ нажатием на соответствующую кнопку модели.

Место применения модели в школьном курсе математики – тема «Геометрический и физический смысл производной», 10 класс.

Системное применение цифровых инструментов как при обучении высшей математике самих студентов, так и в их собственной образовательной деятельности в составе учебных курсов, формирует необходимую методическую компетентность будущего учителя математики в вопросах цифровизации образовательного процесса.

Список литературы

1. 1С: Урок: образовательная платформа: сайт. – Москва, 2020. – URL: https://urok.1c.ru/

2. Семеняченко Ю.А., Хилюк Е.А. Профессиональная подготовка учителей математики для работы в условиях цифровизации образовательного процесса // Новые информационные технологии в образовании: сборник научных трудов XXV Международной научно-практической конференции, Москва, 04–05 февраля 2025 года. – Москва: ООО «1С-Паблишинг», 2025. – С. 382-384.

3. Уколова А.С., Рязанцева В.П., Балунова С.А. Интерактивная модель обучения на уроках алгебры // Педагогический вестник. – 2025. – № 36. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/interaktivnaya-model-obucheniya-na-urokah-algebry (дата обращения: 01.09.2026).

РОЛЬ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

А. Г. Суханова, канд. тех. наук, доцент,
Военная академия войсковой противовоздушной обороны Вооруженных Сил Российской Федерации,
Смоленск, Россия
e-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

*Аннотация***.** В статье рассмотрена значимость компьютерного моделирования при обучении математике в вузе. Затронутые аспекты рассмотрены на конкретном примере, где моделирование выполнено в системе Mathcad.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, система Mathcad, достаточное условие экстремума функции двух переменных.

THE ROLE OF COMPUTER SIMULATION IN TEACHING MATHEMATICS AT UNIVERSITIES

A. G. Sukhanova, candidate of technical sciences, associate professor,
Military Academy of Air Defense of the Armed Forces of the Russian Federation,
Smolensk, Russia
e-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

Abstract. This article examines the importance of computer modeling in teaching mathematics at a university. These aspects are explored using a specific example, where the modeling was performed in Mathcad.

Keywords: computer modeling, Mathcad system, sufficient condition for the extremum of a function of two variables.

С помощью компьютерного моделирования можно исследовать математические модели реальных объектов и явлений через их реализации в программной среде. Оно позволяет преобразовать абстрактную теорию в наглядные цифровые модели, что способствует лучшему усвоению материала благодаря интерактивности [2]. Одним из преимуществ использования компьютерного моделирования при обучении математике является практическая значимость решаемых задач. Создаваемые компьютерные модели демонстрируют, как математический аппарат применяется для решения реальных прикладных задач.

Для построения компьютерных моделей используются современные математические пакеты и среды программирования, в частности, система компьютерной математики Mathcad. Система Mathcad используется в процессе обучения во многих учебных заведениях и является очень популярной для решения задач обучения.

Рассмотрим на конкретном примере применение математической теории исследования функций двух переменных для решения прикладной экономической задачи в системе Mathcad.

Пусть производится 2 вида продукции, функция суммарных затрат на производство которых есть $S(x;y)=x^2+xy+y^2,$ где $x,\ y\geq 0$ – количество продукции первого и второго видов соответственно.

Пусть $p_1=100$ у.е. – цена единицы продукции первого вида, $p_2=120$ у.е. – цена единицы продукции второго вида. Требуется найти количество продукции первого и второго видов, при которых прибыль будет максимальной. Для решения предложенной задачи составим ее математическую модель.

Прибыль является функцией двух переменных:

$$z(x;y)=100x+120y-S(x;y);\ \ x,y\geq 0. \qquad (1)$$

Требуется исследовать функцию (1) на экстремум. Исследовать функцию двух переменных на экстремум обучающиеся смогут, воспользовавшись достаточным условием экстремума таких функций.

Теорема (достаточное условие экстремума функции двух переменных) [1]

Пусть в некоторой области, содержащей точку $M_0(x_0;y_0)$, функция $z=f\left(x;y\right)$ имеет непрерывные частные производные до второго порядка включительно. Пусть M_0 – критическая точка. Пусть в точке M_0 вторые производные принимают значения:

$$f''_{xx}\left(M_0\right)=A,\ \ f''_{xy}\left(M_0\right)=B,\ \ f''_{yy}\left(M_0\right)=C.$$

Составим определитель

$$\Delta=\begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}=AC-B^2.$$

Тогда: если $\Delta>0$, то функция $z=f\left(x;y\right)$ имеет экстремум в точке M_0, причем, если $A>0$, то M_0 – точка минимума; если $A<0$, то M_0 – точка максимума; если $\Delta<0$, то в точке M_0 экстремума нет; если $\Delta=0$, то в точке M_0 экстремум может быть, а может и не быть (требуется дополнительное исследование).

Умея применять данную теорему и зная базовые возможности системы Mathcad, обучающимся не сложно будет составить компьютерную программу решения предложенной задачи на поиск максимума прибыли. Обучающимся следует воспользоваться встроенными в систему Mathcad средствами для решения уравнений, построения графиков функций, в том числе поверхностей, инструментами для проведения операций математического анализа, в частности, определения производных функций и т.д. Обучающиеся, умеющие программировать на языке Mathcad, могут составить простейшие программные модули для вывода полученного результата. Такие решения будут иметь более законченный вид.

Для того, чтобы воспользоваться достаточным условием экстремума функции двух переменных, необходимо найти критические точки исследуемой функции.

Математический аппарат поиска критических точек функции двух переменных основан на использовании необходимых условий экстремума таких функций [1].

Если дифференцируемая функция $z = f\left(x; y\right)$ имеет в точке $M_0(x_0; y_0)$ экстремум, то её частные производные в этой точке равны нулю: $f'_x\left(x_0; y_0\right) = 0$ и $f'_y\left(x_0; y_0\right) = 0$.

На рисунке 1 представлено задание исследуемой функции и поиск критических точек в системе Mathcad. Для наглядного представления функции можно построить ее график, которым является некоторая поверхность.

$S(x,y) := x^2 + x \cdot y + y^2$ Функция суммарных затрат на производство продукции

$p1 := 100 \quad p2 := 120$ Цены единицы продукции первого и второго видов

$z(x,y) := p1 \cdot x + p2 \cdot y - S(x,y)$ Функция прибыли

Given

$\frac{d}{dx} z(x,y) = 0$

$\frac{d}{dy} z(x,y) = 0$

$g := \text{Find}(x,y) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{80}{3} \\ \frac{140}{3} \end{pmatrix}$ Критическая точка

Рисунок 1 – Задание функции $z = f\left(x; y\right)$ и поиск критических точек в системе Mathcad

Составленная в Mathcad программа позволяет экспериментировать с данными. Можно, например, поменять цены единицы продукции, функцию затрат, в результате чего система автоматически пересчитает результат, что невозможно быстро сделать без компьютера. Достоинством компьютерного моделирования является также индивидуальность – каждый обучающийся может работать в своем темпе, исследуя те стороны модели, которые вызывают у него больше всего вопросов.

На рисунке 2 представлен программный модуль, созданный в системе Mathcad, для вывода результата решения исходной задачи согласно достаточному условию экстремума функции двух переменных.

Для повышения достоверности полученного результата желательно выполнить его проверку, например, решив предложенную задачу другими способами, в частности, с помощью встроенных возможностей самой информационной системы, что представлено также на рисунке 2.

Применение компьютерного моделирования при изучении математики способствует формированию необходимых компетенций выпускников, например, формирования такой компетенции, как понимание принципов работы современных

информационных технологий и использование их для решения задач профессиональной деятельности.

$$A(x,y) := \frac{d^2}{dx^2}z(x,y) \to -2 \quad A(g_0,g_1) = -2 \qquad B1(x,y) := \frac{d}{dx}z(x,y) \to 100 - y - 2\cdot x$$

$$B(x,y) := \frac{d}{dy}B1(x,y) \to -1 \quad B(g_0,g_1) = -1 \quad C(x,y) := \frac{d^2}{dy^2}z(x,y) \to -2 \quad C(g_0,g_1) = -2$$

$$\Delta := \begin{vmatrix} A(g_0,g_1) & B(g_0,g_1) \\ B(g_0,g_1) & C(g_0,g_1) \end{vmatrix} = 3$$

rez :=
if $\Delta > 0$
  r ← "Исследуемая точка - точка максимума" if $A(g_0,g_1) < 0$
  r ← "Исследуемая точка - точка минимума" if $A(g_0,g_1) > 0$
r ← "В исследуемой точке экстремума нет" if $\Delta < 0$
r ← "Требуется дополнительное исследование" if $\Delta = 0$
r

rez = "Исследуемая точка - точка максимума"

$z(g_0,g_1) = 4.133 \times 10^3$ Максимум функции

Проверка решения

x0 := 0 y0 := 0

Given

P := Maximize(z,x0,y0)

$P = \begin{pmatrix} 26.667 \\ 46.667 \end{pmatrix}$ Точка максимума

$z(P_0,P_1) = 4.133 \times 10^3$ Максимальная прибыль

+

Рисунок 2 – Вывод результата решения задачи, а также проверка его решения встроенными средствами в системе Mathcad

Компьютерное моделирование на основе математических моделей прикладных задач показывает практическую значимость решаемых задач, повышает наглядность их решения и достоверность полученных результатов, позволяет экспериментировать с данными, способствует формированию необходимых компетенций выпускников и тем самым оказывает существенную помощь в подготовке будущих специалистов к профессиональной деятельности.

Список литературы

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 9-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

2. Рахимов А.А. Дидактические аспекты использования методов компьютерного моделирования в процессе обучения математике в вузе // Наука и практика в образовании: электронный научный журнал. – 2024. – Т. 5, № 4. – С. 144-152.

МАТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ КАК ФУНДАМЕНТ ПРОЦЕССА ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

В. А. Тестов, д-р пед. наук, профессор,
Вологодский государственный университет,
Вологда, Россия
e-mail: vladafan@inbox.ru

Аннотация. В статье уточняются понятия цифровизации, информатизации, математизации и их взаимосвязь. Характеризуется современный этап математизации знаний и его роль в возникновении искусственного интеллекта. Поэтому для освоения передовых цифровых технологий выпускникам вузов необходима математическая база.
Ключевые слова: искусственный интеллект, информация и знание, системы компьютерной алгебры, взаимодействие с ИИ.

MATHEMATIZATION OF KNOWLEDGE AS THE FOUNDATION OF THE PROCESS DIGITAL TRANSFORMATION OF EDUCATION

V.A. Testov, doctor of pedagogical sciences, professor,
Vologda State University, Vologda, Russia
e-mail: vladafan@inbox.ru

Annotation. The article clarifies the concepts of digitalization, informatization, and mathematization and their interrelation. The modern stage of knowledge mathematization and its role in the emergence of artificial intelligence are characterized. Therefore, graduates of universities need a mathematical base to master advanced digital technologies.
Keywords: artificial intelligence, information and knowledge, computer algebra systems, interaction with AI.

В современном мире происходят важные процессы информатизации, компьютеризации, математизации, цифровизации, которые оказывают значительное влияние на высшее образование и общество в целом. Этим процессам посвящены многочисленные публикации, но в большинстве из них рассматриваются преимущественно внешние, технические стороны и не затрагиваются глубинные причины этих процессов, а также в чем состоят различие и взаимосвязь этих процессов.

Прежде всего, необходимо отметить отличие и взаимосвязь терминов «информатизация» и «цифровизация». В широком смысле информатизация представляет собой технологический и культурологический процесс, связанный с переменами в средствах получения, обработки, передачи информации (создание письменности, книгопечатания, радио и телевидения, появление Интернета и т.д.). Процесс информатизации все ускоряется, и в настоящее время происходит одна из таких информационных революций. А именно, как отметил академик А.Л. Семенов, началась «революция искусственного интеллекта и всех цифровых технологий, сравнимая по масштабности с революциями, связанными с появлением сознания человека, речи и письма» [4].

Разумеется, развитие цифровых технологий было бы невозможно без создания достаточно мощной компьютерной техники, т.е. без компьютеризации. Но для перехода к цифровизации потребовалось, кроме создания мощной компьютерной техники, достижение математикой некоторого нового, более высокого уровня развития, возникновением таких

математизированных областей, как искусственный интеллект, большие данные, нейросети и др. По мнению ряда философов «цифровизация – новая математическая революция, открывающая новые возможности прогресса общества» [1].

Все это свидетельствует о необходимости рассмотрения процесса математизации знаний, т.е. процесса широкого и возрастающего применения математических методов и понятий, как одной из основ процесса цифровизации. По нашему мнению, цифровизация – это результат взаимодействия процессов внедрения новых компьютерных технологий и углубления математизации научных знаний [5].

Процесс математизации научного знания начался давно, еще задолго до компьютеризации. Еще с античных времен математика превратилась в теоретическую науку, которая стала применяться во многих сферах культуры того времени. В Древней Греции в основу концепции Пифагора было заложено положение о том, что сущность всего есть число. Большое влияние на ускорение процесса математизации знаний положили работы И. Кеплера, Г. Лейбница, И. Ньютона и других ученых, искавших методы решения задач, которые сегодня относятся к математическому анализу. Но полное и последовательное изложение математического анализа было сделано позднее, во второй половине XIX в. В этот период явно проявился процесс математизации физики, астрономии, механики.

В конце XIX века получил широкое развитие теоретико-множественный подход, который позволил построить математику на аксиоматической основе, и который оказал существенное влияние на характер развития математики в XX веке. Этот период был связан, помимо теории множеств, прежде всего, с развитием абстрактной алгебры, топологии, математической логики. А.Н. Колмогоров осуществил аксиоматическое построение теории вероятностей. Однако желание Д. Гильберта аксиоматизировать физику так и не исполнилось. Но другие направления в математике, в частности вероятностные методы, стали в это время широко применяться не только в физике, но и многих других науках.

Начиная с 70 гг. XX в. целесообразность строить все здание математики на аксиоматической основе все больше подвергалась сомнению. Ряд крупных математиков, в том числе В.И. Арнольд, выступил с критикой принципов аксиоматического мышления и с предложением больше внимания уделить экспериментальной составляющей математики. Аксиоматическое построение математики постепенно стало отходить на второй план.

В настоящее время в математике появились новые разделы и построены теории на основе неточных, размытых понятий, многозначной логики, нечетких отношений и нечетких множеств. Все более заметным становится взаимодействие различных ее направлений, в частности, непрерывной и дискретной математики, вероятностных и статистических методов и т.д. Сегодня математика играет ключевую роль в формиро-вании таких новых научных дисциплин и технологий, как искусственный интеллект, большие данные, нейронные сети и т.д., которые являются результатом взаимодействия математики и компьютерного моделирования.

Мощное развитие получили и другие направления в математике, связанные с математическим моделированием с применением компьютера. Сравнение возросшей роли математики и роли компьютера привел академик В.А. Садовничий: «Если за 20 лет (с 1992 по 2012) скорость компьютеров увеличилась примерно в 8 тысяч раз, то за счет развития математических методов скорость расчетов увеличилась более чем в 400 тысяч раз…» [3].

Происходящий в науке процесс математизации знаний не мог не затронуть содержание и технологию подготовки в вузах для многих направлений. В обучении студентов стали использоваться методы ИИ, например, для построения индивидуальной образовательной траектории, контроля знаний и т.д.

В современных дискуссиях об ИИ наблюдается тенденция воспринимать его как самостоятельный источник знания. Но подобная установка методологически некорректна и приводит к смешению понятий «информация» и «знание». Информация представляет собой просто набор некоторых данных, сообщений или фактов. Знание же всегда является результатом определенной аналитической мыслительной деятельности. Настоящее знание является процессом, в котором идеи подвергаются обсуждению и критике.

Современные генеративные модели искусственного интеллекта, как известно, построены на алгоритмах статистического прогнозирования. Они получают ответы не с помощью рассуждения и не на основе осмысления новых сущностных связей, а через обработку огромных массивов текстов и нахождение наиболее вероятной последовательности слов. Эти модели производят текст, лишь внешне напоминающий результаты интеллектуальной деятельности. При этом творческие, принципиально новые научные идеи оказываются отвергнутыми ИИ из-за его стремления к статистической «усредненности», что может способствовать застою в научных знаниях, неприятию настоящих прорывов в науке.

Но ИИ все же может быть ценным партнёром в научном и педагогическом труде, он может существенно расширить возможности исследователя, облегчая обработку больших массивов информации, систематизацию литературы, предварительный анализ данных и поиск потенциальных гипотез. Однако его непродуманное использование создает угрозу пассивности мысли обучающегося, снижает у него потенциал развития аналитического мышления, препятствует формированию навыков самостоятельного интеллектуального действия.

В последнее время, к сожалению, во многих вузах стали наблюдаться сокращение количества аудиторных часов, отводимых на изучение основных математических курсов, и слабая математическая подготовка студентов, что не позволяет заложить необходимый фундамент такого важного направления в образовании, как искусственный интеллект.

Все более явственной становится необходимость усиления математизации вузовской подготовки по целому ряду специальностей. Разумеется, увеличить сейчас количество учебных часов на математическую подготовку вряд ли возможно, но поднять ее качество можно без увеличения количества учебных часов за счет пересмотра учебной программы. Ряд преподавателей пытается это сделать за счет широкого применения систем компьютерной алгебры. В традиционных курсах много времени отводится на отработку технических навыков (вычисление производных, интегралов, определителей, обратных матриц и т.д.). Некоторые крупные ученые высказывают мнение об архаичности вузовской программы по математике для студентов–нематематиков (инженеров, экономистов и т.д.), что настало время, сократив часы на технические вопросы, увеличить время не исследовательскую составляющую. Чтобы понять математическое утверждение, как правило, гораздо полезнее смотреть на примеры, частные случаи, следствия, аналогии, экспериментальные подтверждения, эвристику и т.д. – все это обычно говорит гораздо больше о природе математического результата, чем большинство доказательств.

Имеется положительный опыт такой перестройки программы по математике с использованием системы компьютерной алгебры – *SageMath*, которая является свободно распространяемой и надстройкой над популярным языком *Python*. Такой опыт использования *SageMath* в НИУ ИТМО описан в статье [6].

Использование компьютера должно не только помогать в рутинных вычислениях, но и способствовать пониманию математического содержания курса и демонстрировать экспериментальную составляющую математической науки. Для этого и задачи студенты должны решать не традиционные, а с элементами исследования.

Все более явственной становится необходимость отойти в процессе обучения математике в вузах от запретительной практики использования ИИ к продуктивному взаимодействию с ИИ. Педагогическая модель такого продуктивного взаимодействия с ИИ при формировании математической грамотности студентов была разработана преподавателями НИУ ИТМО. Первым шагом в реализации такой модели стали математические бои студентов с ИИ [2].

Таким образом, в современную эпоху роль математики в образовании и науке значительно возросла, все цифровые технологии построены на математических методах и результатах. Процесс цифровизации и процесс математизации знаний – это два взаимосвязанных процесса, и они оба требуют повышенного внимания в образовании. Без достаточной математической базы невозможно выпускникам вузов эффективно освоить передовые цифровые технологии и подготовиться к работе в условиях современного цифрового общества.

Список литературы

1. Войтов А.Г. Философизация цифровизации // Возможности и угрозы цифрового общества: материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Ярославль: Изд-во «Цифровая типография», 2020. – С. 40-43.

2. Москаленко М.А., Попков Р.А., Табиева А.В., Трифанов А.И. Интеграция, а не противостояние: «Математические бои с ИИ» как педагогическая модель формирования математической грамотности в эпоху искусственного интеллекта // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2026. – Вып. 1 (58). – С. 51-63.

3. Садовничий В.А. Большие данные в современном мире. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2017. – 28 с.

4. Семенов А.Л. О продолжении российского математического образования в XXI веке // Вестник Московского университета. Педагогическое образование. – 2023. – Т. 20, № 2. – С. 7-45.

5. Тестов В.А. Цифровизация науки и образования как результат синергии процессов информатизации и математизации // Педагогическая информатика. – 2024. – № 2. – С. 111-120.

6. Тестов В.А., Попков Р.А. Исследовательское обучение математике и системы компьютерной алгебры // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – Т. 4 (53). – С. 52-68.

СОВМЕСТИМЫ ЛИ ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ?

С. И. Торопова, канд. пед. наук, доцент,
Вятский государственный университет,
Киров, Россия
e-mail: svetori82@mail.ru

Аннотация. На двух практических примерах, побуждающих студентов к проведению исследовательской математической деятельности в общественно значимом контексте, демонстрируются возможности и риски применения ИИ, а также важность критической проверки генерируемых им результатов. В заключение делается вывод о том, что хотя обращение к ИИ может существенно упростить анализ данных и обеспечить проведение вычислительных экспериментов, он является вспомогательным инструментом и не может заменить процесс исследовательской математической деятельности.
Ключевые слова: искусственный интеллект, критическое мышление, исследовательская математическая деятельность.

ARE ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND MATHEMATICAL RESEARCH ACTIVITIES COMPATIBLE?

S. I. Toropova, Cand. Sci. (Educ.), Associate Professor,
Vyatka State University,
Kirov, Russia
e-mail: svetori82@mail.ru

Annotation. Two practical examples that encourage students to conduct mathematical research activities in a socially significant context demonstrate the possibilities and risks of using AI, as well as the importance of critically verifying the results it generates. In conclusion, it is concluded that although using AI can significantly simplify data analysis and enable computational experiments, it is an auxiliary tool and cannot replace the process of mathematical research.
Keywords: artificial intelligence, critical thinking, mathematical research activities.

Применение технологий генеративного искусственного интеллекта (ИИ) современными студентами не вызывает сомнений, как и не вызывает сомнений ряд предоставляемых им преимуществ, среди которых автоматизация вычислений, получение практически мгновенной и персонализированной обратной связи и многое другое.

Помимо распространенных причин, вызывающих обеспокоенность со стороны научного сообщества по поводу внедрения инструментов ИИ в сферу образования, таких как потенциальная чрезмерная зависимость от генерируемых им результатов, плагиат и др., D. Marzano называет отсутствие конкретных примеров применения ИИ в обучении, в то время как существующая литература в основном сосредоточена на стратегиях его интеграции [4]. Приведем два подобных примера, составленных нами на основе реальных числовых данных, которые позволяют включить обучающихся в исследовательскую математическую деятельность.

Задача 1. В исследовании [5] M. T. López-Díaz и M. Peña описана матричная модель Лесли выживания северной пятнистой совы (Northern Spotted Owl), в которой индекс выживаемости птенцов (до года) составляет 18 %, полувзрослых особей (от года до двух лет) – 71 %, годовая смертность взрослых особей – 6 %, коэффициент рождаемости – одна треть (к размножению способны только взрослые особи). Составьте матричную модель Лесли данного подвида пятнистых сов, вычислите ее главное собственное значение и интерпретируйте его. На сколько процентов происходит ежегодное сокращение численности этой популяции? Найдите, через сколько лет при таких условиях северная пятнистая сова вымрет. Проверьте, можно ли избежать вымирания, если индекс выживания молодняка составит 30 % вместо 18 %. Рассчитайте ежегодный прирост популяции в новых условиях. Проведите серию численных экспериментов, направленных на установление такого минимального значения индекса выживаемости молодняка, при котором угроза вымирания подвида будет ликвидирована. Сравните полученные результаты с опубликованными в источнике [5].

Ранее в одной из наших предыдущих работ [2] на примере моделирования охраняемой популяции амурского тигра мы сравнили различные автоматизированные способы решения таких задач и обнаружили, что поиск главного собственного значения матрицы Лесли с помощью MS Excel не осуществим, а навыками программирования на Python в нужном объеме владеют далеко не все обучающиеся по естественно-научным направлениям подготовки. Заметим, что большинство студентов, все-таки получивших решение задачи на основе Python, сообщили о привлечении нейросетей для написания кода. Вместе с тем применение технологий ИИ значительно облегчает поиск решения, особенно в плане проведения серии вычислительных экспериментов. Их значение велико, поскольку регулярная оценка параметров выживаемости позволяет специалистам оперативно корректировать природоохранные меры до достижения критических значений. Рассмотренный пример позволяет продемонстрировать обучающимся значение математики и математических расчетов в сохранении устойчивого существования популяций, особенно тех, которые находятся под угрозой исчезновения.

Отдельно остановимся на проблеме развития критического мышления молодого поколения в условиях широкого применения ИИ. Чтобы убедить студентов в необходимости критического подхода к сгенерированным результатам, в качестве одного из возможных примеров мы предлагаем для решения следующую задачу исследовательского характера, составленную на основе реальных статистических данных Кировской области.

Задача 2. В нашей публикации [1] содержатся данные о первичной заболеваемости населения Кировской области болезнями органов дыхания (БОД), валовом выбросе загрязняющих веществ от стационарных источников загрязнения и автомобильного транспорта. Выполните следующие задания.

1. Постройте уравнение линейной множественной регрессии, интерпретируйте ее коэффициенты.
2. Найдите коэффициенты парной корреляции для всех факторов и выясните, какие факторы существенно влияют на результат, а какие – несущественно, и их можно исключить.
3. Вычислите коэффициент множественной корреляции и коэффициент множественной детерминации. Интерпретируйте коэффициент детерминации с точки зрения экологии.

4. Проверьте уравнение множественной линейной регрессии на статистическую значимость, а также оцените целесообразность дополнительного включения фактора в регрессионную модель.

Мы рекомендуем студентам решить данную задачу тремя способами: вручную, с применением MS Excel и ИИ. В последнем случае также рекомендуются три подхода. При первом из них делается запрос на построение регрессионной модели без указания контекста и детализации задания (перечень вопросов 1–4 не приводится). Такой подход во многом отражает то, как обучающиеся могут изначально взаимодействовать с инструментами ИИ: ИИ выполняет задачу, не проверяя построенное уравнение на статистическую значимость и не определяя целесообразность дополнительного включения фактора в модель. Известно, что в таком случае могут быть получены некорректные выводы. В рамках второго подхода описывается контекст, но детализация задания по-прежнему не делается. Третий подход подразумевает предоставление ИИ подробного плана действий. Таким образом, и сама задача, и процесс ее решения побуждают студентов к проведению исследовательской математической деятельности в общественно значимом контексте.

В качестве примера кратко охарактеризуем полученные с помощью Qwen Studio результаты. При первом подходе ИИ выполнил только задачи 1 и 3. Во втором случае были решены те же самые задачи, но интерпретация была адаптирована под контекст, и на основании нестандартизированных коэффициентов регрессии сформулирован вывод о том, что выбросы от стационарных источников примерно в три раза превосходят аналогичные выбросы от автотранспорта, следовательно, для снижения заболеваемости БОД в Кировской области приоритетным является контроль промышленных выбросов. Однако, представляется известным, что корректное сравнение факторов, выраженных в различных единицах измерения, производится на основе стандартизированных коэффициентов регрессии. После соответствующего замечания нейросеть рассчитала стандартизированные коэффициенты и указала на разницу в интерпретации результатов. В контексте третьего подхода получено полное решение и сделан вывод о том, что для прогнозирования заболеваемости БОД в регионе достаточно учитывать только один фактор.

На вопрос, почему развернутое решение не было предоставлено уже в первом случае, от нейросети был получен ответ: «Я стараюсь отвечать точно на поставленный вопрос, не добавляя лишнего, чтобы не перегружать пользователя информацией, которая ему может быть не нужна». Важно подчеркнуть, что то, что ИИ определил как «лишнюю» и «ненужную» информацию, имеет ключевое значение. На этом примере мы еще раз обращаем внимание обучающихся не только на обязательную проверку сгенерированных ИИ результатов, но и на то обстоятельство, что по усмотрению ИИ определенная информация может быть скрыта от пользователя или изложена в неполном виде, когда за пределами рассмотрения оказываются принципиальные вопросы.

Бесспорно, подобный ответ от нейросети в очередной раз призван побудить студентов поразмышлять и о последствиях игнорирования всех необходимых этапов статистического анализа. Справедливости ради отметим, что обучение в Вятском государственном университете, на базе которого апробированы задачи 1–2, организуется таким образом, чтобы студенты естественно-научных направлений подготовки сразу выполняли все этапы исследования, даже если в задаче отсутствует прямое указание на них. Также он

демонстрирует обучающимся, как различные варианты промта влияют на результаты, созданные ИИ, и насколько важно критическое мышление пользователя.

В заключение позволим себе согласиться с мнением M. Eisenbardt и др., утверждающих, что ИИ следует рассматривать в более сложном виде, нежели просто вычислительный инструмент, поскольку его влияние выходит за рамки автоматизации и распространяется на создание правильных представлений о мире, в котором мы живем [3].

В целом описанное выше исследование наводит на мысль о том, что человек, обладающий поверхностными и фрагментарными знаниями по математике и желающий, например, решать задачи анализа данных посредством ИИ, не сможет распознать недостоверные выводы. Даже если такой человек сначала спросит, какие действия необходимы, а затем выполнит их, имея подсказки, важные этапы анализа могут быть пропущены или неверно интерпретированы, и в любом случае требуется критическая оценка. Следовательно, несмотря на наличие технической возможности по реализации разнообразных математических процедур с помощью ИИ, математические знания, включая теоретические сведения, все равно необходимы. В данной работе мы постарались показать, как в этом можно убедить подрастающее поколение посредством включения обучающихся в исследовательскую математическую деятельность.

Список литературы

1. Торопова С.И. Множественный корреляционно-регрессионный анализ в профессиональной подготовке будущих экологов // Преподавание математики, физики, информатики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики: материалы V Всероссийской науч.-прак. конф. – Глазов: ООО «Глазовская типография», 2015. – С. 137-142.

2. Торопова С.И. Развитие вычислительного мышления студентов естественно-научных направлений подготовки на занятиях по математике в вузе // Математика и математическое образование в эпоху цифровизации: материалы XIV Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 90-летию физико-математического факультета КГПУ им. В.П. Астафьева (13–14 октября 2025 г.). – Красноярск, 2025. – С. 338-341.

3. Eisenbardt M., Kurtz G., Gafni R., Leiba M., Dettmer S., Mullins R., Siegert I., Eisenbardt T., Gal E. Students' Readiness and Ethical Considerations to Adopt Generative AI in their Learning: An International Comparative Study // Technology, Knowledge and Learning. – 2025.

4. Marzano D. Generative Artificial Intelligence (GAI) in Teaching and Learning Processes at the K-12 Level: A Systematic Review // Technology, Knowledge and Learning. – 2025.

5. López-Díaz M.T., Peña M. Mathematics Training in Engineering Degrees: An Intervention from Teaching Staff to Students // Mathematics. – 2021. – Т. 9, №. 13.

ТРАНСФОРМАЦИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПОЗИЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ДОСТУПНОСТИ СИСТЕМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА: ОТ КОНТРОЛЯ РЕЗУЛЬТАТА К УПРАВЛЕНИЮ ПРОЦЕССОМ АРГУМЕНТАЦИИ

О. Н. Тюленева, канд. физ-мат. наук, доцент,
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»,
Москва, Россия,
e-mail: tiuleneva.on@misis.ru

Аннотация. Статья посвящена трансформации педагогической позиции преподавателя математики на естественно-научных направлениях в условиях доступности систем искусственного интеллекта. В этих условиях ключевой задачей становится не контроль правильности ответа, а формирование навыков критической оценки и осмысленного использования результатов, полученных с помощью нейросетей. Предлагается трехуровневая организационно-методическая модель обучения: от полного ручного решения простых задач через частичное делегирование функций ИИ к критическому осмыслению сложных задач, решённых нейросетями. Анализируются типичные ошибки генеративных моделей.

Ключевые слова: математическое образование, естественно-научные направления, искусственный интеллект, генеративные нейросети, педагогическая позиция, критическое мышление, прикладные задачи.

TRANSFORMATION OF THE MATHEMATICS TEACHER'S PEDAGOGICAL POSITION IN THE CONTEXT OF THE AVAILABILITY OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE SYSTEMS: FROM OUTCOME CONTROL TO ARGUMENTATION PROCESS MANAGEMENT

O.N. Tyuleneva, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
National University of Science and Technology «MISIS»,
Moscow, Russia
e-mail: tiuleneva.on@misis.ru

Annotation. The article addresses the transformation of the pedagogical position of mathematics teachers in natural sciences in the context of the availability of artificial intelligence systems. In these conditions, the key task becomes not checking the correctness of the answer, but developing skills of critical evaluation and meaningful use of results obtained through neural networks. A three-level organizational and methodological model of teaching is proposed: from complete manual solution of simple problems through partial delegation of AI functions to critical reflection on complex problems solved by neural networks. Typical errors of generative models are analyzed.

Keywords: mathematics education, natural sciences, artificial intelligence, generative neural networks, pedagogical position, critical thinking, applied problems.

Современное образование переживает период активного внедрения систем искусственного интеллекта. Генеративные нейросети, такие как ChatGPT, GigaChat и YandexGPT, становятся привычным инструментом в руках студентов. Согласно данным

статистики, интерес к применению ИИ в образовании неуклонно растёт с каждым годом [1]. Особую актуальность этот вопрос приобретает в математическом образовании, где важен не столько сам ответ, сколько логика его получения, обоснованность каждого шага и понимание границ применимости используемых методов. Однако, запрет на использование технологий ИИ на сегодняшний день не представляется возможным. Более того, научное сообщество пока не пришло к единому мнению о последствиях влияния генеративного ИИ на образование, однако уже выявлены как перспективные направления, так и проблемные зоны его использования [2]. В литературе обращается внимание на риски, связанные с достоверностью информации и зависимостью студентов от алгоритмов [3], а также на то, что применение нейросетей может приводить к снижению качества обучения за счёт потери навыков критического мышления, если не выстроить соответствующую методическую работу [4].

В связи с этим ключевой задачей становится не борьба с использованием ИИ, а перестройка педагогической позиции преподавателя. Необходимо сместить акцент с простого контроля правильности ответа на управление процессом аргументации. Преподаватель должен научить студента не просто получать решение с помощью нейросети, но критически его оценивать, находить ошибки и понимать логику рассуждений.

В основе предлагаемой трехуровневой модели обучения лежат три взаимодополняющие теоретические концепции, каждая из которых определяет логику построения соответствующего этапа работы студента с системой искусственного интеллекта.

Первый уровень: Полное ручное решение простых задач. Опирается на теорию поэтапного формирования умственных действий П.Я. Гальперина. Согласно этой теории, любое умственное действие сначала выполняется во внешней, материализованной форме, а затем, через ряд последовательных этапов, постепенно переходит во внутренний, умственный план, становясь свёрнутым и автоматизированным. В контексте математического образования это означает, что студент, прежде чем делегировать решение нейросети, должен пройти через полный цикл самостоятельного выполнения всех операций – от анализа условия до проверки полученного ответа. Только пройдя этап развёрнутого внешнего действия, студент формирует устойчивую внутреннюю схему рассуждения. Без этого фундамента любое взаимодействие с ИИ остаётся поверхностным: студент не сможет отличить верное решение от ошибочного, поскольку у него не сформирован внутренний эталон правильного рассуждения. Как отмечается в исследовании [4], при отсутствии базовых навыков использование нейросетей может приводить к снижению качества обучения за счёт потери навыков критического мышления и анализа.

Второй уровень: Частичное делегирование функций ИИ. Строится на концепции проблемного обучения. Генеративные нейросети, как показывает практика, часто выдают ошибочные, неполные или логически противоречивые решения, особенно при работе со сложными математическими объектами. Однако не менее важна и другая ситуация: ИИ может дать верный, но совершенно неожиданный для студента ответ, который противоречит его интуитивным ожиданиям. В таких случаях перед студентом встаёт новая интеллектуальная задача - не просто проверить ответ на правильность, но и понять,

почему получен именно такой результат, как его интерпретировать с математической точки зрения и согласуется ли он с условиями задачи. Это требует от студента глубокого осмысления, выходящего за рамки формального применения алгоритмов.

Третий уровень: Регулирование и критическое осмысление решения, полученного ИИ для сложной задачи. Базируется на диалогическом подходе. Введение генеративной нейросети в учебный процесс в качестве третьего участника диалога создаёт принципиально новую образовательную ситуацию. Студент взаимодействует с системой, которая не является безошибочным авторитетом, а скорее напоминает «несовершенного собеседника», чьи утверждения требуют постоянной проверки и критической оценки. Как отмечено в работе [1], «функцию "думать" способен осуществлять только мозг человека, "отягощенный" критическим мышлением и логикой. А любая нейросеть, пусть даже и самая передовая, никогда не перестанет быть алгоритмом, лишенным данных способностей».

Взаимосвязь трёх теоретических концепций задаёт логику постепенного усложнения учебной деятельности: от формирования базового алгоритма через его внешнее выполнение (уровень 1) к решению проблемных ситуаций с частичной автоматизацией (уровень 2) и, наконец, к полноценному критическому диалогу с ИИ в условиях неопределённости (уровень 3).

Для эффективного применения предлагаемой модели необходимо систематическое знание типичных ошибок, которые воспроизводят генеративные модели при решении математических задач. На основе анализа доступных публикаций и собственных наблюдений можно выделить следующие наиболее характерные типы ошибок:

1. Ошибки логического вывода: нарушение правил дедукции, подмена необходимых условий достаточными, некорректное применение теорем без проверки условий их применимости.

2. Ошибки, связанные с областью определения: игнорирование ограничений на допустимые значения переменных, потеря особых решений при делении на переменную, которая может обращаться в ноль.

3. Арифметические и вычислительные ошибки: неточности в промежуточных вычислениях, неверное упрощение выражений, ошибки при работе со знаками и степенями.

4. Структурная неполнота: отсутствие чёткой аргументации, пропуск существенных шагов, что затрудняет понимание и критическую оценку.

5. Отсутствие проверки: получив решение, нейросеть, как правило, не выполняет проверку подстановкой или альтернативным методом.

Предлагаемая трехуровневая модель организации учебной деятельности предполагает постепенное наращивание компетенций студента: от полного ручного решения на первом уровне через частичное делегирование функций ИИ на втором к критическому осмыслению сложных задач на третьем. Каждый уровень включает конкретные типы заданий и форм работы.

Важно, чтобы переход между уровнями происходил постепенно. Преподаватель должен оценивать готовность студента к переходу на следующий уровень. На первом уровне оценивается правильность ручного решения. На втором – способность студента

анализировать решение ИИ и интерпретировать неожиданные результаты. На третьем – умение критически оценивать и корректировать сложные решения, полученные с помощью нейросети. Традиционные формы контроля сохраняются, особенно на первом уровне, где использование ИИ исключено полностью. На последующих уровнях оценивается не столько правильность конечного ответа, сколько качество анализа и аргументации. Как справедливо отмечают исследователи, «эффективное использование ИИ при обучении математическим дисциплинам возможно только при условии осознанного и критического подхода к данному явлению как со стороны преподавателя, так и со стороны студентов» [1].

Генеративные нейросети, несмотря на их ограничения, могут стать эффективным инструментом развития критического мышления, если использовать их решения как материал для анализа на продвинутых этапах обучения. Предложенная трехуровневая модель с конкретными типами заданий позволяет постепенно формировать у студентов навыки решения, анализа и аргументации.

Список литературы

1. Даниленко С.В., Мартынюк Ю.М., Ванькова В.С. Некоторые аспекты применения технологий искусственного интеллекта в математическом образовании // Чебышевский сборник. – 2025. – Т. 26, № 3. – С. 335-345.

2. Константинова Л.В., Ворожихин В.В., Петров А.М., Титова Е.С., Штыхно Д.А. Генеративный искусственный интеллект в образовании: дискуссии и прогнозы // Открытое образование. – 2023. – Т. 27, № 2. – С. 36-48.

3. Ивахненко Е.Н., Никольский В.С. ChatGPT в высшем образовании и науке: угроза или ценный ресурс? // Высшее образование в России. – 2023. – Т. 32, № 4. – С. 9-22.

4. Ветренко Е.А. Исследование эффективности и потенциала использования нейросетей в процессе обучения математическим дисциплинам в вузе // Вестник науки. – 2024. – № 11 (80).

5. Симонова И.Э., Симонов А.Б., Тарасова И.А. Возможности использования искусственного интеллекта в обучении математике (на примере ВолгГТУ) // Primo Aspectu. – 2024. – № 4 (60). – С. 69-75.

АКТУАЛЬНОСТЬ ВЗАИМНОГО ОЦЕНИВАНИЯ СТУДЕНТОВ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Н. В. Филимоненкова, канд. физ.-мат. наук,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: nf33@yandex.ru

Аннотация. Доклад посвящен взаимному оцениванию студентов в курсе высшей математики. Предложены две модели контрольных мероприятий с участием студентов-тьюторов, которым преподаватель делегирует проверку работ однокурсников. Обсуждается количественный (оптимизирующий) и качественный (формирующий) потенциал взаимного оценивания в контексте цифровизации образования и развития искусственного интеллекта.
Ключевые слова: взаимное оценивание, высшая математика, студенты-тьюторы, нагрузка преподавателя, формирующее оценивание, цифровизация.

THE RELEVANCE OF PEER ASSESSMENT OF STUDENTS IN THE CONTEXT OF EDUCATION DIGITALIZATION

N. V. Filimonenkova, candidate of physical-mathematical sciences,
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russia
e-mail: nf33@yandex.ru

Annotation. This report is devoted to peer assessment of students in a higher mathematics course. It proposes two models of assessment activities involving student tutors, to whom the instructor delegates the evaluation of their peers' work. The quantitative (optimizing) and qualitative (formative) potential of peer assessment is discussed in the context of education digitalization and the development of artificial intelligence.
Keywords: peer assessment, higher mathematics, student tutors, instructor workload, formative assessment, digitalization.

Взаимное оценивание – это метод организации обучения и контроля, когда студенты проверяют работы других студентов, обычно в рамках одного учебного потока, учебной группы. Термин «взаимное оценивание» является общепринятым русскоязычным аналогом английского понятия «peer assessment». С конца XX века по настоящее время дидактике peer assessment посвящено много крупных зарубежных исследований (K. Topping, N. Falchikov, D. Nicol), выявлена эффективность peer assessment при изучении STEM-дисциплин, в частности, математики (C. Brignell, N. Dahal, Y. Biton). Однако у этого метода есть и глубокие отечественные корни – в коллективном способе обучения А.Г. Ривина и В.К. Дьяченко, который развивался на протяжении XX века.

В современном отечественном образовании тоже наблюдается высокий спрос на подключение студентов к оценочной деятельности, но вместе с тем – слабое распространение системных практик взаимного оценивания в российских вузах. Этому соответствует и малочисленность публикаций, описывающих конкретные реализации взаимного оценивания в преподавании отдельных учебных дисциплин: английского языка (О.Н. Стогниева, Высшая школа экономики), менеджмента (О.В. Арлашкина, Новосибирский государственный университет экономики и управления), дифференциальных уравнений (А.Н. Харлова, Томский политехнический университет). Этим дефицитом обусловлена практическая значимость предлагаемого доклада.

В публикации [1] автором доклада представлена системно выстроенная технология взаимного оценивания, внедренная в текущий контроль курса «Высшая математика» и

апробированная в многолетней преподавательской практике. Укажем общие параметры технологии:

- используется асимметричный подход – функции оценивания делегируются не всем студентам, а лишь небольшому штату студентов, которые называются тьюторами;
- тьюторы рекрутируются из числа студентов на добровольной основе и проходят подтверждение своей квалификации по теме контрольного мероприятия;
- каждый тьютор решает свои задания в рамках контрольного мероприятия и осуществляет ручную проверку решений, выполненных другими студентами;
- тьюторы получают четкие инструкции для проверки;
- тьюторы не анонимны, студенты вступают в открытую коммуникацию со своим тьютором;
- проверка работ осуществляется в два этапа: сначала проверяют тьюторы, затем проверяет преподаватель, чтобы утвердить или скорректировать результаты проверки тьюторов, оценить работу самих тьюторов;
- за работу в качестве тьютора студенты получают баллы, размер которых зависит от количества и качества выполненной проверки (есть расчетная формула);
- штат тьюторов набирается заново для каждого из тех контрольных мероприятий, которые проводятся с их участием (за три семестра изучения высшей математики около 30% студентов приобретают опыт тьюторства).

Целесообразность подключения тьюторов к контрольному мероприятию зависит от его содержания. Оно должно быть типовым, хорошо структурированным, критерии оценивания должны поддаваться формализации и охватывать не только ответ, но и решение задачи (иначе компьютерное тестирование было бы предпочтительнее ручной проверки). Такие контрольные мероприятия носят одновременно и контролирующий, и обучающий характер.

Автором доклада разработаны две модели контрольных мероприятий с участием тьюторов: офлайн-модель и онлайн-модель. Они подробно описаны в [1] и являются частью организационно-дидактической системы смешанного обучения [2]. Обе модели пригодны для больших потоков студентов, для большого объема работ, поступающих на ручную проверку, но критически важны точные организационно-методические настройки.

Офлайн-модель взаимного оценивания – это аудиторные самостоятельные работы, на которых тьюторы проверяют письменные решения студентов в режиме реального времени. Участие тьюторов позволяет использовать поступательно-итеративную схему: самостоятельная работа разбивается на три блока задач, решение каждого блока студент сдает тьютору и переходит к следующему блоку, если тьютор не обнаружил ошибок, решает тот же блок заново (другой вариант), если тьютор обнаружил ошибку. Эта схема предотвращает фиксацию ошибочных действий по П.Я. Гальперину. Ее можно также считать приложением к высшему образованию принципа обучения на высоком уровне трудности Л.В. Занкова. Такие самостоятельные работы проводятся по несложным вычислительным темам: техника расчета пределов, производных, интегралов, базовые операции алгебры, признаки сходимости числовых рядов.

Онлайн-модель взаимного оценивания – это расчетно-графические работы в дистанционном курсе на платформе Moodle. В отличие от офлайн-модели, они проводятся по более сложным задачам, где предполагается объемное письменное решение с отложенной формой проверки. Ресурсы тьюторов и цифровой среды позволяют развернуть многоступенчатую проверку: в отведенные сроки студенты сдают на проверку решение, доработку решения, защиту решения.

После нескольких десятков испытаний офлайн- и онлайн-моделей в учебном процессе, на основе наблюдений, измерений, анкетирований и опросов студентов

проводился количественный и качественный анализ взаимного оценивания. Перечислим его выводы.

Надежность взаимного оценивания достаточно высока. В рамках нашей системы в тьюторы попадают в основном хорошо подготовленные и ответственные студенты, они выполняют рутинную часть проверки даже тщательнее, чем мог бы себе позволить перегруженный преподаватель. Процент согласия тьюторского и преподавательского оценивания примерно 85% в офлайн-модели и 70% в онлайн-модели. По этой причине у преподавателя есть возможность провести повторную проверку в облегченном и ускоренном режиме: выборочно, по проблемным местам, пропуская рутину.

Производительность оценочной деятельности преподавателя повышается. Расход времени преподавателя на контрольное мероприятие с тьюторами получается меньше, чем на проведение такого же мероприятия с ручной проверкой без тьюторов. Однако опыт показывает, что сокращение не такое существенное, как хотелось бы: не более чем в 2 раза – поскольку время, сэкономленное на проверке, частично уходит на методическое и организационное обеспечение взаимного оценивания.

С другой стороны, участие тьюторов позволяет развернуть итеративное или многоступенчатое оценивание, что увеличивает поток обратной связи (количество проверяемых работ) – примерно в 1,5–2 раза. Рассмотрим производительность проверки как отношение потока обратной связи к часам, затраченным преподавателем. При переходе в режим «с тьюторами» производительность меняется с коэффициентом k, где $1{,}5 < k \leq 2{:}\ 1/2 = 4$, и это уже более позитивный показатель.

Взаимное оценивание как катализатор горизонтального обучения и формирующего оценивания. В обязанности тьютора входит не только оценивание работы, но и объяснение (устное или письменное) студенту его ошибок. А также бывает и наоборот: студент объясняет тьютору суть своего решения и оспаривает оценку. Таким образом, на период контрольного мероприятия происходит естественный запуск горизонтального обучения, которое, как известно, отличается короткой психологической дистанцией между участниками, высокой скоростью отклика и возможностью быстрой коррекции ошибок. Это создает благоприятную среду для формирующего оценивания (formative assessment, B. Bloom) – безусловного императива современной дидактики. Действительно, студенты-тьюторы выступают агентами немедленной обратной связи, а итеративная проверка в офлайн-модели и многоступенчатая в онлайн-модели трансформируют ошибку из «наказания» в триггер для запуска цикла формирующей обратной связи.

Польза тьюторства для тьюторов. Очевидно, студенты-тьюторы лучше осваивают материал, учатся формулировать и аргументировать, конструктивно выстраивать критику. Наши наблюдения согласуются с теорией поэтапного формирования умственных действий П.Я. Гальперина и современными исследованиями, в которых установлено, что через опыт регуляции интенсивно развивается саморегуляция и что, вообще, производство обратной связи гораздо мощнее, чем её получение. Даже если взаимное оценивание не приносило бы никакой пользы ни преподавателю, ни студентам-получателям горизонтальной обратной связи, то образовательная польза для студентов-тьюторов все равно окупала бы этот метод. Это отмечают в отзывах и сами тьюторы.

Спрос на место тьютора традиционно высокий, несмотря на то, что работа тьютора тяжелая и не так уж хорошо оплачивается (в баллах). Студенты, поработавшие тьюторами, начинают более уважительно относиться к труду преподавателя и у некоторых проявляется склонность в преподавательской деятельности.

Социализация студентов и геймификация учебного процесса. Взаимное оценивание способствует сплочению учебного потока и социализации плохо адаптированных в коллективе студентов. Контрольные мероприятия с тьюторами помогают первокурсникам познакомиться со своими одногруппниками, узнать их с деловой стороны. Студенты

отмечают в отзывах, что по уровню эмоций, творческой активности и ситуативных проблем контрольные мероприятия с участием тьюторов похожи на квесты.

К ограничениям взаимного оценивания относится, во-первых, неполнота решения проблемы перегрузок преподавателя на текущем контроле. Взаимное оценивание незначительно сокращает временные затраты преподавателя и подходит далеко не для всех контрольных мероприятий. Во-вторых, преподавателей может отпугивать повышенная трудоемкость организационной и методической работы: в краткосрочной перспективе проще проверить самостоятельно пачку работ, чем разрабатывать, налаживать и регулировать сценарии взаимного оценивания. В-третьих, несмотря на достаточную надежность взаимного оценивания, случаются и тьюторы-халтурщики, и тьюторы, оказывающие избыточную помощь студентам, работы которых они проверяют.

С точностью до формулировок и акцентов, выделенные выше преимущества и ограничения взаимного оценивания совпадают с наблюдениями других исследователей, что неудивительно, так как метод к настоящему времени уже неплохо изучен. Добавим к этому насущный вопрос: *как взаимное оценивание соотносится к цифровизацией образования и развитием искусственного интеллекта?*

В недавнем прошлом цифровые технологии привели к масштабированию peer assessment. Именно онлайн-курсы вывели взаимное оценивание на массовый уровень за счет прозрачности и связности цифровой среды. Отсюда и предлагаемая нами онлайн-модель контрольных мероприятий по высшей математике.

Дальнейшее развитие цифровых технологий и распространение искусственного интеллекта, к сожалению, работают против онлайн-модели: из-за невозможности отследить самостоятельность студентов, выполнивших работы удаленно, и тьюторов, проверяющих работы удаленно. Это понижает значимость удаленного контроля (до тренинга перед очным контролем) и толкает его к автоматизации. При этом офлайн-модель взаимного оценивания все еще остается работоспособной и релевантной.

Автоматизация оценочной деятельности переходит сейчас от компьютерных тестирований с их ограниченной функциональностью (проверка ответов) к разработке продвинутых ИИ-ассистентов преподавателя, которым тот сможет делегировать ручную проверку решения и обучающий диалог со студентом. Наличие такого ИИ-ассистента на порядок разгрузит преподавателя, резко повысит производительность оценочной деятельности и, казалось бы, снимет необходимость привлекать к ней студентов.

Однако в пилотных проектах уже выявляются специфические проблемы ИИ-генерированной обратной связи: снижение эмоциональной вовлеченности и персонализации оценивания, опасность накопления у студентов цифровой усталости при возрастающем дефиците человеческих коммуникаций. На этом фоне живое взаимное оценивание (особенно офлайн-модель) сохранит свою нишу в образовании и даже повысит свою актуальность, поскольку служит не столько оптимизации рабочих процессов, сколько решению психологических, социальных и педагогических задач.

Список литературы

1. Филимоненкова Н. В. Взаимное оценивание студентов в курсе высшей математики: от разгрузки преподавателя к формирующему оцениванию // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2026. – Т. 4 (72).

2. Филимоненкова Н. В. Организационно-дидактическая модель смешанного обучения высшей математике // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Т. 3 (67). – С. 71-87.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУРСА «МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ» В РАМКАХ МОДЕЛИ 4C/ID ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Л. Р. Шакирова, д-р пед. наук, профессор,
М. В. Фалилеева, канд. пед. наук, доцент,
Казанский федеральный университет,
Казань, Россия
e-mail: liliana.shakirova@kpfu.ru, marina.falileeva@kpfu.ru

Аннотация. В статье представлен редизайн учебного курса «Методика обучения математике» (5–6 семестры) на основе когнитивной модели 4C/ID. Цель редизайна – усиление междисциплинарных связей, интеграция теории с практикой, преодоление фрагментации учебного материала и формирование сложных профессиональных компетенций будущих учителей математики. Для реализации перевернутого обучения и выполнения самостоятельной работы студентами в рамках новой модели обучения проведен соответствующий редизайн электронного курса с применением технологий искусственного интеллекта.

Ключевые слова: методика обучения математике, сложные профессиональные компетенции, модель 4C/ID, перевернутое обучение, высшее образование.

DESIGNING THE COURSE «METHODS OF TEACHING MATHEMATICS» WITHIN THE 4C/ID FRAMEWORK FOR DEVELOPING COMPLEX PROFESSIONAL COMPETENCIES OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

L. R. Shakirova, doctor of pedagogical sciences, professor,
M. V. Falileeva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Kazan Federal University,
Kazan, Russia
e-mail: liliana.shakirova@kpfu.ru, marina.falileeva@kpfu.ru

Annotation. The article presents a redesign of the course “Methods of Teaching Mathematics” (semesters 5–6) based on the cognitive 4C/ID model. The redesign aims to strengthen interdisciplinary connections, integrate theory with practice, overcome fragmentation of educational content, and develop complex professional competencies in future mathematics teachers. To implement flipped learning and students’ independent work within the new teaching model, a corresponding redesign of the e-course has been carried out, in particular, using artificial intelligence technologies.

Keywords: methods of teaching mathematics, complex professional competencies, 4C/ID model, flipped learning.

Подготовка учителя математики на современном этапе сталкивается как с традиционными, так и с новыми вызовами. Это связано с изменением условий существования общества XXI века: школьники и студенты с раннего возраста глубоко интегрированы в цифровую среду (социальные сети, мессенджеры, сетевые игры и т. п.), и как следствие цифровые технологии, упрощая решение учебных задач (быстрый поиск

информации, генерация готовых решений, проектов и др.), снижают уровень самостоятельности, креативности, ответственности и рефлексивности обучаемых. Требования работодателей к учителю стали более разнообразными: остались традиционные – владение математикой, методикой, педагогикой, возрастной психологией и др., и вводятся новые – владение цифровыми компетенциями, умение руководить проектной и исследовательской деятельностью учащихся, подготовка к ОГЭ и ЕГЭ и др. В этих условиях перед высшей школой встают новые задачи по трансформации подготовки студентов педагогического направления с математическим профилем.

Для решения этой задачи необходимо обратиться к новым моделям подготовки специалистов в профессиональных областях, требующих *междисциплинарности, контекстуальности, рефлексивности, трансферабельности,* т. е. моделям, направленным на формирование сложных профессиональных компетенций. Под сложными профессиональными компетенциями (далее – СПК) будем понимать профессиональные компетенции высшего порядка для решения нестандартных, неопределенных профессиональных задач, требующих от специалиста интеграции социальных, личностных, профессиональных компетенций. Они становятся системным, целостным качеством личности, которое определяет способ мышления специалиста в неопределенных профессиональных ситуациях.

Исследования по определению и классификации СПК приобрели широкий характер с конца XX – начала XXI века. J. Erpenbeck, L. Rosenstil [1] сложные компетенции называют также личностными и относят к ним креативность, готовность к риску, ответственность. T. Hoffmann [2] акцентирует на интеграции поведенческого, функционального, результативного подходов при решении сложных профессиональных задач. Российские ученые Э.Ф. Зеер [5], В.И. Байденко [4], А.В. Хуторской [7] обращают внимание на то, что сложные интегративные компетенции – это новое системное качество личности.

Наша работа связана с редизайном учебного курса «Методика обучения математике» (5–6 семестры) с целью повышения уровня сформированности СПК будущих учителей математики. Для понимания механизмов формирования СПК и их реализации в практике подготовки бакалавров педагогического направления с математическим профилем необходимо опираться на модели, которые: 1) ориентированы на решение профессиональных проблем (проблемное обучение, технологии развития критического мышления, технологии сотрудничества, ситуативное обучение и др.); 2) опираются на когнитивные технологии обучения; 3) обеспечивают более глубокую интеграцию теории и практики; 4) реализуют компетентностный подход.

Необходимость серьезного редизайна созревала постепенно. Ранее в практику подготовки студентов КФУ были введены: проектирование и симуляции профессиональных ситуаций (с 1996 г., Н.В. Тимербаева) – студенты проводили спроектированные уроки на практических занятиях; тьюторство и приемы развития критического мышления (эссе, анализ профессиональных ситуаций и др.); проектное обучение (проекты уроков, рабочих листов, логико-математический анализ темы, теоремы, математического понятия и др., включая разработку цифровых продуктов), компетентностный подход (с 2010 г.), смешанное обучение (с 2012 г.) и др.

Условия формирования СПК и наши требования к редизайну учебного курса позволяют выделить **комплексное обучение** как центральный подход в формировании

СПК при подготовке специалистов в системе высшего образования. Среди различных концепций, реализующих идеи комплексного обучения в разные года (ситуативное обучение (1924), когнитивное обучение (1950–60 гг.), деятельностный подход (1978), проектное и интегрированное обучение и др.) мы обратились к четырехкомпонентной модели дизайна обучения 4C/ID Й. Дж. Г. ван Мариенбора [3]. Модель интегрирует в себе большую часть перечисленных концепций в своем содержании, поэтому на данном этапе показывает высокие результаты реализации комплексного подхода в подготовке специалистов. Однако она сложна как в проектировании, так и в реализации. Именно в век информационных технологий появились возможности для облегчения её реализации в практике подготовки студентов: использование перевёрнутого обучения, различных программных цифровых продуктов и технологий искусственного интеллекта.

В 2025 году осуществлено новое проектирование содержания курса в рамках модели 4C/ID, в соответствии с идеями решения проблем компартментализации, фрагментации и парадокса переноса обучения на реальную профессиональную деятельность. Четыре компонента данной модели представлены следующим образом:

1. *Учебные задачи* формулируются в каждом семестре. Например, в 5 семестре, в задачи включили отработку общих и частных методик на примере обучения математике в 5–6 классах на уроках открытия нового знания и рефлексии, начала изучения частных методик обучения в основной школе.

2. *Вспомогательная информация* предоставляется на лекциях (перевернутых, очных), практических занятиях и в заданиях для самостоятельной работы.

3. *Процедурная информация* представлена в электронном курсе в виде 5 глоссариев (методика обучения математике, педагогика, психология, школьная математика, смешанный – философия, методология и др.) и в разметке электронных текстов перевернутых лекций и других учебных материалов (дополнительных учебных материалов, самостоятельной работы студента и др.).

4. Практика *частичных заданий* реализуется через проектирование уроков математики путем постепенного усложнения задач проектирования.

Новым свойством проектируемого курса стала более тесная преемственность между семестрами, темами, лекционными и практическими занятиями для развития компетенций по спирали. В традиционных курсах методики математики разделы общей и частной методики идут последовательно, что приводит к недостаточному фрагментированному применению общих методических идей в реальной практике. При последующем изучении частных методик и их применении в симуляциях часто обнаруживалось недостаточно прочное усвоение понятий общей методики.

Центральная идея проектирования содержания нового курса методики математики (5–6 семестры) – смешение общих и частных вопросов методики математики для усиления связи между теорией и практикой. Для понимания обратимся к последовательности изучения вопросов в 5 семестре курса «Методика обучения математике»: 1) система математического образования РФ; 2) урок математики; 3) нормативные документы; 4) методы и формы обучения на уроке математики; 5) математические понятия и этапы познания; 6) математические задачи; 7) начальное математическое образование; 8) методика обучения математике в 5–6 классах; 9) мотивация школьников при обучении математике; 10) средства обучения математике; 11) линия числа в основной школе; 12) элементы теории

чисел в основной школе; 13) рабочие листы, визуализация и геймификация на уроках математики; 14) тождественные преобразования в основной школе; 15) смешанное и дистанционное обучение математике; 16) вероятностно-статистическая линия в основной школе.

Отметим, что в реализацию модели 4C/ID [6] последовательно вписывается используемое в нашей практике раннее самостоятельное проектирование урока с третьей темы для освоения структуры урока открытия нового знания. При последующих проектированиях уроков добавляются: анализ форм, методов, приемов при обучении математике на уроке открытия нового знания; этапы введения нового математического понятия; работа с математической задачей и др. Лекционные и практические занятия содержательно взаимно связаны пропедевтикой. Так, первые уроки 5 и 6 классов, проектируемые самостоятельно и реализуемые на практике, усиливают понимание лекций 7, 8, 12, 11. На лекциях изучаются общие вопросы с примерами из ближайших в обучении частно-методических вопросов.

Для проектирования перевернутых лекций, вопросов к ним, работе с понятиями глоссариев, генерации соответствующих изображений для лекции используются технологии искусственного интеллекта с учетом требований к цифровому контенту.

Дальнейшая работа по совершенствованию учебного курса продолжается. Для этого планируется в существующую модель обучения курса интеграция двух моделей обучения: SAMR для обеспечения процесса проектирования и реализации цифровой составляющей курса и октализ Ю-Кай Чоу для балансировки внутренней и внешней мотивации в образовательном процессе.

Список литературы

1. Erpenbeck J., Rosenstil L. Handbuch Kompetenzmessung. – Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 2007.

2. Hoffmann T. The meanings of competency // Journal of European Industrial Training. – 1999. – Т. 23, №. 6. – С. 275-286.

3. van Merriënboer J.J.G., Kirschner P.A. Ten Steps to Complex Learning. – New York: Routledge, 2018.

4. Байденко В.И. Компетенции в профессиональном образовании // Высшее образование в России. – 2004. – № 11. – С. 3-13.

5. Зеер Э.Ф. Психология профессий. – М.: Академический проект, 2003.

6. Фалилеева М.В., Шакирова Л.Р. Проектирование дисциплины «Методика обучения математике» в рамках педагогического дизайна 4C/ID // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: материалы IX Международной научной конференции. В 4-х частях, Красноярск, 23–26 сентября 2025 года. – Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2025. – С. 474-478.

7. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58-64.

КРИТЕРИИ ОТБОРА ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Е. А. Хайдукова, магистрант,
Н. В. Сидорова, к. пед. н, доцент
Ульяновский государственный педагогический
университет им. И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия
e-mail: haidukova-ekaterina@mail.ru, navsi69@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема отбора цифровых образовательных ресурсов для формирования функциональной математической грамотности учащихся основной школы. Предлагается система критериев, включающая контекстность, интерактивность, адаптивность, содержательную обратную связь и возможность моделирования. Приводятся примеры оценки цифровых ресурсов (РЭШ, Учи.ру, GeoGebra) на основе разработанных критериев.

Ключевые слова: математическая грамотность, функциональная грамотность, цифровые образовательные ресурсы, критерии отбора, основная школа, методика обучения математике.

CRITERIA FOR SELECTING DIGITAL EDUCATIONAL RESOURCES FOR THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL LITERACY IN MATHEMATICS LESSONS IN PRIMARY SCHOOL

E. A. Khaidukova, master's student; N. V. Sidorova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov, Ulyanovsk, Russia
e-mail: haidukova-ekaterina@mail.ru, navsi69@mail.ru

Annotation. The article deals with the problem of selecting digital educational resources for the formation of functional mathematical literacy of primary school students. A system of criteria is proposed, including contextuality, interactivity, adaptability, substantive feedback and the possibility of modeling. Examples of evaluating digital resources (Russian Electronic School, Uchi.ru, GeoGebra) based on the developed criteria are given.

Keywords: mathematical literacy, functional literacy, digital educational resources, selection criteria, primary school, methods of teaching mathematics.

Современные требования к результатам обучения математике, отраженные в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования, акцентируют внимание на формировании функциональной грамотности обучающихся [5]. Понятие функциональной грамотности и способы ее развития у школьников вызывают интерес многих исследователей [1, 2, 3]. В статье мы рассмотрим один из ее аспектов – математическую грамотность. Под математической грамотностью, согласно концепции международного исследования PISA, понимается способность личности применять математические знания и умения в разнообразных реальных контекстах [6]. Одним из перспективных инструментов решения данной задачи выступают цифровые образовательные ресурсы (ЦОР), которые позволяют

моделировать жизненные ситуации, визуализировать абстрактные понятия и организовывать интерактивное взаимодействие учащихся с учебным содержанием.

Однако практика работы школы показывает, что использование ЦОР часто носит эпизодический и бессистемный характер. Многие учителя испытывают затруднения при выборе ресурсов, действительно способствующих развитию математической грамотности, а не только тренировке вычислительных навыков. Возникает противоречие между широким спектром доступных цифровых инструментов и отсутствием научно обоснованных критериев их отбора для достижения конкретной дидактической цели – формирования функциональной математической грамотности.

Цель статьи – предложить и обосновать систему критериев отбора цифровых образовательных ресурсов, которые могут быть использованы на уроках математики в основной школе для развития математической грамотности.

В методической литературе выделяют различные классификации ЦОР: по типу представления информации (текстовые, визуальные, мультимедийные), по способу взаимодействия (пассивные, активно-обучающие, интерактивные), по дидактической цели (обучающие, тренировочные, контролирующие) [4]. Для формирования математической грамотности наибольший интерес представляют интерактивные ресурсы, позволяющие моделировать реальные ситуации: виртуальные лаборатории, симуляции, геометрические конструкторы, платформы с контекстными задачами. К таким ресурсам можно отнести Российскую электронную школу (РЭШ) с банком задач в формате PISA, платформу Учи.ру с интерактивными заданиями в игровой форме, среду GeoGebra для динамического моделирования. Однако использование ресурса само по себе не гарантирует развития математической грамотности. Необходима система критериев для оценки дидактических возможностей ЦОР в соответствии с поставленными образовательными задачами.

На основе анализа психолого-педагогической литературы и требований ФГОС [5] нами выделены пять основных критериев отбора ЦОР, ориентированных на формирование компонентов математической грамотности.

Первый критерий – **контекстность**. Задания, предлагаемые в ЦОР, должны быть встроены в реальные или правдоподобные жизненные ситуации (покупки, путешествия, ремонт, планирование бюджета, анализ статистических данных). Ресурс оценивается как соответствующий критерию, если не менее половины его заданий имеют практический контекст.

Второй критерий – **интерактивность и наглядность**. ЦОР должен позволять учащемуся не просто вводить ответ, а взаимодействовать с математическим объектом: изменять параметры, наблюдать за динамикой, строить графики, вращать фигуры в трехмерном пространстве. Например, в среде GeoGebra учащийся может перемещать ползунки и сразу видеть, как меняется положение графика. Это способствует развитию пространственного мышления и пониманию функциональных зависимостей.

Третий критерий – **адаптивность и уровневая дифференциация**. Эффективный ЦОР должен предлагать задания разного уровня сложности и, в идеале, адаптировать траекторию обучения под индивидуальные достижения учащегося. Для развития математической грамотности важно, чтобы в ресурсе присутствовали задачи базового

уровня (воспроизведение знаний), уровня применения в знакомой ситуации и уровня рассуждения в нестандартном контексте.

Четвертый критерий – **наличие содержательной обратной связи**. ЦОР должен не просто фиксировать «правильно/неправильно», но и пояснять ошибку, показывать верное решение, предлагать аналогичные задания для доработки. Содержательная обратная связь формирует у учащегося рефлексию собственных действий, что является важным компонентом познавательных универсальных учебных действий.

Пятый критерий – **возможность моделирования и исследования**. Наиболее ценные для развития математической грамотности ЦОР позволяют учащемуся самостоятельно изменять условия задачи, выдвигать гипотезы и проверять их. Речь идет о виртуальных лабораториях, динамических моделях, конструкторах. Например, при изучении темы «Проценты» учащийся может в интерактивной модели изменить процентную ставку по кредиту и увидеть, как изменится итоговая сумма.

Применим разработанную систему критериев к трем популярным цифровым ресурсам. Оценка проводилась по трехбалльной шкале, где 3 балла – полное соответствие критерию, 1 балл – несоответствие. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Оценка цифровых образовательных ресурсов в соответствии с выделенными критериями

Критерий	РЭШ (задачи PISA)	Учи.ру	GeoGebra
Контекстность	3	2	1
Интерактивность и наглядность	2	3	3
Адаптивность	2	3	1
Содержательная обратная связь	2	2	1
Возможность моделирования	1	1	3

Как видно из таблицы, ни один ресурс в отдельности не удовлетворяет всем критериям в полной мере. Учителю целесообразно комбинировать различные ЦОР в зависимости от этапа урока и конкретной дидактической задачи. Например, для введения нового материала в реальном контексте возможно использовать задачи из РЭШ, для отработки навыка в интерактивной форме – платформу Учи.ру, для исследовательской работы и моделирования – среду GeoGebra.

На основе предложенных критериев можно сформулировать следующие методические рекомендации для учителя математики. Перед выбором ЦОР необходимо определить, какой компонент математической грамотности планируется формировать: интерпретация данных, применение в нестандартной ситуации или математическое рассуждение. Затем следует оценить ресурс по пяти критериям, при этом не стоит стремиться к максимальному баллу по всем – важнее соответствие конкретной цели урока. Рекомендуется использовать комбинацию ресурсов в рамках одной темы: демонстрационный ЦОР (фронтально), плюс индивидуальный тренажер, плюс исследовательская лаборатория. Наконец, важно включать в задания вопросы,

требующие от учащегося объяснить свой выбор, интерпретировать полученный результат, перенести его на другую ситуацию, поскольку даже хороший ЦОР не заменяет педагогического сопровождения.

Таким образом, формирование математической грамотности средствами цифровых образовательных ресурсов требует системного подхода к их отбору. В статье предложена система из пяти критериев (контекстность, интерактивность, адаптивность, содержательная обратная связь, возможность моделирования), которая позволяет учителю осознанно выбирать ЦОР для различных этапов урока. Показано, что ни один ресурс не является универсальным – необходима комбинация инструментов. Разработанные критерии могут быть использованы при проектировании процесса обучения математике, направленного на развитие функциональной грамотности, и составляют основу для дальнейшего исследования.

Список литературы

1. Борщевская А. Функциональная грамотность в контексте современного этапа развития образования // Наука и школа. – 2021. – № 1. – С. 199-208.

2. Етриванова И.А., Сидорова Н.В. Развитие функциональной грамотности на уроках математики // Управление качеством образования: проблемы и перспективы: материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2025. – С. 117-123.

3. Ковалева Г.С., Красновский Э.А. Новый взгляд на грамотность. По результатам международного исследования PISA-2022. – М.: Просвещение, 2023. – 120 с.

4. Роберт И.В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты). – М.: ИИО РАО, 2020. – 274 с.

5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утв. приказом Минпросвещения РФ от 31.05.2021 № 287). – URL: https://fgos.ru (дата обращения: 05.04.2026).

6. OECD. PISA 2022 Mathematics Framework. – Paris: OECD Publishing, 2023. – 98 с.

Авторы

Абатурова Вера Сергеевна……...72

Армеева Елена Владимировна…….76

Артюхин Олег Игоревич…….206

Артюхина Мария Сергеевна…….80, 206

Бабарико Роман Михайлович……...84

Басина Елена Валерьевна……..76

Бахусова Елена Васильевна……..99, 210

Безенкова Елена Викторовна……88

Безроднова Ольга Анатольевна……..391

Белоусова Вероника Игоревна…....457, 510

Белоусова Марина Михайловна…….461

Беляева Светлана Дмитриевна……...214

Бирюлина Елена Владимировна……..92

Богданов Павел Сергеевич…….299

Богданов Сергей Николаевич……..…299

Богданова Елена Анатольевна……299

Боженкова Людмила Ивановна……....95

Боровских Алексей Владиславович...218

Бороздина Мария Владимировна…...429

Буракова Галина Юрьевна……..332

Бушуев Михаил Константинович…..465

Быкова Ирина Альбертовна……411

Вечтомов Евгений Михайлович……...22

Виноградов Евгений Валентинович..220

Власова Ирина Николаевна……303

Власова-Галасеева Наталия……395

Волкова Агата Игоревна……...99

Волкова Наталья Анатольевна……...307

Ворушило-Звежинская Екатерина Витальевна……...103

Гаврилова Маргарита Алексеевна….107

Ганеева Айгуль Рифовна……469

Гельфман Эмануила Григорьевна…..311

Гильмуллин Мансур Файзрахманович....316

Головашкин Димитрий Львович……224

Горбачев Василий Иванович……..111

Грачева Оксана Юрьевна……201

Григорьев Сергей Георгиевич……..20

Гриншкун Вадим Валерьевич……....399

Губарь Людмила Николаевна…….228

Дворяткина Светлана Николаевна….473

Деза Елена Ивановна……...232

Дорофеев Сергей Николаевич……115

Дробышева Ирина Васильевна……...235

Дроздов Марк Валериевич……99

Евелина Любовь Николаевна……..…320

Евсеева Елена Геннадиевна……....481

Егупова Марина Викторовна……..188

Ежова Наталья Владимировна…...…119

Еловикова Юлия Александровна…...123

Ермаков Владимир Григорьевич…...238

Желудков Антон Владимирович……403

Журанова Наталья Анатольевна…...407

Заводчикова Надежда Ивановна…...411

Зайчикова Надежда Анатольевна…...477

Заруцкая Татьяна Сергеевна……...415

Зотова Мария Дмитриевна……..139
Зубова Светлана Павловна……...46
Иванов Александр Михайлович……418
Иванова Надежда Юрьевна……....429
Иванюк Мария Евгеньевна…….324, 328
Ивашова Ольга Александровна……....26
Игошин Владимир Иванович…….242
Каземиров Богдан Валерьевич…...…481
Калинин Сергей Иванович…….248
Калядин Владимир Петрович…….264
Каптерев Андрей Игоревич……....485
Карневич Оксана Николаевна……127
Карпова Татьяна Николаевна…….332
Кечина Ольга Михайловна…….328
Ким-Тян Луиза Ревмировна……....251
Кислякова Мария Андреевна…….336
Кныш Алла Александровна……461
Комаров Федор Андреевич…….131
Кондаурова Инесса Константиновна…340
Коновалова Елена Игоревна……...255
Копылова Виктория Викторовна…...399
Корнилов Виктор Семенович…….258
Корнилов Петр Анатольевич……..422
Костин Сергей Вячеславович…….135
Кочагина Мария Николаевна…….489
Кощеева Елена Сергеевна……...506
Кривошеева Юлиана Юрьевна……...261
Крылатых Светлана Ильдаровна……344
Кудашкина Анжелика Владимировна....51
Кузина Наталья Георгиевна……348
Кузьмин Юрий Николаевич……...264
Кузьмина Анна Михайловна……..425
Куклев Максим Викторович…….99
Куликова Ирина Валерьевна……..268
Куликова Ольга Валентиновна……..268
Латыпова Наталья Владимировна…..493
Латышева Любовь Павловна……..272
Лебедев Константин Андреевич…..497, 521
Липилина Вера Васильевна……139
Лисицын Михаил Денисович…….276
Лысогорова Людмила Васильевна…...46
Майорова Наталия Львовна……502
Макеева Ольга Викторовна……351
Малова Ирина Евгеньевна……16
Маняхина Валентина Геннадьевна…429
Мартынова Елена Владимировна…..356
Маслова Юлия Валерьевна…….359
Матвеева Елена Петровна……...506
Матушкина Зоя Павловна……...143
Мельников Юрий Борисович…….510
Муравьева Ольга Викторовна……429
Мухаметзянова Зиля Наилевна……..172
Наземнова Наталья Владимировна…115
Нестеренко Людмила Петровна……...55
Новикова Елена Олеговна……..147
Новичкова Ольга Евгеньевна…….214
Овчинникова Алина Сергеевна……..469
Омельян Ольга Михайловна……...151
Орлов Владимир Викторович……...30
Орлова Дарья Александровна……514

Орлова Наталья Николаевна……..433
Орлова Татьяна Сергеевна……..437
Охват Любовь Петровна…….154
Павлова Елена Сергеевна……...115
Панкратова Лариса Валерьевна…….248
Паршина Алина Николаевна……..473
Петрова Анна Сергеевна……...99
Подстригич Анна Геннадьевна……..311
Подходова Наталья Семеновна……34
Пономарева Лариса Владимировна.....158
Пономарев Иван Сергеевич……415
Попов Андрей Иванович…….517
Поторочина Ксения Сергеевна...461, 510
Пугач Ольга Исааковна……...407
Пузырева Елизавета Николаевна…...162
Пучков Николай Петрович…….517
Разумова Ольга Викторовна……...172
Райхельгауз Леонид Борисович….497, 521
Родионова Марина Семеновна……...290
Розыев Аман Довран оглы……....40
Рыбакин Василий Иванович……...166
Рыбакина Наталья Александровна…166
Рыманова Татьяна Евгеньевна……...525
Рябова Полина Александровна……..441
Садыкова Елена Рашидовна……...172
Салаватова Самира Салиховна……...177
Сангалова Марина Евгеньевна……...363
Семеняченко Юлия Александровна….529
Сенников Денис Владимирович…….181
Сидорова Наталья Владимировна…..357
Сизова Марина Николаевна…….59
Скорнякова Анна Юрьевна…….272
Смирнов Владимир Алексеевич…….185
Смирнова Ирина Михайловна……185
Соколова Елизавета Валериевна……367
Сонина Анастасия Александровна…188
Сотникова Ольга Александровна…...280
Старцева Татьяна Александровна…..107
Стесева Ольга Ивановна…….232
Столярова Ирина Викторовна……371
Судакова Анна Григорьевна…….…..214
Суханова Анна Геннадьевна……..533
Тарасенко Анна Валерьевна……...283
Теплов Андрей Анатольевич……..158
Терентьев Андрей Дмитриевич……....34
Терентьева Ольга Юрьевна……..34
Тестов Владимир Афанасьевич……..537
Тимербаева Наиля Вакифовна……...445
Тимофеева Лариса Николаевна……..290
Торопова Светлана Ивановна…….…541
Трошина Наталья Викторовна……...111
Тюленева Ольга Николаева……545
Удовенко Лариса Николаевна……....374
Утеева Роза Азербаевна……..378
Ушакова Екатерина Владимировна…..158
Фазлеева Эльмира Илдаровна……445
Фалилеева Марина Викторовна…….533
Фахретдинова Виктория Александровна..286
Фёдорова Светлана Владимировна....363
Федорова Татьяна Викторовна…….63

Федотова Наталья Петровна……...422
Фефилова Елена Федоровна……...192
Филимоненкова Надежда Викторовна…549
Фофанов Кирилл Алексеевич……....131
Фролова Эльвира Владимировна…...363
Хайдукова Екатерина Алексеевна….357
Хамов Геннадий Григорьевич……290
Хилюк Елена Александровна…….382
Хисамиева Юлия Марселевназ……..449
Хисматуллин Арслан Азатович…….469
Хохлова Дарья Евгеньевна…….....197
Черемных Елена Леонидовна…….272
Черноусова Наталия Вячеславовна…..525
Чиспияков Сергей Валентинович..…201
Чистякова Анна Георгиевна……...192
Читоркин Егор Евгеньевич…….294
Чуксина Наталия Владимировна…...457
Шабанова Мария Валерьевна……...40
Шабаршина Галина Владимировна…..502
Шакирова Лилиана Рафиковна……..533
Шатрова Юлия Станиславовна……..386
Шереметьева Ольга Владиславовна…...67
Шестакова Ирина Александровна….457
Шкрябко Никита Андреевич……....80
Щулепников Сергей Валентинович...453
Яблокова Людмила Вениаминовна…...224
Яремко Наталия Николаевна……..437
Ярышева Мария Ивановна……...…99
Яшина Елена Юрьевна……539